E Rosotte sculp. d'apres A Tardieu

AUGUSTIN FRESNEL

Imp de Chatain, rue de l'Hôtel Colbert, 12.

ŒUVRES

COMPLÈTES

D'AUGUSTIN FRESNEL

PUBLIÉES

PAR MM. HENRI DE SENARMONT, ÉMILE VERDET

ET LÉONOR FRESNEL

TOME PREMIER

PARIS

IMPRIMERIE IMPÉRIALE

M DCCC LXVI

AVERTISSEMENT.

Les Œuvres complètes d'Augustin Fresnel sont publiées aux frais de l'État par les soins du Ministère de l'Instruction publique, en exécution d'un arrêté pris en 1861 par M. Rouland, alors Ministre de l'Instruction publique et des Cultes, sur le rapport du Comité des travaux historiques et des Sociétés savantes, présidé par M. Le Verrier.

Cette édition nationale fait partie de la Collection scientifique commencée en 1843 par la réimpression des Œuvres de Laplace, et qui doit comprendre celles de Lavoisier, de Lagrange, de Denis Papin, de Cuvier, etc.

La publication des Mémoires, Notes et Fragments de Fresnel sur la *théorie de la lumière*, devait être placée sous la direction d'un éditeur qui eût spécialement cultivé cette branche de la haute physique. M. de Senarmont, proposé par M. Le Verrier au choix du Ministre, avait à une aussi importante et difficile mission des titres tout particuliers, en raison de ses travaux personnels sur la lumière, et comme l'un des plus éminents et des plus zélés commentateurs d'un auteur dont il avait curieusement recherché et recueilli jusqu'aux moindres opus-

aujourd'hui les bases fondamentales de l'optique. La construction des phares est l'objet d'un chapitre spécial assez étendu; un choix de lettres offrira des documents intéressants pour l'histoire de la science; enfin quelques pièces détachées et une courte notice biographique achèveront de faire connaître à la fois l'homme et l'auteur.

Les éditeurs ne se sont pas bornés à classer ces documents; un grand nombre de renvois et quelques notes très-succinctes rétablissent l'unité et une sorte de concordance générale entre les divers Mémoires sur un même sujet, composés souvent à des époques différentes; chaque pièce porte à cet effet un numéro d'ordre et des divisions multipliées en paragraphes. Par ce moyen on a rendu la coordination systématique indépendante de la pagination.

J'oserai maintenant, Monsieur le Ministre, vous demander que l'impression commence très-promptement et soit poussée le plus activement possible. M. Léonor Fresnel et moi désirons également voir notre travail terminé, et nous nous engageons à ne jamais faire attendre la correction des épreuves.

H. DE SENARMONT.

Le Ministre répondit le 7 juin, conformément à l'avis du Comité des Sociétés savantes, par un arrêté qui chargeait conjointement MM. de Senarmont et Léonor Fresnel des fonctions d'éditeurs pour la publication, à l'Imprimerie impériale, des Œuvres d'Augustin Fresnel.

Le 26 juin, M. de Senarmont invitait, par une *dernière* lettre, son collaborateur à venir examiner avec lui les spécimens d'impression, et le 30, la veille même du jour pris pour l'entrevue, il succombait à une affection du cœur... !

Lorsque, après une telle perte, M. Léonor Fresnel put reprendre la tâche pieuse à laquelle il s'était voué, il dut s'occuper avant tout du successeur à donner à M. de Senarmont, et crut suivre encore les inspirations de ce guide si regretté, en demandant qu'il fût remplacé par

Cette démarche ne pouvait qu'être accueillie avec autant d'e
ment que de reconnaissance par M. Léonor Fresnel. Occup
plusieurs années à préparer la publication des Œuvres de son
était au moment de solliciter une collaboration qu'il savait déj
assurée, lorsqu'il fut prévenu par les généreuses propositions
Senarmont, au mois de mai 1861.

Sans attendre les décisions administratives à intervenir, M
narmont, dès qu'il eut à sa disposition les matériaux nécessaire
avec toute l'ardeur du plus vif amour de la science le long e
travail du triage, de la classification et des annotations des éc
gustin Fresnel relatifs aux *théories physiques*, tandis que, de
son collaborateur se chargeait plus spécialement de coordon
commenter les documents concernant l'invention et la constru
phares lenticulaires.

Ces travaux préparatoires, avec la confection des copies p
pression, n'exigèrent pas moins d'une année entière. Aussi
purent être considérés comme terminés, M. de Senarmont
par la lettre suivante, adressée à S. E. le Ministre de l'Instru
blique et des Cultes, le 23 mai 1862, l'autorisation de faire
tement mettre l'ouvrage sous presse :

Monsieur le Ministre,

Vous avez décidé que les Œuvres complètes d'Augustin Fresn
partie des documents scientifiques publiés par votre Ministère, et j'ai
de préparer, avec M. Léonor Fresnel, frère de l'auteur, les matériau
publication.

Notre travail est aujourd'hui terminé et peut être mis sous press
la matière de trois volumes in-4° d'environ 500 pages, en supposan
tère et le format semblables à ceux des œuvres de Laplace, publiées

Ainsi que l'expose la lettre précitée, la présente édition des Œuvres de Fresnel comprend deux parties principales :

La première, qui est de beaucoup la plus étendue et embrasse les deux premiers volumes, a pour objet la physique pure, et particulièrement la théorie de la lumière;

La seconde, relative à la création du nouveau système de phares, forme, avec quelques appendices, la matière du troisième volume.

Sans reproduire ici, en ce qui touche le classement, les explications qui ressortent des Introductions à ces deux divisions principales, on fera seulement remarquer que l'on ne s'est écarté de l'ordre chronologique qu'autant que cela a été jugé nécessaire pour ne pas séparer des matières ayant entre elles une intime connexité, ou pour faciliter l'étude de certains Mémoires en les faisant précéder, par exemple, d'un résumé d'une date postérieure.

L'introduction dans le corps de l'ouvrage de quelques écrits d'auteurs étrangers a été maintenue telle que l'avait admise M. de Senarmont. Elle a reçu toutefois, comme on vient de le dire, un complément essentiel, qu'avait écarté sa rare modestie, par l'insertion de son Commentaire au Mémoire sur la double réfraction. Ces additions sont en somme de peu d'étendue. Elles se composent, en majeure partie, de rapports académiques, de notes polémiques et de quelques pièces de correspondance scientifique. Leur reproduction a d'ailleurs été autorisée, avec le plus libéral empressement, par la famille d'Arago, par l'éditeur de ses Œuvres, M. Gide, par M. l'ingénieur en chef Lefort (pour la famille de Biot), par M. le baron Poisson et par M. George de Senarmont.

Les annotations relatives à la physique pure ont été réduites à ce qui a paru nécessaire pour guider le lecteur dans l'étude d'une série de Mémoires et de fragments où se rencontrent d'apparentes incohérences jointes à d'inévitables redites, et où il est parfois assez difficile

M. Verdet accueillit dès l'abord les ouvertures qui lu
ce sujet comme s'il se fût agi de l'exécution d'une d
de son illustre ami, et, par décision ministérielle du 4
fut appelé à éditer les œuvres scientifiques d'Augustin I

Le travail du premier éditeur fut scrupuleusement
ensemble et dans ses moindres détails. Cette révision,
narmont s'était proposé de faire conjointement avec cel
allait sitôt lui succéder, amena de légères modification
fication, notamment par le retranchement de quelques
double emploi. Elle donna lieu d'ailleurs de complét
taires et annotations par diverses additions, au nombre
particulièrement à citer le *Commentaire* de M. de Senarn
de Fresnel sur la double réfraction, et l'*Introduction* de M

Cette Introduction, qui sera considérée sans doute
plus remarquables écrits de l'éminent professeur, ne p
qu'au mois de février dernier. Après en avoir conféré
borateur, il se disposait à apporter quelques modificat
sa composition toute de premier jet, lorsqu'il se trouv
tement forcé de suspendre ses travaux par les rapide
maladie organique des plus graves. Un repos absolu
prescrit, et il alla le chercher à Avignon, dans le sei
où il s'éteignit, le 3 juin, à l'âge de quarante-deux an

Ainsi la déplorable fatalité qui avait arrêté le cours
d'Augustin Fresnel a semblé s'être attachée à la pu
Œuvres, en atteignant successivement, au milieu d'un
rière scientifique, Savary, qui le premier s'était occupé
ment, Henri de Senarmont, qui les avait classées et a
lité, enfin Émile Verdet, qui avait su améliorer et com
travail de son prédécesseur.

Au moment de son décès, Émile Verdet avait rem

volume, et des tables analytiques embrassant l'ensemble de l'ouvrage termineront le troisième volume.

M. Léonor Fresnel a voulu joindre à la publication des Œuvres de son frère un portrait qui rappelât aussi fidèlement que possible les traits caractéristiques de la physionomie de l'auteur, et s'est entendu, à cet effet, avec un habile et consciencieux artiste, M. Rosotte, graveur en taille-douce. Il s'agissait de reproduire une assez médiocre estampe de l'ancienne iconographie des membres de l'Institut par Tardieu, sauf à consulter, pour quelques corrections de détail, un excellent portrait d'Augustin adolescent, peint au pastel par sa tante M^me^ Mérimée. M. Rosotte s'est acquitté de cette tâche ingrate avec un succès inespéré, car sa copie est notablement supérieure, sous le rapport capital de la ressemblance, à l'image donnée pour modèle.

tème d'éclairage maritime ne peut en donner qu'une idée à plusieurs égards incomplète. Il n'a laissé en effet d'autres documents explicatifs de telle combinaison du plus haut intérêt (notamment de ses appareils à réflexion totale), que des dessins ou croquis et des minutes de calculs accompagnées de notes très-sommaires. Il a donc fallu que l'éditeur (qui, après avoir été quelque temps adjoint à son frère, lui avait succédé dans la direction du service des phares) donnât aux annotations ou appendices le développement nécessaire pour suppléer à l'insuffisance des indications fournies par les textes.

Relativement aux détails typographiques et aux dispositions secondaires, l'attention du lecteur doit être spécialement appelée sur les observations suivantes :

1° Toutes les pièces ou séries de pièces dont se compose l'ouvrage portent un numéro d'ordre en chiffes romains. Pour les séries peu nombreuses, des capitales additionnelles indiquent le rang de chaque pièce. Quant à la correspondance scientifique, elle a été divisée en un petit nombre de groupes, dont le numéro collectif en chiffres romains se répète en tête de chaque lettre avec son numéro particulier en chiffres arabes.

2° Tous les écrits de quelque étendue ont été divisés en paragraphes numérotés, afin de rendre les renvois indépendants de la pagination, ainsi que le fait observer la lettre précitée de M. de Senarmont.

3° Les notes de l'auteur sont disposées sur deux colonnes immédiatement à la suite du texte, et ont des chiffres pour signes de renvoi.

4° Les notes des éditeurs sont séparées du texte par un filet, imprimées en lignes continues, et ont des lettres pour signes de renvoi.

5° Les annotations de M. Émile Verdet portent sa signature, hormis les simples renvois, les indications bibliographiques, etc. Il a dès lors paru inutile d'inscrire le nom de M. de Senarmont à la suite de ses articles, et M. Léonor Fresnel s'est également dispensé de signer ses annotations à la section des phares.

6° Une table particulière des matières a été placée à la fin de chaque

INTRODUCTION

AUX

ŒUVRES D'AUGUSTIN FRESNEL,

PAR ÉMILE VERDET [a].

I

La présente édition n'a pas seulement pour objet de réunir les écrits de Fresnel dispersés dans divers recueils [1], dont quelques-uns sont devenus aujourd'hui d'un accès difficile; à ces œuvres déjà publiées et connues de tous ceux qui ont fait de la théorie de la lumière une étude tant soit peu approfondie, elle ajoute une série considérable de pièces inédites, que la mort prématurée

[1] Les Mémoires de l'Académie des sciences, les Annales de chimie et de physique, la Bibliothèque universelle de Genève, le Bulletin de la Société philomathique et le Bulletin de Férussac.

[a] Publication posthume d'après un manuscrit que l'auteur n'a pas pu revoir. — On a distingué par des crochets les mots suppléés ou douteux. (Voyez l'Avertissement ci-dessus.)

en 1846 dans les mêmes recueils par les soins de Biot, qui en avait emprunté les manuscrits à M. Léonor Fresnel [1].

Ce sont là, à vrai dire, les plus importantes des œuvres de Fresnel, et quiconque les a sérieusement étudiées ne trouvera aucune nouveauté essentielle dans les nombreux écrits qui paraissent ici pour la première fois. C'est au contraire dans ces pièces inédites seulement qu'on rencontre l'indication exacte du développement progressif des conceptions théoriques et des découvertes expérimentales « qui forment aujourd'hui les bases fondamentales de l'optique [2]. » Elles rectifient en bien des points les opinions qu'on s'était formées sur la marche des travaux de Fresnel; elles éclaircissent tout ce qui a rapport à l'influence directe et indirecte des travaux de Young et à la collaboration d'Arago; quelquefois même elles modifient la signification qu'on doit attacher à certaines recherches théoriques et en font mieux comprendre la véritable portée et le degré de certitude [3]. Aussi croit-on ne pas faire une chose

[1] Le passage suivant de la Note que Biot lut à cette occasion devant l'Académie des sciences, dans la séance du 9 mars 1846, fait connaître suffisamment l'histoire de ces manuscrits et en général de tous ceux qui sont aujourd'hui publiés pour la première fois : « Fresnel, dit Biot, était un inventeur infatigable. Dans la voie qu'il s'était ouverte, un mémoire terminé devenait pour lui l'instrument indispensable de nouvelles recherches et de travaux ultérieurs. Il est naturel qu'il sentît le besoin de s'en conserver longtemps la possession, se bornant à prendre date par des extraits publiés. Lorsque la mort vint le saisir dans sa trop courte carrière, son frère, alors absorbé dans le service des phares, auquel il venait d'être attaché, confia tous ses papiers scientifiques, et jusqu'à ses moindres notes, à Savary, leur ami commun, qui conserva ce précieux dépôt avec toute la fidélité de l'affection. Après le décès de Savary, ils furent recueillis encore, avec des soins non moins scrupuleux, et remis aux mains de M. Léonor Fresnel, désormais fixé dans la capitale. C'est ainsi qu'ils se sont conservés complets, intacts, sans que la science ait rien à en regretter. »

[2] Voyez la lettre de M. de Senarmont insérée dans l'Avertissement.

[3] Voyez en particulier ce qui est dit ci-après à l'article X de la théorie de la double réfraction.

de l'auteur ne lui a pas permis de faire imprimer lui-même, et que la piété d'un frère a scrupuleusement recueillies et conservées, jusqu'au jour où le Gouvernement impérial a décidé que les Œuvres de Fresnel seraient comprises dans la grande collection d'histoire scientifique nationale qui s'est ouverte par les Œuvres de Laplace et continuée par celles de Lavoisier [a].

On peut être surpris de l'étendue de ces œuvres inédites, qui forment plus de la moitié de la présente édition; mais si l'on réfléchit aux principales circonstances de la vie de Fresnel, à la prodigieuse activité scientifique qu'il a déployée de 1815 à 1823, aux travaux d'ingénieur et aux maladies qui ont rempli les quatre années suivantes, les dernières de sa vie, on comprendra que le temps lui ait manqué pour s'occuper de la publication de ses écrits, et qu'en dehors du Mémoire couronné en 1819 par l'Académie des sciences, et de l'article Lumière du Supplément à la Chimie de Thomson, il n'ait jamais fait imprimer lui-même que de courts extraits des Mémoires qu'il présentait à l'Académie des sciences, ou des éclaircissements, sur certains points de ces Mémoires, rendus nécessaires par les objections des partisans de l'ancienne doctrine. Quant aux Mémoires eux-mêmes qui contenaient l'exposé détaillé de ses découvertes, un très-petit nombre seulement a été mis au jour depuis sa mort, principalement par les soins d'Arago et de Biot : ce sont le Mémoire sur la double réfraction, inséré au tome VII des Mémoires de l'Académie des sciences; le Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée, retrouvé en 1830 dans les papiers de Fourrier, et publié à la fois dans les Mémoires de l'Académie et dans les Annales de chimie et de physique; le Mémoire sur la réflexion de la lumière et le Mémoire sur la coloration des fluides homogènes, publiés

[a] Voyez l'Avertissement ci-dessus.

de l'auteur ne lui a pas permis de faire imprimer lui-même, et que la piété d'un frère a scrupuleusement recueillies et conservées, jusqu'au jour où le Gouvernement impérial a décidé que les Œuvres de Fresnel seraient comprises dans la grande collection d'histoire scientifique nationale qui s'est ouverte par les Œuvres de Laplace et continuée par celles de Lavoisier [a].

On peut être surpris de l'étendue de ces œuvres inédites, qui forment plus de la moitié de la présente édition; mais si l'on réfléchit aux principales circonstances de la vie de Fresnel, à la prodigieuse activité scientifique qu'il a déployée de 1815 à 1823, aux travaux d'ingénieur et aux maladies qui ont rempli les quatre années suivantes, les dernières de sa vie, on comprendra que le temps lui ait manqué pour s'occuper de la publication de ses écrits, et qu'en dehors du Mémoire couronné en 1819 par l'Académie des sciences, et de l'article Lumière du Supplément à la Chimie de Thomson, il n'ait jamais fait imprimer lui-même que de courts extraits des Mémoires qu'il présentait à l'Académie des sciences, ou des éclaircissements, sur certains points de ces Mémoires, rendus nécessaires par les objections des partisans de l'ancienne doctrine. Quant aux Mémoires eux-mêmes qui contenaient l'exposé détaillé de ses découvertes, un très-petit nombre seulement a été mis au jour depuis sa mort, principalement par les soins d'Arago et de Biot : ce sont le Mémoire sur la double réfraction, inséré au tome VII des Mémoires de l'Académie des sciences; le Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée, retrouvé en 1830 dans les papiers de Fourrier, et publié à la fois dans les Mémoires de l'Académie et dans les Annales de chimie et de physique; le Mémoire sur la réflexion de la lumière et le Mémoire sur la coloration des fluides homogènes, publiés

[a] Voyez l'Avertissement ci-dessus.

en 1846 dans les mêmes recueils par les soins de Biot, qui en avait emprunté les manuscrits à M. Léonor Fresnel [1].

Ce sont là, à vrai dire, les plus importantes des œuvres de Fresnel, et quiconque les a sérieusement étudiées ne trouvera aucune nouveauté essentielle dans les nombreux écrits qui paraissent ici pour la première fois. C'est au contraire dans ces pièces inédites seulement qu'on rencontre l'indication exacte du développement progressif des conceptions théoriques et des découvertes expérimentales «qui forment aujourd'hui les bases fondamentales de l'optique [2].» Elles rectifient en bien des points les opinions qu'on s'était formées sur la marche des travaux de Fresnel; elles éclaircissent tout ce qui a rapport à l'influence directe et indirecte des travaux de Young et à la collaboration d'Arago; quelquefois même elles modifient la signification qu'on doit attacher à certaines recherches théoriques et en font mieux comprendre la véritable portée et le degré de certitude [3]. Aussi croit-on ne pas faire une chose

[1] Le passage suivant de la Note que Biot lut à cette occasion devant l'Académie des sciences, dans la séance du 9 mars 1846, fait connaître suffisamment l'histoire de ces manuscrits et en général de tous ceux qui sont aujourd'hui publiés pour la première fois : «Fresnel, dit Biot, était un inventeur infatigable. Dans la voie qu'il s'était ouverte, un mémoire terminé devenait pour lui l'instrument indispensable de nouvelles recherches et de travaux ultérieurs. Il est naturel qu'il sentît le besoin de s'en conserver longtemps la possession, se bornant à prendre date par des extraits publiés. Lorsque la mort vint le saisir dans sa trop courte carrière, son frère, alors absorbé dans le service des phares, auquel il venait d'être attaché, confia tous ses papiers scientifiques, et jusqu'à ses moindres notes, à Savary, leur ami commun, qui conserva ce précieux dépôt avec toute la fidélité de l'affection. Après le décès de Savary, ils furent recueillis encore, avec des soins non moins scrupuleux, et remis aux mains de M. Léonor Fresnel, désormais fixé dans la capitale. C'est ainsi qu'ils se sont conservés complets, intacts, sans que la science ait rien à en regretter.»

[2] Voyez la lettre de M. de Senarmont insérée dans l'Avertissement.

[3] Voyez en particulier ce qui est dit ci-après à l'article X de la théorie de la double réfraction.

inutile en essayant de raconter, d'après ces précieux documents, l'histoire d'un des progrès les plus mémorables que la philosophie naturelle ait accomplis.

II

On établit facilement dans l'œuvre scientifique de Fresnel trois divisions principales, liées ensemble par une évidente dépendance logique, et correspondant assez exactement à l'ordre chronologique de ses divers travaux.

Dans une première série de recherches, Fresnel suppose simplement que la lumière est produite par des vibrations périodiques de durée très-courte, se propageant avec une vitesse immense qui varie d'un milieu à l'autre, et *capables d'interférer,* c'est-à-dire décomposables d'une infinité de manières en demi-vibrations exactement contraires l'une à l'autre : sans rien spécifier sur la forme et l'orientation de ces vibrations, il épuise la suite des conséquences qui peuvent se déduire de ce *postulatum* fondamental, et c'est ainsi qu'il rend compte des lois de la diffraction et de la formation des ombres, de celles de la réflexion et de la réfraction, les ramenant toutes à dépendre du fécond principe des interférences. Ses raisonnements, en apparence restreints aux milieux uniréfringents, ont, pour qui sait les comprendre, une portée plus générale et sont applicables, sauf d'évidentes modifications dans les calculs, aux milieux où la vitesse de propagation n'est pas la même en tous sens, pourvu que la loi de cette vitesse soit connue. Ils ne sont pas moins indépendants d'une hypothèse sur la nature des vibrations lumineuses, dont Fresnel adopte le langage dans ses premiers écrits; comme tous ses devanciers et tous ses contemporains [1], il admet qu'il n'y a dans ces milieux élastiques

[1] On verra plus loin jusqu'à quel point il y aurait lieu d'excepter Young de cette assertion générale.

d'autres vibrations que des vibrations normales à la surface des ondes, accompagnées de dilatations et de condensations alternatives; mais le fond de sa théorie est si peu lié avec cette manière de s'exprimer, qu'il n'a pas eu dans la suite un seul détail à y changer, lorsqu'il les a reproduits dans l'article LUMIÈRE du Supplément à la Chimie de Thomson, après avoir reconnu la différence essentielle qui existe entre les vibrations du son et celles de la lumière.

L'établissement de cette différence, la démonstration du principe des vibrations transversales, l'étude des phénomènes qu'il suffit à expliquer, les conditions de l'interférence des rayons polarisés sont d'abord déterminés par des expériences aussi variées que rigoureuses; de ces conditions Fresnel déduit que, dans la lumière polarisée, les vibrations sont parallèles à la surface des ondes, rectilignes et parallèles ou perpendiculaires au plan de polarisation. Comme toute espèce de lumière peut être obtenue par la combinaison de lumières polarisées dans divers plans, la généralité du principe des vibrations transversales est complète, et, par une conséquence facile à apercevoir, tous les phénomènes qui dépendent du partage de la lumière entre les rayons réfléchis et les rayons réfractés et entre deux rayons réfractés différemment, et de la réunion ultérieure de ces rayons, sont ramenés aux lois mécaniques de la décomposition et de la composition des mouvements. La simplicité de cette théorie nouvelle contraste étrangement avec la complexité des hypothèses où les partisans du système de l'émission avaient à peine trouvé un semblant d'explication des phénomènes; la confirmation expérimentale de l'infinie variété de ses conséquences est une seconde démonstration du principe de la transversalité des vibrations.

Enfin, après avoir ainsi défini la nature des vibrations lumineuses, Fresnel cherche à pénétrer le secret de leur origine, et

tente de découvrir comment est constitué le milieu qui les propage, non-seulement en lui-même, mais en tant qu'il est modifié par les corps pondérables à l'intérieur desquels il est engagé. Les Mémoires sur la double réfraction, dont la série complète paraît ici pour la première fois, sont l'œuvre principale de cette nouvelle tendance; mais on y doit aussi rattacher les dernières recherches sur la loi des modifications que la réflexion (ou la réfraction) imprime à la lumière polarisée, les travaux relatifs à la double réfraction particulière du cristal de roche et de certains fluides homogènes, l'explication de l'influence du mouvement de la terre sur les phénomènes d'optique, et enfin quelques indications sommaires sur la théorie de la dispersion et de l'absorption, jetées comme en passant dans plusieurs de ces Mémoires [1].

On étudiera séparément ces trois groupes de recherches, en faisant précéder chaque étude d'une esquisse rapide des progrès que la science avait pu accomplir avant Fresnel.

III

Les devanciers de Fresnel n'ont guère dépassé ce premier point de vue, où l'on considère la lumière comme un système d'ondes à

[1] Ces divisions correspondent à peu près, mais non tout à fait exactement, à la première, la seconde et la quatrième section de cette édition. Pour la commodité du lecteur, on a placé dans la deuxième section tous les Mémoires relatifs à la polarisation chromatique et à la réflexion de la lumière, soit que Fresnel y développe simplement les conséquences du principe des vibrations transversales, soit qu'il essaye d'y remonter jusqu'aux causes mécaniques des phénomènes. L'article Lumière du Supplément à la Chimie de Thomson, qui est comme un résumé des deux premières sections, joint à quelques pièces de controverse, a formé une troisième section; dans une cinquième et dernière section on a réuni des écrits d'importance très-inégale, où Fresnel a traité des sujets qui ne paraissent l'avoir occupé que d'une manière incidente.

vibrations indéterminées, ou plutôt ils ont admis comme évident que ces ondes ne différaient des ondes sonores que par la période des vibrations et la vitesse de propagation. L'idée même d'ondulations et de vibrations périodiques ne s'est formée que par degrés. Le fondateur de la théorie, Huyghens [1], n'a jamais

[1] Ni Huyghens, ni aucun des auteurs qui, au XVII^e siècle, ont considéré la lumière comme un mouvement, ne présentent cette idée comme une invention personnelle; ils la traitent comme une de ces hypothèses courantes qui n'appartiennent à personne, mais que chacun est tenu de discuter. Il serait bien difficile d'ailleurs d'assigner le moment où cette hypothèse a été énoncée pour la première fois : on la trouve, à ce qu'il paraît, dans les manuscrits de Léonard de Vinci (voyez Libri, *Histoire des mathématiques en Italie*, t. III, p. 43 en note), et il est à croire qu'elle est beaucoup plus ancienne; si, dès l'origine de la philosophie grecque, le feu a été considéré tantôt comme une matière, tantôt comme un mouvement, ces deux explications ne pouvaient manquer d'être étendues jusqu'à la lumière, qui est un des effets sensibles du feu. Mais le véritable fondateur de la théorie des ondes n'est pas l'alchimiste ou le scolastique chez qui l'on parviendra à en découvrir le premier aperçu plus ou moins explicite; ce titre devra toujours appartenir à celui qui, le premier, a su tirer un corps de doctrine scientifique de ce qui n'était avant lui qu'une vague hypothèse, et personne, à notre avis, ne pourra le disputer à Huyghens.

Descartes, qu'on a l'habitude de citer comme le premier inventeur avant Huyghens, ne considère pas la lumière comme un mouvement propagé par ondes successives, mais comme une pression transmise *instantanément* par l'intermédiaire du second élément; il ne peut d'ailleurs de cette étrange notion déduire l'explication d'aucun phénomène : il ne sait que comparer la réflexion et la réfraction à la réflexion d'une bille qui rencontre un plan solide et à la déviation d'un projectile qui, traversant une surface résistante, comme celle d'une toile bien tendue, conserve la même vitesse de propagation parallèlement à cette surface, tandis que la composante normale de la vitesse est modifiée. Il est difficile de concevoir comment Euler a pu trouver dans cette vaine doctrine une première esquisse de la théorie des ondes, et comment l'assertion d'Euler a pu être répétée par tout le monde; Huyghens, qui probablement avait lu Descartes avec plus d'attention que ses successeurs, présente lui-même son propre système comme entièrement opposé au système cartésien. (Voyez le Traité de la lumière, ch. I^er.)

Young et Arago ont souvent cité Hooke à côté de Huyghens, comme un des fondateurs de la théorie des ondes,

égard dans ses raisonnements qu'à l'onde produite par une impulsion unique des molécules du centre lumineux; il la conçoit bien précédée et suivie d'ondes pareilles se propageant avec la même vitesse et douées des mêmes propriétés, mais comme il ne suppose pas qu'il y ait aucune relation générale entre les mouvements de ces ondes successives [1], il n'en combine jamais les effets, et en particulier la notion de l'interférence constante de deux ondulations qui apporteraient sans cesse en un même point

et lui ont même attribué la découverte du principe des interférences. Il est bien vrai que Hooke définit la lumière comme « un mouvement rapide de vibrations de très-petite amplitude, » *a movement quick, vibratile, of extreme shortness.* (*Micrographia*, p. 55.) Mais ce mouvement aurait, suivant lui, l'inconcevable propriété de se propager instantanément à toute distance et ne différerait guère par conséquent de la pression de Descartes. Hooke revient sans cesse sur cette notion d'une propagation instantanée; il essaye même dans ses *Lectures on Light* (p. 76 des Œuvres posthumes) de réfuter, par des objections aussi vagues que peu concluantes, les conséquences que Rœmer a tirées de l'observation des satellites de Jupiter. Il est bien évident que l'idée d'une propagation instantanée est incompatible avec celle des interférences, et en effet, si on lit avec attention l'explication des anneaux colorés, où l'on a voulu trouver le germe de la grande découverte de Young (*Micrographia*, p. 64), on n'y reconnaît que le développement d'une théorie des couleurs assez analogue à celle que plus tard Gœthe a vainement tenté de substituer à la théorie de Newton.

Le seul auteur qu'on puisse raisonnablement mentionner comme un devancier d'Huyghens est le jésuite Pardies, connu dans l'histoire de la philosophie par son *Discours de la connaissance des bêtes*, où il réfute l'opinion cartésienne. Le P. Pardies n'a rien publié lui-même sur la théorie de la lumière; mais Huyghens a vu ses manuscrits, et le jugement qu'il en porte dans son Traité de la lumière (p. 18) autorise à penser que les idées du P. Pardies ont été exactement reproduites par le P. Ango, dans son Optique, imprimée en 1682. Dans cet ouvrage, comme dans le Traité de la lumière, il n'est jamais question que d'ondes indépendantes, et les difficultés résultant de cette manière d'envisager les choses, que Huyghens n'a pas su résoudre entièrement, ne paraissent pas même être soupçonnées.

[1] Il dit même précisément le contraire à la page 15 du Traité de la lumière.

des mouvements opposés l'un à l'autre, lui est absolument étrangère. De là une grande lacune dans sa théorie. Lorsque, considérant deux positions successives d'une même onde, il cherche à faire voir que la deuxième onde résulte de la combinaison de toutes les ondes élémentaires qui ont pour centre les divers points de la première, il n'a pas de peine à établir que ces ondes élémentaires ont une enveloppe commune, qui est l'onde dont il s'agit, et qu'au delà de cette enveloppe il ne saurait y avoir de mouvement, mais il ne prouve pas d'une manière suffisante qu'à l'intérieur de cette enveloppe le mouvement soit insensible. Le lecteur admet volontiers que les ondes élémentaires doivent être constituées de manière que cette condition soit satisfaite, parce qu'il est impossible que deux modes de raisonnement également légitimes conduisent à des conséquences contradictoires; mais cette justification indirecte lui fait défaut lorsque Huyghens traite de la même manière la réflexion et la réfraction, prenant, sans autre démonstration, pour surface de l'onde réfléchie ou réfractée, l'enveloppe des ondes élémentaires qui ont pour centres les divers points de la surface réfléchissante ou réfringente [1]. La formation

[1] Huyghens se contente de dire que le mouvement qui peut exister sur chacune des ondes élémentaires ne peut être qu'infiniment faible par rapport à celui qui existe sur l'onde enveloppe « à la composition de laquelle toutes les « autres contribuent par la partie de « leur surface qui est la plus éloignée « du centre. » (*Traité de la lumière*, p. 18.) A l'inspection de la figure jointe à ce passage et des figures relatives à la réflexion et à la réfraction, l'assertion peut sembler évidente, mais en réalité ces figures ne représentent que la combinaison d'ondes circulaires situées dans un même plan, et si à ces ondes circulaires on substitue par la pensée les ondes *sphériques* par lesquelles la lumière est propagée, on voit, en approfondissant le sujet, qu'à une distance finie de l'onde enveloppe, l'intensité des mouvements est moindre que sur l'enveloppe, mais non pas infiniment moindre. Les expériences sur la combinaison des ondes liquides décrite dans la *Wellenlehre* des frères Weber, qu'on a quelquefois citées à l'appui du raisonnement incomplet de Huyghens, se rapportent à

des ombres n'est pas expliquée d'une manière plus satisfaisante. Néanmoins, malgré toutes ces difficultés non résolues, en substituant une onde au point lumineux qui en est le centre et décomposant cette onde elle-même en une infinité d'éléments dont chacun agit à son tour comme un point lumineux, Huyghens a donné à ses successeurs la méthode féconde qui devait les conduire aux plus importantes découvertes, lorsque la notion de la périodicité des vibrations lumineuses leur serait devenue familière.

C'est comme une conséquence nécessaire des découvertes de Newton que cette idée s'est introduite dans la science [1]. La démonstration de l'hétérogénéité de l'agent lumineux conduisait en effet à distinguer divers modes d'ondulation caractéristiques des diverses couleurs, et le phénomène des anneaux colorés impliquait si évidemment le retour périodique de quelques affections des rayons lumineux, que Newton lui-même a dû admettre quelque chose de semblable [2]. Le premier qui, moins sensible à l'autorité de Newton qu'aux difficultés de son système, oserait revenir à la théorie des ondulations, ne pouvait manquer de considérer les ondes lumineuses comme se succédant périodiquement à des intervalles réguliers, dépendant de la couleur, ou, ce qui revient au même, de la réfrangibilité de la lumière. Euler l'a fait, et, bien qu'il ait considéré la durée des vibrations tantôt comme croissant

des ondes qu'on peut regarder comme circulaires, car elles n'ébranlent le liquide que jusqu'à une bien petite profondeur.

[1] On en trouverait cependant quelques traces dans l'Optique d'Ango, mais sans aucune des conséquences qu'on en a déduites plus tard.

[2] On sait même que Newton avait cherché à rendre compte du phénomène par des vibrations propagées dans un milieu spécial appelé *éther*, qui contrariaient ou favorisaient la réflexion des molécules lumineuses sur la deuxième surface de la lame mince, suivant qu'elles tendaient à les pousser vers cette surface ou à les en écarter. (Voyez l'Optique de Newton, livre II, 3e partie, proposition XII, et les questions XVII, XXI et XXIX à la suite de l'Optique.)

et décroissant avec la réfrangibilité, tantôt comme variable en sens inverse [1], bien qu'il ait donné de la plupart des phénomènes connus de son temps les explications les plus inexactes [2], il ne mérite pas moins de conserver dans l'histoire de l'optique une place éminente pour avoir dit d'une manière expresse que les ondulations lumineuses sont périodiques comme les vibrations sonores, et que la cause des différences de coloration est au fond la même que la cause des différences de tonalité.

IV

Toutes les vibrations sonores qui résultent du libre jeu des forces élastiques d'un corps primitivement ébranlé sont décomposables d'une infinité de manières en deux demi-vibrations exactement contraires l'une à l'autre, de sorte qu'à deux époques séparées par une demi-vibration, et plus généralement par un nombre impair de demi-vibrations, les vitesses des molécules sont égales

[1] La première opinion est adoptée par Euler en suite d'une théorie tout à fait inexacte de la dispersion, dans la *Nova theoria lucis et colorum* imprimée à Berlin en 1744; la seconde se trouve dans la Nouvelle explication physique des couleurs engendrées par des surfaces extrêmement minces (*Mémoires de l'Académie de Berlin* pour 1756); mais elle n'est appuyée que sur une explication très-imparfaite des anneaux colorés.

[2] On sait, par exemple, qu'Euler expliquait la coloration des corps par des vibrations de leur matière qui seraient entretenues par l'excitation continuelle des vibrations lumineuses incidentes. Une autre erreur, qui n'est guère moins surprenante, est d'avoir supposé qu'un rayon de lumière consistait en des impulsions périodiques extrêmement courtes, séparées par des intervalles de repos relativement très-longs. C'était suivant lui le seul moyen de concevoir comment une infinité de rayons de directions différentes peuvent traverser, sans se troubler, un trou de petit diamètre. Huyghens avait cependant donné du phénomène l'explication mécanique la plus claire et la plus exacte. (Voyez le Traité de la lumière, page 16.)

et opposées. Si deux vibrations de ce genre, parties d'une même origine, viennent, après avoir parcouru des chemins inégaux, se réunir en un même point sous des directions sensiblement parallèles, elles devront se renforcer ou s'affaiblir réciproquement, suivant que la différence de leurs durées de propagation à partir de l'origine sera d'un nombre pair ou impair de demi-vibrations, et si la différence des chemins parcourus n'est qu'une petite fraction de ces chemins eux-mêmes, l'intensité des deux vibrations étant à peu près égale, il y aura repos presque absolu au point où elles seront en discordance complète. Si les vibrations lumineuses sont constituées d'une manière analogue, il sera possible, en ajoutant de la lumière à de la lumière dans des conditions convenables, de produire de l'obscurité.

Telle est la substance des raisonnements qui ont conduit Thomas Young à l'expérience mémorable par laquelle le système de l'émission a été définitivement réfuté, et l'existence des ondes lumineuses rendue, pour ainsi dire, aussi palpable que celle des ondes sonores [1]. Sur deux trous étroits et voisins, percés dans un

[1] C'est le phénomène des battements qui paraît avoir suggéré à Young la première idée de l'interférence des vibrations. Les ondulations d'où résultent les battements ne sont ni de même origine ni de même période; mais si les périodes sont peu différentes, ces vibrations se trouvent alternativement dans les conditions favorables à leur renforcement et à leur affaiblissement réciproques, et ces effets contraires sont sensibles à l'oreille.

Un principe de Newton a été souvent mentionné par Young comme renfermant une première application du principe des interférences; c'est l'explication de certaines marées anormales, observées par Halley dans la mer de Chine, qui se trouve au troisième livre des Principes (prop. XXIV). Suivant Newton, les ondes de la marée océanique pénétreraient dans cette mer par les deux détroits situés au nord et au sud de l'archipel des Philippines, et dans les ports où ces deux ondes arriveraient avec un retard de six heures l'une sur l'autre, elles se détruiraient réciproquement, au moins lorsque, la lune étant dans le plan de l'équateur, il y a égalité entre les deux marées consécutives d'un même jour.

écran opaque, Young a fait arriver le faisceau des rayons solaires transmis par un autre trou étroit pratiqué dans le volet de la chambre obscure ; les deux cônes lumineux qui se sont propagés au delà de l'écran opaque ont été dilatés par la diffraction, de manière à empiéter l'un sur l'autre, et dans la partie commune il s'est produit, au lieu d'un accroissement général de l'intensité lumineuse, une série de bandes alternativement obscures et brillantes, occupant exactement les positions où, d'après la théorie, les mouvements vibratoires devaient réciproquement se renforcer et s'affaiblir. Les bandes ont disparu lorsqu'on a fermé l'un des deux trous. Elles ont disparu également lorsqu'au faisceau unique originaire d'un trou étroit on a substitué la lumière solaire directe ou celle d'une flamme artificielle : il est facile de comprendre cet effet, vu que dans ce cas les conditions de maximum et de minimum d'intensité lumineuse ne sont pas satisfaites aux mêmes points par les divers groupes de rayons qu'on peut concevoir émanés des divers points de la source [1].

Rien de plus varié que la série des conséquences que Young a su déduire de sa découverte. Elle lui a d'abord expliqué, jusque dans leurs plus minutieux détails, ces couleurs des lames minces

[1] Grimaldi, à qui l'on a souvent attribué la première observation des interférences, recevait la lumière solaire directe sur deux trous très-étroits, percés dans le volet même de sa chambre obscure. Les deux cônes transmis étaient légèrement colorés sur leurs bords par la diffraction, et lorsque ces bords venaient à empiéter l'un sur l'autre, il en résultait des effets qui ont paru indiquer à Grimaldi que, dans certains cas, la lumière en s'ajoutant à de la lumière produisait de l'obscurité. *Lumen aliquando per sui communicationem reddit obscuriorem superficiem corporis alicunde ac prius illustratam.* (*Physico-mathesis de lumine*, prop. XXII.) Mais il n'a rien décrit et n'a rien pu observer de semblable aux bandes *alternées* que Young a obtenues un siècle et demi plus tard et qu'obtiennent sans difficulté tous ceux qui répètent son expérience. (Voyez la traduction de la XXII^{e} proposition de Grimaldi dans les Annales de chimie et de physique, 2^{e} série, t. X, p. 306.)

dont Newton avait déterminé les lois avec tant de soins et d'exactitude : les rayons réfléchis aux deux surfaces de la lame parviennent évidemment à l'œil en des temps inégaux, puisque les uns traversent deux fois la lame et que les autres n'y pénètrent pas. Suivant les valeurs diverses de cette inégalité des durées de propagation, c'est-à-dire suivant l'épaisseur et la nature de la lame, suivant l'inclinaison de la lumière incidente, ces deux groupes de rayons doivent alternativement se renforcer et s'affaiblir; et comme les conditions de ces effets opposés, liées avec la durée des vibrations, ne sont pas les mêmes pour tous les éléments de la lumière blanche, l'inégale modification d'intensité de ces divers éléments en un point donné de la lame a pour conséquence l'apparition des couleurs; et si, pour rendre un compte tout à fait exact des particularités du phénomène, il faut admettre une nouvelle propriété de la réflexion, l'expérience directe confirme l'existence de cette propriété. Les couleurs semblables à celles des lames minces, que Newton a obtenues avec des plaques épaisses, et qui lui ont semblé un corollaire de la théorie des accès, s'expliquent par les mêmes principes. Tandis que Newton était obligé de supposer, *ce qui est contraire à l'expérience,* que la deuxième surface de ces plaques possédait, à un degré très-sensible, la faculté de diffuser la lumière en tous sens, la théorie nouvelle attribue cette propriété *à la première surface* rencontrée par les rayons lumineux, et l'expérience confirme encore cette conclusion. Les phénomènes de diffraction, ces franges intérieures et extérieures à l'ombre des corps opaques, qui se montrent toutes les fois qu'on réduit suffisamment le diamètre de la source lumineuse, et qui, dans les conditions les plus habituelles des expériences, se cachent dans la confusion de la pénombre, résultent aussi de mouvements vibratoires qui, venant de divers côtés, et en suivant des chemins inégaux, concourir en un même point, tantôt se renforcent, tantôt

s'affaiblissent. Un grand nombre de phénomènes naturels doivent être rapportés aux mêmes principes, entre autres les arcs colorés qui s'observent souvent au delà du violet de l'arc-en-ciel ordinaire, et dont les théories de Descartes et de Newton sont incapables de rendre compte, les couronnes qui, dans une atmosphère chargée de gouttelettes d'eau en suspension, apparaissent autour du soleil et de la lune, l'irisation superficielle des minéraux, le reflet chatoyant des plumes des oiseaux et, en particulier, de toute surface présentant de fines inégalités régulièrement espacées. Partout où l'on peut distinguer deux groupes de rayons dont les durées de propagation sont inégales, soit parce qu'ils ont pénétré à des hauteurs inégales dans la goutte de pluie productrice de l'arc-en-ciel, soit parce que les uns ont cheminé dans l'air, les autres dans des gouttelettes aqueuses, soit parce que les uns se sont réfléchis sur le sommet, les autres sur le point le plus bas des stries d'une surface, partout l'observateur reconnaît les alternatives de lumière et d'obscurité et les colorations variables caractéristiques de l'interférence. Enfin ces divers phénomènes déterminent les éléments numériques fondamentaux des vibrations lumineuses, et substituent des données précises aux vaines conjectures d'Euler. Ils s'accordent tous à démontrer que les ondulations les plus réfrangibles sont aussi les plus rapides; d'ailleurs, même dans les ondulations les plus lentes, cette rapidité est de nature à confondre l'imagination : en une seconde il ne s'accomplit pas moins de quatre à cinq cents trillions de vibrations sur un rayon de lumière rouge, et de sept à huit cents trillions sur un rayon de lumière violette.

L'admiration qu'inspirent toujours les écrits où sont exposées ces immortelles découvertes [1] n'en doit pas dissimuler les imper-

[1] Ce sont les trois Mémoires lus à la Société royale de Londres le 12 novembre 1801, le 1er juillet 1802 et le 24 novembre 1803, qui ont respective-

fections et les lacunes. Comme il arrive souvent aux génies qui se sont formés eux-mêmes sans recevoir et sans se donner la forte discipline d'une étude régulière de la tradition scientifique [1],

ment pour titres : *On the theory of Light and Colours; — An account of some cases of the production of Colours not hitherto described; — Experiments and Calculations relative to physical optics.* Le Mémoire plus ancien qui a pour titre, *Experiments and Inquiries respecting Sound and Light*, ne contient guère qu'un examen comparatif des mérites du système de l'émission et du système des ondulations, où il n'y a rien de très-nouveau. Seulement un passage sur l'analogie qui existe entre les lois des anneaux colorés et celles des tuyaux fermés, rapproché de l'explication qui est donnée de ces dernières lois, montre que Young était déjà en possession du principe des interférences et qu'il en connaissait toute la portée. Les *Lectures on natural Philosophy*, publiées en 1807, résument d'une manière systématique les idées de Young sur la nature de la lumière, sans beaucoup ajouter à ce qu'on trouve dans les Mémoires déjà cités. Depuis cette époque jusqu'au moment où les travaux de Fresnel sont venus réveiller l'activité de Young, il a peu écrit et n'a rien publié sous son nom sur des matières scientifiques; il s'est contenté de défendre ses anciennes idées et d'y ajouter un petit nombre de développements nouveaux (dont il sera question plus loin), dans quelques articles anonymes de la *Quarterly Review*, où il faisait la critique des travaux inspirés aux savants contemporains par le système de l'émission.

(1) Dès son enfance, Young avait montré les facultés les plus rares et surtout une souplesse d'esprit qui lui permettait de les appliquer, au même moment et avec un égal succès, aux études les plus diverses. A treize ans, au sortir d'une école privée où on lui avait enseigné les langues anciennes et les premiers éléments des mathématiques, seul et sans maître, dans la maison paternelle, il tentait d'apprendre à la fois l'hébreu, la botanique et l'optique; à seize ans il étudiait en même temps Hésiode et Aristophane, Simpson et Newton, Linnée et Boërhave, Lavoisier et Black, et lorsqu'à l'entrée de la jeunesse il sortait du cercle étroit où l'avaient d'abord confiné les opinions religieuses de sa famille [*], il attirait tout de suite sur lui l'attention des esprits les plus éminents et des plus grands personnages de l'Angleterre. Porson l'admettait à discuter avec lui les points controversés d'archéologie et de philologie grecques; le duc de Richmond lui proposait d'entrer dans la carrière politique en devenant son secrétaire; Burke et Windham lui con-

(*) Il était quaker de naissance.

Young n'a jamais bien compris la différence qu'il y a entre un *aperçu* et une véritable démonstration, ainsi que Laplace le lui reprochait dans une lettre que l'éditeur des Œuvres de Young a publiée (t. Ier, p. 374). Il ne faut pas entendre par là seulement que Young a ignoré ou négligé l'art de présenter ses découvertes sous cette forme classique qui les aurait fait accueillir plus promptement par les interprètes autorisés de la science contemporaine; il faut reconnaître que, dans bien des cas, il a passé à côté de difficultés déjà signalées, sans paraître les apercevoir, et que, d'autres fois, il s'est contenté d'expliquer en gros les phénomènes sans instituer entre l'expérience et la théorie cette comparaison minutieuse qui garantit seule la possession de la vérité [1]. Ainsi

seillaient le barreau et lui offraient leurs directions pour l'étude des lois. Mais personne ne paraissait soupçonner que les sciences physico-mathématiques, la philosophie naturelle, comme on disait alors, fussent la vocation propre de ce brillant et universel génie, et lui-même l'ignorait probablement. Des considérations de famille, le désir de s'assurer la bienveillance d'un oncle riche lui firent embrasser la profession médicale; la nécessité d'un apprentissage régulier le conduisit successivement à Londres, à Édimbourg, à Gœttingue et à Cambridge, et c'est durant son séjour à Gœttingue que sa pensée commença à se fixer sur les objets qui ne devaient plus cesser de l'occuper. Pour le sujet de la thèse qu'il était tenu de composer, il choisit la théorie de la voix humaine; l'étude de la production et de la propagation du son le conduisit bientôt à la théorie générale des ondes et à l'optique.

Bien des gens penseront que cette éducation tout individuelle et spontanée était la meilleure que pût recevoir une pareille nature. Peut-être Young en jugeait-il autrement, lorsqu'il prononçait cette parole mélancolique, conservée par la tradition de ses amis :

« Quand j'étais un enfant je me « croyais un homme; maintenant que je « suis homme, je vois que je ne suis « qu'un enfant [*]. »

[1] Il a dit lui-même qu'il mettait sa gloire et son plaisir à se passer autant que possible de l'expérience.

« For my part, it is my pride and « pleasure, as far as I am able, to su- « persede the necessity of experiments. » (Lettre à M. Gurney, citée par PEACOCK, *Life of Young*, p. 477.)

[*] « When I was a boy, I thought myself a man; now that I am a man, I find myself a boy. » (Peacock, *Life of Young*, p. 117.)

il n'a fait faire aucun progrès à la théorie de la réflexion et de la réfraction, acceptant comme entièrement satisfaisant tout ce que Huyghens en avait dit [1]. Il n'a pas peut-être été assez difficile pour la démonstration expérimentale de son principe fondamental : les deux rayons qu'il faisait interférer lui étaient fournis par un phénomène aussi mystérieux pour lui que pour ses prédécesseurs, *l'inflexion* de la lumière dans l'ombre des corps opaques, et les partisans de l'ancien système pouvaient soutenir, avec quelque apparence de raison, que les interférences n'étaient qu'une particularité spéciale aux phénomènes de diffraction [2]. Ce qu'il a dit de la diffraction est à peu près entièrement inexact. Suivant lui ce phénomène résulterait, dans certains cas, de l'interférence des rayons directs avec les rayons réfléchis sur les bords des corps, et, dans d'autres, de l'interférence des rayons infléchis de côtés opposés par une atmosphère condensée au voisinage de ces bords. Fresnel a montré depuis que les circonstances les plus propres à modifier la proportion de la lumière réfléchie sur les bords, et

[1] Dans ses *Experiments and Inquiries respecting Sound and Light*, Young admet, à peu près sans démonstration, comme avant lui le P. Pardies, que l'onde réfractée est le lieu des points où le mouvement vibratoire arrive dans le même temps (§ 10); dans le Mémoire *On the theory of Light and Colours*, il adopte sans restriction la théorie de la propagation rectiligne donnée par Huyghens, qui est au fond la même que la théorie de la réflexion et de la réfraction.

[2] L'obscurité, le manque de rigueur et tous les défauts de forme qu'il est si facile de relever dans les écrits de Young, ne leur ont pas seulement attiré le jugement défavorable de Laplace et de Poisson, elles ont été l'occasion d'attaques insultantes que la Revue d'Édimbourg a publiées à diverses reprises, et qui par leur succès immérité ont découragé Young et l'ont éloigné de la science pour plusieurs années. L'illustration que s'est acquise au barreau et en politique l'auteur de ces attaques (M. Henri Brougham, depuis lord Brougham), leur a conservé une sorte de célébrité; pour les réduire à leur juste valeur, il suffira de dire que l'auteur, ne pouvant s'expliquer l'expérience fondamentale des interférences, prend le parti de la nier, sans songer un moment à la répéter lui-même.

l'état de l'atmosphère condensée dans leur voisinage, n'exerçaient pas la moindre influence sur les phénomènes de diffraction.

V

Si, en tenant compte de ces remarques critiques, on rapproche l'œuvre de Young de celles de Huyghens et d'Euler, on reconnaîtra qu'au commencement de ce siècle trois points fondamentaux étaient acquis à la science : la notion de la périodicité des vibrations lumineuses, le principe des interférences, et la méthode de raisonnement où l'on considère, à l'exemple de Huyghens, chaque élément d'une onde comme un centre lumineux particulier. Mais on reconnaîtra aussi qu'il existait de graves difficultés dans presque toutes les applications qu'on avait faites de ces principes, et que les géomètres illustres, dont l'opinion gouvernait alors le monde scientifique, ne manquaient pas de bonnes raisons pour justifier leur opposition persistante à la nouvelle doctrine. Personne ne soupçonnait qu'une combinaison du principe des interférences avec le principe de Huyghens donnerait la solution de la plupart de ces difficultés.

Cette découverte était réservée à un jeune ingénieur des ponts et chaussées, qui, peu d'années après sa sortie de l'École polytechnique, dans les circonstances les moins favorables à l'étude, fut amené, par ses réflexions sur les propriétés de la lumière, à sentir l'insuffisance du système newtonien. Augustin-Jean Fresnel (né à Broglie, département de l'Eure, le 10 mai 1788), malgré une santé délicate qui l'avait d'abord retardé dans ses études, était entré à l'École polytechnique à l'âge de seize ans. Admis, à sa sortie de l'école, dans le corps des ponts et chaussées, il avait passé près de trois années à l'École d'application, et, devenu ingénieur, avait d'abord été attaché aux travaux des routes que le

gouvernement impérial faisait construire autour de Napoléon-Vendée, puis, vers la fin de l'année 1812, chargé de prolonger au delà de Nyons [1] la route qui, en rejoignant par la vallée d'Eygues le passage du Mont-Genèvre, devait établir la communication la plus directe entre l'Espagne et l'Italie. Dans l'isolement à peu près complet où il dut ainsi passer plusieurs années, il chercha à se distraire, par des études personnelles, des soucis et des dégoûts de la vie pratique auxquels il resta toujours très-sensible [2]. Ce n'est pas du côté de l'optique que se tournèrent d'abord ses pensées. Sous l'influence des souvenirs d'une éducation de famille où la religion avait tenu la première place, il commença à méditer sur les questions philosophiques et s'efforça de trouver une démonstration scientifique et rigoureuse de la vérité de quelques-unes des croyances qui avaient été jadis pour lui l'objet de la foi la plus ardente; mais il ne communiqua jamais ses pensées qu'aux membres de sa famille et à ses plus intimes amis. Quelques études d'hydraulique et de chimie industrielle l'occupèrent dans le même temps et le firent entrer en relations avec plusieurs membres de l'Académie des sciences, notamment avec Darcet, Thenard et Gay-Lussac. Enfin, probablement dans les premiers mois de 1814, son attention fut attirée de nouveau sur les difficultés que lui avait présentées, à l'École polytechnique, la doctrine acceptée de la matérialité du calorique et de la lu-

[1] Chef-lieu d'arrondissement du département de la Drôme.

[2] « Ce genre de vie, quoique un peu pénible, écrivait-il quelques années plus tard à Arago, en lui racontant ses travaux d'ingénieur, me conviendrait assez si je ne fatiguais que mon corps, et si je n'avais l'esprit tourmenté par les inquiétudes de la surveillance et par la nécessité de gronder et de faire le méchant. » (Lettre à Arago du 14 décembre 1816, N° LVII.) — « Je ne trouve rien de si pénible que d'avoir à mener des hommes, et j'avoue que je n'y entends rien du tout. » (Lettre du 29 décembre 1816 à M. Léonor Mérimée, son oncle, N° LIX.)

mière, et la recherche d'une théorie plus satisfaisante devint bientôt le but de ses efforts [1].

Il n'était point préparé à cette recherche par les études de l'École polytechnique. L'enseignement de la physique, confié depuis l'origine à l'ancien membre de la Commune de Paris, Hassenfratz, était bien loin d'avoir dans cette grande école l'importance que Petit lui donna quelques années après [2]. Fresnel n'avait pu y trouver aucune notion tant soit peu exacte des travaux de ses devanciers sur la théorie des ondes, et dans l'isolement où il avait toujours vécu, il n'avait pu suppléer à l'imperfection de ses connaissances par la lecture de bons traités généraux de physique, qui faisaient défaut à cette époque [3]. Cette situation, qui l'exposait à se consumer en efforts stériles sur des questions déjà résolues ou trop éloignées encore de leur solution [4], aurait pu se prolonger

(1) La première indication de la direction nouvelle des pensées de Fresnel se trouve dans la lettre à Léonor Fresnel du 15 mai 1814 : « Je voudrais bien, » lui disait-il, après avoir demandé l'envoi d'un exemplaire de la Physique de Haüy, « avoir aussi des mémoires qui me missent au fait des découvertes des physiciens français sur la polarisation de la lumière. J'ai vu dans le Moniteur, il y a quelques mois, que Biot avait lu à l'Institut un mémoire fort intéressant sur la *polarisation de la lumière*. J'ai beau me casser la tête, je ne devine pas ce que c'est. » (Voyez N° LIX.)

Le mémoire de Biot est probablement le *Mémoire sur une nouvelle application de la théorie des oscillations de la lumière*, qui a été lu à la première classe de l'Institut le 27 décembre 1813. Cette date fixerait à peu près l'époque des premières réflexions de Fresnel sur la lumière.

(2) Voyez, sur Hassenfratz et son enseignement l'Histoire de ma jeunesse, d'Arago, t. I, p. 12.

(3) En dehors des anciens ouvrages des auteurs du XVIII^e siècle, on n'avait guère à cette époque que le Traité de physique de Haüy et celui de Libes, tous deux bien incomplets sur l'optique.

(4) On ne peut guère juger d'une autre manière l'explication prétendue nouvelle de l'aberration, et l'essai d'une théorie de la dilatation des corps dont il est question dans les lettres à Léonor Fresnel en date de 1814. (Voyez le N° LIX.) L'explication de l'aberration est l'objet principal d'un écrit étendu, que Fresnel appelait lui-même ses *Ré-*

longtemps si les événements politiques de 1815, en arrêtant pendant quelques mois la carrière d'ingénieur de Fresnel, ne lui avaient donné des loisirs forcés, dont l'emploi fut décisif pour son avenir scientifique. Suspendu de ses fonctions d'ingénieur et mis en surveillance à Nyons, au début des Cent-jours, pour s'être joint comme volontaire à la petite armée qui, sous les ordres du duc d'Angoulême, avait tenté un moment de résister dans le Midi à Napoléon revenu de l'île d'Elbe, il ne fut réintégré dans le cadre des ponts et chaussées qu'au mois de juillet par la seconde Restauration, et rappelé au service actif qu'à la fin de 1815. L'intervention bienveillante du préfet de police des Cent-jours, M. le comte Réal, en obtenant pour lui l'autorisation de se rendre de Nyons au village de Mathieu, près de Caen, où s'était retirée sa mère, le ramena à Paris pour quelques jours et lui permit de solliciter les conseils de quelques-uns des maîtres de la science et particulièrement d'Arago. Ce qu'on connaît de ces conseils[1] n'est pas de nature à faire penser qu'ils aient été d'une grande utilité directe pour le jeune physicien; mais l'accueil bienveillant d'Arago lui fut sans doute un encouragement puissant à poursuivre ses recherches.

C'est à l'étude de la diffraction qu'il consacra son séjour au village de Mathieu. Comme Young, il avait promptement reconnu que le phénomène des ombres, qui passait pour la difficulté la

veries, et qu'il a plus tard condamné à un oubli, d'où il a paru inutile de le tirer. La correspondance qu'on vient de citer en donne suffisamment l'idée.

[1] Voyez le billet d'Arago mentionné dans la note de M. de Senarmont sur la lettre de Fresnel à Arago en date du 23 septembre 1815. (N° I de cette édition.) Arago se borne à indiquer à Fresnel des écrits sur la diffraction, qu'il lui était impossible de consulter hors de Paris, et dont la plupart, rédigés en langue anglaise, n'auraient pu lui être utiles qu'avec le concours d'un interprète suffisamment versé dans la science pour en comprendre le sens véritable.

plus grave du système des ondulations, offrait dans le phénomène accessoire de la diffraction des particularités inexplicables pour le système de l'émission, et il avait compris l'importance d'une connaissance exacte de ces particularités. Il n'avait dans son isolement ni micromètre pour mesurer la largeur des franges qu'il s'agissait d'observer, ni héliostat pour donner aux rayons solaires une direction constante; il se fit lui-même un micromètre avec des fils et des morceaux de carton; il atténua par l'emploi d'une lentille à court foyer les inconvénients du mouvement apparent du soleil; le serrurier du village lui construisit quelques supports, et avec ces appareils grossiers il sut, à force de soins et de patience, obtenir des résultats suffisamment précis pour établir quelques-unes des lois les plus remarquables des phénomènes. Deux Mémoires étendus, présentés à l'Académie des sciences à quelques semaines d'intervalle [1], furent le fruit de ces premières recherches. Arago, qui fut chargé de les examiner de concert avec Poinsot, obtint du directeur général des ponts et chaussées, par l'entremise de Prony, que Fresnel fût autorisé à venir passer quelques mois à Paris, au commencement de 1816, pour répéter ses expériences dans de meilleures conditions, et dans ce séjour Fresnel refondit ses deux premiers écrits pour en composer le Mémoire *sur la Diffraction* qui est inséré au tome I^{er} de la 2^{e} série des *Annales de chimie et de physique* [2]. Ces rédactions successives ne diffèrent en rien d'essentiel, mais les premières contiennent des développements, supprimés dans la dernière, qui donnent une idée plus complète de la marche progressive des recherches de l'auteur, surtout quand on les rapproche de quelques lettres adressées à Arago dans les derniers mois de 1815 [3].

C'est, comme on l'a dit tout à l'heure, par l'étude des ombres

(1) Ce sont les numéros II et IV de la présente édition.

(2) N° VIII de cette édition.

(3) N^{os} I, III et V de cette édition.

que Fresnel a commencé ses recherches; c'est par l'observation de l'ombre d'un fil étroit qu'il a été conduit au principe des interférences.

« J'avais déjà collé plusieurs fois, dit-il dans son premier Mémoire [1], un petit carré de papier noir sur un côté du fil de fer dont je me servais dans mes expériences, et j'avais toujours vu les franges de l'intérieur de l'ombre disparaître du côté du papier, *mais je ne cherchais que son influence sur les franges extérieures* et je me refusais en quelque sorte à la conséquence remarquable où me conduisait ce phénomène. Elle m'a frappé dès que je me suis occupé des franges intérieures, et j'ai fait sur-le-champ cette réflexion : puisque en interceptant la lumière d'un côté du fil on fait disparaître les franges intérieures, le concours des rayons qui arrivent des deux côtés est donc nécessaire à leur production.

« Elles ne peuvent pas provenir du simple mélange de ces rayons, puisque chaque côté du fil séparément ne jette dans l'ombre qu'une lumière continue; c'est donc la rencontre, le croisement même de ces rayons qui produit les franges. Cette conséquence, qui n'est pour ainsi dire que la traduction du phénomène, est tout à fait opposée à l'hypothèse de Newton et confirme la théorie des vibrations. *On conçoit aisément que les vibrations de deux rayons qui se croisent sous un très-petit angle peuvent se contrarier, lorsque les nœuds des unes correspondent aux ventres des autres.* »

Ce passage est tout à fait caractéristique : l'aveu sincère de la préoccupation qui lui a d'abord caché l'importance de son expérience est un exemple de la scrupuleuse fidélité que Fresnel a toujours apportée à l'exposition de ses recherches; la singulière erreur théorique contenue dans les dernières lignes fait voir com-

[1] N° II, § 15 et 16. — Le passage est reproduit N° VIII, § 6; voyez sur l'assertion erronée qui le termine les notes de l'éditeur.

bien ses premières études scientifiques étaient demeurées incomplètes; mais l'ensemble témoigne la faculté précieuse, qu'il posséda tout de suite, d'apercevoir le germe des plus importantes découvertes dans un détail expérimental. La suite du travail montre de quelle manière il savait faire porter toutes ses conséquences à un principe solidement établi.

On y voit d'abord Fresnel, après avoir retrouvé le principe des interférences, retrouver encore les autres idées fondamentales de Young, entre autres l'explication des couleurs des lames minces et la théorie des franges extérieures aux ombres, fondée sur l'hypothèse inexacte de l'interférence des rayons transmis directement avec les rayons réfléchis sur les bords des corps. Mais la vraie théorie de la diffraction se trouve implicitement contenue dans la partie de la première communication académique de Fresnel, où il donne de la réflexion et de la réfraction une théorie exempte des difficultés attachées à la théorie de Huyghens : il prouve en effet qu'il résulte de l'interférence des vibrations envoyées par les divers éléments de la surface réfléchissante ou réfringente qu'il n'y a pas de lumière sensible en dehors de la direction des rayons réfléchis ou réfractés, toutes les fois que l'étendue de la surface est un peu considérable, c'est-à-dire dans les seules conditions où les lois de la réflexion et de la réfraction soient réellement vérifiées; il ne lui restait qu'à appliquer le même principe à la recherche des effets produits par la combinaison des mouvements vibratoires émanés des divers éléments d'une onde lumineuse, et la formation des ombres serait expliquée. Dans la seconde communication, qui est datée du 10 novembre 1815, Fresnel approche encore de cette découverte, en déduisant du même principe l'explication des couleurs des surfaces striées.

Il ne lui fallut pas bien longtemps pour apercevoir cette conséquence de ses principes, et pour reconnaître dans une étude ex-

périmentale plus complète, à quel point la théorie de Young, qui était un moment devenue la sienne, était contredite par les faits. Dès le 15 juillet 1816, il présentait à l'Académie un supplément à ses premières communications [1], où la diffraction est pour la première fois rapportée aux effets de l'interférence des vibrations envoyées par les divers points d'une onde que limitent des écrans opaques. Dans les cas relativement simples d'un fil de petit diamètre et d'un diaphragme étroit, en supposant l'observateur placé à une grande distance du fil ou du diaphragme, il fait voir sans calcul que ces effets doivent être précisément des franges comme celles dont l'observation atteste l'existence, et à défaut d'une comparaison numérique entre la théorie et l'expérience, il établit par une discussion minutieuse, que sa théorie rend compte d'un grand nombre de particularités qui sont tout à fait incompatibles avec la théorie de Young; dans le cas d'un corps ayant de grandes dimensions, les mêmes raisonnements démontrent qu'en raison de la petitesse des longueurs d'onde, la lumière doit décroître très-rapidement dans l'intérieur du cône géométrique, de manière à devenir totalement insensible à une faible distance; mais ils démontrent aussi que ce décroissement doit se faire d'une manière continue. La formation de l'ombre et l'inflexion de la lumière dans cette ombre se trouvent ainsi simultanément expliquées.

Ce fécond aperçu, qui est devenu plus tard une théorie complète, n'est pas la seule découverte qui ait signalé le séjour de Fresnel à Paris pendant une partie de l'année 1816. Le même supplément aux Mémoires sur la diffraction contient la description des expériences célèbres qui ont établi d'une manière définitive que la propriété d'interférence n'appartenait pas seulement aux rayons que la diffraction a détournés de leur direction initiale, et

[1] N° X de la présente édition.

qu'elle peut être manifestée par les rayons réfléchis et réfractés dans les conditions les plus diverses. La détermination des conditions particulières de l'interférence des rayons polarisés, qui a été l'origine du principe des vibrations transversales, remonte à la même époque : il ne pourra en être question que plus loin.

Les nécessités de sa carrière, en rappelant Fresnel à Rennes, où l'attendait un service des plus pénibles [1], ralentirent pendant près d'une année son activité scientifique. C'est vers l'automne de 1817 qu'il fut autorisé à revenir en congé à Paris, et c'est seulement au printemps de 1818 qu'une nomination à un emploi dans le service du canal de l'Ourcq lui permit de considérer ce retour comme définitif. La science devra toujours un souvenir reconnaissant à l'auteur de ces deux mesures, l'honorable M. Becquey, qui, dans les derniers mois de 1817, avait succédé à M. le comte Molé comme directeur général des ponts et chaussées.

C'est précisément vers cette époque qu'une décision de l'Académie des sciences vint engager Fresnel à donner une forme précise et des développements étendus à ce qui n'avait été d'abord qu'un aperçu rapide et un peu vague des véritables causes de la diffraction. Parmi les membres les plus influents de l'Académie se trouvaient des hommes, tels que Laplace et Biot, qui avaient longtemps regardé le système de l'émission comme l'expression de la réalité, et qui croyaient même avoir fait dépendre de ce système des phénomènes qu'avant eux on n'avait pas su y rattacher. Les découvertes de Young et de Fresnel ne les avaient point ébranlés [2];

[1] La surveillance des ateliers de charité que l'administration des travaux publics avait établis à la suite de la disette de 1816.

[2] Voici, à la fin de 1816, tout ce que Biot jugeait à propos de dire des interférences dans son grand Traité de physique expérimentale et mathématique.

« En analysant cette idée (l'idée d'une atmosphère moins réfringente que l'air.

et, persuadés qu'une étude plus approfondie de ces phénomènes de diffraction et d'interférence, qu'on opposait à leur doctrine chérie, fournirait à cette doctrine l'occasion d'un nouveau triomphe, ils firent mettre au concours par l'Académie, pour le grand prix des sciences mathématiques de l'année 1819, la question de la diffraction dans les termes suivants :

« Les phénomènes de la diffraction, découverts par Grimaldi, ensuite étudiés par Hooke et Newton, ont été, dans ces derniers temps, l'objet des recherches de plusieurs physiciens, notamment de MM. Young, Fresnel, Arago, Pouillet, Biot, etc. On a observé les bandes diffractées qui se forment et se propagent hors de l'ombre des corps, celles qui paraissent dans cette ombre même, lorsque les rayons passent simultanément des deux côtés d'un corps très-étroit, et celles qui se forment par réflexion sur les surfaces d'une étendue limitée, lorsque la lumière incidente et réfléchie passe très-près de leurs bords. Mais on n'a pas encore suffisamment déterminé les mouvements des rayons près des corps mêmes où leur inflexion s'opère. La nature de ces mouvements offre donc aujourd'hui le point de la diffraction qu'il importe le plus d'approfondir, parce qu'il renferme le secret du mode physique par lequel les rayons sont infléchis et séparés en diverses bandes de directions et d'intensités inégales. C'est ce qui détermine l'Académie à proposer cette recherche pour sujet d'un prix, en l'énonçant de la manière suivante :

voisine de la surface des corps), on pourrait peut-être, on devrait du moins, y trouver la cause du phénomène suivant, qui a été observé pour la première fois par M. Young. C'est que, lorsqu'une lame étroite et opaque forme derrière elle des franges intérieures à son ombre, on peut faire disparaître ces franges en plaçant un écran opaque en contact avec la lame, ou en plongeant cet écran à une certaine profondeur dans le faisceau des rayons, soit avant la lame étroite, soit après. M. Arago a trouvé que la disparition a lieu également quand on emploie un écran diaphane d'une épaisseur suffisante. » (T. IV, p. 775.)

« 1° *Déterminer par des expériences précises tous les effets de la diffraction des rayons lumineux directs et réfléchis, lorsqu'ils passent séparément ou simultanément près des extrémités d'un ou de plusieurs corps d'une étendue, soit limitée, soit indéfinie, en ayant égard aux intervalles de ces corps, ainsi qu'à la distance du foyer lumineux d'où les rayons émanent;*

« 2° *Conclure de ces expériences, par des inductions mathématiques, les mouvements des rayons dans leur passage près des corps.*

« Le prix sera décerné dans la séance publique de 1819, mais le concours sera fermé le 1[er] août 1818; et ainsi les Mémoires devront être remis avant cette époque, pour que les expériences qu'ils contiendront puissent être vérifiées [1]. »

Ce programme singulier, qui trahit les préoccupations systématiques de ses auteurs, et où le véritable état de la question ne semble pas même soupçonné, n'était pas fait pour engager Fresnel à concourir. Il s'y décida cependant, sur les instances pressantes d'Arago et d'Ampère, et avant le terme fixé il présenta dans les formes voulues [2] le Mémoire sur la diffraction, que l'Académie couronna l'année suivante, et qu'elle fit insérer dans le tome V de ses Mémoires, après qu'elle eut appelé Fresnel à prendre place dans son sein.

[1] Extrait du procès-verbal de la séance publique du 17 mars 1817, inséré dans le tome IV des Annales de chimie et de physique, p. 303.

[2] Une vieille tradition académique exige que, dans la plupart des concours, les noms des auteurs soient tenus secrets jusqu'au moment où le jugement de l'Académie est prononcé. Cet usage est sans inconvénient dans les concours d'éloquence et de poésie; mais dans un concours scientifique il peut arriver que l'auteur d'une découverte importante s'en voie frustré par une publication survenue dans l'intervalle, quelquefois assez long, qui s'écoule entre la clôture et le jugement du concours. Afin de parer autant que possible à cette éventualité, Fresnel déposa, le 20 avril 1818, sous pli cacheté, au secrétariat de l'Académie, une Note sur la théorie de la diffraction, laquelle contenait les principaux résultats développés dans son Mémoire. — C'est le N° XI de la présente édition.

Les questions formellement posées par l'Académie ne tiennent dans ce Mémoire qu'une place très-secondaire. L'auteur prend de plus haut le problème de la diffraction, et ne se propose rien moins que de soumettre le système de l'émission et le système des ondes à l'épreuve d'une comparaison avec l'ensemble des phénomènes que présente la lumière lorsqu'elle se propage dans un milieu homogène, uniréfringent, et qu'elle y rencontre des corps opaques. Des expériences nombreuses lui démontrent clairement que le système de l'émission ne peut rendre raison du moindre fait exactement et complétement observé; le système des ondes, tel qu'on le trouve dans les écrits de Young, n'a pas beaucoup plus de puissance; mais une conception plus forte du système fait évanouir les difficultés, et la simplicité des explications devient telle qu'il n'est pas besoin d'une analyse bien savante pour les traduire en calcul et en comparer les résultats numériques avec ceux de l'observation.

« Nous n'envisageons pas, dit Fresnel, le problème des vibrations d'un fluide élastique sous le même point de vue que les géomètres l'ont fait ordinairement, c'est-à-dire en ne considérant qu'un seul ébranlement. Dans la nature les vibrations ne sont jamais isolées; elles se répètent toujours un grand nombre de fois, comme on peut le remarquer dans les oscillations d'un pendule ou les vibrations des corps sonores. Nous supposerons que les vibrations des particules lumineuses s'exécutent de la même manière, en se succédant régulièrement par séries nombreuses; hypothèse où nous conduit l'analogie, et qui d'ailleurs paraît une conséquence des forces qui tiennent les molécules des corps en équilibre. Pour concevoir une succession nombreuse d'oscillations à peu près égales de la particule éclairante, il suffit de supposer que sa densité est beaucoup plus grande que celle du fluide dans lequel elle oscille. C'est ce qu'on devait déjà conclure de la régu-

larité des mouvements planétaires au travers de ce même fluide, qui remplit les espaces célestes. Il est très-probable aussi que le nerf optique n'est ébranlé de manière à produire la sensation de la vision qu'après un certain nombre de chocs successifs [1]. »

Il résulte de là que, lorsqu'on décompose, à l'exemple de Huyghens, une onde lumineuse en éléments infiniment petits, on doit avoir égard, non-seulement aux ondes qui peuvent simultanément, à un instant donné, résulter de ces divers éléments, mais aux ondes antécédentes et aux ondes consécutives, et combiner, d'après le principe des interférences, les mouvements différents, mais dépendants les uns des autres suivant une loi régulière, que des ondes d'origine diverse apportent à un moment donné en un point donné de l'espace. Des considérations géométriques très-simples et faciles à généraliser font ressortir une conséquence importante de cette combinaison : c'est que le mouvement transmis par une onde sphérique à un point extérieur se réduit au mouvement qui lui est envoyé par une très-petite partie de l'onde, dont le centre est en ligne droite avec la source lumineuse et le point éclairé. — Ainsi se trouve justifiée la notion habituelle d'une propagation rectiligne de la lumière, en même temps que disparaissent les difficultés inhérentes aux raisonnements incomplets de Huyghens [2]. Chaque point extérieur à l'onde ne reçoit de lumière que de la région de l'onde très-voisine du point dont il est le plus rapproché, et tout se passe comme si la lumière se propageait en ligne droite de la source éclairée, parce que cette ligne droite est

(1) Voyez N° XIV, § 34.

(2) Ce n'est pas que pour donner une rigueur complète aux raisonnements de Fresnel il ne soit nécessaire d'y ajouter un commentaire assez étendu; mais ce commentaire n'est qu'un développement de l'idée fondamentale de l'auteur, tout comme le commentaire qu'il a été indispensable d'ajouter aux écrits de Newton et de Leibnitz sur les principes de l'analyse infinitésimale.

le chemin le plus court. Tous les points qui se trouvent à la même distance de l'onde considérée recevant de cette onde au même instant des mouvements identiques, on doit les regarder comme formant une nouvelle onde, qui est l'enveloppe de toutes les ondes élémentaires, ainsi que Huyghens l'avait pressenti. Comme au fond toutes ces conclusions ne reposent que sur les propriétés générales des maxima et des minima, et ne dépendent en rien de la forme sphérique des ondes, elles s'étendent immédiatement à tous les milieux, quelle qu'y puisse être la forme des ondes élémentaires, et quelle que soit la surface que les conditions particulières d'une expérience doivent faire regarder comme l'onde primitive. Enfin la solution des problèmes de la réflexion et de la réfraction est implicitement contenue dans celle du problème de la propagation rectiligne : ce qu'on appelle la direction du rayon réfléchi et du rayon réfracté n'est autre chose que la direction de plus prompte arrivée du mouvement vibratoire, et l'onde réfléchie et réfractée dérive de l'onde incidente, absolument comme dans un milieu illimité une onde quelconque dérive d'une onde antécédente.

Fresnel indique à peine ces conséquences de ses principes. Dans les Notes annexées au Mémoire où il traite de la réflexion et de la réfraction, il se restreint même au cas simple d'une surface plane et d'une onde incidente également plane. Un lecteur attentif ne saurait douter qu'il n'ait aperçu toutes les généralisations que comportait sa pensée : peut-être les a-t-il jugées trop évidentes pour les exposer formellement; peut-être a-t-il cru qu'il n'était pas opportun de le faire dans un Mémoire dont l'objet essentiel devait être la théorie de la diffraction. C'est en effet à fonder définitivement cette théorie sur ses véritables bases que la plus grande partie du Mémoire est consacrée. Les traits généraux des phénomènes, la formation des ombres, l'apparition constante de

franges colorées à l'extérieur des ombres, la présence d'un autre système de franges dans leur intérieur, qui se manifeste toutes les fois qu'on réduit suffisamment les dimensions des corps opaques, trouvent aisément leur explication. Si au moyen d'un corps opaque on arrête une partie de l'onde émanée d'un point lumineux, le mouvement vibratoire ne se propage pas seulement suivant le prolongement des rayons qui ne sont pas rencontrés par le corps opaque; il pénètre dans le cône que circonscrivent les rayons tangents à ce corps, mais en s'affaiblissant rapidement, de manière à être insensible lorsque la distance des limites de ce cône est considérable par rapport à la longueur d'ondulation; en dehors de l'ombre ainsi formée et à une grande distance, la lumière transmise est sensiblement la même que si ce corps opaque n'existait pas, car il ne supprime que des éléments de l'onde dont l'influence sur le mouvement propagé en ces points est négligeable, mais il en est autrement au voisinage de l'ombre : les éléments supprimés de l'onde lumineuse ont une influence sensible, et, suivant le signe de la vitesse des vibrations qu'ils enverraient au point considéré et le signe de la vitesse qu'envoient les éléments conservés, l'effet de cette suppression est tantôt un accroissement, tantôt un affaiblissement de la lumière; de là les franges extérieures. Enfin, lorsque l'ombre est de faible étendue, les mouvements vibratoires qui pénètrent de divers côtés dans son intérieur ont une intensité sensible dans toute cette étendue, et comme évidemment ils n'ont pas tous parcouru des chemins identiques, leurs interférences doivent produire des franges.

A cette confirmation générale de la théorie s'ajoute la confirmation bien plus puissante d'un accord numérique minutieux entre le calcul et l'observation, dans le cas où l'application du calcul est possible. Lorsque les corps opaques sont limités par des bords rectilignes indéfinis, parallèles entre eux et équidistants de la

source de lumière, la solution numérique du problème dépend seulement de deux intégrales qui ne peuvent s'exprimer en termes finis, mais que Fresnel a évaluées par approximation et ensuite discutées dans un certain nombre de cas particuliers. L'accord du calcul et de l'expérience se maintient toujours jusque dans les détails les plus minutieux.

Tel est le Mémoire dont l'Académie confia le jugement à une commission, où trois partisans avoués de la doctrine de l'émission, Laplace, Biot et Poisson, se trouvaient réunis à Arago et Gay-Lussac, le premier tout dévoué aux idées nouvelles, le second peu familiarisé par ses études avec la question agitée, mais disposé par caractère à une sage impartialité. Un seul concurrent entra en lice avec Fresnel; c'était à ce qu'il paraît un physicien exercé, mais peu au courant des progrès récents de la science, et disposé à se contenter de moyens d'observation médiocrement précis [1], et son travail ne fut pas mis un instant en balance avec celui de Fresnel. Un incident remarquable fit une grande impression sur l'esprit des juges, et, sans changer le fond de leurs convictions, détermina probablement l'unanimité de la sentence académique. Poisson remarqua que les intégrales d'où l'auteur faisait dépendre le calcul des intensités de la lumière diffractée pouvaient s'évaluer exactement pour le centre de l'ombre d'un petit écran circulaire opaque et pour le centre de la projection conique d'une petite ouverture circulaire. Dans le premier cas, elles donnaient la même intensité que si l'écran circulaire n'existait pas; dans le second cas, elles donnaient une intensité variable avec la distance et sensiblement égale à zéro pour un certain nombre de distances déterminées par une loi très-simple. Fresnel fut invité à soumettre à l'épreuve de l'expérience ces deux cas, épreuves imprévues et

(1) Voyez le Rapport d'Arago, N° XIII de la présente édition, vers la fin.

paradoxales de sa théorie, et l'expérience les confirma victorieusement [1].

La postérité a ratifié le jugement de l'Académie, et aujourd'hui, près d'un demi-siècle après le concours de 1818, le Mémoire de Fresnel est considéré par tous comme une de ces œuvres impérissables dont l'étude est encore fructueuse longtemps après que la science les a dépassées. Il n'a pas même été dépassé de bien loin. La question que Fresnel avait expressément laissée de côté, celle du mécanisme par lequel naissent les ondes élémentaires issues des divers points d'une onde primitive, et des lois que suivent à la surface de ces ondes la direction et l'intensité des vibrations, n'est pas résolue d'une manière satisfaisante, malgré les efforts de quelques-uns des physiciens les plus distingués de notre temps [2]. Ce qu'on a ajouté de tout à fait solide et d'universellement accepté à l'œuvre de Fresnel se réduit à un développement de ses idées et même à un perfectionnement de ses méthodes de calcul. D'habiles géomètres ont su ramener à une analyse simple et élégante des problèmes beaucoup plus complexes que ceux que Fresnel avait abordés. Dans tous les cas, l'accord de l'expérience et de la théorie s'est maintenu, et l'on a pu dire sans exagération que « la « théorie des ondulations prédit les phénomènes de diffraction « aussi exactement que la théorie de la gravitation prédit les mou- « vements des corps célestes [3]. »

[1] Voyez le Rapport d'Arago (N° XIII de cette édition) et la première des notes ajoutées par Fresnel à son Mémoire.

[2] Voyez, dans les Annales de chimie et de physique, 3e série, *passim*, les travaux de MM. Stokes, Holtzmann, Eisenlohr, Lorenz, sur les changements de polarisation produits par la diffraction.

[3] Schwerd, *Die Beugungserscheinungen*, p. x (vers la fin de la préface).

VI

Vers l'époque où il commençait d'apercevoir le principe de la vraie théorie des phénomènes de diffraction, Fresnel entreprenait ces études sur l'interférence réciproque des rayons polarisés [1], qui devaient, en le conduisant au principe des vibrations transversales, devenir le fondement de recherches ultérieures. L'histoire de cette seconde série de travaux est rendue particulièrement intéressante par l'intervention de Young rappelé à ses études chéries par les succès de son jeune rival; on ne peut d'ailleurs l'exposer clairement sans remonter aux origines.

C'est à Huyghens qu'appartient la première observation des phénomènes de polarisation. Vers la fin du chapitre v du Traité de la Lumière se trouvent rapportées des observations qui établissent qu'un rayon transmis par un premier cristal biréfringent, qui en rencontre un deuxième, donne généralement naissance à deux rayons d'intensités inégales, variables avec l'orientation de ce deuxième cristal. *Mais*, ajoute l'auteur en terminant, *pour dire comme cela se fait, je n'ai rien trouvé jusqu'ici qui puisse me satisfaire* [2]. Il était en effet assez difficile de concevoir comment des vibrations parallèles à la direction du rayon lumineux pouvaient agir de manières différentes dans des plans différents menés par le rayon.

Newton a beaucoup insisté sur cette difficulté et l'a opposée comme une objection irréfutable à la doctrine des ondes. Peut-être, s'il avait ignoré l'observation de Huyghens, aurait-il fini par se ranger à cette doctrine : comment n'aurait-il pas senti que,

(1) Le premier Mémoire de Fresnel sur ce sujet (N° XV) a été présenté à l'Académie des sciences le 7 octobre 1816.

(2) Voyez pages 89-91 du Traité de la Lumière.

contrairement à une des maximes de la philosophie, il *multipliait les êtres sans nécessité* en admettant à la fois des molécules d'une nature particulière pour constituer les rayons lumineux, et les vibrations d'un éther pour déterminer ces molécules à la production de certains effets? Mais supposer qu'un système de vibrations, telles qu'on les concevait de son temps, présentât des côtés différents, lui parut toujours entièrement inadmissible : il lui sembla au contraire que des molécules douées d'une polarité analogue à celle des aimants devaient donner lieu à des effets variables avec l'orientation de leurs axes, lorsqu'elles rencontreraient un milieu constitué par des molécules également polaires, comme paraissent devoir l'être les molécules qui, pour former un cristal, se groupent suivant un arrangement toujours le même [1].

Cette idée de Newton reçut de nouveaux développements lorsque, dans les premières années de ce siècle, Malus eut confirmé et généralisé d'une manière inattendue les observations de Huyghens, et il sembla un moment que l'existence des molécules lumineuses et les mouvements de leurs *axes de polarisation* eussent le droit d'être considérés comme des faits d'expérience. On ne s'arrêta pas devant la complexité croissante des hypothèses qu'il fallut imaginer pour faire concorder cette hypothèse avec les phénomènes nouveaux dont la science s'enrichit si rapidement vers cette époque, particulièrement avec ceux de la polarisation chromatique. On sait que, dans l'été de l'année 1811, Arago fut conduit, par l'étude suivie d'une première observation fortuite, à découvrir dans la lumière polarisée la faculté de se diviser en deux rayons teints de couleurs complémentaires, lorsque, après l'avoir transmise par une lame mince douée de la double réfraction, on la reçoit sur un analyseur biréfringent. Arago considéra tout de suite le dévelop-

[1] Voyez l'Optique de Newton, questions XXVIII et XXIX.

pement des couleurs comme dû à la diversité des modifications apportées par la lame mince à l'état de polarisation des divers éléments simples de la lumière blanche; mais c'est Biot qui s'attacha spécialement à l'étude du détail de ces modifications. Frappé d'une circonstance remarquable, le retour périodique de deux polarisations différentes, séparées par des états intermédiaires où la lumière offrait les apparences d'un mélange de lumière naturelle et de lumière polarisée, Biot crut avoir découvert une oscillation périodique des axes de polarisation, précédant le moment où ils se répartissent d'une manière définitive entre la section principale du cristal et le plan perpendiculaire. Si l'on rapproche cette notion d'un mouvement oscillatoire des autres hypothèses qu'avaient déjà exigées les autres phénomènes de l'optique, on verra qu'il fallait concevoir dans les molécules lumineuses le système suivant de propriétés :

1° Les molécules lumineuses sont des polyèdres où l'on doit remarquer à la fois l'axe de polarisation, qui est un axe de symétrie, et un autre axe perpendiculaire sur le précédent, dont une extrémité est attirée et l'autre repoussée par les corps réfringents.

2° Dans un rayon de lumière naturelle les axes de polarisation des molécules successives sont orientés de toutes les manières possibles, mais toujours perpendiculaires à la direction du rayon.

3° Les molécules tournent sans cesse autour de leur axe de polarisation avec une vitesse uniforme dépendant de la couleur, de manière que l'extrémité attractive et l'extrémité répulsive se présentent tour à tour à l'action des milieux réfringents qu'elles peuvent rencontrer; de là dépendent les accès de facile transmission et de facile réflexion.

4° La réflexion n'exerce aucune influence sur la rotation de chaque molécule autour de son axe de polarisation; mais elle tend à amener les axes de toutes les molécules à être parallèles au

plan de réflexion, et c'est dans cet arrangement régulier que l'état de polarisation consiste.

5° La réfraction altère la vitesse de rotation des molécules dans un rapport qui dépend de la nature du milieu réfringent et de l'angle d'incidence; en outre elle tend à amener les axes de polarisation à être perpendiculaires au plan de réfraction.

6° Lorsqu'il y a double réfraction, les axes de polarisation commencent par affecter un mouvement oscillatoire entre leur position initiale et une position symétrique par rapport à la section principale; les durées de ces oscillations sont pour les molécules de couleurs diverses proportionnelles aux durées des rotations autour des axes de polarisation.

7° A une certaine profondeur ces oscillations sont terminées et font place à une répartition des axes de polarisation entre deux plans perpendiculaires l'un sur l'autre; on a toujours négligé de dire comment la transition devait être conçue.

Pour renverser ce pénible échafaudage d'hypothèses indépendantes les unes des autres, il suffit presque de le regarder en face et de chercher à le comprendre. Que peuvent être ces faces réfléchissantes et réfringentes qui, en même temps qu'elles repoussent, attirent les molécules lumineuses, tantôt donnent à leurs axes de polarisation une direction fixe et commune, tantôt commencent par les faire osciller entre de certaines limites, tantôt modifient la vitesse de rotation des molécules autour de ces axes, etc. etc.? Quelles sont les véritables forces élémentaires, simplement attractives ou répulsives et fonctions des seules distances d'où résultent ces opérations diverses? On n'a pas même essayé de le rechercher, et cependant on a longtemps présenté ce chaos d'hypothèses comme une vraie théorie *mécanique* des phénomènes, et dans les diverses éditions de son Précis de Physique, Biot n'a cessé de l'opposer aux idées si claires et si simples de Fresnel.

Le seul Young s'était montré rebelle à l'opinion commune, et n'avait cessé de protester contre les prétendus triomphes du système de l'émission. Dans les articles de la *Quarterly Review* où il a résumé, de 1809 à 1814, les travaux de quelques-uns des principaux physiciens ses contemporains, tout en avouant qu'il n'avait pas la solution des difficultés reconnues par Huyghens et Newton, il a maintenu qu'à tout prendre, le système des ondes avait encore l'avantage sur le système de l'émission, et que, s'il ne permettait pas de concevoir la nature de la lumière polarisée, il suggérait au moins, entre les propriétés les plus remarquables de ce genre de lumière et le principe des interférences, un rapprochement important, où devait se trouver le germe d'une vraie théorie. La loi à laquelle Biot a ramené tous les phénomènes de la polarisation chromatique est simplement suivant lui [1] :

« Une expression des phénomènes considérés à part de tous les phénomènes optiques, ce n'est pas une explication qui les ramène à être les analogues d'une classe de phénomènes plus étendue.... Ces phénomènes, comme tous les autres cas des couleurs *récurrentes*, sont parfaitement réductibles aux lois générales de l'interférence.... Toutes leurs complications apparentes, tout le caprice de leurs variétés ne sont que des conséquences nécessaires de la plus simple application de ces lois. Ce sont en réalité de simples variétés des couleurs des *plaques mixtes* (*mixed plates*), dont les apparences reproduisent les couleurs de simples lames minces, si l'on suppose les densités de celles-ci augmentées dans le rapport de la différence des densités réfractives au double de la densité réfractive totale... Les mesures que M. Biot a prises diffèrent beaucoup moins des résultats d'un calcul fondé sur ces seuls principes qu'elles ne diffèrent entre elles. »

[1] Voyez les Œuvres de Young; éd. de Peacocke, T. I, p. 269.

A la suite de ce passage, où les prétendues explications de Biot sont si bien réduites à leur juste valeur, Young présente, sous la forme brève et parfois obscure qui lui est propre, une remarque capitale : c'est que l'épaisseur d'une lame de quartz et l'épaisseur d'une lame d'air, qui transmettent la même couleur dans l'expérience d'Arago et dans l'expérience des anneaux de Newton, sont précisément telles que la différence des durées de propagation du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire, dans la lame cristallisée, soit égale à la différence des durées de propagation du rayon transmis directement par la lame d'air et du rayon transmis après deux réflexions intérieures. Si l'un des phénomènes est un effet d'interférence, il est difficile de croire que l'autre ne le soit pas.

Il manquait bien des choses, et Young le reconnaît lui-même, à cette généralisation, pour devenir une théorie. Pourquoi était-il nécessaire au développement des couleurs, dans ce mode particulier d'interférence, que les deux rayons fussent issus d'un rayon déjà polarisé et non d'un rayon naturel? Pourquoi les couleurs n'apparaissaient-elles qu'à la condition d'une seconde action polarisante, consécutive au passage de la lumière dans la lame? Et lorsque cette action polarisante était le résultat d'une double réfraction, pourquoi apparaissait-il dans les deux faisceaux ainsi engendrés des couleurs complémentaires? A ces diverses questions le principe des interférences, tel que Young l'avait conçu et démontré, n'apportait aucune réponse. Ce puissant esprit, qui sentait clairement qu'il était près d'atteindre la vérité, devait cependant reconnaître qu'un dernier obstacle, dont il ne soupçonnait même pas la nature, l'en tenait encore écarté. Vers la fin de 1815, il exprimait à Brewster le découragement dont il ne pouvait plus se défendre après d'infructueux efforts.

« Quant à mes hypothèses fondamentales sur la nature de la

Le seul Young s'était montré rebelle à l'opinion commune, et n'avait cessé de protester contre les prétendus triomphes du système de l'émission. Dans les articles de la *Quarterly Review* où il a résumé, de 1809 à 1814, les travaux de quelques-uns des principaux physiciens ses contemporains, tout en avouant qu'il n'avait pas la solution des difficultés reconnues par Huyghens et Newton, il a maintenu qu'à tout prendre, le système des ondes avait encore l'avantage sur le système de l'émission, et que, s'il ne permettait pas de concevoir la nature de la lumière polarisée, il suggérait au moins, entre les propriétés les plus remarquables de ce genre de lumière et le principe des interférences, un rapprochement important, où devait se trouver le germe d'une vraie théorie. La loi à laquelle Biot a ramené tous les phénomènes de la polarisation chromatique est simplement suivant lui [1] :

« Une expression des phénomènes considérés à part de tous les phénomènes optiques, ce n'est pas une explication qui les ramène à être les analogues d'une classe de phénomènes plus étendue.... Ces phénomènes, comme tous les autres cas des couleurs *récurrentes*, sont parfaitement réductibles aux lois générales de l'interférence.... Toutes leurs complications apparentes, tout le caprice de leurs variétés ne sont que des conséquences nécessaires de la plus simple application de ces lois. Ce sont en réalité de simples variétés des couleurs des *plaques mixtes* (*mixed plates*), dont les apparences reproduisent les couleurs de simples lames minces, si l'on suppose les densités de celles-ci augmentées dans le rapport de la différence des densités réfractives au double de la densité réfractive totale... Les mesures que M. Biot a prises diffèrent beaucoup moins des résultats d'un calcul fondé sur ces seuls principes qu'elles ne diffèrent entre elles. »

[1] Voyez les Œuvres de Young; éd. de Peacocke, T. I, p. 269.

A la suite de ce passage, où les prétendues explications de Biot sont si bien réduites à leur juste valeur, Young présente, sous la forme brève et parfois obscure qui lui est propre, une remarque capitale : c'est que l'épaisseur d'une lame de quartz et l'épaisseur d'une lame d'air, qui transmettent la même couleur dans l'expérience d'Arago et dans l'expérience des anneaux de Newton, sont précisément telles que la différence des durées de propagation du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire, dans la lame cristallisée, soit égale à la différence des durées de propagation du rayon transmis directement par la lame d'air et du rayon transmis après deux réflexions intérieures. Si l'un des phénomènes est un effet d'interférence, il est difficile de croire que l'autre ne le soit pas.

Il manquait bien des choses, et Young le reconnaît lui-même, à cette généralisation, pour devenir une théorie. Pourquoi était-il nécessaire au développement des couleurs, dans ce mode particulier d'interférence, que les deux rayons fussent issus d'un rayon déjà polarisé et non d'un rayon naturel? Pourquoi les couleurs n'apparaissaient-elles qu'à la condition d'une seconde action polarisante, consécutive au passage de la lumière dans la lame? Et lorsque cette action polarisante était le résultat d'une double réfraction, pourquoi apparaissait-il dans les deux faisceaux ainsi engendrés des couleurs complémentaires? A ces diverses questions le principe des interférences, tel que Young l'avait conçu et démontré, n'apportait aucune réponse. Ce puissant esprit, qui sentait clairement qu'il était près d'atteindre la vérité, devait cependant reconnaître qu'un dernier obstacle, dont il ne soupçonnait même pas la nature, l'en tenait encore écarté. Vers la fin de 1815, il exprimait à Brewster le découragement dont il ne pouvait plus se défendre après d'infructueux efforts.

«Quant à mes hypothèses fondamentales sur la nature de la

« lumière, je suis, disait-il, tous les jours moins disposé à en « occuper ma pensée, à mesure qu'un plus grand nombre de faits, « du genre de ceux que M. Malus a découverts, viennent à ma « connaissance; car si ces hypothèses ne sont pas incompatibles « avec ces faits, assurément elles ne nous sont d'aucun secours « pour en trouver l'explication [1]. »

VII

Comme Young, Fresnel reconnut à la fois qu'une analogie remarquable existait entre les lois des couleurs produites par l'interférence et les lois de la coloration des lames cristallisées dans la lumière polarisée, et que cette analogie n'était pas une explication suffisante du second de ces phénomènes [2]. Mais il chercha tout de suite à déterminer la raison de cette insuffisance, en examinant si la polarisation de la lumière ne modifiait pas profondément les lois ordinaires de l'interférence.

Ses premières recherches sur ce sujet remontent à cet été de 1816, que la bienveillance de ses chefs l'autorisa à passer à Paris, et qu'il sut rendre si fructueux en découvertes; le 7 octobre de cette année il en communiqua les résultats à l'Académie [3]. Après avoir rappelé son expérience de l'interférence des rayons réfléchis sur deux miroirs, il ajoutait :

« Cette expérience, dont j'ai donné les détails dans le dernier Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, m'a

[1] *Miscellaneous Works*, tome Ier, page 361.

[2] Fresnel eut connaissance, par l'intermédiaire d'Arago, de l'article de la *Quarterly Review*, auquel on a emprunté la citation précédente, mais seulement après que ses propres réflexions l'eurent conduit aux mêmes conclusions.

[3] Voyez le Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres, qui paraît pour la première fois dans cette édition [N° XV (B)].

conduit, par analogie, à essayer si les deux images que l'on obtient en plaçant un rhomboïde de spath calcaire devant un point lumineux produiraient le même effet que celles qui sont réfléchies par deux miroirs. Le rhomboïde dont je me suis servi n'ayant pas une grande épaisseur, les deux images se trouvaient assez rapprochées pour que les franges eussent une largeur suffisante. Ainsi il ne restait plus à remplir que la condition d'égalité entre les chemins parcourus au même instant par les deux systèmes d'ondulations lumineuses. Pour cela j'ai fait traverser au faisceau extraordinaire une plaque de verre dont l'épaisseur avait été déterminée de manière à lui faire perdre à très-peu près, sous l'incidence perpendiculaire, toute l'avance qu'il avait prise dans le cristal sur le faisceau ordinaire; en sorte qu'en inclinant légèrement cette plaque, on pouvait établir à cet égard une compensation exacte. Cependant je n'ai jamais aperçu de franges, quoique j'aie répété cette expérience un grand nombre de fois.

« A la vérité l'espace dans lequel j'espérais les découvrir était peu étendu, et occupé d'ailleurs en partie par les bandes que projetait le bord de la plaque de verre. Mais en la plaçant de manière qu'elles fussent dirigées dans un autre sens que les franges qui devaient résulter de deux points lumineux, elles ne pouvaient plus se confondre tellement avec celles-ci qu'elles empêchassent entièrement de les distinguer. Néanmoins, pour éviter tout à fait cet inconvénient, j'ai enlevé la plaque de verre, et j'ai reçu les rayons, qui avaient traversé le cristal, sur une petite glace non étamée, dont l'épaisseur avait été calculée de manière que la différence entre les chemins parcourus par les rayons réfléchis à la première et à la seconde surface, sous l'incidence perpendiculaire, fût un peu plus grande que celle qui résultait de la double réfraction, en sorte que, par un tâtonnement facile, on pouvait trouver une inclinaison telle que ces différences fussent égales. Les rayons

ordinaires réfléchis à la première surface et les rayons extraordinaires réfléchis à la seconde se trouvaient alors dans les circonstances propres à la formation des franges. Cependant je n'en ai jamais pu découvrir aucune, avec quelque lenteur que je fisse varier l'inclinaison de la glace.

« J'ai essayé encore un autre procédé, qui conservait à la lumière incidente toute sa vivacité, et resserrait tellement les limites du tâtonnement, que j'étais sûr d'apercevoir les franges qui résulteraient de l'action réciproque des deux faisceaux lumineux, si toutefois ils pouvaient en produire. J'ai fait scier en deux le rhomboïde de spath calcaire dont je m'étais déjà servi, et ayant obtenu ainsi deux rhomboïdes d'une épaisseur égale, je les ai placés l'un devant l'autre, en croisant leurs axes, de manière que les deux sections principales fussent perpendiculaires entre elles. Dans cette situation des cristaux, je ne voyais au travers que deux images du point lumineux, et les deux faisceaux ayant subi successivement des réfractions différentes devaient sortir au même instant du second rhomboïde, puisque son épaisseur était égale à celle du premier. Je faisais d'ailleurs varier légèrement et très-lentement l'inclinaison du second relativement au rayon incident, pour compenser par là la différence d'épaisseur, s'il y en avait une, tandis que je cherchais les franges à l'aide de la loupe. Malgré toutes ces précautions je n'en ai jamais aperçu, et ce troisième essai n'a pas eu plus de succès que les précédents.

« J'en ai conclu que les deux systèmes d'ondes dans lesquels se divise la lumière en traversant les cristaux n'avaient aucune action l'un sur l'autre, ou du moins que leur influence mutuelle ne pouvait pas produire de résultat apparent. »

Fresnel se hâta de communiquer cette conclusion à Arago, qui était devenu bien vite le confident de toutes ses pensées scientifiques et le défenseur le plus actif de ses découvertes. Arago en

sentit toute l'importance, et par cette raison même, jugea qu'il était nécessaire d'en chercher une démonstration tout à fait directe « en « s'assurant si, dans les circonstances ordinaires où se forment les « franges, elles disparaîtraient par la polarisation en sens contraire « des deux faisceaux lumineux qui concourent à leur production. » Ainsi se forma entre les deux amis une association qui doit rester à jamais mémorable, tant par l'importance des résultats que par le soin scrupuleux qu'ils ont pris, en les exposant, de distinguer ce qui, dans ce travail commun, appartient plus particulièrement à chacun d'eux. On ne saurait mieux faire que de leur emprunter l'expression définitive des conséquences de leurs expériences :

« 1° Dans les mêmes circonstances, disent-ils, où deux rayons de lumière paraissent mutuellement se détruire, deux rayons *polarisés en sens contraires* n'exercent l'un sur l'autre aucune action appréciable;

« 2° Les rayons de lumière polarisés dans un seul sens agissent l'un sur l'autre comme les rayons naturels : en sorte que, dans ces deux espèces de lumières, les phénomènes d'interférence sont absolument les mêmes;

« 3° Deux rayons *primitivement polarisés en sens contraires* peuvent ensuite être ramenés à un même plan de polarisation, *sans néanmoins acquérir par là la faculté de s'influencer;*

« 4° *Deux rayons polarisés en sens contraires, et ramenés ensuite à des polarisations analogues*, s'influencent comme les rayons naturels, *s'ils proviennent d'un faisceau primitivement polarisé dans un seul sens;*

« 5° Dans les phénomènes d'interférence produits par les rayons qui ont éprouvé la double réfraction, la place des franges n'est pas déterminée uniquement par la différence des chemins et par celle des vitesses; et dans quelques circonstances il faut tenir compte, de plus, d'une différence égale à une demi-ondula-

tion[1]. » Ces lois étaient le complément nécessaire qui manquait à l'explication de Young.

VIII

Mais Fresnel ne pouvait se contenter d'avoir ramené à des lois générales les conditions particulières du développement des couleurs dans l'expérience des lames cristallisées. Le principe des interférences n'était pas pour lui ce qu'il était pour Biot, une propriété curieuse de la lumière, explicable peut-être par les lois de notre organisation : c'était à la fois la conséquence la plus évidente de l'hypothèse des ondes, et le fondement de la plupart de ses théories. Comment la destruction réciproque de deux rayons lumineux pouvait-elle exiger d'autres conditions qu'une valeur particulière de la différence de marche, si cette valeur particulière était toujours accompagnée de l'opposition de signe des vitesses de vibration ? Comment d'ailleurs, ainsi que se l'était demandé Newton, un système de vibrations pouvait-il offrir quelque chose d'analogue à la diversité des propriétés des faces d'une molécule polaire ? Fresnel comprit bien vite qu'il n'y aurait jamais de réponse à ces questions tant qu'on n'abandonnerait pas la notion des vibrations purement longitudinales. Il supposa d'abord que la lumière polarisée pouvait consister dans des vibrations transversales présentant à la fois des nœuds condensés et dilatés sur une même surface sphérique, de sorte que, dans certains cas d'interférence,

(1) Le Mémoire d'Arago et de Fresnel n'a été inséré dans les Annales de chimie et de physique qu'au printemps de 1819, mais les expériences qui y sont décrites remontent à l'été de 1816. Le Mémoire présenté à l'Académie des sciences en octobre 1816 contient de ces expériences un récit plus détaillé, où l'on voit mieux encore comment sont nées successivement les pensées des deux auteurs. (Voyez le N° XV de cette édition.)

les points d'accord et de discordance fussent rapprochés les uns des autres au point de donner à l'œil une sensation de lumière continue. Ampère lui suggéra que deux systèmes d'ondulations où le mouvement progressif des molécules du fluide serait modifié par un mouvement transversal de va-et-vient, qui lui serait perpendiculaire et égal en intensité, pourraient n'exercer aucune action l'un sur l'autre, lorsqu'à l'accord du mouvement progressif répondrait la discordance des mouvements transversaux ou réciproquement[1]. Mais l'idée d'un système d'ondes qui propageraient des vibrations transversales parut une absurdité mécanique à tous les savants contemporains, spécialement à Arago, qui ne put, à aucun moment de sa vie, se décider à l'admettre[2], et l'influence de ce puissant collaborateur détermina Fresnel à abandonner pour un temps toute explication fondée sur cette hypothèse. Il s'attacha même à conserver dans plusieurs de ses écrits, notamment dans son Mémoire définitif sur la diffraction, le langage implicite de l'hypothèse des vibrations longitudinales.

Des idées semblables se présentèrent à l'esprit de Young aussitôt qu'il eut connaissance des expériences de Fresnel et d'Arago. Mais, pas plus que Fresnel, il n'osa franchement adopter l'hypothèse des vibrations transversales; tout en reconnaissant que deux mouvements transversaux perpendiculaires l'un sur l'autre étaient incapables d'interférer, et que tout autre genre de mouvement devait toujours donner lieu à des interférences, il ne donna pas cette remarque pour une explication physique des faits; il y vit

[1] Voyez dans le N° XV (A), § 14, variante.

[2] Lorsqu'en 1851 l'auteur de cette Introduction pria Arago de présenter à l'Académie des sciences une Note sur les interférences de la lumière polarisée, Arago, tout en accueillant ce vœu avec une extrême bienveillance, lui dit formellement qu'à partir du moment où Fresnel avait parlé de vibrations transversales, il n'avait pu se décider à le suivre.

seulement une analogie plausible, utile pour une représentation symbolique des phénomènes, et ne parla jamais du mouvement transversal de la lumière polarisée comme d'une réalité [1]. Tout ce qu'il put dire en faveur de la possibilité d'un tel mouvement se réduit aux considérations suivantes.

« Dans le cas d'une onde qui se propage à la surface d'un liquide, si nous considérons les particules en mouvement un peu au-dessous de la surface comme prenant part à la propagation de l'onde dans le sens horizontal, nous pourrons remarquer qu'il y a réellement dans le liquide un mouvement latéral contenu dans un plan dont la direction est déterminée par celle de la gravitation; mais il en est ainsi, parce que le liquide est plus libre de s'étendre d'un côté que de l'autre, et que la force de gravitation tend à le ramener en arrière par une pression dont l'opération est analogue à celle de l'élasticité; et nous ne pouvons trouver l'analogue de cette force dans les mouvements d'un milieu élastique. A la vérité il est très-facile d'obtenir un mouvement transversal à la direction générale de propagation, par la combinaison de deux ondulations parties d'origines très-voisines, qui interfèrent l'une avec l'autre lorsque la différence des chemins parcourus est d'une [demi-] longueur d'onde; car le résultat de cette combinaison est une très-faible vibration transverse qui subsiste sur la ligne de propagation des vibrations combinées, mais qui certainement n'a pas la force nécessaire pour produire le moindre effet perceptible. Il doit aussi exister une différence, dans toute ondulation simplement divergente, entre les mouvements des divers éléments de la surface sphérique où s'étend cette ondulation : car, si l'on suppose que les vibrations à l'origine soient contenues dans un plan donné, la vitesse de vibration sur l'onde sphérique sera maximum dans le

[1] L'expression *imaginary transverse motion* revient à chaque instant dans l'article *Chromatics* du Supplément à l'Encyclopédie britannique, composé en 1817.

plan dont il s'agit, et nulle suivant la direction perpendiculaire, ou plutôt sera suivant cette direction transverse au rayon de l'onde sphérique : dans tous les autres points de l'onde il y aura une très-faible tendance à la production d'un mouvement transversal, par suite de la différence d'intensité des mouvements longitudinaux voisins, et de l'inégalité des condensations et des dilatations qu'ils occasionnent..... Il est vrai que ces divers mouvements seraient d'une faiblesse inimaginable, même par rapport à d'autres mouvements n'ayant eux-mêmes qu'une amplitude tout à fait imperceptible à nos sens, et cette remarque diminue peut-être la probabilité de la théorie en tant qu'explication physique des faits; mais elle n'en diminuerait pas l'utilité en tant que représentation mathématique de ces mêmes faits, pourvu qu'on pût rendre cette représentation générale et la soumettre au calcul; et même, au point de vue physique, s'il n'y avait pas d'autre alternative, il serait encore plus facile d'imaginer une sensibilité presque infinie de notre faculté de perception relativement à des phénomènes d'une extrême faiblesse, que d'admettre tous ces mécanismes si prodigieusement compliqués qu'il faut accumuler lorsqu'on veut résoudre les difficultés que présentent, dans la théorie de l'émission, tous les phénomènes de la polarisation et des couleurs[1]. »

Ainsi, aux yeux de Young, il ne pouvait exister dans la lumière polarisée qu'un très-faible mouvement transversal, le mouvement principal étant toujours conçu dirigé suivant la direction même de propagation, et c'est dans ce mouvement à peine sensible qu'il semblait que l'on dût chercher l'explication de tous les phénomènes de la polarisation; ou plutôt, l'extrême faiblesse du mouvement transversal s'opposant à ce qu'on en fît le principe d'une véritable théorie physique, on devait se borner à considérer les

[1] Article *Chromatics* du Supplément à l'Encyclopédie britannique (*Miscellaneous Works*, T. I, p. 333).

modifications du mouvement transversal et les propriétés de la lumière polarisée comme deux séries parallèles de termes corrélatifs, la première servant plutôt de symbole que d'explication à la seconde.

On laissera au lecteur le soin de juger si ces suggestions de Young ont pu être de quelque utilité à Fresnel [1]. Ce qui est certain, c'est que, lorsqu'en 1821, après le rapport favorable d'Arago sur ses travaux relatifs à la polarisation chromatique, il s'est décidé à présenter au public son hypothèse des vibrations transversales, il l'a fait dans des termes dont la précision et la fermeté ne ressemblent guère au passage de Young qu'on vient de citer. Le calcul de l'intensité lumineuse produite par l'interférence de deux vibrations polarisées dans des plans rectangulaires lui montre que, si l'expérience atteste que cette intensité est indépendante de la différence des phases, ces deux vibrations sont *nécessairement* rectilignes, perpendiculaires au rayon et parallèles ou perpendiculaires au plan de polarisation. L'existence des vibrations transversales est donc, à vrai dire, un fait d'expérience, ou plutôt on ne peut le nier sans nier en même temps que la lumière consiste dans un mouvement ondulatoire. D'ailleurs, la propagation de ces vibrations n'est pas plus difficile à concevoir que celle des vibrations longitudinales : de même que toute variation locale de densité d'un milieu élastique fait naître des forces qui tendent

[1] Il ne paraît pas que Fresnel ait eu connaissance de l'article *Chromatics*, ni de la lettre d'Young à Arago, en date du 12 janvier 1817, où les mêmes idées étaient exposées; mais il a parlé lui-même de cette lettre de Young à Arago, en date du 29 avril 1818, où les vibrations de la lumière polarisée étaient assimilées à celles d'une corde flexible tendue. Cette assimilation était-elle aux yeux de l'auteur un symbole utile à la représentation des faits ou un argument destiné à prouver la possibilité des vibrations transversales? C'est ce qu'il est impossible de savoir, la lettre du 29 avril 1818 n'ayant pas été conservée.

à rétablir la densité primitive, tout glissement d'une couche de molécules, relativement aux couches voisines, doit faire naître des forces qui tendent à la ramener dans sa première position, et si le glissement initial n'excède pas une certaine limite, le jeu de ces forces doit déterminer la naissance du nouveau système de vibrations par lequel on admet que la lumière polarisée est constituée..... Quant à la lumière naturelle, pour se rendre compte de ses propriétés, il suffit d'y voir une succession rapide d'ondes polarisées dans un grand nombre de plans différents : en particulier, toutes les lois de l'interférence des rayons polarisés sont des conséquences mécaniques de cette manière de voir [1]. Le phénomène de la polarisation lui-même consiste donc, non pas à créer, mais à séparer des mouvements transversaux de direction déterminée.

IX

La confiance avec laquelle, en 1821, Fresnel présentait son hypothèse, venait peut-être moins des conceptions mécaniques plus ou moins imparfaites par lesquelles il cherchait à la justifier, que de l'étude approfondie des propriétés de la lumière polarisée, qui lui avait sans cesse rendu plus évidente l'analogie de ces propriétés avec celles d'un mouvement perpendiculaire au rayon.

Une observation fortuite sur la réflexion avait été le point de départ de ces études. En recevant sur un cristal de spath un rayon lumineux, primitivement polarisé par double réfraction, et ensuite réfléchi, tantôt sur une glace non étamée, tantôt à la surface d'un liquide, il avait reconnu que ce rayon continuait à se partager en deux rayons d'intensités inégales, qui disparaissaient tour à tour dans des positions rectangulaires du cristal; il était donc polarisé

[1] Voyez les *Considérations mécaniques sur la polarisation de la lumière* (N° XXII de cette édition, § 10 à 13).

comme avant sa réflexion, mais dans un plan qui différait en général du plan primitif de polarisation. Lorsque ce plan primitif était parallèle ou perpendiculaire au plan de réflexion, tout se bornait à un changement d'intensité du rayon réfléchi, sans que le plan de polarisation fût déplacé par la réflexion, et ce second fait devenait l'explication du premier, si l'on admettait, comme semblait l'indiquer la loi de Malus, qu'un rayon polarisé dans un plan donné fût l'équivalent de deux rayons de même phase, polarisés dans des plans rectangulaires, les vitesses de vibrations de ces trois rayons étant liées entre elles par les mêmes relations que l'intensité de deux forces rectangulaires et celle de leur résultante.

La simplicité de ces lois, qui paraissaient avoir échappé à Malus, et qu'en tout cas les physiciens contemporains ne connaissaient guère, conduisit Fresnel à étudier la réflexion de la lumière polarisée sur la deuxième surface des corps transparents et sur la surface des métaux. Jusqu'à la limite où elle commence d'être totale, la réflexion intérieure ne lui offrit rien qui la distinguât de la réflexion extérieure; mais au delà de cette limite des phénomènes imprévus se manifestèrent, et on ne saurait trop admirer la sagacité qui sut les ramener à des lois simples et précises, sans le secours des conceptions théoriques qui vinrent plus tard les éclaircir. Excepté aux deux limites où commence et où finit le phénomène, la lumière polarisée, en se réfléchissant totalement, se dépolarise plus ou moins suivant l'incidence; si après la réflexion, on la reçoit sur un cristal biréfringent, elle se partage en deux faisceaux d'intensités inégales et variables, mais dont aucun ne peut se réduire à zéro pour aucune position de l'analyseur. Elle paraît donc analogue à la lumière partiellement polarisée qu'on obtient en faisant réfléchir de la lumière naturelle sur un corps transparent, sous un angle différent de l'angle de polarisation, mais, en réalité, elle en diffère profondément; car, si

on la fait réfléchir totalement une deuxième fois sous le même angle, mais dans un plan rectangulaire, elle reprend l'état de lumière polarisée. Dans le cas du verre, sous aucune incidence une seule réflexion totale ne produit une dépolarisation complète; deux réflexions au moins sont nécessaires pour que la lumière prenne la propriété de se partager toujours en deux faisceaux égaux dans un analyseur biréfringent, quelle que soit cette orientation. Mais cette dépolarisation complète n'est jamais un retour à l'état de lumière naturelle, car deux réflexions nouvelles, opérées dans les mêmes conditions, ramènent l'état de polarisation complète; seulement le nouveau plan de polarisation est perpendiculaire sur le plan primitif. En outre, la lumière, en apparence complétement dépolarisée par deux réflexions totales, conserve la propriété de faire naître deux images colorées de teintes complémentaires lorsqu'on la reçoit sur une lame mince, cristallisée, suivie d'un analyseur biréfringent.

L'étude de ces teintes montre qu'elles suivent de tout autres lois que les teintes ordinaires de la polarisation chromatique; mais on peut les représenter, et c'est là le résultat fondamental du travail de Fresnel, en supposant que la lumière est formée de deux rayons polarisés, l'un dans le plan d'incidence, l'autre dans le plan perpendiculaire, présentant l'un par rapport à l'autre une différence de marche d'un quart de longueur d'ondulation, et en appliquant au calcul de leurs effets les règles générales de l'interférence des rayons polarisés. Le même mode de représentation peut s'appliquer à celles de la lumière partiellement dépolarisée par la réflexion totale: ses propriétés sont celles de deux faisceaux polarisés dans des plans rectangulaires, en retard l'un sur l'autre et d'intensités différentes.

Les métaux aussi dépolarisent partiellement la lumière polarisée qu'ils réfléchissent, toutes les fois que le plan de polarisation

n'est ni parallèle ni perpendiculaire au plan d'incidence, et cette lumière dépolarisée est encore constituée comme celle que peut donner la réflexion totale. Dans le langage que Fresnel employait à cette époque, tout se passe comme si le rayon polarisé dans le plan d'incidence et le rayon polarisé dans le plan perpendiculaire, qu'on peut substituer au rayon incident, éprouvaient des modifications inégales d'intensité *et se réfléchissaient à des profondeurs inégales au-dessous de la surface du métal* [1].

Enfin, suivant la diversité des conditions expérimentales, on peut obtenir deux espèces différentes de lumière complétement dépolarisée, qui ne donnent pas les mêmes teintes en traversant une lame cristallisée suivie d'un analyseur biréfringent, mais qui présentent l'une avec l'autre la relation la plus remarquable : si l'on superpose l'un à l'autre deux de ces rayons d'espèce différente qui soient égaux en intensité, le résultat de la combinaison est un rayon polarisé, dont l'azimut de polarisation dépend de la différence de marche des rayons superposés. Il en résulte qu'on peut, au moyen d'un système convenable de réflexions totales et de doubles réfractions, transformer un rayon polarisé en un autre rayon polarisé, dont le plan de polarisation fasse tel angle qu'on voudra avec le plan primitif, c'est-à-dire imiter jusqu'à un certain point les propriétés du cristal de roche et des liquides qui font tourner le plan de polarisation de la lumière qu'ils transmettent [2]. La propriété remarquable que désigne l'expres-

[1] Cette interprétation des phénomènes de la réflexion métallique, qui ne diffère pas de celle que M. Neumann a donnée quinze ans plus tard, est très-clairement exposée dans le premier Mémoire de Fresnel sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée, présenté à l'Académie des sciences le 10 novembre 1817. (Voyez N° XVI, § 8.)

[2] Les propriétés dont il s'agit ne sont imitées de cette manière que relativement à une lumière homogène. Si la lumière est complexe, la rotation du plan de polarisation est, pour ses divers éléments, sensiblement réciproque

sion de pouvoir rotatoire est ainsi ramenée à une espèce particulière de double réfraction; les couleurs que développent les corps qui la possèdent sont l'effet d'un mode particulier d'interférence, et disparaissent lorsque, l'un des rayons produits par cette double réfraction étant supprimé, il n'y a plus lieu à interférence; cela arrive quand la lumière incidente a été primitivement polarisée, puis complétement dépolarisée par deux réflexions totales.

Ces lois, dont la découverte aurait suffi pour assurer à l'inventeur une place éminente dans l'histoire de l'optique, ont été exposées par Fresnel, comme des déductions immédiates de l'expérience, dans trois Mémoires sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée et sur les couleurs développées dans les fluides homogènes par la lumière polarisée, présentés à l'Académie des sciences le 10 novembre 1817, le 19 janvier 1818 et le 30 mars de la même année [1]. La conception théorique des vibrations transversales leur a donné un caractère tout nouveau, en les réduisant, comme on l'a indiqué plus haut, à n'être plus que des cas particuliers des lois générales de la composition et de la décomposition des vitesses, et cette belle simplification est devenue un des arguments les plus puissants en faveur de la conception théorique elle-même. Si l'on admet en effet que les vibrations de la lumière polarisée soient transversales, rectilignes et parallèles ou perpendiculaires au plan de polarisation, il est clair qu'on peut les remplacer par leurs projections sur deux plans rectangulaires menés par la direction du rayon, c'est-à-dire remplacer un rayon polarisé par deux rayons de même phase polarisés dans des plans rectan-

à la longueur d'onde, tandis qu'elle devrait être sensiblement réciproque au carré de la longueur d'onde, si l'imitation était complète.

[1] Ce sont les numéros XVI, XVII et XXIII de cette édition. Les deux premiers voient le jour pour la première fois.

gulaires, et les intensités de ces deux rayons composants sont telles que la loi de Malus sur le partage de la lumière polarisée entre le faisceau ordinaire et le faisceau extraordinaire trouve son explication immédiate. Si les deux vibrations dans lesquelles on décompose la vibration donnée éprouvent des modifications inégales d'intensité, comme cela a lieu pour les vibrations parallèles et perpendiculaires au plan d'incidence, dans la réflexion partielle à la surface des corps transparents, et dans la réfraction simple, il en résulte un changement dans la position de la vibration résultante, c'est-à-dire un déplacement du plan de polarisation; si à l'inégale modification des intensités s'ajoute l'inégalité des chemins parcourus, ou quelque phénomène équivalent donnant lieu à une inégalité de phases des vibrations, le mouvement cesse en général d'être rectiligne pour devenir elliptique et, dans certains cas, circulaire. Lorsque le mouvement est circulaire il paraît assez évident que le rayon ne peut plus rien offrir qui rappelle la diversité des propriétés d'un rayon polarisé relativement à divers azimuts; un calcul facile démontre d'ailleurs que, comme un rayon naturel, il doit toujours se partager également entre le rayon ordinaire et le rayon extraordinaire d'un analyseur biréfringent. Comme la différence de marche correspondant aux vibrations circulaires est d'un quart d'ondulation, en répétant une seconde fois l'opération qui a transformé les vibrations rectilignes en vibrations circulaires, on élève la différence à une demi-ondulation et on en conclut aisément que les vibrations redeviennent rectilignes, mais perpendiculaires à leur direction initiale. Ainsi se conçoivent les remarquables propriétés des rayons obtenus par Fresnel au moyen de deux réflexions totales, et qui peuvent aussi s'obtenir par l'action d'une lame mince cristallisée d'épaisseur convenable. La répartition de ce groupe remarquable de rayons en deux groupes secondaires, opposés par certaines de leurs propriétés, résulte de ce

qu'une molécule vibrante peut parcourir en deux sens différents le cercle qu'elle décrit; la reproduction d'une vibration rectiligne par la superposition de deux vibrations circulaires d'espèces opposées est un fait géométrique évident; et l'explication des propriétés du quartz et des liquides *actifs*[1] prend le caractère, non d'une représentation symbolique, mais d'une véritable théorie physique.

Fresnel s'est contenté d'indiquer très-sommairement ces conséquences de son principe[2], laissant à ses successeurs le soin de les développer. Ce n'est point ici le lieu de dire comment ils se sont acquittés de cette tâche; mais il suffira de citer les noms de MM. Airy, John Herschel, Newcomann, pour rappeler aux physiciens de quelle variété de phénomènes le principe des vibrations transversales a donné l'explication.

X

La conception des vibrations transversales fut le point de départ de recherches qui constituent la troisième et peut-être la plus importante partie de l'œuvre de Fresnel.

La propriété de diviser la lumière en deux rayons doués de propriétés distinctes, qu'on avait d'abord regardée comme une faculté tout exceptionnelle du spath d'Islande, avait été peu à peu reconnue dans un nombre de corps de plus en plus grand, à mesure que s'étaient perfectionnés les moyens d'observation. Huyghens

[1] On sait que Biot a employé cette expression pour désigner les liquides qui ont la propriété de faire tourner le plan de polarisation de la lumière qu'ils transmettent.

[2] Voyez en particulier les Considérations mécaniques sur la polarisation de la lumière, jointes aux Notes sur le calcul des teintes des lames cristallisées, le Mémoire sur la double réfraction particulière du cristal de roche, et le second Mémoire sur la double réfraction (numéros XXII, XXVIII et XLVII de cette édition.)

l'avait reconnue dans le cristal de roche [1]; Malus l'y avait mesurée, et l'avait reconnue et mesurée, incomplétement il est vrai, dans l'aragonite et le sulfate de baryte, et, lorsque la découverte de la polarisation chromatique était venue donner une méthode incomparablement plus propre que l'observation directe à manifester la plus faible double réfraction dans les cristaux les plus petits, les observations de Biot, de M. Brewster et des minéralogistes avaient bientôt rendu la liste des substances biréfringentes pour le moins aussi nombreuse que celle des cristaux à réfraction simple. Biot avait distingué deux espèces diverses de double réfraction, suivant que les phénomènes étaient symétriques tout autour d'un axe qui n'avait pas lui-même la faculté biréfringente, ou qu'ils semblaient se coordonner par rapport à deux axes de ce genre, inclinés l'un sur l'autre d'un angle variable, et chacune de ces espèces à son tour s'était subdivisée en deux variétés selon le signe de l'action attractive ou répulsive que l'axe unique et les deux axes *semblaient* exercer sur le rayon qui obéissait à la loi de Descartes, ou qui du moins paraissait s'en rapprocher le plus.

Mais, en se généralisant ainsi, le phénomène de la double réfraction n'avait pas paru devenir plus facile à comprendre. On sait que Huyghens avait admis dans le spath d'Islande l'existence de deux systèmes d'ondes, des ondes sphériques transmises par l'éther contenu dans le cristal et des ondes ellipsoïdales transmises à la fois par l'éther et par la matière pondérable; mais il n'avait pas même essayé d'expliquer comment ces ondes se produisaient, ni pourquoi elles présentaient l'une avec l'autre les relations impliquées dans les lois que l'expérience lui avait fait connaître [2]. Dans le système de l'émission, Laplace se borna à déduire *des lois* de Huyghens que l'action du milieu biréfringent sur les molécules

[1] Voyez le Traité de la lumière, chapitre v, § 20.

[2] Voyez le Traité de la lumière, chapitre v, § 18 et 19.

du rayon ordinaire est constante, et que son action sur les molécules du rayon extraordinaire en diffère par un terme proportionnel au carré du cosinus de l'angle que le rayon fait avec l'axe, sans donner d'ailleurs aucune raison de cette inégalité [1]. Dans le système des ondes, Young indiqua l'inégalité d'élasticité des *milieux* comme pouvant donner naissance à des ondes ellipsoïdales, mais il resta bien loin encore d'une véritable explication.

« M. de Laplace, dit-il dans un article de la *Quarterly Review* principalement consacré à la critique de l'aperçu théorique qu'on vient de rappeler, remarque très-justement que, dans les phénomènes de la double réfraction, comme dans ceux de l'astronomie, la nature a *pris* la forme de l'ellipse après celle du cercle.

[1] Voyez *Mémoires d'Arcueil*, tome II, page 3, *Sur le mouvement de la lumière dans les cristaux diaphanes.* Laplace attachait beaucoup de prix à ce Mémoire; son analyse était fondée sur le principe de la moindre action, qui a généralement lieu dans le mouvement d'un point soumis à des forces attractives et répulsives; il a cru avoir démontré que les phénomènes de la double réfraction étaient explicables par des forces de ce genre. Young a fait remarquer qu'on aurait le même droit de dire que la réfraction régulière d'un son produit dans l'eau et transmis à l'air prouve que le son est attiré par l'air ou repoussé par l'eau. La critique est juste, mais, après tout, la théorie de Laplace n'est pas physiquement inconcevable, et ne doit pas être confondue avec l'exposé très-inexact que Biot en a donné dans le chapitre de la double réfraction de son Traité de physique expérimentale et mathématique et que bien des auteurs ont ensuite reproduit de confiance. Laplace n'a jamais dit que les molécules des rayons extraordinaires fussent sollicitées par une force *émanée de l'axe du cristal,* c'est-à-dire d'une abstraction géométrique, qui est indispensable à considérer pour la coordination des propriétés du cristal, mais qui ne saurait être prise pour un système de centres attractifs et répulsifs. Il a simplement supposé que l'action exercée sur les molécules dépendait de la direction du rayon lumineux, c'est-à-dire, au fond, de la situation de l'axe des molécules par rapport à l'axe du cristal, et cela n'aurait rien d'impossible si, comme on doit le supposer, les forces attractives et répulsives des molécules cristallines n'étaient pas les mêmes dans tous les sens aux petites distances où la forme des molécules peut influer.

Mais en astronomie nous savons *pourquoi* la nature a pris la forme de l'ellipse, puisque cette forme elliptique est une conséquence nécessaire de la loi de variation de la force de gravitation : dans la théorie de la double réfraction, au contraire, on n'a rien tenté de satisfaisant pour obtenir une simplification de ce genre. Les principes de Huyghens donneraient cependant une solution de la difficulté, si l'on admettait, ce qui est la plus simple supposition possible, que le milieu qui transmet les ondes est plus compressible suivant une direction déterminée que suivant toute direction perpendiculaire, comme s'il était formé d'une infinité de plaques parallèles, réunies par une substance un peu moins élastique. On peut se figurer un pareil arrangement des atomes élémentaires d'un cristal, en le comparant à un morceau de bois ou de mica. M. Chladni a trouvé que l'obliquité des fibres ligneuses dans une barre de sapin d'Écosse diminuait la vitesse du son dans le rapport de 5 à 4. Il est par conséquent évident qu'un morceau de ce bois transmettrait un ébranlement par des ondes sphéroïdales, c'est-à-dire, ovales : or on peut démontrer que ces ondes seront vraiment elliptiques si le corps est formé de couches planes et parallèles, et de fibres équidistantes réunies par une substance moins élastique, les couches ou les fibres étant supposées extrêmement minces; dans le cas des couches l'ellipsoïde serait allongé; il serait aplati dans le cas des fibres. On peut aussi prouver que, tandis qu'une ondulation sphéroïdale complète se propage en tous sens, perpendiculairement à sa surface, une portion isolée, comparable à un rayon lumineux ou sonore, s'avance obliquement suivant la direction du diamètre [1]. »

[1] *Quarterly Review* for november 1809, et *Miscellaneous Works*, t. I, p. 228, article ayant pour titre : *Review of Laplace's Memoir* « SUR LA LOI DE LA RÉFRACTION EXTRAORDINAIRE DANS LES CRISTAUX DIAPHANES. » — Young a cru un moment que l'obliquité des rayons sur la surface des ondes était une explication suffi-

Ni dans ce passage, ni dans un Mémoire mathématique qui y est ajouté sous forme de note, ni dans l'article *Chromatics*, publié par Young quelques années après [1], la vraie difficulté de la question ne se trouve abordée ni même soupçonnée. Une inégalité d'élasticité a sans doute pour conséquence nécessaire une inégalité des vitesses de propagation des mouvements vibratoires, et si des ébranlements partis au même instant d'une même origine se propagent avec des vitesses inégales, il est bien évident qu'ils ne peuvent constituer une onde sphérique; il ne faut pas non plus beaucoup de sagacité pour apercevoir que, dans un milieu constitué symétriquement autour d'un axe, cette onde sera une surface de révolution, qu'elle différera peu d'une sphère si les inégalités de vitesse sont peu sensibles, et qu'en conséquence on pourra, au moins à titre de première approximation, l'assimiler à un ellipsoïde de révolution. Le point important est d'expliquer comment de cette inégalité d'élasticité résulte la formation de deux rayons, doués de propriétés distinctes qu'ils transportent partout avec eux, et cette explication ne peut être donnée tant que les vibrations sont regardées comme longitudinales.

L'hypothèse des vibrations transversales, au contraire, conduit naturellement sur la voie d'une solution de la difficulté. Un rayon de lumière tombant sur la surface d'un cristal, les réactions élastiques que ses vibrations mettent en jeu, et d'où résulte la propagation ultérieure du mouvement, dépendent non-seulement des vibrations

sante de la polarisation; à son avis, de tels rayons ne doivent pas être regardés comme identiques dans tous les sens. Mais il n'a pas persisté dans cette explication lorsque Malus a eu découvert, dans la réflexion de la lumière, un moyen de la polariser indépendant de la double réfraction.

(1) Young est encore revenu une fois sur la théorie de la double réfraction dans un article du Supplément à l'Encyclopédie britannique, intitulé: *Theoretical Investigations intended to illustrate the phenomena of Polarisation*, mais il connaissait alors l'ensemble des travaux de Fresnel.

du rayon, mais de la situation du plan dans lequel s'exécutent ses vibrations transversales. Si la réaction est dirigée dans le plan même de vibration, ce plan doit demeurer invariable, et le rayon lumineux doit se propager dans le cristal en conservant sa polarisation initiale, avec une vitesse déterminée par les conditions mêmes de l'expérience. Mais on conçoit qu'en général la réaction élastique ne satisfera pas à cette condition, et la symétrie d'un cristal à un axe autour de son axe optique paraît indiquer qu'il est nécessaire que les vibrations soient contenues dans sa section principale ou lui soient perpendiculaires. Toute autre vibration, en vertu du principe de la superposition des petits mouvements, donnera naissance aux mêmes effets que le système des deux vibrations, l'une parallèle, l'autre perpendiculaire à l'axe dont elle peut être censée la résultante, et si chacune de ces vibrations élémentaires a une vitesse particulière de propagation, l'existence de deux rayons inégalement réfractés se trouve expliquée.

Telle est la substance des idées que Fresnel a sommairement exposées dans ses Considérations mécaniques sur la polarisation de la lumière[1] et dont le développement l'a conduit à la plus grande de ses découvertes.

XI

Dans le passage auquel il vient d'être fait allusion, Fresnel

[1] N° XXII, § 14. — Dans la note mathématique qui suit le passage cité plus haut, Young fait bien remarquer que, dans un milieu cristallisé, la réaction élastique mise en jeu par une vibration donnée fait généralement un angle avec la direction du déplacement, mais, supposant toujours les vibrations longitudinales, il ne peut avoir la pensée de les résoudre en deux vibrations élémentaires qui, donnant naissance à des forces élastiques dirigées en sens inverse du déplacement, se propagent dans le milieu sans s'altérer et avec des vitesses différentes.

donne des raisons plausibles (mais non des preuves rigoureuses) pour admettre que, dans les cristaux symétriques par rapport à un axe, des vibrations perpendiculaires à l'axe se propagent avec la même vitesse dans tous les sens. L'existence d'un rayon ordinaire et la relation remarquable qu'il présente avec le rayon extraordinaire se trouvent ainsi justifiées, pourvu qu'on admette que dans la lumière polarisée les vibrations sont perpendiculaires au plan de polarisation; toute lumière incidente polarisée dans la section principale d'un cristal donne alors naissance à des vibrations qui se propagent toujours avec la même vitesse, et par conséquent se réfractent suivant la loi de Descartes; les vibrations polarisées perpendiculairement à la section principale se propagent au contraire avec une vitesse variable; mais à mesure que la direction du rayon se rapproche de l'axe, par cela seul que ces vibrations sont transversales, elles tendent à devenir perpendiculaires à l'axe, et par suite leur vitesse de propagation se rapproche de celle des vibrations ordinaires, de façon que les directions du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire doivent finir par se confondre. Mais ces considérations font entièrement défaut pour les cristaux à deux axes; l'existence même de deux axes optiques, si nettement accusée dans les phénomènes de polarisation chromatique, montre que le milieu qui transmet les vibrations lumineuses n'est pas constitué symétriquement autour d'une droite; la forme et l'ensemble des propriétés physiques des cristaux de ce genre permettraient moins encore une telle hypothèse [1]. On con-

[1] A mesure que la liste des corps biréfringents avait été en s'étendant, d'importantes relations avaient été établies entre la forme cristalline et la propriété biréfringente. Haüy le premier avait fait remarquer que la réfraction simple n'appartenait qu'aux substances non cristallisées et aux substances cristallisées dans le système cubique: toutes les substances biréfringentes se trouvant appartenir aux systèmes à axes inégaux, la corrélation de la double réfraction et de l'inégalité d'élasticité, ou plutôt de la diversité des propriétés phy-

çoit bien encore que l'inégalité d'élasticité engendre la double réfraction, mais on ne voit plus de raison pour admettre l'existence d'un rayon ordinaire.

Cette remarque profonde, qui avait échappé à tous les contemporains de Fresnel, puisqu'aucun d'eux n'avait cessé de parler du rayon ordinaire des cristaux à deux axes, fut immédiatement soumise par lui à l'épreuve de l'expérience. En accolant l'un à l'autre deux prismes de topaze blanche, d'angles réfringents exactement égaux, mais taillés suivant des directions différentes dans un même cristal, et observant au travers de ce système une mire éloignée parallèle à l'arête commune des deux prismes, il a facilement constaté que les deux images de la mire formées par les rayons que tous les physiciens appelaient *ordinaires* étaient en général réfractées de quantités tout à fait différentes; dans certains cas particuliers leurs réfractions pouvaient être égales, mais dans d'autres cas les réfractions des deux images dites *extraordinaires* pouvaient l'être aussi, et ni l'un ni l'autre des deux groupes de rayons désignés par ces expressions ne présentait le carac-

siques suivant diverses directions devenait évidente. Un peu plus tard, à la suite d'une étude des propriétés optiques de plus de cent cinquante matières cristallisées, M. Brewster, et c'est peut être la plus belle de ses découvertes, a montré que l'existence d'un axe optique caractérisait les cristaux du système hexagonal et du système de prisme droit *à base carrée*, qu'on peut regarder comme symétriques autour d'un axe principal, tandis que, dans les cristaux des autres systèmes, où aucun axe ne jouit de cette propriété, il existe toujours deux axes optiques. (*Transactions philosophiques* pour 1818 : *On the Laws of Polarisation and double Refraction in crystallized Bodies.*)

Fresnel a eu connaissance du travail de Brewster par l'extrait qui en est donné dans le Mémoire de Biot sur la double réfraction, inséré dans les Mémoires de l'Académie des sciences, pour l'année 1818, page 177. (N° XXXVIII, § 13 [a].)

[a] Ici se trouvent en marge du manuscrit autographe ces mots au crayon : «Note à transférer après le compte rendu des travaux de Fresnel.»

tère essentiel des rayons ordinaires d'un cristal uniaxe, celui d'être soumis à la loi de Descartes [1].

Ce résultat mettait à néant la généralisation hypothétique de la construction de Huyghens, par laquelle Young avait tenté de représenter la loi de la double réfraction des cristaux à deux axes, en joignant à l'onde sphérique des rayons ordinaires une onde extraordinaire en forme d'ellipsoïde à trois axes inégaux [2]. Mais la forme que prenait en même temps le problème laissait bien peu d'espoir de le résoudre par la simple induction et sans le secours d'une théorie mécanique complète et rigoureuse. Il s'agissait en effet de trouver une surface de l'onde, symétrique par rapport à trois axes rectangulaires, qui, dans l'hypothèse où deux de ces axes deviendraient identiques, se réduirait au système formé par la sphère et l'ellipsoïde de révolution de Huyghens; cette surface devait être à deux nappes, puisqu'elle devait rendre compte de la formation des deux rayons réfractés, et aucun des deux rayons ne se distinguant par un caractère spécial, comme celui du rayon ordinaire des cristaux à un axe, il était probable que les deux nappes devaient être contenues dans une seule équation :

(1) Pour rendre l'expérience plus facile, Fresnel avait soin d'achromatiser ses deux prismes par un prisme de crown d'angle convenable; l'achromatisme ne pouvait d'ailleurs être complet que pour un seul prisme. Il est encore arrivé aux mêmes conclusions, en mesurant le déplacement des franges d'interférence qui s'observait lorsque les deux faisceaux interférents étaient transmis par deux plaques de topaze de même épaisseur taillées dans un même cristal suivant des directions différentes.

(2) L'hypothèse d'une onde extraordinaire *amygdaloïde* a été très-brièvement indiquée par Young dans deux passages de l'article *Chromatics* du Supplément à l'Encyclopédie britannique publié en 1817, où il a traité d'une manière générale de tous les modes de production des couleurs. Il n'est d'ailleurs entré dans aucun détail sur son hypothèse, et en particulier il a négligé de définir la situation exacte de l'onde extraordinaire par rapport à l'onde sphérique des rayons ordinaires. (Voyez *Miscellaneous Works*, t. I, p. 317 et 322.)

la surface cherchée était donc au moins du quatrième degré, et cette remarque fait sentir quelle était l'indétermination du problème.

Une heureuse conception de Fresnel, qui n'est autre que la conception fondamentale de la méthode infinitésimale, a fait disparaître l'indétermination. Ce qui semblait impossible est devenu simple et évident dès qu'à la considération de l'onde entière on a substitué celle de ses plans tangents, c'est-à-dire dès qu'on a passé de la propagation des rayons divergents à partir d'un centre à la propagation des ondes planes. Dans un cristal à un axe les ondes planes polarisées dans la section principale se propagent toutes avec la même vitesse, et cette vitesse peut être représentée par le rayon de la sphère des rayons ordinaires, qui est en même temps le demi-axe polaire de l'ellipsoïde des rayons extraordinaires; les ondes planes polarisées perpendiculairement à la section principale se propagent au contraire avec une vitesse variable, qui, pour chacune d'elles, peut être représentée par la perpendiculaire abaissée du centre de l'ellipsoïde de Huyghens sur le plan tangent parallèle à l'un des plans. Or, si l'on compare les vitesses de propagation des deux ondes d'espèce opposée qui sont normales à une même droite, et qui par conséquent se propagent suivant la même direction, on reconnaît aisément que ces vitesses sont liées entre elles par une remarquable relation géométrique: elles sont réciproques des longueurs des axes de la section elliptique faite par le plan des ondes dans un ellipsoïde de révolution autour de l'axe optique, ayant pour demi-axe polaire l'inverse du demi-axe équatorial de l'ellipsoïde de Huyghens, et *vice versa;* en outre le plan de polarisation de chaque onde est perpendiculaire à l'axe de la section elliptique qui est réciproque de sa vitesse de propagation. Toutes les propriétés des cristaux à un axe, qu'on a l'habitude d'exprimer par la construction de

Huyghens et par les lois de polarisation du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire, peuvent donc se représenter au moyen d'une surface unique, et comme cette surface est un ellipsoïde de révolution autour de l'axe optique, il est bien naturel de supposer qu'en lui substituant un ellipsoïde à trois axes inégaux, on obtiendra la représentation de toutes les propriétés optiques des cristaux à deux axes. Les axes de la section elliptique faite dans cet ellipsoïde par un plan quelconque seront encore réciproques des vitesses de propagation des deux systèmes d'ondes planes auxquels on peut concevoir que ce plan soit parallèle, et respectivement perpendiculaires aux plans de polarisation de ces ondes. D'ailleurs les ondes planes étant tangentes à la surface de l'onde, cette surface elle-même peut être prise pour l'enveloppe commune de toutes les ondes planes de directions diverses qu'on peut concevoir comme ayant passé à un instant donné par un même point et s'étant ensuite propagées avec leurs vitesses et leurs polarisations respectives pendant une même durée, l'unité de temps, par exemple. La recherche de cette surface sera ainsi réduite à un simple problème d'algèbre, n'offrant d'autres difficultés que celles qu'on pourra trouver dans le calcul d'élimination qu'implique toujours la recherche d'une surface enveloppe [1]. Si l'expérience vérifie les résultats de ces inductions, on aura le droit de se considérer comme en présence de la loi véritable des phénomènes, et cette loi sera la condition à laquelle devra satisfaire toute théorie de la constitution mécanique des milieux biréfringents.

[1] Fresnel n'a pu lui-même venir à bout de ces difficultés et n'a su obtenir l'équation de la surface de l'onde qu'en la supposant *a priori* du quatrième degré, et calculant la valeur de ses coefficients de manière qu'ils satisfissent à certaines conditions faciles à déduire de la considération des ondes planes normales aux trois plans de symétrie du milieu. Ampère est le premier qui ait effectué le calcul d'une manière rigoureuse.

XII

Cette belle méthode, qui a conduit Fresnel à la découverte de la loi la plus générale de l'optique, n'a été exposée par lui que dans son premier Mémoire sur la double réfraction, et dans l'Extrait qu'il en a lu devant l'Académie des sciences le 26 novembre 1821 [1]. Tous ses Mémoires subséquents sur le même sujet sont uniquement consacrés à la comparaison de cette loi générale avec l'expérience et au développement de la théorie mécanique par laquelle Fresnel a essayé de retrouver ce qu'une profonde intuition lui avait réellement fait découvrir. Le seul de ces écrits qui ait été imprimé, le Mémoire sur la double réfraction, qui fait partie du tome VII des Mémoires de l'Académie des sciences [2], ne contient pas autre chose, et ne laisse en aucune manière soupçonner la voie si originale qu'avait suivie l'inventeur. Il serait sans doute inutile de faire ressortir l'intérêt qui s'attache à la publication des précieux documents où la pensée première de Fresnel se révèle tout entière.

Les mêmes expériences qui avaient montré à Fresnel qu'aucun rayon dans les cristaux à deux axes n'avait réellement droit à la qualification de rayon *ordinaire* lui fournirent d'importantes vérifications de ses lois générales. Les conditions particulières où il était arrivé que deux prismes d'angles égaux, mais de directions

[1] Ce sont les numéros XXXVIII et XXXIX de cette édition. Le premier Mémoire sur la double réfraction (N° XXXVIII) a été déposé le 19 novembre 1821 au Secrétariat de l'Académie, ainsi qu'il résulte d'une apostille de Delambre au manuscrit original. Les raisonnements qui y sont développés diffèrent un peu de ceux qu'on vient de présenter, et ne conduisent pas à la loi exacte de la double réfraction; mais l'Extrait du Mémoire N° XXXIX, rédigé quelques jours après et lu à la séance suivante de l'Académie, contient ou du moins indique toutes les rectifications nécessaires. (Voyez N° XXXIX, note finale de l'éditeur.)

[2] N° XLVII de cette édition.

différentes, avaient réfracté un même rayon de la même quantité, se trouvèrent en effet les conséquences de ces lois; il en fut de même des conditions où deux plaques de même épaisseur et de directions différentes avaient transmis ces mêmes rayons avec la même vitesse. Les règles données par Biot pour définir la position des plans de polarisation des deux rayons réfractés et pour évaluer la différence de leurs vitesses de propagation y trouvèrent également leur explication [1]. De nouvelles expériences sur la topaze, plus variées et aussi précises que les premières, vinrent apporter à la loi générale de nouvelles confirmations. Enfin il ne fut pas difficile de démontrer l'existence nécessaire de deux axes optiques et de déterminer les propriétés de ces deux directions d'une manière plus précise que n'avait pu le faire la seule expérience. Les axes ne sont autre chose que les normales aux deux systèmes de sections circulaires que présente l'ellipsoïde à trois axes inégaux dont il a été question tout à l'heure: comme tout diamètre de ces sections circulaires a les propriétés d'un axe d'une section elliptique, on voit que, sur une onde plane perpendiculaire à un axe optique, la direction des vibrations peut être quelconque, et que la vitesse de propagation en est indépendante. Ainsi suivant un axe optique il n'y a ni polarisation déterminée, ni double réfraction, ni par conséquent modification de la lumière par interférence dans les expériences de polarisation chromatique. Ces propriétés sont précisément celles qui caractérisent l'axe unique des cristaux à un axe; mais tandis que cet axe unique est, relativement au milieu cristallin, un axe de symétrie et occupe en conséquence la même position pour toutes les couleurs, les axes optiques des cristaux à deux axes sont simplement des directions suivant

[1] Il fallut seulement prendre pour vitesses de propagation les inverses des valeurs adoptées par Biot, ainsi qu'on doit toujours le faire quand on passe du système de l'émission au système des ondes.

lesquelles il y a compensation entre les causes tendant à produire la double réfraction, et toutes les fois que la dispersion est sensible, leurs situations sont très-différentes pour les diverses couleurs (1).

Entièrement persuadé par ces expériences de la vérité de sa loi, Fresnel en rechercha l'explication mécanique, et bien qu'on doive reconnaître que le succès n'a pas couronné ses efforts, cette dernière recherche n'en a pas moins exercé sur la science une influence considérable, qui s'est étendue bien au delà des limites de la théorie de la lumière.

On y doit distinguer deux parties.

La première dans l'ordre logique (mais non dans l'ordre historique) est l'étude des forces que développent dans un milieu élastique les petits déplacements moléculaires. Sans faire aucune hypothèse sur l'arrangement des molécules ni sur la loi de leurs actions mutuelles, Fresnel démontre par des raisonnements synthétiques, faciles à traduire par l'analyse :

1° Que si une molécule du milieu éprouve un petit déplacement, toutes les autres demeurant immobiles, la force qui la sollicite est la résultante des trois forces qui la solliciteraient, si elle éprouvait tour à tour trois déplacements parallèles à trois axes rectangulaires quelconques et égaux aux projections du déplacement réel sur ces trois axes;

2° Qu'en général cette force accélératrice est inclinée sur la direction du déplacement, mais qu'il existe toujours trois axes rectangulaires tels qu'un déplacement parallèle à l'un d'eux donne naissance à une force accélératrice qui lui est parallèle;

(1) On sait que la confirmation la plus éclatante de la loi de Fresnel a été donnée plus de dix ans après sa mort par les travaux de MM. Hamilton et Lloyd sur les propriétés des axes optiques et sur celles des points singuliers de la surface de l'onde.

3° Que si des déplacements égaux parallèles à ces trois axes donnent lieu à des forces accélératrices égales, une direction quelconque jouit des mêmes propriétés;

4° Que si des déplacements égaux parallèles à deux axes donnent lieu à des forces accélératrices égales, toute direction contenue dans le plan des axes jouit des mêmes propriétés [a].

Si le milieu est homogène dans toute son étendue, les axes dont il s'agit ont partout la même direction et peuvent recevoir le nom d'*axes d'élasticité*.

Ces théorèmes, d'une si remarquable simplicité, doivent être regardés comme le point de départ d'une science nouvelle, qui est devenue aujourd'hui l'une des branches les plus importantes de l'étude de la nature : *la théorie générale de l'élasticité*. Sans doute on avait déjà traité bien des questions relatives à l'équilibre et au mouvement intérieur des corps, mais, excepté dans le cas des fluides, et surtout des fluides élastiques, les solutions avaient été toujours empruntées à des considérations en partie théoriques, en partie empiriques et spéciales à chaque question, et même à des hypothèses inadmissibles. Fresnel fut le premier à introduire dans ces études les méthodes exactes et générales de la mécanique rationnelle, et, si simple que fût le problème qu'il s'était posé, relativement aux problèmes qu'on a abordés plus tard, en le résolvant d'une manière rigoureuse, il fit ce qu'il y a à la fois de plus important et de plus rare, il ouvrit à la science une voie nouvelle. Les noms de Cauchy, de Green, de Poisson, de M. Lamé disent assez si cette voie a été féconde [1].

[1] Ce n'est pas arbitrairement, ni pour les besoins d'un vain panégyrique, qu'on rattache l'œuvre de ces savants illustres à l'œuvre de Fresnel, comme à son point de départ. Les travaux de Cauchy, qui sont les plus beaux

[a] Ici se lit en marge, sur le manuscrit autographe, cette apostille tracée au crayon. *Théorie de l'ellipsoïde à intercaler...*

On ne saurait donc estimer trop haut la valeur des premières recherches de Fresnel sur la constitution des milieux élastiques, mais on doit reconnaître aussi que ces recherches n'ont pas été poussées assez loin pour conduire au but qu'il avait en vue, la démonstration *a priori* de sa loi générale de la double réfraction. Tout lecteur attentif du Mémoire célèbre où cette démonstration est essayée doit en effet s'étonner qu'une série de raisonnements, tantôt incomplets, tantôt entièrement inexacts, ait conduit leur auteur à l'établissement d'une des plus grandes lois de la nature, et, s'il s'agissait d'un autre que de Fresnel, on pourrait même être tenté de dire qu'il a dû au plus singulier des hasards la plus belle

titres de ce grand géomètre dans le domaine de la physique mathématique, les Mémoires sur l'équilibre et le mouvement intérieur des corps, considérés tantôt comme des masses continues, tantôt comme des assemblages de points matériels disjoints, qu'on trouve dans les premiers Exercices de mathématiques, sont postérieurs de quelques années aux recherches de Fresnel sur la double réfraction; l'application que l'auteur s'est hâté de faire des conséquences de son analyse aux théories de la double réfraction et de la dispersion, fait bien voir que l'optique n'a jamais été étrangère à ses préoccupations. La polémique même que Poisson a soutenue contre Fresnel sur le principe de la théorie des ondes (*) est une preuve de l'influence que les découvertes du physicien ont exercée sur l'esprit du géomètre. Enfin l'admirable Mémoire où Green a établi, de la manière la plus simple et la plus solide, les bases définitives de la théorie de l'élasticité, a pour titre : *Sur la propagation de la lumière dans les milieux cristallisés* (**). Les premiers travaux de M. Lamé ont eu seuls leur origine plutôt dans la mécanique pratique que dans l'optique; mais on sait quelle place M. Lamé a donnée plus tard à cette science dans ses leçons sur l'élasticité.

Les seuls écrits antérieurs à Fresnel où l'on trouve des notions justes sur les inégalités d'élasticité qui peuvent exister dans les corps et sur leur répartition régulière par rapport à certains axes ou plans de symétrie sont, à ma connaissance, ceux du grand minéralogiste allemand Samuel-Christian Weis (***).

(*) Voyez plus loin un résumé de cette controverse.

(**) *Cambridge Transactions*, t. VII.

(***) Voyez en particulier son Mémoire sur les divisions naturelles des systèmes cristallins, publié dans les Mémoires de l'Académie de Berlin pour 1815.

de ses découvertes. Le premier Mémoire sur la double réfraction, demeuré inédit jusqu'à ce jour, nous a montré par quelle admirable généralisation de faits connus il a été réellement conduit à cette découverte; les deux Suppléments à ce Mémoire, qui l'ont suivi à quelques mois de distance, et qui paraissent aussi pour la première fois dans cette édition [1], vont nous révéler en détail la marche successive de ses pensées, et comment il en est venu à se persuader qu'une suite d'hypothèses plausibles, mais nullement évidentes, était une véritable démonstration. On sait d'ailleurs que bien des physiciens éminents les ont reçues pour telles.

Dans les cristaux à un axe, il est évident, par raison de symétrie, que tout déplacement perpendiculaire à l'axe, *d'une seule molécule,* doit donner naissance à une force élastique, dirigée en sens contraire du déplacement et indépendante de la direction particulière du déplacement dans un plan perpendiculaire à l'axe. Un déplacement parallèle à l'axe doit aussi donner naissance à une force élastique dirigée en sens contraire du déplacement, mais d'une intensité différente de la précédente. On sait d'autre part que toutes les ondes planes polarisées dans la section principale se propagent dans le cristal avec une vitesse constante, la vitesse des rayons ordinaires, et que toutes les ondes planes dont le plan contient l'axe, et qui sont polarisées perpendiculairement à la section principale, se propagent avec une autre vitesse constante, qui est la vitesse des rayons extraordinaires perpendiculaires à l'axe. Ces propriétés remarquables deviennent des conséquences d'un même principe si l'on admet :

1° Que les vibrations de la lumière polarisée sont perpendiculaires au plan de polarisation;

[1] Ce sont les numéros XLII et XLIII. Le premier Supplément a été présenté à l'Académie des sciences le 22 janvier 1822, et le deuxième le 1er avril de la même année.

2° Que lorsque dans le plan d'une onde plane les vibrations ont lieu parallèlement ou perpendiculairement à l'axe optique, les forces élastiques qu'elles développent ne diffèrent des forces élastiques développées par le déplacement parallèle d'une seule molécule, que par un facteur constant, indépendant de la direction particulière du plan de l'onde.

La supposition est d'ailleurs tout à fait plausible, car elle conduit à regarder les vibrations de toutes les ondes ordinaires comme s'exécutant perpendiculairement à l'axe optique, et la simplicité de ce caractère commun paraît l'explication de l'identité de leurs propriétés. Si l'on remarque que dans un cristal à un axe toute droite perpendiculaire à l'axe est l'intersection de deux plans par rapport auxquels le cristal est symétrique, on est porté à admettre que, dans les cristaux à deux axes, lorsque les vibrations d'une onde plane sont parallèles à l'un des trois axes d'élasticité, c'est-à-dire à l'une des trois intersections des trois plans rectangulaires de symétrie, elles développent aussi des forces élastiques proportionnelles à celles qui résulteraient du déplacement d'une molécule unique, quelle que soit la direction particulière du plan de l'onde; et [cette hypothèse explique] l'existence de trois groupes de rayons qui, dans chacun des trois plans de symétrie du cristal, se réfractent conformément à la loi de Descartes, mais avec des indices différents. Quoi de plus naturel que d'étendre ensuite à tous les cas une hypothèse qui rend un compte si satisfaisant de tant de particularités du phénomène?

C'est ainsi que Fresnel s'est trouvé conduit à admettre comme un principe de sa théorie que, dans tous les cas, les forces élastiques mises en jeu par la propagation d'un système d'ondes planes, à vibrations rectilignes et transversales, ne dépendent que de la direction des vibrations et sont dans un rapport constant avec les forces élastiques mises en jeu par le déplacement paral-

lèle d'une molécule unique. Mais pour rendre compte des phénomènes au moyen de cette hypothèse, il est nécessaire d'y en ajouter une seconde, qui a paru à Fresnel n'être que l'expression pure et simple du principe fondamental de la transversalité des vibrations. Si les vibrations sont perpendiculaires au plan de polarisation, les vibrations d'une onde plane extraordinaire dans un cristal à un axe doivent être parallèles à la section principale, c'est-à-dire contenues dans le plan qui passe par l'axe et par la normale à l'onde; s'il est en outre nécessaire qu'elles soient absolument transversales, elles doivent être précisément dirigées suivant l'intersection du plan de l'onde et de la section principale. Mais la force élastique développée par un déplacement parallèle à cette direction n'est pas dirigée en sens inverse du déplacement, car cette propriété n'appartient qu'aux forces élastiques développées par des déplacements parallèles ou perpendiculaires à l'axe : seulement, par raison de symétrie la force élastique dont il s'agit est, comme le déplacement d'où elle résulte, contenue dans la section principale, et par conséquent sa composante parallèle au plan de l'onde est parallèle au déplacement. Donc, si cette composante était seule efficace, la propagation des vibrations extraordinaires serait expliquée, et si, en prenant pour mesure de la vitesse de propagation la racine carrée de cette composante, on retrouvait les lois connues de la propagation des ondes extraordinaires, on pourrait se croire autorisé à prendre cette nouvelle hypothèse pour l'expression de la vérité.

Or c'est précisément ce qui arrive. Dans un cristal quelconque à un ou à deux axes, il résulte de la loi de Fresnel que les deux vibrations rectangulaires qui peuvent se propager par des ondes planes normales à une même droite sont telles que les déplacements parallèles d'une molécule unique développent des élasticités dont les projections sur le plan des ondes sont parallèles au dé-

placement, et que les deux vitesses de propagation sont proportionnelles aux racines carrées de ces projections. D'ailleurs, l'absence de toute vibration [longitudinale] dans les ondes lumineuses semble prouver que l'éther est incompressible, et s'il en est ainsi on comprend que toute force qui tendrait à rapprocher ou à éloigner l'une de l'autre deux couches de molécules soit sans effet et doive être négligée.

C'est ainsi que Fresnel a été conduit à se croire en possession d'une véritable théorie mécanique de la double réfraction. Sa confiance a même été telle que, dans l'exposé définitif de sa théorie, qu'il a rédigé pour les Mémoires de l'Académie, il a supprimé toute indication du développement successif de ses pensées pour n'en conserver que la démonstration synthétique fondée sur les deux hypothèses qu'on vient de présenter. Mais ces hypothèses, dont il avait fait ses principes, ne résistent pas à un examen approfondi. Sans rechercher s'il est vrai que l'absence des vibrations [longitudinales] prouve l'incompressibilité de l'éther, on doit rejeter immédiatement la seconde hypothèse comme incompatible avec le point de vue où Fresnel s'était placé. Lorsqu'on se propose d'expliquer les phénomènes lumineux par la considération d'un éther formé de molécules séparées par des intervalles assez grands pour être assimilées dans leurs réactions mutuelles à des points mathématiques, on ne doit avoir recours à aucune hypothèse accessoire : les actions réciproques des molécules doivent rendre compte de tout, de l'incompressibilité de l'éther, si elle est réelle, comme des lois de propagation des ondes; les seules ondes dont on puisse admettre qu'elles se propagent sans altération sont celles qui développent des forces élastiques parallèles aux vibrations, et le problème est de trouver l'arrangement moléculaire et la loi d'action réciproque qui conduisent à déterminer la vitesse et la polarisation de ces ondes en conformité des lois de Fresnel. Il ne comporte pas

(Cauchy l'a démontré plus tard) de solution rigoureuse; il n'est possible, avec un milieu ainsi constitué, de satisfaire aux lois de Fresnel que d'une manière approchée, et seulement dans l'hypothèse d'une double réfraction peu énergique.

Quant à la première hypothèse, elle est de tout point erronée : il n'est pas vrai, en général, que l'élasticité mise en jeu par la propagation d'un système d'ondes planes à vibrations rectilignes soit dans un rapport constant avec l'élasticité mise en jeu par le déplacement parallèle d'une seule molécule, quelle que soit la position du plan de l'onde. Il n'est donc pas évident que dans les cristaux à un axe les vibrations des ondes ordinaires soient parallèles à l'axe, et les phénomènes de la double réfraction ne décident rien entre les deux hypothèses qu'on peut faire sur la direction des vibrations dans la lumière polarisée. L'une et l'autre sont également légitimes : seulement elles exigent que, pour la représentation approximative des lois de Fresnel, on admette des relations différentes entre les coefficients d'où dépendent les grandeurs et les directions des forces élastiques mises en jeu dans les vibrations de l'éther.

Ainsi la théorie proprement dite de la double réfraction, à laquelle Fresnel s'est définitivement arrêté, et qui passe pour l'origine de sa plus grande découverte, ne repose sur aucun fondement solide. Il serait puéril de chercher à le dissimuler; mais il le serait tout autant de croire que la gloire du fondateur de la théorie des ondes souffre quelque chose de cet aveu. On croit plutôt l'avoir mise dans son véritable jour par l'exposé qu'on vient de faire de l'ordre qu'ont réellement suivi ses pensées dans la poursuite de l'immortelle découverte dont on a dit qu'elle était *second to Newton's alone*.

XIII

Le Mémoire sur la double réfraction présenté à l'Académie des sciences en novembre 1821, ses deux Suppléments et une Note accessoire [1] furent renvoyés par l'Académie à l'examen d'une commission composée de Ampère, Arago, Fourier et Poisson. Le dernier paraît n'avoir pris aucune part aux travaux de la commission; du moins le rapport d'Arago, lu à l'Académie dans la séance du 19 août 1822 [2], n'est-il signé que du rapporteur, d'Ampère et de Fourier. Malgré la retraite du seul ennemi déclaré des idées nouvelles qui fît partie de la commission, Arago, voulant sans doute éviter des discussions aussi irritantes qu'inutiles, s'abstint de se prononcer sur la partie théorique du Mémoire et se contenta de dire que le temps n'avait pas permis aux commissaires de l'examiner avec toute l'attention nécessaire. Il fit au contraire un grand éloge de la partie expérimentale, s'étendit sur l'accord constant de l'observation avec la loi générale énoncée par l'auteur, et conclut à l'insertion du Mémoire dans le Recueil des Savants étrangers.

Un vote unanime de l'Académie ratifia ces conclusions, mais il fut précédé d'un incident remarquable, dont le souvenir mérite d'être conservé à l'honneur du grand géomètre, qui avait cru longtemps que son analyse avait ramené les phénomènes de la double réfraction à dépendre du système de l'émission [3]. Immédiatement après la lecture du rapport, Laplace prit la parole, et, avec cette générosité d'un grand esprit qui, dans l'adversaire de la veille, se

[1] Note sur l'Accord des expériences de MM. Biot et Brewster avec la loi donnée par l'ellipsoïde (N° XLIV de cette édition).

[2] N° XLV de cette édition.

[3] On emprunte le récit de cet incident à une lettre, en date du 22 août 1822, de M. Léonor Mérimée à son neveu M. Léonor Fresnel.

plaît à reconnaître et à saluer un égal, proclama l'importance exceptionnelle du travail dont on venait de rendre compte : il félicita l'auteur de sa constance et de la sagacité qui l'avait conduit à découvrir une loi qui avait échappé aux plus habiles, et, devançant en quelque sorte le jugement de la postérité, déclara qu'il mettait ces recherches au-dessus de tout ce qu'on avait depuis longtemps communiqué à l'Académie.

Cette puissante protection, qui ne se démentit jamais, jointe à l'ardente et fidèle amitié d'Arago, obtint bientôt pour Fresnel la plus haute consécration de ses succès en lui ouvrant les portes de l'Académie. Au moment même où Arago lisait son rapport, une candidature se trouvait ouverte. Berthollet et Delambre venaient de mourir; il paraissait certain que Fourier serait le successeur de Delambre dans les fonctions de secrétaire perpétuel, et laisserait ainsi une vacance dans la section de physique, et, si l'Académie pensait à remplacer Berthollet par Dulong, que ses travaux pouvaient également désigner pour la section de chimie et pour celle de physique, Fresnel n'avait aucun compétiteur sérieux à redouter. Ni Dulong, ni les membres de la section de chimie n'ayant voulu se prêter à cet arrangement, la lutte s'engagea entre Dulong et Fresnel, et Dulong, présenté le premier par la section de physique « qui avait pris en considération l'ancienneté de ses travaux » [1] fut élu dans la séance du 27 janvier 1823 par trente-six voix contre vingt données à Fresnel. Mais, trois mois après, la mort de Charles ayant laissé une autre place dans la section de physique, Fresnel y fut appelé par le suffrage unanime de l'Académie, dans la séance du 12 mai suivant.

L'importance des découvertes de Fresnel reçut ainsi le plus

[1] Expressions du rapporteur Lefebvre-Gineau, conservées dans l'extrait de la séance (du 20 janvier 1823) inséré aux Annales de chimie et de physique, t. XXII, p. 104.

rare et le plus solennel des hommages, mais les vues théori
qu'avaient suscitées quelques-unes de ses découvertes et qu
avaient à leur tour suscité d'autres, demeurèrent l'objet des
vives controverses. Une première polémique s'engagea avec B
la suite du rapport d'Arago sur le Mémoire relatif aux coul
des lames cristallisées[1]. Elle offrit [en somme] très-peu d'int
Biot n'entra jamais dans le fond de la question et se borna à
tenir, contre toute évidence, que les formules théoriques de Fre
n'ajoutent rien aux formules empiriques par lesquelles il
représenté les phénomènes.

Une discussion, qui promettait d'être plus sérieuse, s'ét
entre Fresnel et Poisson dans les premiers mois de 1823, à
poque même de la dernière candidature académique de Fres
Il s'agissait cette fois des principes mêmes de la théorie, e
deux adversaires étaient dignes l'un de l'autre; malheureuse
leurs points de vue, leurs habitudes d'esprit différaient telle
qu'ils ne se sont pas compris réciproquement, et que toute
controverse a été presque sans utilité pour la science. Poisson,
familier avec l'expérience, voulait tout déduire de l'analyse
souvent ne s'apercevait pas que le point de départ de son ana
était une impossibilité physique. Ainsi il traitait de la pr
gation des ondes dans les fluides *qui auraient, en des sens différ
des degrés différents d'élasticité*[2], comme si la notion de fluide
pliquait pas l'égalité de pression en tous sens, et comme de
hypothèse [inadmissible] il déduisait des ondes en forme d'e
soïde à trois axes inégaux, il croyait avoir réfuté la théorie
double réfraction de Fresnel, qui exige que l'on considère

[1] Les pièces de cette polémique forment le N° XXI de cette édition.

[2] Voyez, N° XXXIV (D) et *Annales de chimie et de physique*, t. XXII, p. 210, l'extrait d'un Mémoire sur la pro tion du mouvement dans les fl élastiques, par M. Poisson.

ondes dont la surface est définie par une équation du quatrième degré. Comme il ne donnait d'ailleurs dans cette discussion que les conclusions de son analyse sans l'analyse elle-même, il ne permettait pas toujours à son adversaire de le comprendre ni de juger s'il avait bien interprété les résultats du calcul (1). D'un autre côté Fresnel n'était peut-être pas toujours assez sensible au manque de rigueur d'un raisonnement, et comme Young, bien qu'à un moindre degré, était trop porté à voir une démonstration dans toute induction, toute analogie qui le conduisait à la découverte d'un phénomène nouveau. Le principal et, pour ainsi dire, le seul intérêt de la discussion est dans l'influence qu'a exercée sur les travaux ultérieurs de Poisson l'étude des écrits de Fresnel, influence profonde et que l'on ne saurait révoquer en doute, bien que Poisson ne l'ait jamais avouée (2).

(1) On ne sait, par exemple, ce que Poisson veut dire quand il parle d'un *filet de lumière*. Fresnel lui répond qu'il n'existe pas de filet de lumière, qu'à mesure qu'on rétrécit une ouverture exposée à lumière, le faisceau transmis se dilate de plus en plus, et en marge de cette objection sur l'exemplaire de la réponse de Fresnel, qu'il avait reçue de l'auteur, Poisson écrit ces mots au crayon :

« Je n'ai parlé nulle part de ce que « l'auteur semble ici me reprocher, et « qui n'a aucun rapport avec la citation « de la page 256. »

Une cause constante d'ambiguïté dans la discussion est l'usage du mot *fluide*. Fresnel, lorsqu'il appelle l'éther un fluide, entend par là simplement, comme les physiciens qui parlent de fluide élastique, que l'éther est un milieu très-rare et très-peu résistant; Poisson suppose toujours qu'il s'agit d'un fluide auquel les équations de l'hydrodynamique sont applicables, et toute la querelle sur la possibilité des vibrations transversales ne consiste guère que dans ce malentendu.

(2) Poisson a complétement abandonné dans ses écrits subséquents la position qu'il avait prise en 1823 à l'égard de la théorie de la lumière. Lorsqu'il a fait imprimer, dans le tome X des Mémoires de l'Académie, son Mémoire sur le mouvement de deux fluides élastiques superposés, il s'est restreint au cas des gaz et des liquides et n'en a tiré aucune conclusion relative à la réfraction et à la réflexion de la lumière; il a également cessé de mentionner ces

XIV

Quelque temps avant son élection (le 13 janvier 1823) F
avait [soumis] à l'Académie un Mémoire sur les modificatio
la réflexion imprime à la lumière polarisée[1], qui, comme
cherches sur la double réfraction, était un effort pour péné
mécanisme des phénomènes optiques et pour en déduire d
que l'expérience seule pouvait difficilement faire découvrir. A
tant comme démontré par le principe de Huyghens qu'à tout
arrivant sur la surface de séparation de deux milieux corr
daient une onde réfléchie et une onde réfractée, il y ch
les relations qui devaient exister entre les vibrations de ce
ondes. A proprement parler, il n'établissait pas une vraie t
mécanique fondée sur la considération directe des actio
ciproques des molécules d'éther et des molécules pondé
mais il tentait de déterminer certaines conditions générale
quelles toute théorie mécanique devait satisfaire et de faire

fluides à élasticité variable en divers sens qui tiennent tant de place dans l'Extrait inséré aux Annales de chimie et de physique. Dans son Mémoire sur la propagation du mouvement dans les milieux élastiques, en date du 11 octobre 1830, il a accordé autant d'importance aux vibrations transversales qu'aux ondes longitudinales; dans son Mémoire inachevé sur l'équilibre et le mouvement des corps cristallisés, il a donné des équations du mouvement vibratoire d'où résulteraient des surfaces d'onde qu'on pourrait dans certains cas réduire à la surface de Fresnel, et jamais à un ellipsoïde à trois axes inégaux, et cepe
seule allusion qu'il ait faite à se
ciers se trouve dans les lignes su

« J'appliquerai ensuite les
« de ce second Mémoire à la th
« ondes lumineuses.... questi
« grande étendue, mais qui n'a
« solue jusqu'à présent, malg
« son importance, en aucune de
« ties, ni par moi, dans les es
« j'ai tentés à ce sujet, ni, selon
« les autres géomètres qui s
« aussi occupés. » (*Mémoires de l'*
des sciences, t. XVIII, p. 6.)

(1) C'est le N° XXX de cette

de ces conditions les lois générales des modifications que subissent les vibrations lumineuses en se réfléchissant et en se réfractant.

Cinq conditions principales lui parurent devoir être admises, savoir :

1° La direction transversale des vibrations;

2° La perpendicularité des vibrations au plan de polarisation;

3° La conservation des forces vives;

4° La continuité du mouvement dans les deux milieux de part et d'autre de la surface de séparation;

5° La proportionnalité de l'indice de réfraction à la racine carrée de la densité de l'éther.

La première condition est un fait d'expérience. La seconde n'est qu'une hypothèse qui n'a ni plus ni moins de probabilité que l'hypothèse contraire; mais Fresnel croyait, par sa théorie de la double réfraction, en avoir fait une vérité démontrée. La troisième est une loi générale de la mécanique. La quatrième se justifie par une considération mécanique assez évidente : s'il y avait discontinuité à la surface de séparation, c'est-à-dire si le déplacement relatif des molécules infiniment voisines des deux côtés de cette surface avait une valeur finie, il en résulterait des forces élastiques infiniment grandes, par rapport à celles qui déterminent la propagation du mouvement dans toute l'étendue des deux milieux, et la discontinuité ne subsisterait qu'un temps infiniment court. La cinquième condition n'était qu'une des deux hypothèses simples par lesquelles on représente la cause de la réfraction : on suppose que l'éther engagé dans les corps pondérables est plus dense que l'éther libre, mais que les forces élastiques qui agissent sur les molécules sont les mêmes dans les deux cas, et il en résulte que la densité de l'éther doit être en raison inverse du carré de la vitesse de propagation, c'est-à-dire en raison [di-

recte] du carré de l'indice de réfraction.
supposer que la densité de l'éther est la m
et que la présence de la matière pondéral
nuer les forces élastiques dans le rapport
propagation, et chacune de ces deux hyp
l'une des deux hypothèses qu'on peut fair
brations dans la lumière polarisée.

L'application de ces principes à la lu
plan d'incidence ne souffre aucune diffic
sultats entièrement conformes à l'expéri
même quand on passe à la lumière polari
au plan d'incidence. Le principe de con
équation de plus qu'il n'est nécessaire, e
priétés connues de ce genre de lumière,
dre la continuité aux composantes des v
surface. Mais dès qu'on accepte cette re
priétés de la lumière polarisée, la loi de
sur l'égalité des quantités de lumière pol
rayon réfléchi et dans le rayon réfracté
glaces, etc. se présentent comme des co
duire des équations fondamentales. Les
flexion totale [semblaient ne devoir pa
équations; mais] guidé par l'étude expér
de ces phénomènes en 1816 [1], Fresnel a
des expressions imaginaires par où se ma
la théorie, l'indication complète des loi
mènes sont soumis et dont toute théorie
compte.

Le jugement définitif de la science sur

[1] Voyez le paragraphe IX de cette Introduction

de Fresnel ressemble fort à celui qu'elle a porté sur la théorie de la double réfraction. Les lois nouvelles qui y sont établies ont conservé toute leur importance malgré les perturbations qu'ont fait reconnaître d'ingénieux procédés d'observation; mais la théorie elle-même n'est plus aujourd'hui considérée comme l'expression certaine de la vérité. Ce n'est pas que, comme la théorie de la double réfraction, elle contienne des erreurs positives; mais on a fait voir qu'on pouvait arriver aux mêmes résultats en partant de principes très-différents, à certains égards, de ceux de Fresnel et sujets en apparence à moins de difficultés. Si l'on admet en effet, avec M. Neumann, que les vibrations de la lumière polarisée soient parallèles au plan de polarisation, le principe des forces vives et le principe de la continuité du mouvement, appliqués sans aucune restriction, donnent justement autant d'équations qu'il en faut pour déterminer toutes les inconnues du problème. En outre la théorie nouvelle s'étend facilement aux phénomènes des cristaux biréfringents et conduit à des lois que jusqu'ici l'expérience a paru confirmer [1].

Cependant des phénomènes d'un ordre bien différent, les phénomènes de l'aberration, et plus généralement les phénomènes qui résultent d'un déplacement rapide du milieu où la lumière se propage, donnent à la théorie de Fresnel un appui qui manque à celle de M. Neumann. Dans sa lettre sur l'influence du mouvement de la terre dans les phénomènes d'optique [2], Fresnel avait, dès 1817, proposé une hypothèse hardie pour expliquer à la fois le phénomène de l'aberration et quelques expériences paradoxales d'Arago. Suivant lui les corps pondérables n'entraîneraient pas

[1] La théorie de Fresnel n'est pas susceptible d'une généralisation aussi simple, rien n'indiquant ce que doit être, par rapport aux indices de réfraction, la densité de l'éther dans un corps biréfringent.

[2] *Annales de chimie et de physique*, t. IX, p. 57, et N° XLIX de cette édition.

dans leur mouvement tout l'éther qu'ils contiennent, mais seulement l'excès de l'éther qu'ils renferment sur celui qui se trouverait dans un volume égal vide de toute matière pondérable; en admettant que la quantité totale de l'éther contenue dans l'unité de volume d'un corps soit proportionnelle au carré de l'indice de réfraction, c'est-à-dire [inversement proportionnelle] au carré de la vitesse, la quantité d'éther entraînée serait proportionnelle à ce qu'on appelle le pouvoir réfringent des corps, et tous les phénomènes résultant du mouvement rapide d'un milieu réfringent trouveraient leur explication. On sait que M. Fizeau a confirmé l'hypothèse de Fresnel par une expérience remarquable d'interférence, et qu'ainsi l'opinion qui considère les vibrations de la lumière polarisée comme perpendiculaires au plan de polarisation [paraît devoir être définitivement adoptée].

Quoi qu'on puisse penser de la valeur de ces preuves on ne saurait trop admirer avec quelle sagacité Fresnel a ramené à dépendre les uns des autres des phénomènes aussi profondément distincts.

XV

La théorie de l'aberration et des phénomènes analogues n'est pas la seule occasion où Fresnel ait abordé la difficile question des rapports de l'éther et de la matière pondérable.

On peut d'abord conclure de quelques passages relatifs à l'absorption, épars en divers écrits [1], qu'il avait une idée parfaitement nette des véritables causes de ce phénomène, qui a inspiré à plusieurs physiciens de si étranges spéculations [2]. Il le considérait

(1) Voyez particulièrement le N° V (C) et le N° XIX (A).

(2) On y a vu, par exemple, un effet de l'interférence des rayons réfléchis entre les couches moléculaires successives des corps, comme si l'interférence diminuait jamais l'intensité des rayons qui suivent une direction donnée, sans

simplement comme une communication d'une partie de la force vive des ondes lumineuses aux molécules pondérables, et, dès 1815, il parlait à Arago de l'utilité qu'il y aurait à mesurer simultanément l'intensité des rayons réfléchis par un corps et la quantité de chaleur qu'il reçoit des rayons incidents, et qu'accuse son élévation de température.

La considération des molécules pondérables joue encore un rôle important dans la théorie de la dispersion qui est esquissée dans le second Supplément au premier Mémoire sur la double réfraction. Fresnel explique la dispersion en admettant que les forces élastiques mises en jeu par des vibrations lumineuses ont une sphère d'activité qui n'est pas très-petite par rapport à la longueur des ondulations [1], et, un peu plus loin, il ajoute ces paroles remarquables, qui contiennent en germe tout ce que Cauchy a développé plus tard :

« La force élastique...... a sans doute une sphère d'activité très-bornée dans l'éther, dont les intervalles moléculaires sont probablement très-petits, puisqu'on suppose ce fluide assez subtil pour pénétrer entre les intervalles les plus étroits des molécules des autres corps. (*En note :* Il résulterait de cette hypothèse que la différence de vitesse des ondes de diverses longueurs devrait être très-petite dans l'éther seul.) Mais les groupes moléculaires et les particules de ces corps peuvent être séparés par des intervalles, qui, quoique extrêmement petits, ne sont pas sans doute insensibles relativement à la longueur d'une ondulation, comme semblerait le prouver la transparence imparfaite des corps les plus

augmenter précisément de la même quantité l'intensité des rayons de même espèce suivant quelque autre direction. On y a vu encore l'effet d'une dispersion du mouvement vibratoire sur les molécules des corps combinée avec une interférence qui détruirait toute trace des mouvements dispersés lorsque le corps aurait des dimensions suffisantes.

[1] N° XLIII, § 32.

diaphanes. Ainsi la distance où le point M est rendu indifférent au glissement des tranches de ces particules, contenant un grand nombre de ces intervalles, peut être une partie notable de la longueur d'une ondulation lumineuse, ainsi que je l'ai supposé pour expliquer le phénomène de la dispersion [1]. »

Il est probable que Fresnel avait su tirer de ces aperçus une théorie mathématique de la dispersion : on a trouvé du moins dans ses papiers de nombreux calculs, datés pour la plupart de 1824, qui ont pour objet la comparaison des indices mesurés par Fraunhofer avec une formule théorique dont la signification n'est pas entièrement expliquée.

XVI

Ces calculs et d'autres calculs encore, plus ou moins compliqués, sur la réflexion de la lumière sont, avec des Rapports académiques de peu d'importance et une réponse à diverses questions de M. John Herschel [2], les seuls documents conservés de l'activité scientifique de Fresnel dans les quatre dernières années de sa vie. L'affaiblissement progressif de sa santé est sans doute pour une part dans cet abandon presque complet des recherches où son génie avait rencontré tant de triomphes, mais la cause principale est ailleurs : elle est dans les travaux de plus en plus actifs que lui imposa la carrière d'ingénieur.

Appelé, comme on l'a dit, au printemps de 1818, aux travaux de la construction du canal de l'Ourcq, il n'était pas resté tout à fait un an attaché à ce service, et était passé, en mai 1819, à celui du cadastre du pavé de Paris. Mais l'Administration des

[1] N° XLIII, § 43. — On a modifié un peu la rédaction de ce passage, afin qu'on pût le comprendre indépendamment de ce qui précède.

[2] Voyez le N° LI de la présente édition.

ponts et chaussées avait bien vite compris qu'elle avait un meilleur parti à tirer d'un ingénieur qui renouvelait entièrement la science de l'optique, et, dès le 21 juin 1819, il était adjoint à la Commission des phares [a]. Ce fut là bientôt son occupation principale, et l'on ne saurait estimer trop haut les services que l'inventeur des phares lenticulaires rendit à son pays et, on peut le dire, à tout le monde civilisé. Cependant, à l'occasion de ces services, si grands qu'ils soient, on ne saurait [se défendre d'un regret]. D'autres ingénieurs auraient tôt ou tard imaginé les lentilles à échelons, les lampes à mèches concentriques, les phares à éclipses [b]; mais Fresnel pouvait seul continuer la révolution qu'il avait commencée dans la science. Qui peut dire ce qu'il aurait fait s'il lui avait été permis de poursuivre, sans interruption et libre de tout soin, le développement de ses fécondes pensées?

Il essaya plusieurs fois de se faire une autre carrière, ou de trouver dans un travail plus conforme à ses goûts le supplément de ressources nécessaire à l'exécution d'expériences bien coûteuses pour le modeste traitement d'un ingénieur ordinaire des ponts et chaussées. Dans l'hiver de 1819 à 1820, il fit à l'Athénée un cours de physique, mais il ne se trouva pas des dispositions à l'enseignement suffisantes pour continuer. En 1821, il accepta les fonctions pénibles et assez mal rétribuées d'examinateur *temporaire* des élèves de l'École polytechnique, et, après avoir vainement tenté de les échanger contre les fonctions plus lucratives d'examinateur des élèves de l'École de marine, les conserva jusqu'en 1824. Sa santé le contraignit alors d'y renoncer.

[a] Cette adjonction, qui eut des résultats aussi importants qu'inattendus, avait été provoquée par Arago. (Voyez l'Introduction à la section des Phares, t. III.) [L. F.]

[b] A. Fresnel n'a pas inventé les *phares à éclipses;* il en a seulement changé le système optique, en lui donnant une plus grande portée et des apparences plus variées. [L. F.]

Depuis ce moment, il n'eut plus les forces suffisantes pour mener de front ses recherches scientifiques et ses travaux d'ingénieur. Dominé par le sentiment du devoir, par les habitudes d'abnégation dont il avait trouvé chez ses parents l'enseignement et l'exemple, il sacrifia ce qui pouvait n'intéresser que sa propre gloire, et donna au service des phares tous les moments de repos que lui laissaient ses maladies. Ce ne fut qu'au commencement de 1827 qu'il demanda et obtint de se faire soulager par son frère, qui fut depuis son successeur, et qui racontera lui-même toute cette partie de son œuvre. Mais il était trop tard. Quatre mois après, le 14 juillet 1827, il mourait à Ville-d'Avray entre les bras de sa mère [a].

Vingt-cinq ans auparavant cette pieuse et noble femme, en faisant part à son mari des brillants succès de collége d'un frère aîné d'Augustin Fresnel (mort jeune au siége de Badajoz), ajoutait, au lieu des paroles de joie si naturelles à une mère :

« Je prie Dieu de faire à mon fils la grâce d'employer les grands « talents qu'il a reçus, pour son utilité et le bien général. — On

[a] Le 13 février 1866, Émile Verdet, déjà très-affaibli par une affection organique dont les symptômes s'étaient rapidement aggravés, lisant à son collaborateur la présente Introduction à peine achevée, insista sur ce passage pour s'assurer de son exactitude historique. et s'enquit de nouveau avec un douloureux intérêt, peut-être aussi avec le pressentiment de semblable destinée, des circonstances de la fin prématurée d'Augustin Fresnel. . . . .

Le 3 juin, trois mois après cette *dernière* conférence, Émile Verdet s'éteignait à Avignon, dans le sein de sa famille, à l'âge de 42 ans !

Il n'avait pu revoir sa dernière et si remarquable production, avant son départ de Paris. — Le manuscrit tracé par une main défaillante présente quelques lacunes et *lapsus calami* que l'on a essayé de faire disparaître, du moins en majeure partie. Le temps avait également manqué à l'auteur pour la rédaction d'un Appendice, qui devait se composer d'une série de notes, la plupart biographiques, comme l'indiquent des renvois que l'on a dû supprimer. [L. F.]

« demandera beaucoup à celui à qui on aura beaucoup donné, et « on exigera plus de celui qui aura plus reçu.... [a] »

Qui a mieux rempli qu'Augustin Fresnel ce vœu formé en faveur d'un autre ?

[a] Saint Luc. ch. XII. v. 48.

ŒUVRES

D'AUGUSTIN FRESNEL.

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

PREMIÈRE SECTION.

DIFFRACTION ET INTERFÉRENCES.

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

PREMIÈRE SECTION.

DIFFRACTION ET INTERFÉRENCES.

N° I.

LETTRE D'AUGUSTIN FRESNEL À FRANÇOIS ARAGO [a].

Mathieu (près Caen), le 23 septembre 1815.

Monsieur,

Je crois avoir trouvé l'explication et la loi des franges colorées qu'on remarque dans les ombres des corps éclairés par un point lumineux. Les résultats que me donne le calcul sont confirmés par l'observation. Mais je n'ai pu mettre encore dans ces observations le degré d'exactitude nécessaire pour être parfaitement sûr de la justesse de ma formule. Il me faudrait pour cela des instruments que je ne puis me procurer

[a] A. Fresnel était entré, en 1806, dans le corps des ponts et chaussées, mais les travaux pratiques de sa profession ne lui avaient jamais fait oublier les études physico-mathématiques pour lesquelles il avait pris un goût très-vif à l'École polytechnique.

Sa correspondance offre partout les preuves de l'attrait qu'avaient pour lui ces spéculations (Lettres à Léonor Fresnel, du 15 mai au 3 novembre 1814, N° LIX), et dans ses carnets de notes on rencontre à chaque page, près d'un nivellement ou d'un projet de route, toutes sortes d'objections aux théories optiques de Newton, d'hypothèses et de calculs sur les mouve-

qu'à Paris [a]. Avant de faire cette dépense, je désirerais savoir si elle n'est pas inutile, et si l'on n'a point déjà déterminé la loi de la diffraction par des expériences suffisamment exactes. Je vous prie donc, Monsieur, si l'on a soumis ce phénomène au calcul, de me faire connaître la formule qui le représente et la théorie sur laquelle elle est fondée. J'attendrai votre réponse avec impatience.

Si j'avais fais l'emplette des livres que vous aviez eu la bonté de m'indiquer, je ne serais pas obligé de vous importuner à ce sujet. Mais

---

ments ondulatoires, sur la chaleur et la lumière, sur la constitution moléculaire des corps. A la fin de 1814, il soumettait à l'illustre Ampère un Mémoire résumant ce qu'il appelait *ses Rêveries*. (Lettre à L. F. du 3 novembre 1814.)

Plusieurs parties de ce travail étaient probablement moins neuves que ne devait le supposer un auteur exclusivement livré à ses comtemplations solitaires. Aussi a-t-il condamné ce Mémoire à l'oubli, et on peut seulement en apercevoir l'objet dans sa correspondance. (Lettres à L. F. du 6 juillet au 3 novembre 1814.)

En avril 1815, A. Fresnel fut suspendu de ses fonctions et mis en surveillance à Nyons, par mesure de haute police. (Voir sa *Notice biographique*, t. I des œuvres d'Arago.) Il se hâta de profiter de ses loisirs forcés pour entreprendre des recherches approfondies sur la théorie de la lumière, objet favori de ses réflexions et de ses études, jusque-là spéculatives plutôt qu'expérimentales.

Il entrait ainsi, sans autre préparation que ses propres méditations, dans un mouvement scientifique qui venait de transformer l'optique tout entière; il lui fallait donc s'enquérir d'abord des travaux de ses devanciers.

Il alla chercher des renseignements et des conseils près de F. Arago qui, le 12 juillet 1815, répondait à ses premières questions par la note suivante :

«Je ne connais pas d'ouvrage qui renferme la totalité des expériences que les physiciens «ont faites sur la diffraction de la lumière. M. Fresnel ne pourra se mettre au courant de «cette partie de l'optique qu'en lisant l'ouvrage de Grimaldi, celui de Newton, le traité an-«glais de Jordan et les Mémoires de Brougham et de Young, qui font partie de la collection «des Transactions philosophiques.

«Je prie monsieur Fresnel de recevoir mes salutations.

«F. A.»

A partir de cette époque commença entre le savant déjà célèbre et le jeune physicien, qui allait si promptement le devenir, une amitié qui ne s'est jamais démentie, et un échange de lettres où celui-ci aurait écrit lui-même l'histoire entière de ses idées, si malheureusement cette correspondance ne se fût trouvée trop fréquemment interrompue.

[a] A. Fresnel fit exécuter les premiers instruments de ses expériences sur la diffraction par le serrurier de son village. Quelques pièces de ces instruments existent encore.

je ne reçus votre billet qu'au moment même où je quittais Paris. J'aurais pu prier mon oncle [a] de me les envoyer; mais leur nombre m'effraya, et ne sachant lequel préférer, je ne lui en demandai aucun. Les Transactions philosophiques sont, je crois, un ouvrage périodique que je ne pouvais consulter qu'à Paris. Quant à l'ouvrage de Young, dont vous m'aviez beaucoup parlé, j'avais fort envie de le lire; mais, ne sachant pas l'anglais, je ne pouvais l'entendre qu'avec le secours de mon frère [b], et, après l'avoir quitté, le livre redevenait inintelligible pour moi.

Je terminerai ma lettre par une réflexion que je fis quelques instants après vous avoir quitté, lorsque vous me parlâtes d'une expérience qui pouvait servir à s'assurer directement si la lumière va plus vite dans l'eau que dans l'air [c]; c'est que, dans l'hypothèse newtonienne, on doit voir toujours l'étoile dans la même direction, que la lunette soit pleine d'air, ou qu'elle soit pleine d'eau. En effet, l'axe de la lunette étant dirigé vers le lieu apparent de l'étoile, et la surface de l'eau perpendiculaire à cet axe, le rayon de lumière la frappe obliquement, et l'angle de réfraction compense exactement celui qui doit résulter de l'accélération de vitesse.

Au lieu d'observer une étoile, on pourrait diriger la lunette sur tout autre objet, et pendant le jour on aurait, je pense, assez de lumière pour le distinguer à travers deux mètres d'eau, puisque dans une eau limpide on voit le gravier à plus de dix pieds de profondeur. Je crois donc à la possibilité de cette expérience, toute délicate qu'elle est, et je désirerais bien qu'elle fût faite par un physicien aussi habile que vous. Pour la faire commodément, il faudrait peut-être fixer à l'extrémité de la lunette et sur son prolongement un tube rempli d'eau, au bout duquel deux fils croisés indiqueraient le point de mire. Cette lunette, étant dirigée perpendiculairement au mouvement de translation de la terre, on placerait le fil intermédiaire de manière que les

---

[a] M. Léonor Mérimée, peintre d'histoire, secrétaire perpétuel de l'École des Beaux-Arts.

[b] Fulgence Fresnel.

[c] Voyez sur cette expérience le N° XLIX, § 4, et les Œuvres de F. Arago, t. VII, p. 554.

trois points parussent en ligne droite, et en faisant faire une demi-révolution à la lunette et au tube sur leur axe commun, on devrait encore voir ces trois points en ligne droite, si les vitesses de la lumière dans l'eau et dans l'air sont entre elles comme les sinus des angles d'incidence et de réfraction, et en ligne brisée, si la lumière ne va pas plus vite dans l'eau que dans l'air (et dans l'hypothèse que le mouvement de l'eau, parallèlement à sa surface, n'influe pas sur l'angle de réfraction).

Je suis, avec la plus haute considération,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

A. FRESNEL.

N° II.

PREMIER MÉMOIRE

SUR

LA DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE,

OÙ L'ON EXAMINE PARTICULIÈREMENT

LE PHÉNOMÈNE DES FRANGES COLORÉES QUE PRÉSENTENT LES OMBRES

DES CORPS ÉCLAIRÉS PAR UN POINT LUMINEUX [a].

1. Avant d'entrer dans le détail de mes expériences sur la diffraction et des conséquences que j'en ai tirées, j'exposerai sommairement les principales objections que je me suis faites sur la théorie newtonienne.

Newton ayant posé en principe que les molécules lumineuses qui frappent nos yeux, lorsque nous regardons le soleil, partent de cet

---

[a] Adressé à l'Académie des sciences, le 15 octobre 1815. — [MM. Poinsot et Arago commissaires nommés le 23 octobre 1815.]

Ce Mémoire était accompagné de la lettre suivante de l'auteur à Delambre, secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences.

Mathieu, près Caen, le 15 octobre 1815.

Monsieur,

Je vous prie de vouloir bien présenter à la première classe de l'Institut un Mémoire sur la diffraction, que M. Mérimée, mon oncle, aura l'honneur de vous remettre avec cette lettre.

Peut-être ce Mémoire vous offrira-t-il des raisonnements déjà faits et des expériences connues, que j'ai pu croire neuves, n'étant pas à portée de me tenir au courant des progrès de la science.

La théorie de Newton est encore adoptée généralement. Je ne connais aucun ouvrage dans lequel elle soit attaquée directement, et où l'on donne, ainsi que je l'ai fait, les formules pour calculer la largeur des franges colorées des ombres. Ces formules, jointes aux observations par lesquelles j'ai vérifié leur exactitude, me

astre pour arriver jusqu'à nous, fut obligé de supposer que leur marche n'est point dérangée par les molécules de calorique répandues dans l'espace. Cela me paraît difficile à admettre. La plupart des physiciens, je pense, sont persuadés que les molécules lumineuses et calorifiques sont de même nature; une foule de raisons portent à le croire, et il suffit, pour s'en convaincre, de remarquer ce qui se passe lorsqu'un corps noir est exposé à l'action de la lumière. Il ne la transmet ni ne la réfléchit, ou, du moins, ce qu'il en réfléchit est fort peu de chose, quand il n'est pas poli. Il ne peut pas en absorber éternellement, et, après s'en être saturé, il devrait en rendre autant qu'il en reçoit. Que devient donc la lumière? Il la rend à l'état de calorique. Ce n'est qu'en admettant l'identité des molécules de la lumière et du calorique qu'on peut concevoir le phénomène. Cela posé, quelle que soit la petitesse des molécules de calorique répandues dans l'atmosphère, par rapport aux distances qui les séparent, elles sont assez rapprochées pour agir les unes sur les autres, puisque par leurs répulsions réciproques elles font équilibre au poids des couches supérieures de l'atmosphère. Une molécule lumineuse qui la traverse doit donc éprouver continuellement des répulsions qui contrarient son mouvement; comment peut-il se faire que toutes ces répulsions ne détruisent pas sa vitesse, et qu'en donnant du mouvement à tant de milliards de molécules elle ne finisse pas par perdre le sien?

2. Pour expliquer la réfraction, Newton suppose dans les corps des attractions différentes pour la lumière. Ainsi, par exemple, il attribue l'inflexion qu'éprouve le rayon lumineux passant de l'air dans le verre

---

paraissent augmenter beaucoup les probabilités en faveur du système où l'on considère la lumière comme résultant des vibrations du calorique.

J'ai l'honneur d'être, avec la plus haute considération,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur.

A. FRESNEL.

M. Augustin Fresnel, ingénieur des ponts et chaussées,
à Mathieu, près Caen, département du Calvados.

à l'attraction plus puissante du verre, qui le rapproche de la normale au point d'incidence. Représentons-nous cependant le verre et l'air, avec le calorique qui les pénètre. Tant que les molécules de calorique ont été plus attirées par le premier que par le second, elles ont dû passer de celui-ci dans celui-là; mais à la fin le rapprochement des molécules de calorique du verre, en augmentant leurs répulsions réciproques, a dû contre-balancer l'excès de son attraction, et l'équilibre s'est établi. Or, que résulte-t-il de cet état d'équilibre? C'est qu'une molécule quelconque de calorique, située dans le voisinage de la surface, n'est pas plus attirée d'un côté que de l'autre. Comment donc admettre le contraire pour une molécule lumineuse, puisqu'elles sont de même nature? Si la molécule en repos n'est plus dérangée de sa position par l'attraction du verre, comment cette attraction changerait-elle la direction de la molécule lumineuse, dont la vitesse est énorme?

3. Indépendamment de ces deux objections, auxquelles il me paraît difficile de répondre d'une manière satisfaisante, la théorie newtonienne conduit à plusieurs hypothèses improbables. Il faut admettre que la lumière s'élance des corps avec une foule de vitesses différentes, et qu'elle n'est visible qu'avec une seule de ces vitesses, ou du moins dans des limites extrêmement rapprochées. M. Arago [a] a prouvé que, dans ce système, avec un dix-millième de vitesse de plus ou de moins les molécules lumineuses n'étaient plus sensibles à nos yeux. Cependant à quoi tient leur visibilité? Au choc contre les nerfs de l'œil? Ce choc ne deviendrait pas insensible par une augmentation de vitesse. A la manière dont elles se réfractent dans la prunelle? Mais des molécules rouges, dont la vitesse aurait été diminuée, même d'un cinquantième, se réfracteraient encore moins que les rayons violets et ne sortiraient pas du spectre, qui présente les limites de la vision.

4. M. Arago a démontré encore qu'on ne pouvait pas expliquer la diversité des couleurs, dont la lumière est composée, par des vitesses

---

[a] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXXVI, p. 38; *Œuvres complètes de F. Arago*, t. VII, p. 548.

différentes dans ses molécules. Il faut donc admettre autant d'espèces de molécules lumineuses qu'il y a de couleurs, de nuances diverses dans le spectre solaire.

5. Les accès de facile réflexion et de facile transmission sont à peu près inexplicables dans le système de Newton. Aussi les présente-t-il comme de nouvelles propriétés de la lumière, et ne cherche-t-il pas à les relier aux bases de sa théorie. Il me semble que ces variations périodiques dans les dispositions de la lumière se concevraient mieux en la considérant comme produite par les vibrations du calorique; car dans la même ondulation il aurait successivement différentes vitesses, éprouverait différents degrés de pression, qui se répéteraient dans les ondulations suivantes.

6. La double réfraction a obligé Newton de faire encore une nouvelle hypothèse, qui est bien extraordinaire : c'est que les molécules lumineuses ont des pôles, et que le spath d'Islande tourne d'un même côté les pôles de même espèce. Malus a prouvé, par ses belles expériences sur la polarisation de la lumière, qu'elle se modifiait de la même manière lorsqu'elle était réfléchie sous un certain angle par une glace non étamée. Est-il indispensable d'admettre des pôles dans les molécules lumineuses pour concevoir ce phénomène, et ne peut-on pas supposer que la glace imprime aux vibrations de la lumière, dans le sens du plan de réflexion, une modification particulière, qui fait qu'elle est plus susceptible d'être réfléchie dans ce sens que dans l'autre ?

7. Il me semble que la théorie des vibrations se plie mieux que celle de Newton à tous les phénomènes, et si l'on n'a pas encore donné dans celle-là une explication satisfaisante de la réfraction, cela vient peut-être de ce qu'on n'a pas assez étudié la lumière sous ce point de vue. L'hypothèse est simple et l'on sent qu'elle doit être féconde en conséquences, mais il est difficile de les tirer.

8. La plus forte objection qu'on ait faite à cette théorie est celle qui est fondée sur la comparaison de la lumière et du son. Mais rien ne prouve qu'on puisse comparer avec exactitude les vibrations de l'air, d'un fluide pesant, aux vibrations du calorique, du fluide subtil dont

il emprunte son élasticité. La marche de la lumière est infiniment plus rapide que celle de l'air; son mouvement doit donc se répandre beaucoup moins au dehors de sa direction primitive[1], tant qu'aucun obstacle ne le dérange; car la lumière, par la rencontre d'un corps, peut être réfléchie comme le son, réfractée ou infléchie.

9. Cette objection, la seule à laquelle il me paraisse difficile de répondre complétement, m'a conduit à m'occuper des ombres portées. Pour ramener le phénomène à son plus grand degré de simplicité, j'ai diminué autant que possible les dimensions du point lumineux, et j'ai observé cependant que les ombres n'étaient jamais terminées nettement, comme elles devraient l'être, si la lumière ne se propageait que dans le sens de sa direction primitive. On voit qu'elle se répand dans l'ombre, et il est difficile d'assigner le point où elle s'arrête, les limites de l'angle d'inflexion. J'ai vu de la lumière jusque dans le milieu de l'ombre d'une règle de deux centimètres de largeur, en la regardant directement avec une forte loupe.

Pour que cette lumière soit sensible, il faut qu'il y ait, sur les bords du corps, des aspérités qui la divisent inégalement. Je me suis assuré, en recevant l'ombre d'un fil sur un verre, dont une moitié était dépolie, et en l'examinant par derrière avec une loupe, que l'ombre était la même dans les deux parties, qu'il était inutile d'interposer un verre dépoli pour la recevoir, et qu'en la regardant directement, on la voyait telle qu'elle était réellement au foyer de la lentille. Cette remarque m'a été très-utile dans l'étude de la diffraction, en me donnant le moyen d'observer les franges jusqu'à leur naissance. J'ai reconnu qu'elles partaient des bords mêmes des corps, et qu'ils n'exerçaient pas sur la lumière des actions répulsives à une aussi grande distance que Newton l'a supposé.

10. Je me suis d'abord servi, pour obtenir un point lumineux, d'un très-petit trou fait dans une feuille d'étain, sur lequel je rassemblais beau-

[1] Il est possible que, dans le vide même, le mouvement d'un rayon lumineux en produise d'autres dans des sens obliques à sa direction, et que ces mouvements, plus faibles et d'une nature différente, soient insensibles à l'œil, dont l'étendue de sensation est bien moindre que celle de l'oreille.

coup de lumière au moyen d'une grande lentille. Mais le mouvement du soleil déplaçait promptement le foyer, et chaque observation ne pouvait durer qu'un instant. Enfin j'ai essayé le moyen que M. Arago m'avait indiqué, et qui m'a parfaitement réussi. J'ai formé un point lumineux avec une lentille très-convexe; j'ai obtenu ainsi des franges bien nettes, avec une lentille de six lignes de foyer, tant que le corps dont j'observais l'ombre était à plus de cinquante centimètres du point lumineux; mais lorsque je voulais le rapprocher davantage, les franges devenaient trop vagues pour être mesurées exactement. N'ayant pas de plus forte lentille, pour obtenir un point lumineux plus fin, je me suis servi d'un globule de miel déposé sur un petit trou fait à une feuille de cuivre. Éclairé par ce globule, le fil de fer, dont je mesurais les franges, en produisait encore de très-nettes, même lorsqu'il n'était plus qu'à un centimètre du point lumineux. Mais ne connaissant pas assez exactement la position de son foyer, je ne pouvais évaluer sa distance au fil qu'à un demi-millimètre près, et lorsqu'il n'y avait qu'un centimètre d'intervalle entre eux, je pouvais faire une erreur d'un vingtième sur cette distance.

11. Avec un globule dont on connaîtrait bien les dimensions, on calculerait exactement la position du foyer, et cette difficulté disparaîtrait: on pourrait alors étudier la loi de la diffraction vers une des limites du phénomène. Il est facile de construire un instrument très-simple et très-commode pour ces observations. Une règle en cuivre divisée avec soin porterait à une de ses extrémités un globule de verre; les divisions partiraient du foyer de la lentille, et seraient, par exemple, d'un millimètre chacune; le fil métallique, ou plutôt une lame très-étroite taillée en biseau de chaque côté (afin que la largeur qui porte ombre fût invariable) pourrait se mouvoir perpendiculairement le long de la règle, et, au moyen d'une vis de rappel, on placerait (à la loupe) la face la plus large sur une des divisions. On recevrait ensuite l'ombre sur un carton blanc, ou bien en la regardant directement avec une loupe, on la mesurerait au moyen d'un micromètre.

N'ayant pas de micromètre, je me suis d'abord servi du premier

moyen. Je recevais l'ombre sur un carton blanc, et je mesurais la distance entre les deux franges extérieures du premier ordre, en prenant, dans chaque frange, le point où cesse le rouge et où le violet commence. Je connaissais assez exactement le diamètre du fil de fer dont je me servais, qui était d'un millimètre; je pouvais ainsi calculer la largeur de l'ombre telle qu'elle aurait été sans la diffraction, et par une soustraction je voyais de combien la première frange s'en éloignait.

12. Je m'étais assuré d'avance, en dirigeant sur le globule des rayons rouges, et ensuite des rayons violets, que les franges produites par ceux-ci s'écartaient moins de l'ombre que celles que donnaient les rayons rouges, et que les couleurs suivaient le même ordre que dans les anneaux colorés; c'est pourquoi j'ai toujours pris le passage du rouge au violet pour la ligne de séparation des couleurs du premier et du second ordre.

13. Le tableau suivant présente les résultats des observations que j'ai faites, en recevant les ombres sur un carton :

NUMÉROS D'ORDRE.	DISTANCE du point lumineux au fil de fer.	DISTANCE du fil au carton.	LARGEUR de l'ombre observée entre les deux franges extérieures.	LARGEUR de l'ombre telle qu'elle serait sans la diffraction.	DIFFÉRENCE, ou double de la distance, de la 1re frange au bord de l'ombre géométrique.	DIFFÉRENCE divisée par la distance du fil au carton, ou angle de diffraction.	
1	0^{m},017	1^{m},033	0^{m},0780	0^{m},0618	0^{m},0162	0,01568	Dans les observations 1, 2, 3, 4, 5 et 6 le point lumineux était le foyer d'un globule qui ne jetait qu'une lumière faible, en sorte que je ne pouvais pas beaucoup éloigner le carton. Dans les autres observations, le point lumineux était donné par une lentille de six lignes de foyer. J'aurais pu obtenir des mesures plus exactes en inclinant le carton au rayon de lumière; mais l'idée ne m'en était pas encore venue.
2	0 ,050	1 ,432	0 ,0422	0 ,0296	0 ,0126	0,00880	
3	0 ,100	1 ,365	0 ,0232	0 ,0147	0 ,0085	0,00623	
4	0 ,150	1 ,304	0 ,0169	0 ,0097	0 ,0072	0,00552	
5	0 ,201	1 ,250	0 ,0129	0 ,0072	0 ,0057	0,00456	
6	0 ,237	1 ,215	0 ,0115	0 ,0061	0 ,0054	0,00444	
7	0 ,393	5 ,267	0 ,0320	0 ,0144	0 ,0176	0,00334	
8	0 ,987	4 ,673	0 ,0160	0 ,0057	0 ,0103	0,00220	
9	1 ,487	4 ,173	0 ,0115	0 ,0038	0 ,0077	0,00184	
10	1 ,987	3 ,673	0 ,0094	0 ,0028	0 ,0066	0,00180	
11	2 ,487	3 ,173	0 ,0076	0 ,0023	0 ,0053	0,00167	
12	2 ,987	2 ,673	0 ,0061	0 ,0019	0 ,0042	0,00157	Les observations 14 et 15 ont été faites à l'aide d'un miroir, qui réfléchissait le point lumineux pour prolonger sa distance au fil, ma chambre obscure n'ayant que 5^{m},67 de longueur.
13	3 ,987	1 ,673	0 ,0044	0 ,0014	0 ,0030	0,00179	
14	6 ,700	3 ,280	0 ,0062	0 ,0015	0 ,0047	0,00143	
15	8 ,460	1 ,510	0 ,0038	0 ,0012	0 ,0026	0,00172	

14. M'étant assuré que la première frange partait des bords du fil de fer à sa naissance, et croyant qu'elle se propageait en ligne droite, pour juger des variations de l'angle de diffraction, j'avais divisé par la distance du fil au carton la différence entre la largeur de l'ombre géométrique et celle d'une frange à l'autre. On voit les quotients dans la dernière colonne. Il est à remarquer que l'angle de diffraction, après avoir diminué progressivement jusqu'au n° 12, augmente ensuite, et qu'au n° 15 il est plus grand qu'au n° 14. Je ne pouvais pas supposer que la loi fût rétrograde, et j'attribuais cela à l'inexactitude de mes observations. Cependant, comme j'avais déjà remarqué une anomalie semblable dans une autre série d'expériences, je soupçonnai que la distance à laquelle on plaçait le carton influait sur la mesure de l'angle de diffraction, ou autrement que la première frange ne se propageait pas en ligne droite. C'est ce dont je me suis assuré depuis par des observations assez exactes pour ne plus laisser aucun doute à cet égard.

Mais je n'ai fait ces expériences qu'après avoir trouvé la véritable théorie de la diffraction.

15. Je me suis longtemps arrêté aux franges extérieures, qui sont les plus faciles à observer, sans m'occuper des franges intérieures. Ce sont celles-ci qui m'ont enfin conduit à l'explication du phénomène.

J'avais déjà collé plusieurs fois un petit carré de papier noir sur un côté du fil de fer dont je me servais dans mes expériences, et j'avais toujours vu les franges de l'intérieur de l'ombre disparaître vis-à-vis de ce papier; mais je ne cherchais que son influence sur les franges extérieures[1] et je me refusais en quelque sorte à la conséquence remar-

[1] J'avais remarqué que lorsque le fil métallique était très-mince, les franges extérieures devenaient légèrement concaves vis-à-vis de l'ombre du papier, d'où j'ai conclu que la lumière infléchie d'un côté du fil peut influer sensiblement sur les franges extérieures de l'autre côté; c'est ce qui m'a déterminé à n'employer dans mes expériences que des fils ayant au moins un millimètre de diamètre. On ne peut pas supposer que le petit papier agisse par attraction sur les rayons qui passent de l'autre côté du fil, car il en est trop éloigné. D'ailleurs les franges ne varient pas avec la masse ou la surface du corps contre lequel s'infléchit la lumière. Le tranchant et le dos d'un rasoir, un fil métallique poli ou couvert de noir de fumée donnent toujours les mêmes franges.

quable où me conduisait ce phénomène. Elle m'a frappé dès que je me suis occupé des franges intérieures, et j'ai fait sur-le-champ cette réflexion : puisque en interceptant la lumière d'un côté du fil on fait disparaître les franges intérieures, le concours des rayons qui arrivent des deux côtés est donc nécessaire à leur production.

16. Elles ne peuvent pas provenir du simple mélange de ces rayons, puisque chaque côté du fil séparément ne jette dans l'ombre qu'une lumière continue; c'est donc la rencontre, le croisement même de ces rayons qui produit les franges. Cette conséquence, qui n'est pour ainsi dire que la traduction du phénomène, est tout à fait opposée à l'hypothèse de Newton, et confirme la théorie des vibrations. On conçoit aisément que les vibrations de deux rayons, qui se croisent sous un très-petit angle, peuvent se contrarier, lorsque les nœuds des unes répondent aux ventres des autres [a]. C'est ce qu'amène sans doute le croisement des rayons dans l'intérieur, comme à l'extérieur de l'ombre. A l'extérieur les franges sont produites par le croisement des rayons [b] partant du point lumineux et des bords du fil, et dans l'intérieur de

---

[a] Cet énoncé si complètement inexact du principe des interférences a été reproduit plusieurs fois par Fresnel dans ses premières communications académiques, et se retrouve dans son premier écrit imprimé, le Mémoire sur la diffraction inséré au tome Ier des Annales de chimie et de physique [2e série] (voir en particulier la page 245). L'exemplaire tiré à part de ce Mémoire, qui nous a fourni le texte du N° VIII de la présente édition, porte une correction manuscrite de la main de Fresnel, qui rétablit comme il suit le véritable énoncé du principe :

« On conçoit aisément, en effet, que deux ondulations qui se croisent sous un petit angle « doivent se contrarier et s'affaiblir lorsque les nœuds dilatés des unes répondent aux nœuds « condensés des autres, et se fortifier mutuellement, au contraire, lorsque leurs mouvements « sont en harmonie. »

Il n'y a sans doute qu'une inadvertance dans l'énoncé erroné donné d'abord par Fresnel. On pourrait s'étonner qu'elle ait échappé à l'attention des commissaires de l'Académie, mais le passage de leur rapport où le phénomène des interférences est comparé au phénomène acoustique des battements (voir plus loin n° VII, § 7) laisse croire qu'ils n'ont pas eu tout de suite l'intelligence exacte du principe dont il s'agit. [E. Verdet.]

[b] Aucun des mémoires d'Aug. Fresnel, antérieurs au 14 juillet 1816 et au 19 avril 1818 (voir ci-après, Nos X et XI), n'expose une théorie exacte de la diffraction. Tous, en effet,

l'ombre elles proviennent du croisement des rayons infléchis de chaque côté par les bords du fil. J'ai considéré le point lumineux, et les deux bords du fil, comme des centres d'ondulations régulières, et les intersections de leurs cercles devaient me donner la position des franges. J'ai trouvé ainsi pour l'expression de la distance de la première frange extérieure au bord de l'ombre, telle qu'elle serait sans la diffraction : $\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$, a représentant la distance du point lumineux au fil, b celle du fil au carton sur lequel on reçoit l'ombre, et d la longueur d'une ondulation. d étant extrêmement petit, j'ai négligé les termes multipliés par son carré. Voyant dans les intersections de ces ondulations l'explication de beaucoup de phénomènes particuliers que je n'avais pas encore pu concevoir, et persuadé que j'étais arrivé à la véritable théorie de la diffraction, j'appliquai sur-le-champ cette formule à une de mes observations, en substituant à la place de d la longueur moyenne indiquée par la table de Newton, pour le passage d'un accès de facile transmission ou répulsion dans l'air, à un autre accès semblable; mais je m'aperçus que la véritable valeur de d était précisément le double de cette longueur [1].

17. J'ai donc adopté pour la valeur de d la somme des épaisseurs des lames d'air qui répondent au rouge du premier ordre et au violet du second ordre, c'est-à-dire vingt millionièmes de pouce anglais et un sixième, ou $0^{m},0000005176$, et appliquant la formule $\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$ aux observations que j'avais faites, j'ai vu partout la théorie s'accorder

[1] Pourquoi les ondulations qui produisent les franges sont-elles doubles des intervalles de retour au même accès, que Newton a déduits si naturellement des anneaux colorés? C'est ce que je n'ai pas encore pu m'expliquer d'une manière satisfaisante.

attribuent la formation des franges à l'intervention des rayons réfléchis sur les bords des ouvertures.

Nous croyons inutile de répéter pour chacun d'eux cette observation.

C'est dans le *Supplément au mémoire sur la diffraction* (N° X) et surtout dans la *Note sur la théorie de la diffraction* (N° XI) qu'on trouve pour la première fois l'explication des phénomènes établie sur les vrais principes, dégagée de toute hypothèse.

avec l'expérience, ou du moins les différences étaient assez légères pour qu'on pût les attribuer à l'inexactitude des observations.

18. Le tableau suivant présente les résultats du calcul à côté de ceux de l'observation :

NUMÉROS D'ORDRE.	DISTANCE du point lumineux au fil de fer.	DISTANCE du fil au carton.	LARGEUR de l'ombre observée entre les deux franges extérieures.	LARGEUR de l'ombre telle qu'elle serait sans la diffraction.	DIFFÉRENCE, ou double de la distance, de la 1re frange au bord de l'ombre géométrique.	RÉSULTATS donnés par la formule $2\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$	DIFFÉRENCE entre les résultats de l'observation et ceux du calcul.	
1	0^m,017	1^m,033	0^m,0780	0^m,0618	0^m,0162	0^m,01626	— 0^m,00006	
2	0 ,050	1 ,432	0 ,0422	0 ,0296	0 ,0126	0 ,01226	+ 0 ,00046	
3	0 ,100	1 ,365	0 ,0232	0 ,0147	0 ,0085	0 ,00910	— 0 ,00060	Cette différence de 6/10es de millimètre, la plus considérable de toutes, n'est cependant que le quarantième environ de la largeur totale de l'ombre mesurée, et le quinzième de l'angle de diffraction.
4	0 ,150	1 ,304	0 ,0169	0 ,0097	0 ,0072	0 ,00723	— 0 ,00003	
5	0 ,201	1 ,250	0 ,0129	0 ,0072	0 ,0057	0 ,00611	— 0 ,00041	
6	0 ,237	1 ,215	0 ,0115	0 ,0061	0 ,0054	0 ,00555	— 0 ,00015	
7	0 ,393	5 ,267	0 ,0320	0 ,0144	0 ,0176	0 ,01772	— 0 ,00012	
8	0 ,987	4 ,673	0 ,0160	0 ,0057	0 ,0103	0 ,01053	— 0 ,00023	
9	1 ,487	4 ,173	0 ,0115	0 ,0038	0 ,0077	0 ,00811	— 0 ,00041	
10	1 ,987	3 ,673	0 ,0094	0 ,0028	0 ,0066	0 ,00658	+ 0 ,00002	
11	2 ,487	3 ,173	0 ,0076	0 ,0023	0 ,0053	0 ,00547	— 0 ,00017	
12	2 ,987	2 ,673	0 ,0061	0 ,0019	0 ,0042	0 ,00458	— 0 ,00038	
13	3 ,987	1 ,673	0 ,0044	0 ,0014	0 ,0030	0 ,00313	— 0 ,00013	
14	6 ,700	3 ,280	0 ,0062	0 ,0015	0 ,0047	0 ,00448	+ 0 ,00022	
15	8 ,460	1 ,510	0 ,0038	0 ,0012	0 ,0026	0 ,00270	— 0 ,00010	

19. Une conséquence très-remarquable de cette théorie de la diffraction, c'est que la même frange ne se propage pas en ligne droite, mais suivant une hyperbole, dont les foyers sont le point lumineux et un des bords du fil, pour les franges extérieures. Un résultat aussi surprenant avait besoin d'être confirmé par des expériences plus exactes.

20. Pour cela, j'ai construit moi-même un micromètre, avec lequel je puis mesurer les largeurs des ombres à moins d'un quarantième de millimètre près. Il est formé par deux fils de soie partant d'un même point et aboutissant à deux points éloignés l'un de l'autre de cinq millimètres. Je regarde l'ombre avec une forte loupe placée de manière que les fils se trouvent à son foyer, et qu'ils paraissent bien

dégagés de franges. Un petit carton mobile me sert à marquer l'endroit où la distance entre les fils est égale à la largeur de l'ombre. Le cadre qui porte ces fils est divisé en millimètres, dans le sens de leur longueur, en sorte que je puis juger de la distance de leur point de concours au carton à un millimètre près, et comme ce cadre a 218 millimètres de longueur, je puis donc évaluer la distance entre les fils à moins d'un quarantième de millimètre. Il faut beaucoup de patience pour se servir de ce micromètre grossier, dans lequel il n'y a pas de vis de rappel. Un autre défaut de mon micromètre, c'est qu'il ne peut pas mesurer des largeurs qui excèdent 5 millimètres. Il est facile d'en imaginer un plus commode; mais c'était le seul que je pusse faire moi-même et avoir sur-le-champ.

21. J'ai obtenu avec ce micromètre, malgré son imperfection, des résultats qui s'accordent assez bien avec le calcul pour ne plus laisser de doute sur la formule qui lui sert de base, ainsi qu'on le reconnaîtra à l'inspection du tableau suivant.

NUMÉROS D'ORDRE.	DISTANCE du point lumineux au fil de fer.	DISTANCE du fil au micromètre.	LARGEUR de l'ombre observée entre les deux franges extérieures.	LARGEUR de l'ombre telle qu'elle serait sans la diffraction.	DIFFÉRENCE, ou double de la distance, de la 1re frange au bord de l'ombre géométrique.	RÉSULTATS donnés par la formule $2\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$	DIFFÉRENCE entre les résultats de l'observation et ceux du calcul.	
1	$1^m,49$	$0^m,385$	$0^m,00264$	$0^m,00126$	$0^m,00138$	$0^m,00141$	— $0^m,00003$	Le fil de fer employé dans ces expériences a un millimètre de diamètre.
2	1 ,49	1 ,107	0 ,00459	0 ,00174	0 ,00285	0 ,00283	+ 0 ,00002	
3	1 ,49	4 ,186	0 ,0118	0 ,00381	0 ,00799	0 ,00812	— 0 ,00013	L'observation 3 n'a pas été faite au micromètre, mais avec un carton blanc sur lequel on a mesuré l'ombre du fil.
4	0 ,342	0 ,028	0 ,00142	0 ,00108	0 ,00034	0 ,00035	— 0 ,00001	
5	0 ,342	0 ,1485	0 ,00243	0 ,00143	0 ,00100	0 ,00094	+ 0 ,00006	
6	0 ,342	0 ,383	0 ,00397	0 ,00212	0 ,00185	0 ,00183	+ 0 ,00002	

Les observations 1, 2 et 3, dans lesquelles le fil est toujours à la même distance du point lumineux, prouvent que la première frange ne se propage pas en ligne droite; car si l'on joint par des lignes

droites les franges n° 1 et n° 3, on trouve pour la largeur n° 2, 0m,00438, au lieu de 0m,00459 que donne l'observation, et la différence est d'un cinquième de millimètre.

Les observations 4, 5 et 6 prouvent encore, malgré l'inexactitude de la cinquième, que la 1re frange se propage suivant une courbe dont la convexité est en dehors; car en tirant deux lignes droites des franges n° 4 aux franges n° 6, on trouve pour la largeur n° 5, 0m,00229 au lieu de 0m,00243, que donne l'observation, ou même de 0m,00237, que donne la théorie.

Si mon micromètre avait pu mesurer de grandes largeurs, j'aurais rendu plus sensible, dans cette seconde expérience, la courbure de l'hyperbole, en la prolongeant davantage. Il est vrai qu'à mesure qu'on s'éloigne, les ondulations se croisent sous un plus petit angle, la frange s'élargit, et il devient plus difficile d'assigner exactement le passage du rouge au violet, ou d'un ordre de couleurs au suivant.

22. Il en est des franges extérieures du second ordre comme de celles du premier; elles se propagent aussi suivant des hyperboles dont les foyers sont au point lumineux et au bord du fil. Ces hyperboles ont même plus de convexité que celles du premier ordre, parce que la différence entre les deux rayons vecteurs est plus considérable. Mais les couleurs du 2e et du 3e ordre se confondant beaucoup, il est très-difficile d'assigner le point de passage, et les mesures prises sur les franges du deuxième ordre ne peuvent plus avoir autant d'exactitude.

23. Le fil de fer étant à 0m,338 du point lumineux, et le micromètre à 3m,64 du fil de fer, j'ai mesuré la distance de la première frange à la seconde, et je l'ai trouvée de 0m,00293. Cette largeur est représentée par la formule $\sqrt{\frac{4db(a+b)}{a}}-\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$, ou $\left(\sqrt{2}-1\right)\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$, et en substituant à la place de a, d et b leurs valeurs, on trouve 0m,00276. La différence entre le résultat du calcul et celui de l'observation est donc de 0m,00017, c'est-à-dire le seizième environ de la largeur mesurée.

Le fil de fer étant à 0m,295 du point lumineux, et le micromètre à

II. $4^{m},317$ du fil de fer, j'ai encore mesuré la distance de la première frange à la deuxième, et je l'ai trouvée de $0^{m},00358$; le calcul donne $0^{m},00346$. La différence $0^{m},00012$ est à peu près le trentième de la largeur mesurée. Je m'étais plus attaché, dans cette seconde observation, à placer les fils du micromètre au point où le rouge est encore exempt de mélange de violet.

24. Plusieurs autres observations antérieures sur les franges du second ordre, dans lesquelles je recevais l'ombre sur un carton, et que je ne rapporte pas ici, à cause de leur peu d'exactitude, m'ont constamment donné des largeurs un peu plus grandes que le calcul. J'attribue cela à ce que, dans les franges du deuxième ordre, le rouge empiète considérablement sur des couleurs de l'ordre suivant, qui sont trop faibles pour contre-balancer son éclat, en sorte que l'endroit le plus sombre de la frange se trouve reculé ainsi que le point de passage apparent du rouge au violet, parce que le violet du troisième ordre, recouvert par le rouge du second, devient insensible.

Pour faire ces observations avec exactitude, il faudrait pouvoir n'employer qu'une même espèce de rayons.

25. J'ai dit que les franges extérieures se propagent suivant des hyperboles. Ce n'est pas que je suppose un mouvement courbe à la lumière; j'entends par là seulement, que les largeurs de ces franges prises à différentes distances du fil ne sont pas les ordonnées d'une ligne droite, mais d'une hyperbole dont ces distances seraient les abscisses.

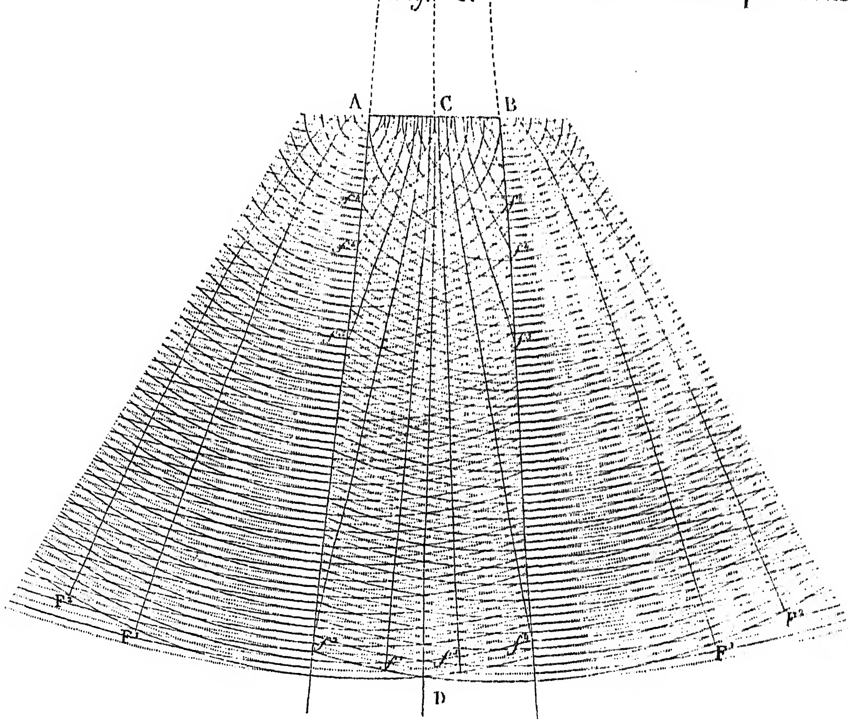
26. La différence entre les deux rayons vecteurs étant presque égale à la distance entre les deux foyers, l'hyperbole se rapproche extrêmement d'une ligne droite, et c'est ce qui a été cause sans doute de l'erreur où est tombé Newton. Il a pris une partie de la branche de l'hyperbole pour une ligne droite, et comme cette droite prolongée passe en dehors du sommet de l'hyperbole, ou du bord du fil, il en a conclu que les rayons de lumière évitaient de toucher les corps et pouvaient en être repoussés à des distances très-sensibles.

27. Pour expliquer nettement la manière dont je conçois le croisement des ondulations, je les ai représentées dans la figure 1, jointe

à ce mémoire. S est le point lumineux, A et B les extrémités du corps qui porte ombre. Des points S, A et B comme centres, j'ai décrit une suite de cercles en augmentant toujours le rayon d'une demi-ondulation. Les cercles en *lignes pleines* représentent, dans chaque système d'ondulations, les mêmes sortes d'accès, les *nœuds* par exemple, et les cercles *ponctués*, les *ventres*. Les intersections des cercles de différentes espèces donnent l'endroit le plus sombre des franges. J'ai tracé les hyperboles que forment ces points d'intersection. La rencontre des hyperboles avec le carton sur lequel on reçoit l'ombre détermine le milieu des franges. Les hyperboles F^1, F^1; F^2, F^2, etc. donnent les franges extérieures du premier ordre, du second ordre, etc. les hyperboles f^1, f^1; f^2, f^2, etc. les franges intérieures du premier ordre, du second ordre, etc.

28. On voit par l'inspec-

Fig. 1.



tion même de la figure pourquoi l'ombre contient d'autant plus de franges intérieures qu'on la reçoit plus près du fil.

Les rayons qui donnent les franges intérieures du premier ordre ne différant que d'un demi-accès, les intersections des ondulations rouges et des ondulations violettes se trouvent presque à la même distance de SD, et les couleurs se confondent. Dans les franges du second ordre, où les cercles qui se croisent diffèrent d'une ondulation et demie, les couleurs commencent à se séparer. Elles deviennent plus sensibles dans celle du troisième ordre, encore davantage dans celles du quatrième, etc. Enfin elles s'étendent tant que les franges des différents ordres empiètent les unes sur les autres, et finissent par se confondre. C'est ce qu'on observe lorsque le fil est assez large, ou l'ombre vue assez près du fil pour contenir beaucoup de franges.

29. La formule qui donne la distance d'une frange à l'autre est facile à calculer. Je suppose que l'on veuille obtenir l'expression de la distance entre les deux franges du premier ordre : il suffit pour cela de calculer la distance d'une de ces franges à SD, et de la doubler. Le milieu de cette frange est donné par l'intersection de deux cercles décrits des points A et B comme centres, et dont les rayons diffèrent d'une demi-ondulation. Je prends SD pour axe des x et AB pour axe des y; b étant la distance du fil au carton et c représentant AB ou la largeur du fil, l'équation d'un des cercles sera :

$$(y-\tfrac{1}{2}c)^2+x^2=b^2;$$

et celle de l'autre :

$$(y+\tfrac{1}{2}c)^2+x^2=(b+\tfrac{1}{2}d)^2.$$

Je représente toujours par d la longueur d'une ondulation.

En éliminant x entre ces deux équations, on trouve

$$y=\frac{bd+\frac{1}{4}d^2}{2c};$$

mais comme d est extrêmement petit, on peut négliger son carré, et la valeur de y devient $\frac{bd}{2c}$. La distance entre les deux franges du premier ordre est donc égale à $\frac{bd}{c}$; entre les deux franges du second ordre à $\frac{3bd}{c}$; entre les deux franges du troisième ordre à $\frac{5bd}{c}$, et ainsi de suite.

Il est à remarquer que la distance entre les franges intérieures est indépendante de celle du fil au point lumineux, et c'est ce que confirme l'expérience.

30. J'ai rassemblé dans le tableau suivant quelques observations faites sur les franges intérieures.

Nos D'ORDRE.	DISTANCE du point lumineux au fil.	DISTANCE du fil au micromètre.	$d = 0^m,0000005176$. Le fil de fer a toujours $0^m,001$ de diamètre.		DIFFÉRENCES.
1	$1^m,49$	$3^m,633$	Largeur comprise entre les deux franges intérieures du 1er ordre.	d'après l'observation. $0^m,00188$ d'après le calcul... $0\ ,00188$	$0^m,00000$
2	$1\ ,49$	$0\ ,592$	Largeur comprise entre les deux franges intérieures du 2e ordre...	d'après l'observation. $0\ ,00096$ d'après le calcul... $0\ ,00092$	$+0\ ,00004$
3	$1\ ,49$	$0\ ,592$	Largeur comprise entre les deux franges intérieures du 3e ordre...	d'après l'observation. $0\ ,00161$ d'après le calcul... $0\ ,00153$	$+0\ ,00008$
4	$0\ ,342$	$1\ ,996$	Largeur comprise entre les deux franges intérieures du 2e ordre...	d'après l'observation. $0\ ,00323$ d'après le calcul... $0\ ,00310$	$+0\ ,00013$

Les différences un peu fortes entre le calcul et les observations 2, 3, 4, sont dans le même sens et suivent le même rapport. Elles proviennent peut-être de ce que le fil de fer n'avait pas tout à fait $0,^m001$ de diamètre dans la partie dont j'ai mesuré l'ombre, ou bien de ce que les couleurs d'un ordre empiètent d'autant plus sur celles de l'ordre suivant que la frange s'éloigne davantage de celle du premier ordre; en sorte que, par la même raison que nous avons déjà donnée pour les franges extérieures, la ligne de séparation apparente du rouge et du violet est reportée en dehors, plus pour les franges du deuxième ordre que pour celles du premier, pour celles du troisième que pour celles du deuxième, et ainsi de suite.

31. La seule inspection de la formule $\frac{bd}{c}$, qui donne la distance entre les franges intérieures, fait voir pourquoi l'ombre d'une aiguille,

ou de tout autre corps pointu, s'ouvre en deux vers la pointe et se divise en franges d'autant plus nombreuses et plus rapprochées entre elles, qu'elles s'éloignent davantage de l'extrémité du style.

32. Il est facile de concevoir, d'après la même théorie, pourquoi, vis-à-vis des bords d'un petit papier collé au fil de fer, les franges intérieures se portent du côté du papier, en se rapprochant les unes des autres, jusqu'à ce qu'elles se fondent dans son ombre.

Ayant placé un papier noir très-étroit obliquement à la direction de la lumière, j'en ai observé l'ombre à une distance considérable relativement à la largeur du papier, et j'ai remarqué que les franges intérieures étaient disposées symétriquement de chaque côté du milieu de l'ombre, comme dans le cas où le papier était perpendiculaire aux rayons; d'où j'ai conclu qu'il ne fallait point compter leurs accès à partir des bords du papier, mais à partir du point lumineux; c'est-à-dire que les rayons vibraient d'accord avant d'arriver au papier. L'inclinaison du papier change à la vérité un peu le centre des ondulations, mais lorsqu'on en est assez éloigné pour que cette différence soit très-petite en comparaison du rayon du cercle, elle n'influe presque pas sur la courbure de ce cercle, et partant sur son intersection avec ceux qui ont pour centre l'autre bord du papier. Des observations faites avec le fil de fer je pouvais conclure directement l'accord des vibrations des rayons partant du point lumineux; car si l'on avait dû compter leurs ondulations à partir des points de tangence, la moindre irrégularité dans la surface du fil aurait pu occasionner une différence d'une ondulation, et détruire ainsi la symétrie des franges intérieures.

33. La frange extérieure du premier ordre étant donnée par l'intersection de deux cercles, dont l'un a pour centre le point lumineux, l'autre le bord du fil, et dont les origines sur le rayon tangent sont à une ondulation l'une de l'autre, il faut en conclure que la réflexion a changé d'une demi-vibration les ondulations qui ont pour centre le bord du fil; autrement elles seraient d'accord dans l'endroit même où se trouve la partie la plus sombre de la frange.

34. Les franges du deuxième, du troisième, du quatrième ordre, etc. tant intérieures qu'extérieures, prouvent que la position des nœuds et des ventres des ondulations de même espèce ne change pas, ou du moins ne change que par une progression peu sensible, en sorte qu'au bout de quatre ou cinq vibrations consécutives ils se retrouvent encore à peu près à la même place.

35. On demandera peut-être comment il se fait que les vibrations rouges, jaunes, vertes, bleues, violettes, qui sont de différentes longueurs, ne se détruisent pas réciproquement en partant du même point lumineux et en suivant les mêmes directions. Je répondrai à cela que sans doute ces différentes espèces de vibrations ne se font pas dans le même temps, mais les unes après les autres; la lumière blanche peut aussi bien en être la succession que le mélange; d'ailleurs quand elles auraient lieu en même temps, elles ne se contrarieraient jamais d'une manière si complète et si continue que des vibrations d'une même espèce différant d'une demi-ondulation.

36. Nous avons vu, par l'analyse de la diffraction, que des rayons lumineux qui se croisent sous un petit angle se gênent et s'affaiblissent mutuellement dans le point d'intersection lorsque leurs vibrations ne s'accordent pas. Mais il est à remarquer que dans l'endroit même où la discordance est la plus complète il y a encore un peu de lumière, et que les parties noires des franges ne sont jamais d'une obscurité parfaite, même lorsque l'on forme le point lumineux avec une seule espèce de rayons. Il faut admettre encore dans cette théorie que les rayons, qui ont été obscurcis par la rencontre de vibrations discordantes, redeviennent lumineux ensuite dans la partie du trajet où les ondulations sont d'accord, et qu'ainsi ils peuvent reprendre leur éclat après l'avoir perdu. Les ondulations, en se croisant, se modifient sans doute au point d'intersection, mais leur mouvement réglé et leur forme circulaire se rétablissent ensuite. C'est de ce principe que j'ai tiré les formules dont je me suis servi et que l'expérience a confirmées.

Si l'angle sous lequel se croisent les rayons était infiniment petit, et que la discordance de leurs vibrations fût la plus grande possible,

I. c'est-à-dire d'une demi-ondulation, alors, leurs mouvements se contrariant constamment, ils perdraient peut-être complétement leurs propriétés lumineuses.

37. La théorie de la diffraction, telle que je viens de l'exposer, est fondée sur l'accord des vibrations (du moins dans un angle sensible) des rayons partant d'un même point lumineux. Comment cet accord se trouve-t-il établi au foyer d'une lentille, dans un petit trou au travers duquel on fait passer la lumière [1] ? Je n'ai pas encore pu me l'expliquer d'une manière satisfaisante. Mais malgré cette objection et beaucoup d'autres sans doute que l'on pourrait me faire, l'influence des rayons les uns sur les autres me paraît une conséquence si nécessaire de l'existence des franges intérieures, et l'accord des vibrations est si bien confirmé par celui du calcul et de l'observation, qu'il me semble que, si cette théorie n'est pas complétement démontrée, beaucoup de probabilités, du moins, se réunissent en sa faveur.

38. En réfléchissant à l'influence que les rayons exercent les uns sur les autres, j'ai pensé qu'elle pourrait servir à expliquer les lois de la réflexion et de la réfraction. Si on la reconnaît dans la diffraction, on doit l'admettre aussi dans les autres phénomènes.

Cela posé, lorsque des rayons partant d'un point lumineux rasent les bords d'un corps, ils sont réfléchis ou infléchis dans une infinité de sens [2]. L'analogie me conduit à supposer que ceux qui arrivent à la surface d'un corps transparent peuvent être réfléchis et réfractés suivant une foule de directions différentes; et dans cette analogie

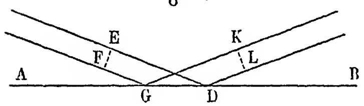
[1] Avant d'entreprendre la série d'observations nécessaires pour trouver la loi de la diffraction, je m'étais assuré, par des expériences préliminaires, que l'ombre et les franges ont toujours la même largeur, de quelque manière qu'on forme le point lumineux. Je l'ai fait avec une forte lentille ou des globules d'eau ou de miel, avec la pointe d'une aiguille émoussée et polie; j'ai placé une glace au foyer de la lentille, afin que le point lumineux se trouvât dans le verre au lieu d'être dans l'air, et je n'ai point remarqué de différence dans les largeurs de l'ombre ou des franges prises à la même distance.

[2] On ne peut pas expliquer complétement cette diversité de directions par la forme cylindrique de l'arête ou de la surface que rasent les rayons lumineux; car la dispersion de la lumière varierait avec la

même, la loi de continuité rend ces mouvements intermédiaires assez vraisemblables. Mais pourquoi ces rayons intermédiaires ne sont-ils pas aperçus? C'est que leurs vibrations se contrarient, comme il est facile de le prouver [1].

Soit AB, fig. 2, la surface d'un corps poli; ED et FG, deux rayons très-voisins; GK et DL, les mêmes rayons réfléchis. Je suppose que les points F, E, K et L soient dans les deux rayons les endroits correspondants des mêmes vibrations, de manière qu'on ait

Fig. 2.



ED + DL = FG + GK. Les deux rayons incidents FG et ED vibrant d'accord, les deux points F et E se trouvent sur la même perpendiculaire. Lorsque les angles KGB et BDL sont égaux aux angles AGF et EDA, les points K et L se trouvent aussi sur la même perpendiculaire aux rayons réfléchis. Mais lorsque l'angle d'incidence n'est plus égal à l'angle de réflexion, les points correspondants K et L ne sont plus sur la même perpendiculaire aux rayons réfléchis, et leurs vibrations se con-

courbure du cylindre, et c'est ce qui n'a pas lieu, du moins dans le voisinage de l'ombre, puisque le dos et le tranchant d'un rasoir donnent des franges d'un égal éclat.

[1] Pour expliquer la régularité de la réflexion sur les surfaces polies, Newton est obligé de supposer que la lumière peut être repoussée à une distance sensible des corps; car, comme il l'observe lui-même, la surface la mieux polie a nécessairement une multitude de petites aspérités. Or cette action à une distance appréciable est peu probable, puisque les molécules des corps, qui ont bien plus de masse, n'agissent les unes sur les autres qu'à des distances infiniment petites. D'ailleurs en admettant cette hypothèse, on peut encore faire à son explication une objection tirée de la théorie des accès. Une molécule lumineuse ne passe pas sans doute brusquement et sans intermédiaires d'un accès de facile réflexion à un accès de facile transmission, et il n'est pas nécessaire pour qu'elle soit réfléchie, qu'elle se trouve à cet instant au plus haut degré de l'accès de facile réflexion. Il suffit que sa disposition à être repoussée l'emporte sur l'attraction. Elle peut donc être repoussée dans une infinité de circonstances différentes, et il n'y en a qu'une seule cependant où la molécule, à son retour, se retrouve exactement dans les mêmes dispositions qu'à son arrivée, et où, par conséquent, les deux branches de la courbe qu'elle décrit soient symétriques par rapport à la normale, puisque les intervalles entre les différents accès ne sont pas infiniment petits.

On pourrait faire une objection semblable, fondée aussi sur la théorie des accès, à son explication de la réfraction.

trarient : or on peut toujours concevoir les deux rayons incidents à une distance l'un de l'autre telle que la discordance soit complète pour les rayons réfléchis, c'est-à-dire d'une demi-ondulation, et comme ils sont d'une force égale, leurs vibrations se détruisent mutuellement.

39. Cette explication de la réflexion n'oblige pas d'admettre que la lumière est repoussée à des distances sensibles, ou que la surface des corps polis est absolument sans aspérités; il suffit de supposer que ces aspérités sont très-petites par rapport aux longueurs d'ondulation, et l'on conçoit pourquoi sous un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence l'œil doit recevoir beaucoup plus de lumière que dans toute autre direction [1].

40. Avec ces considérations il me paraît facile d'expliquer les images colorées que réfléchissent les surfaces rayées, phénomène curieux dont M. Arago a bien voulu me donner la description.

41. Je passe maintenant aux rayons réfractés.

Newton a prouvé que le rapport entre les longueurs d'accès, ou les ondulations de la lumière, dans l'air et dans l'eau est le même que celui du sinus d'incidence au sinus de réfraction, et il croit que cette règle est générale, et peut être appliquée à tous les corps. C'est de cette règle que je vais partir pour expliquer la loi de la réfraction. Je supposerai donc que le rapport entre la longueur des ondulations du rayon incident et celles des ondulations du rayon réfracté est cons-

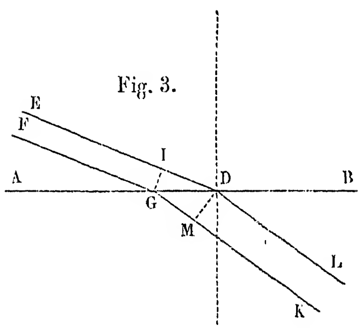
[1] Je vais au-devant d'une objection qu'on fera sans doute à cette explication.

Si le rayon incident réfléchit des molécules de calorique dans toutes les directions en rencontrant la surface d'un corps poli, pourquoi le calorique rayonnant qui en résulte est-il, comme la lumière, réfléchi presque uniquement suivant un angle égal à celui d'incidence?

Je répondrai que la discordance complète et continue des vibrations dans les autres directions, en les affaiblissant extrêmement, peut non seulement détruire la visibilité des rayons mais encore leur faculté échauffante, ou du moins la diminuer considérablement. D'ailleurs je ne prétends point que la plus grande partie des molécules de calorique ne se réfléchissent pas suivant un angle égal à celui d'incidence. Mais il me semble que les petites aspérités qui couvrent inévitablement les surfaces les mieux polies doivent en réfléchir encore beaucoup dans toutes les autres directions, et qu'on ne peut pas expliquer autrement que je ne le fais comment les corps polis éparpillent si peu la lumière et produisent des images si nettes.

tant : il est aisé d'en conclure que le seul rayon réfracté *apparent* est celui qui a une direction telle que les sinus d'incidence et de réfraction sont dans le même rapport que ces ondulations. En effet, soit AB la surface qui sépare les deux corps transparents, FG et ED deux rayons incidents très-voisins, GK et DL les deux rayons réfractés. Par le point G je mène GI perpendiculaire aux rayons incidents; G et I seront dans chacun d'eux des points correspondants des mêmes vibrations. Du point D j'abaisse sur GK la perpendiculaire DM. L'angle IGD est égal à l'angle d'incidence et GDM à celui de réfraction. Prenant GD pour rayon, ID est le sinus d'incidence et GM celui de réfraction. Donc lorsque le sinus d'incidence sera à celui de réfraction comme les ondulations des rayons incidents à celles des rayons réfractés, ID et GM représenteront des parties équivalentes de ces ondulations, et M et D seront par conséquent des points correspondants des mêmes vibrations. Mais dans toute autre direction on sent que cela ne peut plus avoir lieu, et que les vibrations des rayons réfractés se contrarient; or on peut toujours les concevoir à une distance l'une de l'autre telle que la discordance soit complète, c'est-à-dire d'une demi-ondulation. Ainsi tous les rayons réfractés, autres que ceux dont nous avons parlé d'abord, ne sont plus sensibles.

Fig. 3.



42. Je tire de cette théorie une conséquence absolument opposée à celle de Newton : c'est que la marche de la lumière est plus lente dans le verre que dans l'air, suivant le rapport du sinus de réfraction à celui d'incidence; car il faut admettre que chaque vibration de la lumière dans le verre s'accomplit dans le même intervalle de temps que chaque vibration dans l'air, autrement il y aurait discontinuité ou discordance entre les ondulations qui précéderaient et celles dont elles seraient suivies.

43. Les anneaux colorés, produits par des rayons obliques, paraissent prouver cependant que les mêmes espèces de rayons peuvent

I. avoir dans le même milieu des accès plus ou moins longs suivant le degré d'obliquité; mais je soupçonne que c'est à tort que Newton en a tiré cette conséquence, et que ce phénomène peut s'expliquer d'une autre manière, par l'influence des rayons les uns sur les autres [1]. N'ayant pas encore trouvé cette explication, je ne puis répondre à l'objection [a].

Cependant une expérience même de Newton rend probable l'égalité des ondulations dans les mêmes milieux, quel que soit l'angle d'incidence. Lorsqu'il voulut mesurer les largeurs des anneaux produits par les différents rayons qui composent la lumière blanche, il les sépara au moyen d'un prisme. Or, si l'angle d'incidence pouvait faire varier la longueur des accès, comme les deux faces du prisme ne sont pas parallèles, en changeant son inclinaison par rapport au rayon incident on changerait la longueur des accès du rayon émergent, et, par conséquent, la largeur des anneaux pour les rayons d'une même couleur, et sans doute ces variations n'auraient point échappé à Newton; cependant je ne crois pas qu'il en ait parlé [2].

Quoiqu'il en soit, l'égalité de vitesse et d'ondulation des mêmes espèces de rayons dans les mêmes milieux, quel que soit l'angle d'incidence, me paraît une conséquence nécessaire de la théorie des vibrations.

44. Il résulterait de ce système que la vitesse de la lumière dans le verre, par exemple, serait toujours égale à sa vitesse dans l'air divisée par le rapport constant du sinus d'incidence à celui de réfraction. Une conséquence remarquable de ce principe, c'est que le chemin que suit la lumière en se réfractant est celui qui l'amène le plus prompte-

[1] En appliquant cette théorie aux anneaux colorés, je parviendrai peut-être à expliquer pourquoi les longueurs d'accès que Newton en déduit ne sont que la moitié de celles qu'indiquent mes expériences sur la diffraction [b].

[2] J'aurais bien voulu faire cette expérience, mais je n'ai pas à ma disposition les verres nécessaires.

---

[a] Voir N° IV, § 21 à 24; N° X, § 10 à 14.

[b] Voir N° IV, § 18 à 20; N° X, § 7 à 9.

ment possible d'un point pris dans l'air à un autre point pris dans le verre.

45. Cette théorie des vibrations et de l'influence des rayons les uns sur les autres, qui lie déjà tant de phénomènes séparés dans celle de Newton, ne doit-elle pas conduire à la véritable explication de la polarisation ?

Mathieu, le 15 octobre 1815.

A. FRESNEL.

46. P.-S. J'ai pensé qu'il serait intéressant de vérifier encore la loi de la diffraction dans une de ses limites, en mesurant l'ombre d'un fil éclairé par une étoile, et je me suis assuré que cela était facile. J'ai regardé une des étoiles les plus brillantes du firmament au travers d'une loupe de deux pieds de foyer, après avoir placé à une certaine distance un fil de fer entre l'étoile et la loupe, et j'ai vu distinctement l'ombre du fil avec les deux franges extérieures du premier ordre. Le fil de fer était à huit mètres du foyer de la loupe. J'avais calculé la largeur des franges au moyen de la formule $\sqrt{\frac{2d(a+b)b}{a}}$ qui devient $\sqrt{2db}$ lorsque le point lumineux est à l'infini, et la loupe portait à son foyer deux fils dont l'intervalle avait été déterminé d'avance par ce calcul. Malheureusement des nuages m'avaient dérobé l'étoile brillante dont je voulais me servir, et lorsqu'elle reparut elle était déjà trop élevée sur l'horizon; cela m'obligea de me rapprocher d'un mètre du fil de fer. Son ombre devait me paraître alors un peu plus petite que l'intervalle entre les fils; c'est ce que j'observai aussi. Je me propose de reprendre cette expérience dans des circonstances plus favorables.

N°

N° III (A).

A. FRESNEL A F. ARAGO [a].

Mathieu, le 26 octobre 1815.

Monsieur,

Quelques jours après vous avoir annoncé que je croyais avoir trouvé l'explication de la diffraction, j'ai construit un micromètre, au moyen duquel je suis parvenu à faire des observations assez exactes pour ne plus douter de la justesse des formules auxquelles m'avait conduit la théorie des vibrations.

Une expérience fort simple m'avait prouvé que les rayons de la lumière pouvaient agir les uns sur les autres, s'affaiblir et s'éteindre, même presque complétement, lorsque leurs vibrations se contrariaient; s'ajouter l'un à l'autre et se fortifier mutuellement, au contraire, lorsqu'ils vibraient d'accord. C'est sur ce principe que j'ai basé mon explication de la diffraction.

En étendant cette théorie des ondulations et de l'influence qu'exercent les rayons les uns sur les autres à la réflexion et à la réfraction, j'ai trouvé la raison des lois auxquelles la marche de la lumière est assujettie dans ces deux phénomènes.

J'ai exposé cette théorie et les expériences qui m'y ont conduit dans un Mémoire que j'ai envoyé à mon oncle, le 16 de ce mois, pour qu'il le présentât à M. le Secrétaire perpétuel de la première classe de l'Institut. Vous l'avez peut-être déjà parcouru. Je désirerais bien savoir quel jugement vous en portez. Votre suffrage est celui que j'ambitionne le plus.

L'explication que j'y donne de la réfraction est fondée sur l'hypothèse que les ondulations de la lumière dans les mêmes milieux ont

---

[a] Lettre communiquée par les fils de M. Arago.

(A). toujours la même longueur, quel que soit l'angle d'incidence. Les expériences de Newton sur les anneaux colorés, dans le cas des incidences obliques, paraissent en opposition avec ce principe; j'en ai fait l'observation dans mon Mémoire, en ajoutant que je soupçonnais que Newton s'était trompé en concluant que la longueur des intervalles de retour au même accès variait avec l'incidence, et que le phénomène s'expliquerait peut-être encore par la théorie des vibrations et de l'influence des rayons les uns sur les autres. Je suis parvenu, dernièrement, à trouver cette explication, et je me propose de la soumettre à la Classe dans un complément à mon premier Mémoire, que j'aurai l'honneur de lui présenter incessamment.

Je me suis expliqué, par les mêmes considérations, pourquoi l'épaisseur de la lame d'air qui donne le premier anneau blanc est le quart, celle du premier anneau obscur la moitié de la longueur d'ondulation à laquelle m'avaient conduit mes expériences sur la diffraction, c'est-à-dire que je conçois maintenant le phénomène des anneaux colorés, en supposant aux ondulations de la lumière la même longueur que dans la diffraction. Cette longueur est le double de celle que Newton a prise pour l'intervalle de retour au même accès.

On peut encore expliquer par l'influence des vibrations les unes sur les autres les images colorées que réfléchit une surface rayée, et le phénomène absolument semblable que présente un tissu très-fin au travers duquel on regarde une lumière.

Ainsi la réflexion, la réfraction, tous les cas de la diffraction, les anneaux colorés dans les incidences obliques comme dans les incidences perpendiculaires, le rapport remarquable entre les épaisseurs de l'air et de l'eau qui produisent les mêmes anneaux, tous ces phénomènes, qui nécessitaient autant d'hypothèses particulières dans le système de Newton, sont réunis et expliqués par la même théorie des vibrations et de l'influence des rayons les uns sur les autres. Il est probable qu'elle doit conduire aussi à une explication satisfaisante de la double réfraction et de la polarisation. C'est actuellement l'objet de mes recherches.

J'ai lu dans l'ouvrage de M. Biot, sur la polarisation [a], que Malus N°
avait déterminé pour beaucoup de corps différents l'angle sous lequel ils polarisaient complétement la lumière en la réfléchissant, et qu'il n'avait trouvé aucun rapport entre ces angles et leur pouvoir réfringent. Il a sans doute rassemblé ces divers résultats dans un tableau offrant la comparaison des angles de réfraction et de polarisation complète.

Ce tableau me serait utile dans mes recherches sur la polarisation. Je vous prie d'avoir la complaisance de m'en envoyer une copie.

Je suis, avec la plus haute considération,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur.

A. FRESNEL.

---

[a] *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvements des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité,* p. XI.

(B).

N° III (B).

F. ARAGO A A. FRESNEL.

Paris, le 8 novembre 1815.

Monsieur,

J'ai été chargé par l'Institut de l'examen de votre Mémoire sur la diffraction de la lumière; je l'ai étudié avec soin, et j'y ai trouvé un grand nombre d'expériences intéressantes, dont quelques-unes avaient déjà été faites par le docteur Thomas Young [a] qui, en général, envisage ce phénomène d'une manière assez analogue à celle que vous avez adoptée. Mais ce que ni lui, ni personne n'avait vu avant vous [b], c'est que les bandes colorées extérieures ne *cheminent* pas en ligne droite à mesure qu'on s'éloigne du corps opaque. Les résultats que vous avez obtenus à cet égard me semblent très-importants; peut-être pourront-ils servir à prouver la vérité du système des ondulations, si souvent et si faiblement combattu par des physiciens qui ne s'étaient pas donné la peine de le comprendre. Vous pouvez compter sur l'empressement que je mettrai à faire valoir votre expérience : la conséquence qui s'en déduit est tellement opposée au système à *la mode,* que je dois m'attendre à beaucoup d'objections.

---

[a] On theory of Light and Colours. *Philosoph. Transact.* for 1802, p. 12.—An account of some cases of production of Colours not hitherto described. *Philosoph. Transact.* for 1802, p. 387. — Experiments and Calculations relative to physical optics. *Philosoph. Transact.* for 1804, p. 1.

[b] Arago paraît avoir reconnu plus tard son erreur. Voy. ÉLOGE DE THOMAS YOUNG, *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut*, t. XIII, p. CIV. et *Œuvres de François Arago,* t. I, page 293. Voy. également : *A Course of Lectures on natural Philosophy, etc. by* THOMAS YOUNG, t. I, p. 467. [DE SENARMONT.]

Ce qui appartient en propre à Fresnel, et dont on n'aperçoit aucune trace chez ses devanciers, c'est l'idée féconde d'expliquer les lois de la réflexion et de la réfraction par le principe des interférences. (Voyez plus haut N° II, § 38 et suivants.) Le développement de cette idée ne pouvait manquer de le conduire bientôt à la vraie théorie de la diffraction. Il y a même un phénomène de diffraction, celui des couleurs des surfaces rayées observées dans la lumière réfléchie, dont l'explication est indiquée dans le passage auquel nous renvoyons (§ 40) et complétement donnée dans le Mémoire suivant, N° IV. [E. VERDET.]

Vous devez m'aider à les repousser. Je vous prierai donc de faire, aussitôt N° que vous le pourrez, une nouvelle suite de mesures des bandes, et de les étendre aux plus petites distances de l'écran au corps opaque, afin de rendre leur mouvement curviligne plus sensible, s'il se peut, qu'il ne l'est dans les tableaux que vous avez adressés à l'Institut. Vous voyez que je crains que les déviations, dont je voudrais tirer avec vous de si grandes conséquences sur les phénomènes de la lumière, ne paraissent bien légères aux personnes peu familiarisées avec ce genre de recherches. M. Mérimée s'est chargé de vous donner sur tout ceci des détails sur lesquels il serait inutile de revenir. Je ne vous envoie pas par ce courrier les renseignements que vous me demandez sur les phénomènes de la polarisation[a], de peur que de nouvelles recherches ne vous fassent abandonner la diffraction, que je désire, pour mille raisons, vous voir suivre encore quelques jours : du reste, par la première occasion, je vous dédommagerai amplement de ce retard.

Recevez l'assurance de mon bien sincère attachement,

F. ARAGO.

P. S. Je vous prie de supprimer désormais de vos adresses le titre de chevalier de la Légion d'honneur, qui ne m'appartient plus, et celui de secrétaire du Bureau des Longitudes, qui depuis longtemps a été donné à une autre personne. Vous voyez que je compte recevoir bientôt de vos nouvelles.

Ne vous serait-il pas possible de faire une série de mesures des bandes extérieures en n'employant que de la lumière homogène? Vous servez-vous toujours de la lumière du soleil dans vos expériences? N'avez-vous pas quelquefois employé la lumière d'une chandelle ou d'un quinquet réunie au foyer de votre petite lentille? Comment vous êtes-vous assuré que les bandes partent effectivement du bord du corps opaque? etc.

Pardonnez ce griffonnage; l'heure du courrier approche, et je désire que ma lettre parte aujourd'hui.

---

[a] Voir la lettre précédente de A. Fresnel, du 26 octobre 1815.

N° IV.

COMPLÉMENT

AU

MÉMOIRE SUR LA DIFFRACTION,

ADRESSÉ À M. LE SECRÉTAIRE DE LA PREMIÈRE CLASSE DE L'INSTITUT [a],
LE 15 OCTOBRE 1815.

1. L'explication que j'ai donnée des franges colorées des ombres et la formule que j'en ai déduite sont fondées sur l'hypothèse que les rayons partant du point lumineux, ou du moins une grande partie de ces rayons, vibrent d'accord dans des angles sensibles, et que les cercles formés dans l'étendue de ces angles, par les points correspondants des ondulations des rayons, ont pour centre le point lumineux.

Cela est évident pour une particule incandescente dont les vibrations produisent les ondulations lumineuses. Lorsque le point lumineux est un corps incandescent assez peu étendu, ou assez éloigné pour qu'il soit vu sous un angle infiniment petit, comme les étoiles [1], par

[1] J'ai recommencé l'expérience sur l'ombre d'un fil éclairé par une étoile, dont j'ai parlé à la fin de mon premier Mémoire, et je me suis assuré que dans ce cas, comme

[a] Ce mémoire était accompagné d'une lettre d'envoi ainsi conçue :

Mathieu [près Caen], le 10 novembre 1815.

Monsieur,

Je vous prie de soumettre à la première classe de l'Institut le Mémoire ci-joint, formant le complément de celui que j'ai eu l'honneur de vous adresser le 15 octobre.

Ce second Mémoire contient la solution des difficultés que je m'étais faites sur la théorie des vibrations qui produisent la lumière. J'y ai joint l'explication des images colorées que réfléchissent les surfaces rayées, et de celles qu'on aperçoit en regardant un objet brillant au travers d'un tissu très-fin.

J'ai l'honneur d'être, avec la plus haute considération, Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

A. FRESNEL.

V. exemple, ce que je viens de dire pour une particule unique peut s'appliquer à toutes celles dont le point lumineux est composé, et l'on voit que les franges produites par ces différentes particules radieuses devant se trouver sensiblement à la même place, à cause de la petitesse du corps ou de son éloignement, le phénomène doit se passer comme si les rayons partaient du même point.

2. Les expériences au moyen desquelles j'ai découvert la loi de la diffraction ont été faites avec un point lumineux artificiel, formé d'abord par un très-petit trou sur lequel je rassemblais beaucoup de lumière, ensuite par le foyer d'une lentille très-convexe ou d'un globule transparent, et j'ai dit, dans le Mémoire précédent, que je ne pouvais pas encore expliquer d'une manière satisfaisante l'accord et la forme circulaire des ondulations lumineuses partant d'un petit trou ou du foyer d'une lentille. Je crois y être parvenu maintenant.

3. La source de la lumière est toujours un corps incandescent, dont chaque particule est le centre d'ondulations sphériques. Lorsqu'elles passent par un petit trou, une grande partie de la lumière est infléchie par ses bords dans une foule de directions différentes, et

dans les autres, l'observation confirmait la théorie. Le fil de fer dont je me suis servi avait un millimètre de diamètre, et était placé entre l'étoile et la lentille, à 8 mètres du foyer; la distance entre les endroits les plus sombres des deux franges du premier ordre devait être par conséquent de $0^{m},00707$ au foyer de la lentille. J'avais fixé sur le petit cadre, que la lentille portait à son foyer, deux fils parallèles, espacés de $0^{m},0070$, distance mesurée de milieu en milieu le plus exactement possible. Ces fils étaient éclairés par une lampe. Ayant l'œil placé à l'autre foyer de la lentille, je voyais à la fois les deux fils, et l'ombre du fil de fer, qui marchait d'occident en orient par l'effet du mouvement diurne. Je tournais la lentille un peu à l'orient, et j'attendais le moment où les parties les plus sombres des deux franges passaient derrière les fils du petit cadre. Il m'a toujours semblé qu'ils les couvraient en même temps, et j'ai répété dix fois cette expérience. Je dis *il m'a semblé,* parce que la distance à laquelle je me trouvais des fils, à cause du peu de convexité de la lentille, et les mouvements involontaires de mon œil m'empêchaient de voir bien nettement à la fois les deux fils du petit cadre et l'ombre du fil de fer. Avec une lentille un peu plus convexe, d'un pied ou dix-huit pouces de foyer, on distinguerait mieux les fils, et la lumière de l'étoile ne serait pas encore assez affaiblie pour qu'on ne pût voir nettement les deux franges du premier ordre.

forme de nouvelles ondulations sphériques dont les centres sont sur les bords du trou; car les ondulations ont toujours la même longueur, quelle que soit la direction suivant laquelle les rayons aient été infléchis. Quelque petit que soit le trou, comme il n'est jamais un point mathématique, les rayons infléchis par ses bords n'ont pas exactement les mêmes centres d'ondulation, et l'accord de leurs vibrations ne s'étend pas à une distance indéfinie de l'axe du faisceau lumineux. Mais l'espace dans lequel elles s'accordent sensiblement est en raison inverse de la largeur du trou, et devient considérable lorsque le trou est suffisamment étroit. Ainsi une grande partie de la lumière, après avoir traversé le petit trou, formera des ondulations sphériques ayant leur centre à ce trou, et cela suffit pour la production des franges.

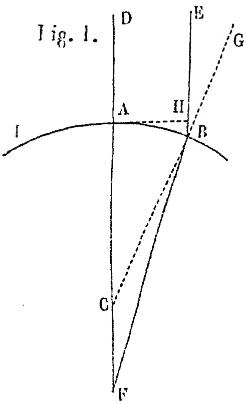
4. On se demandera maintenant comment ces franges ne sont pas détruites, ou du moins rendues très-confuses, par celles que peuvent produire les rayons directs. Il est aisé de s'assurer que cela ne saurait avoir lieu, lorsque le trou est suffisamment étroit; car alors l'angle sous lequel s'étend chaque faisceau de rayons directs venant de la même source ne peut être assez grand pour la production des franges que lorsque le corps éclairant, ou le foyer de la lentille (ce qui revient au même, comme je le fais voir ci-après) est très-près du petit trou; mais alors les centres d'ondulation des rayons directs étant presque à la même distance que ceux des rayons infléchis, les franges que ceux-là produisent coïncident à peu près avec les autres et ne peuvent que les renforcer. Maintenant si l'on éloigne le corps éclairant du petit trou, les cônes de rayons directs partant d'un même point deviennent presque des cylindres, à cause de l'extrême petitesse de ce trou, et ne s'étendent plus dans des angles assez grands pour faire naître des franges. L'ensemble de ces faisceaux directs peut former un cône d'un angle considérable, mais les accords et les discordances des rayons lumineux, qui viennent de différentes sources variant à chaque instant, ils ne peuvent pas produire d'effet constant, et, par conséquent, sensible. Ainsi les rayons directs ne doivent répandre, dans ce cas,

V. qu'une lumière uniforme sur les parties sombres et brillantes des franges colorées produites par les rayons infléchis [a].

5. Passons maintenant au cas où le point lumineux est produit par une lentille très-convexe. Je ne considérerai, comme dans le cas précédent, que les ondulations formées par les vibrations d'une des particules du corps éclairant, ce que l'on dit de l'une pouvant s'appliquer à toutes les autres. Je supposerai, pour simplifier les calculs, qu'elle est à une distance infinie, comme celle du soleil, et que le foyer se forme dans le verre, afin de n'avoir qu'une réfraction à considérer. On verra facilement qu'on peut appliquer les mêmes raisonnements à des hypothèses plus compliquées.

Soient donc DA et EB deux rayons lumineux parallèles vibrant d'accord : IAB la surface du verre, C son centre, et F le foyer où se réunissent les deux rayons réfractés AF et FB. Je suppose AD perpendiculaire à la surface du verre, en sorte que la réfraction ne change pas sa direction. Par le point A je mène AH perpendiculairement aux rayons incidents; A et H sont des points correspondants des mêmes vibrations. Le rayon EB a encore HB à parcourir dans l'air, lorsque le rayon DA est déjà entré dans le verre; or l'équivalent de HB dans le verre, c'est la même longueur divisée par le rapport entre le sinus d'incidence et celui de réfraction dans le passage de la lumière de l'air dans le verre. Je représente par p ce rapport, par r le rayon du cercle IAB, et par i l'angle d'incidence EBG. Ayant calculé AF, BF et HB, en ajoutant BF à l'équivalent de HB dans le verre et retranchant cette somme de AF, je trouve :

Fig. 1.



$$r\left(1-\frac{p-1}{\sqrt{p^2-\sin^2 i}-\sqrt{1-\sin^2 i}}-\frac{1-\sqrt{1-\sin^2 i}}{p}\right).$$

6. Cette expression donne la différence entre les vibrations des

[a] Voir au N° V (C) la rectification de ce paragraphe.

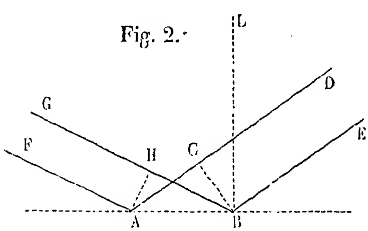
rayons à leur point de concours F. En la réduisant en série, et négligeant tous les termes au delà de la quatrième puissance de sin i, on trouve $-r\left(\frac{p-1}{8p^3}\right)\sin^4 i$.

Il est facile de voir par cette formule que la différence entre les vibrations des deux rayons au point F n'est encore qu'une petite partie de la longueur d'une ondulation, lorsque r et i ont déjà des valeurs assez considérables. Si r, par exemple, était égal à un centimètre, pour que la discordance fût complète, c'est-à-dire, pour que les deux rayons différassent d'une demi-ondulation au point F, il faudrait que i fût de dix degrés environ, et, l'angle d'incidence étant de 5° 36′, les rayons réfractés ne différeraient au point F que du dixième d'une demi-ondulation. On voit donc que, lorsqu'une lentille est suffisamment convexe, les rayons qu'elle a réunis à son foyer doivent vibrer d'accord sous des angles très-sensibles.

7. L'explication que j'ai donnée de la loi de la réflexion, dans mon premier Mémoire, par les ondulations de la lumière et l'influence des rayons les uns sur les autres, n'est applicable qu'au cas où la surface réfléchissante est continue et parfaitement polie, parce qu'alors, dans toute autre direction que celle qui fait un angle égal à celui d'incidence, les rayons réfléchis sont nécessairement détruits, ou du moins rendus insensibles par d'autres rayons dont les vibrations diffèrent d'une demi-ondulation. Il n'en est pas de même quand la surface est discontinue, quand elle est rayée, par exemple ; alors on peut considérer à part les rayons lumineux qui partent des raies, parce que les points qui les réfléchissent ne sont plus dans le même plan que le reste de la surface.

Soient A et B[1] les points où le plan d'incidence rencontre deux raies très-voisines faites dans une surface polie. Ils réfléchiront les rayons incidents FA et GB dans une infinité de directions différentes[2]. Soient AD et BE deux de ces rayons réfléchis qui arrivent à l'œil, et qui sont ainsi

Fig. 2.



(1) Les points A et B sont supposés pris dans chaque raie à la même distance de la surface polie, de manière que AB lui soit toujours parallèle. — (2) Ces raies ne sont pas

sensiblement parallèles. Je mène AH et BC perpendiculairement aux rayons incidents et aux rayons réfléchis. Les rayons incidents vibrant d'accord, A et H sont des points correspondants des mêmes vibrations. Maintenant, pour que les rayons réfléchis vibrent d'accord aussi, il n'est pas nécessaire que AC soit égal à HB, mais seulement que leur différence soit un nombre entier d'ondulations.

Représentant par d la longueur d'une ondulation de la lumière dans l'air, par a la distance AB entre les deux raies, par i l'angle d'incidence GBL, et par r l'angle de réflexion LBE, il faudra donc, pour que les vibrations des rayons réfléchis soient en harmonie, qu'on ait l'équation,

$$a \sin i - a \sin r = nd$$

(n étant un nombre entier.) D'où l'on tire,

$$\sin r = \sin i - \frac{nd}{a}$$

8. La longueur d'ondulation d variant avec la nature des rayons lumineux, l'angle de réflexion sera différent pour les rayons de différentes couleurs. L'angle de réflexion des rayons violets, dont les ondulations sont les plus courtes, sera celui qui différera le moins de l'angle d'incidence. L'angle de réflexion des rayons rouges, au contraire, sera celui qui en différera le plus. On voit donc que, si l'on grave sur une surface polie des raies parallèles à égales distances les unes des autres, afin que a soit constant, elle devra réfléchir, avec l'image ordinaire de l'objet lumineux, une autre image colorée, et même plusieurs, si la surface rayée a une étendue suffisante. Les couleurs seront rangées dans le même ordre que dans le spectre solaire ou les anneaux colorés; le violet sera le plus rapproché de l'image incolore, et le rouge le plus éloigné.

9. On peut supposer à n toutes les valeurs que donne la suite des nombres naturels, 1, 2, 3, 4, 5, etc. et à chacune de ces valeurs de

des lignes mathématiques; mais les plans qui composent leurs surfaces sont si étroits qu'ils peuvent réfléchir des rayons sensibles suivant une infinité de directions différentes.

n répond une image différente. Mais pour que ces images colorées ne se confondent pas entre elles et avec l'image incolore, il faut que les valeurs de $\sin r$, qui répondent à $n=1$, $n=2$, $n=3$, etc. diffèrent sensiblement, ce qui ne peut avoir lieu que lorsque a est très-petit, ou les raies très-rapprochées, comme il est facile de le voir par la seule inspection de la formule $\sin r = \sin i - \frac{nd}{a}$. Plus a sera petit, plus les images seront fortement colorées, et plus elles s'éloigneront les unes des autres et de l'image incolore, parce que les variations dans les valeurs de d et de n en produiront de plus sensibles dans celles de $\sin r$.

Si l'on représente par d' la longueur des ondulations rouges, et par d'' celle des ondulations violettes, on aura pour les rayons rouges,

$$\sin r' = \sin i - \frac{nd'}{a}$$

et pour les rayons violets,

$$\sin r'' = \sin i - \frac{nd''}{a}$$

d'où l'on tire,

$$\sin r'' - \sin r' = \frac{n}{a}\left(d' - d''\right)$$

Tant que n n'est pas assez grand, ou que les raies ne sont pas assez rapprochées, pour que $\frac{n}{a}(d' - d'')$ cesse d'être une petite fraction, la différence entre les angles r'' et r' est à peu près égale à la différence entre leurs sinus multipliée par le cosinus d'un angle moyen. Représentant par r cet angle moyen de réflexion, on aura donc,

$$r'' - r' = \frac{n}{a}\left(d' - d''\right)\cos r$$

et si on le suppose constant, $r'' - r'$ sera en raison inverse de a; c'est-à-dire que la dispersion des couleurs sera en raison inverse de l'intervalle entre les raies. Si l'on suppose, au contraire, que ce soit l'angle d'incidence qui reste constant, la même loi n'est plus sensiblement exacte que pour la première image colorée.

10. La longueur de d étant connue pour toutes les espèces de rayons, on peut facilement vérifier par l'observation la formule générale

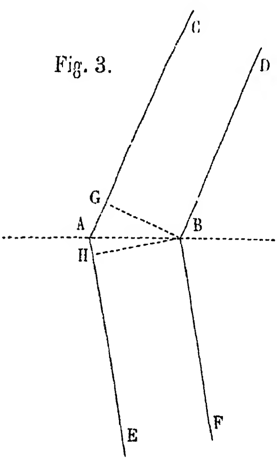
$$\sin r = \sin i - \frac{nd}{a}$$

C'est ce que je me propose de faire aussitôt que j'aurai une plaque rayée à ma disposition.

11. Un tissu très-fin au travers duquel on regarde un objet brillant, comme une étoile ou la flamme d'une bougie, présente des phénomènes semblables à ceux dont je viens de parler. Outre le point lumineux qu'on voit directement, on remarque de chaque côté, dans le sens perpendiculaire aux fils, des images colorées, qui sont d'autant plus éloignées les unes des autres que les fils sont plus rapprochés. Dans toutes ces images le violet se trouve en dedans du côté du point lumineux, et le rouge en dehors.

Soient A et B les intersections de deux fils avec le plan mené par les rayons incidents CA et DB. Ces rayons incidents seront infléchis par les fils dans toutes les directions possibles; mais il n'y aura de sensibles pour l'œil que ceux dont les vibrations seront encore en harmonie après l'inflexion. Soient AE et BF deux de ces rayons. Du point B j'abaisse sur AC et AE les perpendiculaires BG et BH. Il faudra, pour que l'accord subsiste entre les vibrations des deux rayons infléchis, que AG + AH forme un nombre entier d'ondulations. Appelant i l'angle d'incidence, et r celui que les rayons infléchis font avec la perpendiculaire à AB, et représentant par a la distance AB, qui sépare les deux fils, on aura l'équation,

Fig. 3.



$$a \sin i + a \sin r = nd$$

d'où l'on tire,

$$\sin r = \frac{nd}{a} - \sin i$$

12. Lorsque les rayons incidents sont perpendiculaires à AB, la formule se simplifie, et l'on a,

$$\sin r = \frac{nd}{a}$$

Je suppose qu'ayant l'œil près des deux fils, on regarde un point lumineux : les directions suivant lesquelles on voit le point lumineux et la $n^{ème}$ image colorée feront entre elles un angle dont le sinus sera égal à $\frac{nd}{a}$. Si l'on représente par b la distance des fils au point lumineux, $\frac{ndb}{a}$ sera égal à l'intervalle entre le point lumineux et celui où la $n^{ème}$ image paraît placée. Représentant cet intervalle par l, on aura,

$$l = \frac{ndb}{a}$$

d'où l'on tire,

$$a = \frac{ndb}{l}$$

Ainsi, étant données b et l, on peut calculer a, c'est-à-dire la distance entre les fils [a].

13. Pour vérifier cette formule, j'ai fixé, sur un cadre de $0^m,324$ de longueur, deux fils de soie écrue, partant du même point à une des extrémités du cadre et éloignés de deux millimètres à l'autre extrémité. J'ai vérifié avec soin l'ouverture de compas qui me donnait cette distance de deux millimètres, et j'ai placé les fils à la loupe, en sorte que j'étais sûr qu'il ne pouvait y avoir un vingtième d'erreur sur la mesure de l'intervalle qui les séparait. Un carton mobile, percé d'un

---

[a] Les formules établies par Fresnel dans ces deux paragraphes expriment précisément les lois des couleurs des réseaux, que Fraunhofer a découvertes par l'observation plusieurs années après. Une seule chose manque à la théorie de Fresnel pour être complète. Elle ne considère que la lumière *infléchie* par les bords des fils, au lieu de tenir compte de la lumière envoyée par la totalité des portions non interceptées de l'onde incidente. De là résulte qu'elle conduit à admettre, entre les phénomènes d'un tissu à mailles très-nombreuses et ceux d'un simple couple de fils, une identité qui n'existe pas. M. Airy a montré plus tard que, conformément aux observations de Fraunhofer, les lois simples représentées par la formule $\sin r = \frac{nd}{a}$ ne conviennent qu'au cas où le nombre des fils parallèles est très-grand. Deux fils parallèles donnent naissance à des phénomènes un peu moins simples, mais où les minima de lumière ont les mêmes positions. Ce sont précisément ces dispositions que Fresnel a déterminées dans les expériences décrites au paragraphe suivant. (E. VERDET.)

petit trou, au travers duquel je regardais le point lumineux, me servait à juger, par la distance à l'extrémité du cadre, la largeur entre les fils, à l'endroit où ils infléchissaient les rayons arrivant à mon œil, et me faisaient apercevoir des images colorées du point lumineux. Une personne, qui m'aidait dans cette expérience, promenait sur le carton noir, au milieu duquel était le point lumineux, un petit carton blanc qu'elle en approchait ou en éloignait, jusqu'à ce que le bord de ce carton blanc me parût au milieu d'un des intervalles entre les images colorées, et elle en mesurait la distance au point lumineux. Au moyen de la formule $a = \frac{ndb}{l}$, je calculais l'intervalle entre les fils, que je connaissais déjà directement par la distance à leur point de concours, et je pouvais ainsi comparer les résultats de la théorie avec ceux de l'observation. Je les ai réunis dans le tableau suivant.

	DISTANCES des fils au point lumineux.	DISTANCES du point lumineux au milieu de l'intervalle obscur qui sépare la première et la deuxième frange colorée.	INTERVALLES entre les fils calculés au moyen de la formule $\frac{1,5.db}{l}$	INTERVALLES entre les fils calculés d'après la distance au point de concours.	DIFFÉRENCES.	OBSERVATIONS.
1	$4^m,77$	$0^m,068$	$0^m,000055$	$0^m,000062$	$-0^m,000007$	$d = 0^m,000000518$
2	4 ,77	0 ,032	0 ,000116	0 ,000123	— 0 ,000007	Je ne pouvais bien distinguer le bord du carton blanc, que l'on promenait sur le fond noir, que dans les intervalles que laissaient les images colorées ; c'est pourquoi j'ai choisi, pour vérifier ma formule, le milieu de l'intervalle obscur, au lieu du point le plus éclatant de l'image colorée. — Les valeurs à donner à n ne sont plus dans ce cas, 1, 2, 3, etc. mais $\frac{1}{2}$, $1+\frac{1}{2}$, $2+\frac{1}{2}$, $3+\frac{1}{2}$, etc.
3	4 ,77	0 ,022	0 ,000169	0 ,000185	— 0 ,000016	
		DISTANCE du point lumineux au milieu de l'intervalle obscur qui sépare la deuxième et la troisième frange colorée.	INTERVALLE entre les fils calculé au moyen de la formule $\frac{2,5.db}{l}$			
4	4 ,77	$0^m,025$	$0^m,000247$	0 ,000246	+ 0 ,000001	

14. J'ai cru devoir présenter ces résultats qui, malgré le peu d'exactitude des trois premiers, s'accordent encore assez avec la théorie pour lui servir d'une preuve nouvelle. Car il est à remarquer que je n'ai employé dans ma formule aucune constante déduite d'observations du même genre, et que j'ai tiré de la table de Newton la valeur de *d* dont je me suis servi.

15. Par la méthode que j'ai suivie il était difficile d'arriver à des résultats plus exacts; car à une distance de $4^m,77$ mon œil ne pouvait guère être sensible à un millimètre de différence dans la position du carton blanc. On arriverait à une plus grande précision, sans doute, en mesurant les angles avec un cercle répétiteur. Mais la grosseur sensible des fils les plus fins que l'on puisse employer, leurs inégalités, et la difficulté de déterminer bien exactement leur point de concours, empêcheront toujours d'obtenir des résultats qui s'accordent parfaitement avec la théorie, et ce n'est qu'au moyen des surfaces rayées, qui présentent des phénomènes absolument semblables, qu'on pourra parvenir, dans ces sortes d'expériences, à une exactitude suffisante.

16. Pour achever de répondre aux objections que je me suis faites dans mon premier Mémoire, il me reste à expliquer, par la même théorie des vibrations et de l'influence des rayons les uns sur les autres, le phénomène des anneaux colorés, dans le cas des incidences perpendiculaires, et dans celui des incidences obliques.

17. Si après avoir placé une lentille peu convexe sur un verre plan, on observe les images de la flamme d'une bougie réfléchie par ce verre et par la deuxième surface de la lentille, on voit les anneaux colorés se former aussitôt que les deux images se rencontrent; et les anneaux sombres sont d'un noir si intense, qu'il est aisé de juger que l'œil ne reçoit, dans cette direction, ni les rayons renvoyés par le verre plan, ni ceux que réfléchit la seconde surface de la lentille.

En supposant aux molécules lumineuses des accès alternatifs de facile réflexion et de facile transmission, Newton a bien fait voir comment celles qui ont passé de l'autre côté de la lentille peuvent être réflé-

IV. chies par le verre plan, ou le traverser, selon l'espace qu'elles ont parcouru depuis la seconde surface de la lentille jusqu'à ce verre; mais il n'a pas expliqué pourquoi, vis-à-vis des mêmes points où ce verre ne réfléchit point de lumière, la seconde surface de la lentille n'en réfléchit pas non plus. Dira-t-on que les molécules lumineuses arrivant à la seconde surface de la lentille sont attirées par le verre plan? Mais, outre qu'il est très-peu probable que l'attraction des corps sur les molécules lumineuses puisse s'exercer à des distances aussi considérables [1], comment concevoir que le même verre, qui attire les molécules lumineuses à une distance comme un, les repousse à une distance comme deux, les attire ensuite à une distance comme trois, pour les repousser à une distance comme quatre, et ainsi de suite? Cela n'est pas admissible.

Il est bien plus naturel de supposer que ce sont les rayons réfléchis par le verre plan qui modifient ceux que renvoie la seconde surface de la lentille, les fortifient quand leurs vibrations s'accordent, les détruisent, ou du moins les rendent insensibles à l'œil, lorsque leurs vibrations se contrarient complétement. Ainsi, quand même l'influence que les rayons lumineux peuvent exercer les uns sur les autres ne serait pas démontrée par les phénomènes de la diffraction, on en verrait la preuve dans les anneaux colorés.

[1] Newton a vu jusqu'à trente anneaux obscurs, et tout porte à croire que le phénomène se prolonge indéfiniment. On pourrait sans doute voir un bien plus grand nombre d'anneaux encore en employant, avec un verre plan, un autre verre dont la surface serait composée de deux plans faisant entre eux un angle très-obtus, dont le supplément fût d'une minute, par exemple, pour que la distance entre les bandes noires fût à peu près d'un millimètre. Alors, en plaçant le second verre sur le premier, de manière qu'un des plans de sa surface coïncidât avec celle du premier, on verrait une suite de bandes noires et brillantes, qui n'iraient pas en diminuant de largeur et en se rapprochant les unes des autres, comme dans les anneaux colorés, mais qui conserveraient partout la même largeur et les mêmes intervalles. Pour éviter la confusion qui résulte de l'empiétement des couleurs des différents ordres les unes sur les autres, on aurait soin de n'éclairer les verres qu'avec une seule espèce de rayons, et alors on devrait apercevoir, ce me semble, des bandes noires, même aux endroits où l'épaisseur de la lame d'air devient considérable.

18. En considérant les anneaux colorés sous ce point de vue, je vais démontrer que l'on doit conclure des observations de Newton la même longueur d'ondulation que j'ai tirée de mes expériences sur la diffraction. Je supposerai d'abord que les rayons lumineux sont perpendiculaires aux verres.

19. La tache noire centrale, qu'on voit au point de contact de la lentille et du verre plan, prouve que les rayons réfléchis par ce verre n'ayant parcouru qu'un espace nul ou infiniment petit, se trouvent en discordance complète avec ceux que réfléchit la seconde surface de la lentille. Je n'en ai pas encore trouvé la raison; mais j'ai fait remarquer un phénomène semblable dans la diffraction; les rayons directs et les rayons infléchis diffèrent aussi d'une demi-ondulation. Quelle que soit la cause de la discordance complète entre les rayons réfléchis par le second verre et ceux qui ne sont point passés de l'autre côté de la lentille, c'est un fait prouvé par l'expérience, et en partant de ce fait on peut expliquer les anneaux colorés. En effet cette discordance a lieu abstraction faite de l'espace parcouru par les rayons qui vont du premier verre au second et reviennent du second au premier, puisqu'elle est complète lorsque cet espace est nul; mais quand il est égal à la longueur d'une demi-ondulation, l'accord entre les vibrations doit se rétablir; ainsi le double de la distance entre les deux verres, à l'endroit où l'on voit le premier anneau lumineux, doit être égal à une demi-ondulation, et, par conséquent, cette distance sera le quart d'une ondulation. Si l'espace parcouru est d'une ondulation entière, la discordance redevient complète, et l'œil ne peut plus recevoir de lumière dans cette direction; ainsi la distance entre les verres qui répond au premier anneau obscur doit être égale à une demi-ondulation. On voit ici que les anneaux colorés et la diffraction conduisent à la même longueur d'ondulation de la lumière dans l'air; car c'est le double de cette distance, prise dans la table de Newton, que j'ai substitué dans ma formule à la place de d, pour calculer la largeur des franges colorées.

Les anneaux brillants vus par réflexion répondent donc à des dis-

tances entre les verres, égales à $\frac{1}{4}d$, $\frac{3}{4}d$, $\frac{5}{4}d$, etc. et les anneaux obscurs à des épaisseurs de lames d'air égales à $\frac{2}{4}d$, $\frac{4}{4}d$, $\frac{6}{4}d$, etc. d représentant toujours la longueur d'une ondulation.

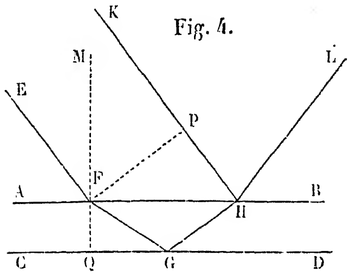
20. La même théorie donne l'explication des anneaux vus par transmission. Une partie des rayons réfléchis par le second verre éprouvent une seconde réflexion à la surface du premier, et sont ensuite transmis par le second. C'est l'action de ces rayons sur ceux qui ont traversé directement les deux verres qui produit les anneaux colorés que l'on voit par transmission. Les premiers, affaiblis par deux réflexions successives, sont nécessairement très-inférieurs en force à ceux qui ont été transmis directement, et leur discordance ne peut pas produire un noir aussi intense que celui des anneaux obscurs vus par réflexion.

Dans les rayons qui ont éprouvé la double réflexion, la seconde détruit l'effet de la première, et ils se retrouvent en harmonie avec ceux qui sont transmis directement, abstraction faite de l'espace qu'ils ont parcouru de plus. Quand cet espace est nul, l'accord subsiste et toute la lumière est sensible; le point de contact, vu par réfraction, doit donc paraître brillant. Lorsque cet espace est d'une demi-ondulation, la discordance est complète, et l'on aperçoit un anneau obscur. Or cet espace parcouru est d'une demi-ondulation lorsque la distance entre les verres est d'un quart d'ondulation. En continuant le même raisonnement, on trouve que les anneaux brillants vus par transmission doivent répondre aux épaisseurs de lames d'air $\frac{2}{4}d$, $\frac{4}{4}d$, $\frac{6}{4}d$, etc. et les anneaux obscurs aux épaisseurs $\frac{1}{4}d$, $\frac{3}{4}d$, $\frac{5}{4}d$, etc. Ainsi les anneaux obscurs vus par transmission répondent aux anneaux brillants vus par réflexion, et réciproquement, ce qui est conforme à l'expérience.

21. Je ne m'arrêterai pas à la coloration des anneaux, dont il est facile de se rendre compte par la différence de longueur des ondulations de diverses couleurs. Je passe aux anneaux vus obliquement.

Soient AB et CD les surfaces parallèles de deux verres séparés par une lame d'air; EF la direction du rayon incident dans le verre; FG celle qu'il suit dans l'air après sa réfraction; GH, HL les directions du même rayon dans l'air et dans le verre après la réflexion. Le rayon KH parallèle à EF, après s'être réfléchi au point H, suivra la même direction, et c'est de l'accord ou de la discordance de ces deux rayons que dépendra l'intensité de la lumière perçue dans cette direction. Il est inutile de dire qu'ici, comme précédemment, les rayons que je considère sont toujours supposés partis du même centre de vibration. Par le point F je mène FP perpendiculairement aux rayons incidents; F et P seront dans chacun d'eux des points correspondants des mêmes vibrations. Je vais chercher maintenant à quelle distance les deux verres doivent être l'un de l'autre pour que les rayons réfléchis vibrent d'accord. Par le point F je mène FQ perpendiculaire à AB. Je représente par i l'angle QFG que le rayon réfracté fait dans l'air avec la normale MQ, et par x l'épaisseur QF de la couche d'air qui sépare les deux verres. $FG = \frac{x}{\cos i}$, et par conséquent $FG + GH = \frac{2x}{\cos i}$; PH est égal à FH × sin PFH, ou FH × sin EFM. Représentant par p le rapport entre les sinus d'incidence et de réfraction, on a,

Fig. 4.



$$\sin EFM = \frac{\sin i}{p}$$

on a donc,

$$PH = \frac{FH \times \sin i}{p}$$

or l'équivalent de PH dans l'air est égal à $p \times PH$, et par conséquent à $FH \times \sin i$. Mais,

$$FH = 2\,QG = \frac{2x \sin i}{\cos i}$$

l'équivalent de PH dans l'air est donc égal à $\frac{2x \sin^2 i}{\cos i}$. Retranchant sa valeur de celle de FG+GH, on a,

$$\frac{2x}{\cos i} - \frac{2x \sin^2 i}{\cos i} \qquad \text{ou} \quad \frac{2x}{\cos i}\left(1 - \sin^2 i\right) \qquad \text{ou } 2\,x \cos i$$

Or pour que les deux rayons vibrent d'accord, il faut que cette différence entre les espaces parcourus soit égale à $d\left(n+\frac{1}{2}\right)$, n représentant un nombre entier, puisqu'ils diffèrent d'une demi-ondulation, abstraction faite de l'espace parcouru. On a donc,

$$2x \cos i = \left(n+\frac{1}{2}\right) d$$

d'où l'on tire,

$$x = \frac{1}{4}\left(\frac{2n+1}{\cos i}\right) d$$

Ainsi l'épaisseur de la lame d'air qui réfléchit un anneau dans une direction oblique est égale à celle de la lame d'air qui réfléchit le même anneau perpendiculairement à sa surface, divisée par le cosinus de l'angle d'incidence dans l'air.

22. Dès que j'eus trouvé cette formule, je l'appliquai aux différentes incidences pour lesquelles Newton a mesuré l'épaisseur de la lame d'air qui donne les mêmes anneaux, et je vis le calcul s'accorder parfaitement avec l'observation jusqu'à l'incidence de 60° inclusivement. Mais pour des incidences plus obliques les résultats du calcul s'écartaient de ceux de l'observation, et cette différence allait toujours en augmentant. Le tableau suivant offre la comparaison des résultats du calcul et de ceux que Newton a obtenus par l'observation :

ANGLES D'INCIDENCE dans le verre.	ANGLES DE RÉFRACTION dans l'air.	ÉPAISSEUR de la lame d'air d'après les observations de Newton.	ÉPAISSEUR de la lame d'air calculée par la formule $\frac{c}{\cos i}$	DIFFÉRENCES.
0° 00′	0° 00′	10,000	10,000	0,00
6 26	10 00	10,154	10,154	0,000
12 45	20 00	10,67	10,64	+ 0,03
18 49	30 00	11,50	11,54	— 0,04
24 30	40 00	13,00	13,05	— 0,05
29 37	50 00	15,50	15,56	— 0,06
33 58	60 00	20,00	20,00	0,00
35 47	65 00	23,25	23,66	— 0,41
37 19	70 00	28,25	29,24	— 0,99
38 33	75 00	37,00	38,64	— 1,64
39 27	80 00	52,25	57,59	— 5,34
40 00	85 00	84,10	114,74	— 30,64

23. Newton n'entre pas dans le détail des précautions qu'il a dû

prendre pour des expériences aussi délicates. Il dit seulement qu'il s'est servi de deux prismes dans les grandes obliquités. Au moyen du prisme supérieur le rayon qui arrive à l'œil est peu oblique à la surface d'émergence. Par conséquent, en déduisant de l'angle d'émergence, qu'on peut mesurer, la direction du rayon dans le verre, on l'obtient avec une exactitude suffisante, lors même que le rapport du sinus d'incidence à celui de réfraction, dont on se sert, n'est pas parfaitement juste. Mais il n'en est pas de même pour la direction du rayon dans la lame d'air comprise entre les deux prismes. Comme le rayon est très-oblique à la surface du verre, la moindre inexactitude dans le rapport employé peut occasionner une erreur très-sensible dans la valeur de l'angle. Cette réflexion m'a conduit à vérifier les angles de la direction du rayon dans la lame d'air, en partant de ceux d'incidence dans le verre, et je me suis aperçu que Newton s'était servi du rapport peu exact de $\frac{31}{20}$, et non pas de celui de 17 à 11, qu'il avait employé dans une expérience précédente, pour calculer le diamètre de sphéricité d'un objectif au moyen de la distance du foyer. Le milieu des rayons jaunes étant l'endroit le plus brillant du spectre, j'ai pris la moyenne entre les sinus de réfraction des deux extrémités du jaune, qui d'après Newton sont $77 + \frac{1}{3}$ et $77 + \frac{1}{5}$, le sinus d'incidence dans le verre étant représenté par 50, et je me suis servi du rapport $\frac{77{,}267}{50}$, qui est plutôt encore trop fort que trop faible; car l'orangé et le rouge, plus brillants que le vert et le bleu, occupent aussi plus d'espace dans les anneaux colorés, et doivent porter un peu de leur côté le milieu apparent de l'endroit le plus éclatant.

24. En partant des angles d'incidence dans le verre, que l'observation donne plus immédiatement que les autres, lorsqu'on emploie un prisme, j'ai obtenu les résultats que présente le tableau suivant. Ils prouvent que la formule $\frac{e}{\cos i}$ [1] s'accorde avec l'observation, même dans les grandes obliquités.

[1] Je représente par e l'épaisseur de la lame d'air qui réfléchit le même anneau, lorsque le rayon incident est perpendiculaire à sa surface.

ANGLES D'INCIDENCE dans le verre.	ANGLE DE RÉFRACTION dans l'air calculé d'après le rapport $\frac{77,267}{50}$.	ÉPAISSEUR de la lame d'air d'après les observations de Newton.	ÉPAISSEUR de la lame d'air calculée par la formule $\frac{e}{\cos i}$	DIFFÉRENCES.
35° 47′	64° 38′	23,25	23,34	− 0,09
37 19	69 31 20″	28,25	28,58	− 0,33
38 33	74 22 30	37,00	37,13	− 0,13
39 27	79 5 10	52,25	52,82	− 0,57
40 00	83 22 40	84,10	86,71	− 2,61

Je n'ai point rapporté ici l'observation faite pour l'angle de réfraction dans l'air, égal à 90°, parce qu'il me semble presque impossible, dans les expériences sur les obliquités extrêmes, d'arriver à des résultats exacts; car on ne peut plus négliger alors la légère inclinaison des deux surfaces de la lame d'air l'une par rapport à l'autre[1]. Il faut avoir égard à l'angle visuel sous lequel on aperçoit le diamètre de l'anneau dont on prend la mesure; et, malgré tous les calculs correctifs, et le plus grand soin dans l'observation, les imperfections de la surface des verres, et les petites erreurs inévitables dans la mesure de l'angle du rayon émergent en produiront nécessairement de très-sensibles dans la détermination de l'obliquité sur la lame d'air.

Newton lui-même ne présente pas ces résultats comme fort exacts, et ceux que donne la formule $\frac{e}{\cos i}$ en diffèrent assez peu pour qu'il soit très-probable qu'elle exprime la loi du phénomène. On peut donc expliquer l'accroissement des anneaux colorés vus obliquement, en supposant toujours à la lumière la même longueur d'ondulation dans les mêmes milieux, quel que soit l'angle d'incidence. Ainsi je crois avoir répondu complétement à l'objection que je m'étais faite, dans mon premier Mémoire, sur mon explication de la réfraction.

25. La réflexion, la réfraction, la diffraction, les anneaux colorés, dans les incidences obliques comme dans les incidences perpendicu-

(1) La formule $\frac{e}{\cos i}$ ne serait plus applicable alors sans modification, car elle a été calculée pour le cas où les deux surfaces de la lame d'air sont parallèles.

laires, le rapport remarquable entre les épaisseurs des lames d'air et d'eau qui produisent les mêmes anneaux, tous ces phénomènes, qui nécessitaient presque autant d'hypothèses particulières dans le système de Newton, sont donc réunis et expliqués par la même théorie des vibrations de la lumière et de l'influence des rayons les uns sur les autres. Il est probable qu'elle doit conduire aussi à une explication satisfaisante de la double réfraction et de la polarisation.

26. L'analogie me porte à croire que la chaleur est, ainsi que la lumière, produite par les vibrations et non pas par l'émission du calorique. On a déjà fait à la théorie qui suppose que le calorique sort des corps par le rapprochement de leurs molécules beaucoup d'objections auxquelles il me paraît bien difficile de répondre. Dans la combustion du charbon, d'où résultent de si hautes températures, le gaz oxygène produit le même volume d'acide carbonique. Lorsqu'on met le feu par une étincelle électrique à un mélange d'oxygène et d'hydrogène, l'expansion de l'eau en vapeur qui se forme brise le ballon dans lequel les gaz sont renfermés : voilà donc à la fois dilatation et production de chaleur. Quand on fait détoner les liqueurs fulminantes composées d'azote et d'iode, d'azote et de chlore, l'azote et le chlore, l'azote et l'iode se séparent, passent de l'état solide et liquide à l'état gazeux, et cependant il y a production de lumière et de chaleur. Lorsqu'une étincelle met le feu à un baril de poudre, les éléments de la poudre, qui sont à l'état solide, passent presque tous à l'état gazeux, occupent un espace plus de mille fois plus grand, et cependant cette explosion produit un énorme *dégagement* de lumière et de chaleur, pour me servir de l'expression usitée.

Il est bien plus naturel de penser que la chaleur et la lumière sont uniquement dues aux vibrations du calorique; car on voit qu'il y a production de chaleur et de lumière toutes les fois qu'une action chimique très-vive imprime un grand mouvement aux molécules des corps, soit que ces molécules se rapprochent, soit qu'elles s'éloignent les unes des autres.

Quel que soit au reste le système qu'on adopte sur la production de

IV. la lumière et de la chaleur, on ne peut pas mettre en doute les vibrations continuelles du calorique et des particules des corps : la force et la nature de ces vibrations doivent avoir une grande influence sur tous les phénomènes qu'embrassent la physique et la chimie, et il me semble qu'on en a trop fait abstraction jusqu'à présent dans l'étude de ces deux sciences.

Mathieu, le 10 novembre 1815.

A. FRESNEL.

N° V (A).

A. FRESNEL À F. ARAGO[a].

Mathieu, le 12 novembre 1815.

Monsieur,

Ce que vous me dites du système du docteur Young[b] me fait désirer de connaître plus précisément en quoi je me suis rencontré avec lui. Vous concevez quelles peuvent être à ce sujet les petites inquiétudes de mon amour-propre. Je voudrais bien savoir s'il s'explique nettement sur la manière dont il conçoit l'influence que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres. Il me semble que s'il avait là-dessus les mêmes idées que moi il aurait dû être conduit aux mêmes formules, et en conclure aussi que les franges extérieures cheminent suivant des hyperboles. Car, je dois le dire, ce n'est point l'observation mais la théorie qui m'a conduit à ce résultat que l'expérience a ensuite confirmé. Des anomalies m'avaient bien fait soupçonner auparavant que ces franges ne se propageaient pas suivant une ligne droite, mais je pouvais attribuer d'aussi légères différences à l'inexactitude de mes observations. Ce n'est qu'après avoir trouvé la formule qui représente le phénomène que j'ai construit un micromètre, et que j'ai pu donner à mes expériences un assez haut degré de précision pour m'assurer de ces déviations. Mon micromètre étant très-incommode, je n'ai pu faire qu'un petit nombre d'observations. Comme je me dépêchais, je ne me suis pas donné le temps de réfléchir sur les circonstances les plus propres à faire ressortir la courbure des franges extérieures. D'ailleurs je ne faisais guère ces expériences que pour vérifier ma formule. Mais ce que vous m'avez écrit à ce sujet me fait sentir

[a] Lettre communiquée par les fils de M. Arago.

[b] Voyez, n° III (B), la lettre d'Arago du 8 novembre 1815.

(A). combien il est important de rendre ces déviations plus sensibles par de nouvelles observations. Je commencerai demain ces expériences, si le temps le permet. Ma chambre n'étant pas assez longue, je serai obligé de porter la lentille dans la cour et je recevrai par le trou du volet la lumière qu'elle m'enverra. J'espère que la lumière étrangère qui s'y mêlera ne m'empêchera pas de bien distinguer les franges, en regardant, comme je le fais, à travers une loupe. C'est par ce moyen que je suis parvenu à les suivre jusqu'à leur naissance, en approchant la loupe du corps opaque. Je ne mets rien entre elles et le corps qui porte ombre ; je le regarde directement au travers de la loupe.

J'avais d'abord placé un verre dépoli pour recevoir l'ombre du fil, et je la regardais par derrière avec une loupe; mais je m'aperçus que ce verre était inutile, et qu'on voyait les mêmes franges en le supprimant. Je me suis assuré qu'elles ont la même largeur, en me servant d'un verre dont une moitié seulement était dépolie; je le plaçais au foyer de la loupe, et les franges que j'apercevais, au travers de la partie polie, me paraissaient être bien dans le prolongement de celles qui peignaient sur la partie dépolie.

C'est en partant de cette observation que je suis parvenu à distinguer les franges de l'ombre d'un fil éclairé par une étoile. Mais comme la lumière des étoiles est très-faible, il faut employer une lentille peu convexe, et l'on ne peut plus distinguer aussi bien les fils du micromètre. Cependant, comme on peut s'éloigner indéfiniment, dans ce cas, du fil qui porte ombre sans que la lumière diminue, on parviendrait, je crois, par des observations de ce genre, à mettre bien en évidence le chemin curviligne que suivent les franges extérieures, et d'autant mieux que, l'hyperbole se changeant alors en parabole, la courbure est plus prononcée.

La formule qui donne la largeur de la première frange devient $\sqrt{2bd}$, lorsque le point lumineux est infiniment éloigné; cette largeur est donc alors en raison inverse du carré de la distance au fil. A une distance de huit mètres, la partie sombre de la frange ne s'étend pas encore assez pour qu'on ne puisse être sûr de la mesure à moins d'un

demi-millimètre près, comme je m'en suis assuré. En faisant une autre observation à deux mètres, on trouverait $0^{m},00072$ pour la distance de la courbe à la ligne droite partant du bord du fil; ce qui donnerait une différence de près d'un millimètre et demi sur la largeur totale de l'ombre à cette distance, où les mesures peuvent être encore bien plus exactes qu'à huit mètres. Je désirerais bien que vous fissiez une série d'observations de ce genre en vous servant d'une étoile, pendant que je vais faire celles que vous m'avez indiquées au moyen d'un point lumineux artificiel.

Mon congé est expiré de la fin d'octobre, et j'ai reçu une lettre de mon ingénieur en chef qui m'oblige à partir pour Rennes, ma nouvelle résidence. Je vais cependant rester encore quelques jours à Mathieu, pour faire ces expériences. Je vous prie de m'adresser toujours vos lettres ici, jusqu'à ce que j'aie l'honneur de vous écrire de Rennes.

Je suis avec la plus haute considération,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

A. FRESNEL.

N° V (B).

A. FRESNEL À F. ARAGO[a].

Mathieu, le 20 novembre 1815.

Monsieur,

J'aurais voulu faire sur-le-champ les expériences que vous m'aviez indiquées[b]; mais le mauvais temps s'y est opposé. Après plusieurs jours de pluie le soleil a enfin reparu, et, quoiqu'il ne fût qu'intermittent, je suis parvenu, avec de la patience, à obtenir les résultats que j'ai l'honneur de vous envoyer. Ils n'ont pas toute l'exactitude qu'on pourrait désirer, et qu'il serait possible d'atteindre avec un micromètre plus commode; et cependant ils mettent hors de doute, ce me semble, le mouvement curviligne des bandes extérieures des ombres.

Le micromètre dont je me suis servi est semblable à celui que j'avais employé précédemment, et dont j'ai donné la description dans mon premier Mémoire; mais il est plus grand, et je puis mesurer avec des ombres d'un centimètre de largeur. Ces micromètres composés de deux fils ont cet inconvénient que les fils, malgré leur finesse, couvrant une partie sensible de la frange, empêchent de bien juger s'ils sont au milieu de l'endroit le plus sombre. Des raies très-fines gravées sur un verre, et qui s'arrêteraient à moitié de sa largeur, seraient beaucoup plus commodes, parce qu'on verrait, au delà de leurs extrémités, la frange dans son entier. Je me propose de faire construire, d'après cette idée, un micromètre avec lequel j'espère obtenir des résultats plus exacts.

---

[a] Cette lettre, visée par Delambre, secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, pour être annexée aux autres Mémoires d'A. Fresnel sur la diffraction, est, en grande partie, une réponse aux *desiderata* exprimés par Arago dans sa lettre du 8 novembre 1815 (N° III).

[b] Voyez, n° III (B).

Je n'ai point placé ma petite lentille en dehors de ma chambre, comme j'en avais d'abord l'intention, parce qu'il faisait trop de vent. D'ailleurs la lumière étrangère, qui passait par le trou du volet, affaiblissait beaucoup les franges, surtout dans le voisinage du fil de fer. N°

J'ai rassemblé dans le tableau suivant les résultats de mes observations, à côté desquels j'ai placé ceux que donne la formule, afin de vous éviter la peine de les calculer. La dernière colonne présente leurs différences. Dans la formule,

$$\frac{c(a+b)}{a}+2\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$$

dont je me suis servi, c représente toujours le diamètre du fil, a la distance du fil au point lumineux, b celle du fil au micromètre, et d la longueur d'une ondulation de la lumière dans l'air.

	DISTANCE du point lumineux au fil de fer.	DISTANCE du fil de fer au micromètre.	LARGEUR de l'ombre entre les deux bandes extérieures du 1er ordre, d'après l'observation.	LA MÊME LARGEUR calculée d'après la formule $\frac{c(a+b)}{a}+2\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$	DIFFÉRENCES.	
1	1m,988	0m,012	0m,00122	0m,00123	− 0m,00001	Le diamètre du fil de fer est toujours d'un millimètre.
2	1 ,988	0 ,585	0 ,00305	0 ,00306	− 0 ,00001	
3	1 ,988	3 ,195	0 ,00863	0 ,00848	+ 0 ,00015	
4	3 ,000	0 ,008	0 ,00120	0 ,00119	+ 0 ,00001	Les trois premières expériences ont été faites avec la petite lentille, les autres avec un globule de miel.
5	3 ,000	0 ,050	0 ,00146	0 ,00147	− 0 ,00001	
6	3 ,000	0 ,198	0 ,00196	0 ,00200	− 0 ,00004	
7	3 ,000	0 ,868	0 ,00336	0 ,00344	− 0 ,00008	
8	3 ,000	2 ,180	0 ,00559	0 ,00567	− 0 ,00008	

J'ai pensé que la différence un peu considérable entre l'observation et le calcul, dans la troisième expérience, pouvait tenir à ce que l'image du soleil au foyer de ma petite lentille avait une largeur encore trop sensible, et j'ai répété cette expérience en formant le point lumineux avec un globule de miel. J'ai trouvé par cette seconde observation 0m,00841, dont la différence avec le calcul n'est plus que − 0m,00007.

B). Mais, en adoptant même le résultat que j'ai porté dans le tableau, il est évident, par les expériences 1, 2 et 3, que les franges ne se propagent pas suivant des lignes droites. Car, en joignant par des lignes droites les points les plus sombres des franges observées aux distances $0^{m},012$ et $3^{m},195$, on trouverait $0^{m},00255$ pour l'intervalle entre ces franges à une distance de $0^{m},585$, au lieu de $0^{m},00305$, que donne l'observation, et la différence est d'un demi-millimètre : or, si l'on se donne la peine de répéter l'expérience, on verra qu'avec un peu de soin on est sûr de ne pas faire sur l'observation n° 2 une erreur de plus d'un dixième de millimètre.

En faisant partir les lignes droites des bords du fil, on rend cette courbure encore plus sensible, car la largeur de l'ombre à la distance de $0^{m},585$ devrait être alors de $0^{m},00240$; la différence avec celle que donne l'observation est donc de $0^{m},00065$. Supposera-t-on qu'elle provient d'une erreur dans l'observation n° 3? Je conviens qu'à cette distance du fil je ne puis plus mesurer son ombre avec autant d'exactitude; mais je suis sûr du moins de ne pas me tromper d'un millimètre, et un millimètre d'augmentation dans la largeur de l'ombre, à la distance de $3^{m},195$, n'en produirait qu'une de $0^{m},00018$ à la distance de $0^{m},585$.

Les observations 4, 5, 6, 7 et 8 prouvent aussi, quoique d'une manière moins frappante, la convexité du chemin suivant lequel se propagent les bandes extérieures. Si l'on joint par des lignes droites les franges observées aux distances de $0^{m},008$ et $2^{m},180$, on trouve pour l'intervalle entre ces franges, à la distance de $0^{m},868$, une largeur de $0^{m},00295$, au lieu de $0^{m},00336$ que donne l'observation, et la différence est de $0^{m},00041$. En faisant partir les lignes droites des bords du fil, on trouve $0^{m},00283$ pour la largeur de l'ombre à la même distance, et la double flèche de courbure est alors de $0^{m},00053$.

Je ne me suis peut-être pas assez étendu, dans ma dernière lettre, sur les expériences par lesquelles je me suis assuré que les franges extérieures, à leur naissance, partent des bords du corps qui porte ombre, ou du moins n'en sont séparées que par un intervalle insensible

à l'œil aidé d'une forte loupe. Je crois devoir revenir sur ce sujet. J'ai reconnu, en me servant d'un verre dépoli, que l'ombre qui se peignait dessus, observée avec la loupe, était absolument semblable à celle qu'on voyait immédiatement avec la loupe sans le secours du verre dépoli; d'où j'ai conclu que l'ombre au foyer de la loupe était telle que l'œil l'apercevait en regardant au travers. J'avais répété cette expérience avec des loupes de convexités si différentes, et en faisant varier tellement les distances du point lumineux et du fil de fer, que je pouvais, sans craindre de me tromper, étendre le principe à toutes les distances, et retrancher désormais le verre dépoli dont je m'étais servi d'abord. C'est ce qui était indispensable pour observer les franges dans le voisinage du fil. Car, à une petite distance du fil, on ne peut plus distinguer les franges qui se peignent sur le verre dépoli.

En les regardant donc immédiatement avec la loupe, je les voyais s'affaiblir, devenir plus minces et se rapprocher des bords du fil à mesure que j'en approchais la loupe. En l'approchant encore davantage, toutes les franges disparaissaient, excepté celles du premier ordre, qui se trouvaient alors si près des bords du fil de fer, que l'intervalle qui les en séparait devenait presque insensible à l'œil, quoique je me servisse d'une loupe très-forte. Enfin, lorsque son foyer était au fil de fer même, je n'apercevais plus de franges. J'ai fait cette expérience en me servant d'un très-petit globule de miel, que je n'éclairais qu'avec des rayons rouges, pour rendre encore plus obscurs les intervalles entre les franges et faire ainsi ressortir davantage leurs parties brillantes.

La première fois que je m'aperçus qu'en regardant avec une lentille les corps éclairés par un point lumineux on voyait les mêmes franges que celles qui sont réfléchies par un carton blanc, j'en fus très-surpris et je ne pouvais pas m'expliquer ce phénomène. Je le conçois maintenant. Puisque les franges sont produites par la rencontre des rayons, la loupe, réunissant sur le même point de la rétine ceux qui se croisent dans le plan focal, doit peindre au fond de l'œil les mêmes franges qui se peignent sur un carton ou un verre dépoli.

Je regardais avant-hier au soir, au travers d'une grande lentille de

B). deux pieds de foyer, l'étoile très-brillante dont je m'étais déjà servi dans mes expériences, et qui n'est pas une étoile fixe, par parenthèse, mais une planète, et j'étais placé de manière à voir les ombres des branches les plus élevées d'un arbre. Ces branches étaient au moins à douze mètres du foyer de la lentille, et cependant les parties sombres des franges du premier ordre me paraissaient très-étroites. Je distinguais même très-bien les franges du second ordre. Dans l'expérience que j'avais faite avec le fil de fer je ne voyais pas les franges du second ordre, quoique je ne fusse qu'à huit mètres du fil de fer, et la partie sombre de celles du premier ordre me paraissait beaucoup plus vague et plus étendue, autant que je puis me le rappeler. Cela venait sans doute de ce que, le fil n'ayant qu'un millimètre de diamètre, les bandes intérieures du second ordre et du troisième sortaient de l'ombre et influaient sur les bandes extérieures. Ainsi il faut avoir soin de ne pas employer, dans ces expériences, un cylindre d'un trop petit diamètre, surtout quand on s'en éloigne beaucoup.

Je présume qu'à une distance de quarante mètres même on pourrait mesurer assez exactement l'intervalle entre les deux bandes extérieures du premier ordre, et, en prenant la largeur du même intervalle à dix mètres du cylindre, on trouverait pour la double flèche de courbure $0^{m},00322$.

J'ai oublié de vous annoncer, dans ma dernière lettre, le nouveau Mémoire que j'ai envoyé à mon oncle, et que vous avez peut-être déjà lu[a]. J'y ai donné une explication des images colorées réfléchies par les surfaces rayées, quoique je n'eusse jamais vu ce phénomène, et que je ne fusse pas sûr de me bien rappeler ce que vous m'en aviez dit. Cela était assez imprudent de ma part, quelle que fût ma confiance dans la théorie des accords et des discordances des rayons lumineux. J'ai pu en faire dans ce cas une fausse application. Je vous prie de vouloir bien me dire si l'observation confirme la formule que j'ai donnée.

Mes deux Mémoires sont mal rédigés, et j'ai besoin à cet égard de

---

[a] Il s'agit du *Complément au Mémoire sur la diffraction* (N° IV).

toute votre indulgence. J'écris avec beaucoup de difficulté, et le mauvais état de ma santé me rendait ce travail encore plus pénible qu'à l'ordinaire. Je serais peut-être parvenu à faire mieux en y mettant plus de temps; mais je voyais expirer mon congé, et je craignais surtout, je vous l'avoue, de perdre l'avantage de la priorité.

J'ai dit à la fin de mon dernier Mémoire : « La force et la nature « de ces vibrations doivent avoir une grande influence *sur tous les phé- « nomènes que* présentent *la physique et la chimie.* » Les sciences ne *présentent* pas les phénomènes, elles les expliquent. J'aurais dû dire : « *sur tous les phénomènes qu'*embrassent *la physique et la chimie.* » Si vous lisez mon Mémoire à l'Institut, je vous prie de vouloir bien corriger cette faute, ainsi que les plus choquantes parmi beaucoup d'autres qui me sont échappées[a].

Je suis avec la plus haute considération,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

A. FRESNEL.

P. S. La lumière d'une chandelle n'a pas assez d'intensité pour me servir dans mes observations, parce qu'il me faut alors éloigner beaucoup la lentille de la flamme, afin que son image au foyer soit très-petite; et alors la lumière n'est plus sensible, même à peu de distance du foyer. Mais, lorsqu'on n'a pas besoin d'une aussi grande netteté dans les franges, on peut aisément les produire au moyen d'une chandelle, en rapprochant beaucoup la lentille; ou même sans lentille, en plaçant le corps qui porte ombre à une grande distance de la chandelle. Alors, en le regardant à travers une loupe, on voit des franges semblables à celles que donne la lumière du soleil et celle des étoiles.

Je pars pour Rennes (département d'Ille-et-Vilaine). Je vous prie de m'y adresser vos lettres, poste restante.

---

[a] La correction était faite par l'auteur lui-même sur la minute qui se trouve reproduite ci-dessus (N° IV). Cette observation est donc sans objet.

N° V (C).

A. FRESNEL À ARAGO.

Rennes, le 3 décembre 1815.

Monsieur,

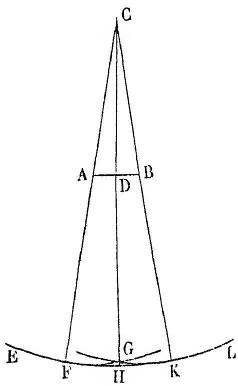
Vous avez sans doute remarqué une faute de raisonnement dans le commencement du *Complément* à mon Mémoire sur la *Diffraction* [a]. Pour prouver que les rayons qui ont traversé un très-petit trou sans éprouver d'inflexion ne peuvent pas produire des franges qui diffèrent sensiblement par leur position des franges provenant des rayons infléchis, j'observe d'abord que, lorsque le corps lumineux est très-près du trou, les ondulations des rayons directs et des rayons infléchis différant très-peu de courbure, les franges produites par ces deux espèces de rayons doivent sensiblement coïncider, et j'ajoute ensuite, autant que je puis me le rappeler (car j'ai perdu la feuille de ma minute qui contenait cette explication) que, lorsque le corps lumineux est assez éloigné pour que les courbures de ces ondulations diffèrent d'une manière sensible, les faisceaux de rayons partant de chaque point du corps éclairant ne s'étendent pas, à cause de la petitesse du trou, dans des espaces assez grands pour produire des franges. C'est ici que je me suis trompé. Je supposais toujours les franges observées à une distance assez considérable du corps qui porte ombre. Mais quand on les reçoit à peu de distance de ce corps, les rayons incidents qui produisent celles du premier ordre, par exemple, ne font entre eux qu'un angle très-petit.

Il est aisé de corriger ce que cette explication a d'inexact, et de la compléter par des considérations géométriques fort simples.

---

[a] N° IV, § 4.

Soient C la source des rayons que nous considérons, A et B les bords



du trou. Je suppose toujours son diamètre AB extrêmement petit, et la distance AF du petit trou au corps qui porte ombre, très-considérable, relativement aux dimensions de ce trou.

Des points C, A et B comme centres je décris les arcs de cercle FHK, EFG, GKL.

Pour que l'arc FHK ait une étendue sensible, par rapport à son rayon, il faut qu'il soit beaucoup plus grand que le diamètre du trou, ce qui ne peut avoir lieu que lorsque le point C est très-près de AB; mais alors, AC étant très-petit par rapport à AF, l'arc FHK a presque la même courbure que les arcs EFG et GKL, et les franges produites par les rayons directs doivent coïncider sensiblement avec celles que font naître les rayons infléchis. Quand, au contraire, le point lumineux C s'éloigne de AB, la courbure de l'arc FHK diffère de plus en plus de celle des deux autres; mais, en même temps que cette différence augmente, la longueur de l'arc diminue, de sorte que l'anse de panier EFHKL doit toujours coïncider sensiblement avec le cercle décrit du point D comme centre. Ainsi la différence de courbure entre les ondulations des rayons directs et des rayons infléchis ne peut pas influer d'une manière sensible sur la position et la netteté des franges lorsque le trou est suffisamment étroit.

J'ai fait abstraction dans cette explication du changement d'une demi-ondulation que les bords du trou font éprouver aux rayons infléchis, parce que la discordance qui en résulte entre les rayons directs et les rayons infléchis ne peut avoir aucune influence sur la position des franges, et n'occasionne sans doute qu'un affaiblissement mutuel et une diminution de clarté.

J'ai dit que, lorsque le trou était suffisamment étroit, les rayons directs devaient être probablement détruits, ou du moins rendus insensibles, par les rayons infléchis, dont la quantité relative augmente à mesure que les dimensions du trou diminuent. Cette conséquence,

(C). à laquelle me conduit l'analogie, a besoin d'être confirmée par des observations directes. Je me propose de faire à ce sujet quelques expériences, qui pourront peut-être éclairer la matière.

Les rayons peuvent-ils éprouver l'inflexion à des distances finies des bords du trou? Voilà une question à laquelle je ne puis pas encore répondre. Lorsque j'ai observé les franges jusqu'à leur naissance, à l'aide d'une forte loupe, elles m'ont paru partir des bords du corps qui portait ombre; mais cela tenait, sans doute, à l'extrême petitesse de l'intervalle qui les en séparait; car, d'après la théorie même que j'ai adoptée, le bord du corps est le foyer et non pas le sommet des hyperboles suivant lesquelles les franges se propagent; en sorte que la première frange, par exemple, en est éloignée à sa naissance de la longueur d'une ondulation.

Pour compléter cette théorie des vibrations, il serait aussi bien nécessaire d'expliquer comment les rayons changent d'une demi-ondulation en éprouvant l'inflexion. Je serais assez porté à croire que dans l'inflexion et la réflexion ce sont les molécules mêmes des corps qui reproduisent les mouvements vibratoires imprimés par les rayons incidents. Cette manière d'envisager le phénomène conduirait peut-être à son explication.

J'ai dit, dans mon premier Mémoire, qu'il me paraissait probable que les rayons incidents pouvaient être réfléchis par une surface polie dans une infinité de directions différentes, et j'ai fait voir que l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence était le seul suivant lequel les rayons vibraient d'accord et devaient être sensibles à l'œil. Il est possible que les discordances qui ont lieu dans les autres directions s'opposant au mouvement l'obligent à se propager plus particulièrement suivant celle qui fait un angle égal à celui d'incidence. On concevrait ainsi comment la lumière perd aussi peu de son intensité dans sa réflexion sur une surface polie.

Si l'on pouvait mesurer avec exactitude l'intensité des images réfléchies par les surfaces polies, et celle des rayons dispersés dans tous les sens, on parviendrait peut-être à établir sur ces bases la théorie mécanique

des ondulations du fluide lumineux, et à ramener tous les phénomènes de la lumière aux lois générales du mouvement. Mais il ne faudrait pas se borner dans ces observations à consulter l'œil; il serait encore nécessaire de consulter le thermomètre pour mesurer l'accroissement de température du miroir produit par le choc des rayons lumineux, et en conclure la quantité de mouvement employée à l'échauffer.

Mon oncle m'a fait connaître, Monsieur, les offres obligeantes, que vous avez bien voulu lui faire pour moi. Je les accepte avec autant de plaisir que de reconnaissance. Je vous prie donc de demander pour moi une prolongation de congé de quelques mois. J'irai à Paris aussitôt que mon directeur général m'en aura accordé la permission. J'espère que vous l'obtiendrez facilement, surtout dans un moment où les travaux des routes ont aussi peu d'activité.

Je suis avec la plus haute considération, etc.

A. FRESNEL.

P. S. Vous avez sans doute reçu ma lettre du 20 novembre, contenant le résultat des expériences que vous m'aviez demandées.

N° VI.

NOTE

SUR

UN PHÉNOMÈNE REMARQUABLE QUI S'OBSERVE DANS LA DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE [a],

LUE À L'INSTITUT, LE 26 FÉVRIER 1816, PAR M. ARAGO.

La Classe nous a chargés, M. Poinsot et moi, de lui rendre compte d'un Mémoire sur la diffraction de la lumière, qui lui a été présenté par M. Fresnel, ancien élève de l'École polytechnique, et actuellement ingénieur des ponts

[a] *Annales de chimie et de physique,* t. I, p. 199; cahier de février 1816. — Pendant les premiers mois de 1816, Fresnel, autorisé à se rendre à Paris, avait fait avec Arago, commissaire de l'Académie des sciences pour l'examen de ses Mémoires sur la diffraction, beaucoup d'expériences de vérification (Lettres à Léonor Fresnel du 18 février et du 4 mars 1816, n° LIX). Arago, dans cette note, rend compte d'une de ces expériences.

Il n'est pas sans intérêt de rapprocher le récit de Fresnel de la note d'Arago.

« . . . J'ai sujet d'être satisfait relativement à la vérification qu'Arago fait de ma théorie. . . « Il a imaginé dernièrement une nouvelle expérience à laquelle je n'avais pas pensé et dont « le résultat est encore une confirmation de ma théorie. Au lieu d'intercepter la lumière sur « un des bords du fil avec un corps opaque, il y a placé un verre et les franges intérieures « ont disparu. »

« Nous sommes rentrés chez moi pour en chercher la raison : je lui ai fait voir que cela « venait du retard que la lumière avait éprouvé en traversant le verre d'un côté, en sorte que « les franges des 1^er^, 2^e^, 3^e^ et 4^e^ ordres, les seules qu'on puisse bien voir, se trouvaient hors « de l'ombre. Je lui ai annoncé que si l'on mettait à la place de ce verre une lame de mica « très-mince, ou une de ces feuilles de verre soufflé, il pourrait se faire que les franges inté- « rieures ne sortissent pas de l'ombre, et qu'on les vît alors se porter du côté de la feuille « transparente. Nous avons fait le lendemain cette expérience, et tout s'est passé comme je « l'avais prédit; il en a été enchanté. »

« Il en a rendu compte lundi dernier à l'Institut, dans une note où il dit que mon Mé- « moire est de nature à faire une révolution dans la science. » (Extrait d'une lettre d'A. Fresnel à L. F. en date du 4 mars 1816.)

et chaussées. Je me suis occupé, autant que l'état du ciel l'a permis, de la vérification des lois auxquelles cet habile physicien a été conduit, et qui me semblent destinées à faire époque dans la science. Dans peu ce travail sera complet, et j'en présenterai une analyse détaillée à la Classe; mais, en attendant, j'ai cru devoir extraire de mes observations un fait qui me paraît nouveau, et qui, rattaché à la théorie que M. Fresnel développe dans son Mémoire, semble devoir conduire à des conséquences importantes.

Lorsqu'un corps opaque est placé dans un faisceau de lumière, son ombre est bordée à l'extérieur de bandes de diverses nuances et de diverses largeurs. Ces bandes ont été étudiées par Newton, dans le troisième livre de son *Optique;* mais ce célèbre physicien ne parle pas des bandes non moins remarquables qui se forment dans l'intérieur de l'ombre des corps déliés, quoique Grimaldi en eût déjà donné une description détaillée dans son ouvrage, et il affirme même positivement qu'aucune lumière ne pénètre dans l'ombre géométrique. L'inexactitude de ce résultat fut suffisamment prouvée par Maraldi et Delisle [a], qui, du reste, n'ajoutèrent rien de saillant à ce que Grimaldi avait découvert longtemps avant. Tel était l'état de nos connaissances sur cette question délicate, lorsque le docteur Thomas Young fit l'expérience très-remarquable qui se trouve consignée dans les Transactions philosophiques pour 1804 [b], et d'où il résulte que, pour faire disparaître la *totalité* des bandes qui se forment *dans l'intérieur* de l'ombre d'un corps, il suffit d'arrêter, avec un écran *opaque,* la portion de lumière qui *vient* de raser, ou qui *va* raser l'UN SEUL des deux bords, et quoique les rayons qui passent près du bord opposé puissent continuer leur course comme précédemment.

L'expérience qui fait l'objet de cette note consiste en ceci : que pour faire disparaître également la totalité des bandes intérieures, on peut substituer un verre *diaphane* et à faces parallèles à l'écran *opaque* du physicien anglais. M. Young avait montré que la production des bandes colorées intérieures nécessite le concours des deux faisceaux blancs infléchis dans l'ombre par les deux bords du corps. Ce que je viens de dire prouve, de plus, que ces faisceaux ne fournissent de bandes que lorsqu'ils se rencontrent sous certaines cir-

---

[a] Diverses expériences d'optique, *Mémoires de l'Académie royale des sciences* pour 1723, p. 111.

[b] *Experiments and Calculations relative to physical Optics.* — Exper. 1. — Exper. 2. (*Philosoph. Transact.* for 1804, p. 1, et *Miscellaneous Works,* t. I, p. 179.)

constances particulières ; et ce qui semble ne laisser aucun doute sur la nature de ces circonstances, c'est qu'en employant des écrans diaphanes de plus en plus épais, on arrive par degrés au terme de la disparition. Ainsi des lames très-minces de verre, soufflées au chalumeau, n'éteignent pas les bandes intérieures, mais les déplacent toutes de un, de deux, de trois, etc. intervalles, suivant qu'elles ont plus ou moins d'épaisseur. J'ai trouvé des lames de mica qui les transportaient sur l'espace qu'occupent les bandes extérieures ordinaires, et ceci conduit à penser que les verres plus épais, placés d'un seul côté du corps, ne les font disparaître qu'en les transportant dans l'espace éclairé par la lumière non infléchie. Les bandes intérieures sont, à toutes distances, symétriquement placées de part et d'autre du centre de l'ombre. Celles qui se forment sous l'influence de la petite lame de verre sortent plus ou moins de l'ombre, suivant qu'on les reçoit plus ou moins loin du corps, et se rapprochent toujours du bord auquel la lame est adaptée. Un verre, de quelque épaisseur qu'il soit, ne nuit point à la formation des bandes intérieures, s'il déborde le corps opaque des deux côtés, en sorte que les rayons infléchis en dedans aient eu la même épaisseur de verre à traverser. Deux verres inégalement épais, placés des deux côtés du corps, agissent comme une lame unique d'une épaisseur égale à leur différence.

Toutes les circonstances de cette expérience s'expliquent très-bien dans la théorie que M. Fresnel a adoptée; mais pour cela il faudrait admettre que la lumière se meut plus lentement dans le verre que dans l'air. Telle serait alors, à la vérité, la liaison des faits, qu'on pourrait facilement évaluer la perte de vitesse pour chaque épaisseur de verre, ou de tout autre milieu quelconque, en fonction d'une ondulation aérienne prise pour unité. Je puis même ajouter que M. Fresnel devina l'effet qu'aurait dû produire l'interposition d'une lame mince, lorsque je lui eus fait part seulement des phénomènes que présente un verre épais. Ce sera aussi dans la même théorie qu'il faudra chercher, sans doute, l'explication des bandes diffractées singulières et de diverses nuances qui se forment dans le voisinage des petites stries qu'on remarque sur les lames de mica, et dans d'autres circonstances analogues.

N° VII.

RAPPORT

FAIT A LA PREMIÈRE CLASSE DE L'INSTITUT, LE 25 MARS 1816,

SUR UN MÉMOIRE

RELATIF

AUX PHÉNOMÈNES DE LA DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE

PAR M. FRESNEL.

Commissaires : MM. Poinsot et Arago rapporteur [a].

1. Le travail que la Classe [b] a renvoyé à notre examen pourrait être partagé en deux sections distinctes. La première renfermerait les observations nouvelles que M. Fresnel a faites sur les bandes de diverses couleurs qui accompagnent constamment les ombres des corps exposés à un filet de lumière. La deuxième serait le développement de la théorie à l'aide de laquelle l'auteur a cherché à lier tous ses résultats. Nous adopterons cette division dans ce rapport, quoique l'auteur ne l'ait pas suivie dans le Mémoire.

2. Les physiciens qui, depuis Grimaldi, se sont occupés du phénomène de la diffraction, recevaient les bandes irisées qui bordent les ombres sur un carton blanc, plus ou moins éloigné du corps opaque. Ce moyen, dont M. Fresnel s'est aussi servi quelquefois, ne permet pas d'étudier les circonstances de la formation des bandes près de leur origine. Pour obvier à cet inconvénient il imagina de substituer à l'écran de carton un miroir légèrement dépoli; les petites facettes du verre font dans ce cas l'office des aspérités du papier, dispersent la lumière dans tous les sens, tant par réflexion que par ré-

(a) Inédit, extrait des procès-verbaux de l'Institut.

(b) La première Classe de l'Institut ne reprit son ancien titre d'Académie des sciences que deux jours après la lecture du rapport d'Arago.

fraction; il se forme sur la surface dépolie des peintures de l'ombre et des franges qui ont une grande netteté, et qui peuvent être examinées par derrière avec une forte loupe, sans que l'observateur ait besoin de placer sa tête entre le corps opaque et le tableau. Cette méthode, bien supérieure à l'ancienne, a pourtant comme elle le défaut d'affaiblir l'éclat des teintes, car la lumière qui traverse un verre dépoli est, comme on sait, une très-petite partie de la lumière incidente. Or M. Fresnel a reconnu par expérience que l'interposition d'un pareil verre est inutile, de sorte que quelle que soit la distance, on aperçoit distinctement les bandes avec une loupe, tout comme on observe avec l'oculaire d'une lunette la peinture aérienne qui vient se former au foyer de l'objectif. Par ce moyen on peut chercher à reconnaître si, comme Newton l'a supposé, les corps agissent sur les rayons dans le phénomène de la diffraction à des distances sensibles. Or en suivant les bandes avec une loupe d'un court foyer, on les voit se rapprocher graduellement du bord qui les produit, n'en être ensuite séparées que par des intervalles qui ne surpassent pas un centième de millimètre, et disparaître enfin complétement, lorsque le bord du corps passe par le foyer de la loupe. Une circonstance qui s'est présentée à nous en répétant les expériences de l'auteur, et qui nous semble digne de remarque, c'est que les bandes, tant extérieures qu'intérieures, s'aperçoivent également lorsque le corps est en deçà du foyer de la loupe, et qu'alors elles semblent se former dans un plan plus rapproché du point lumineux que le corps qui porte ombre.

3. M. Fresnel s'occupe d'abord dans son Mémoire des franges colorées qui sortent du champ de l'ombre; et, aidé de son moyen d'observation, il découvre que l'angle sous lequel un rayon est infléchi en passant près d'un corps n'est pas constant, et qu'il augmente assez rapidement, toutes les autres circonstances restant les mêmes, à mesure que le corps se rapproche du point lumineux. Si le point de départ du faisceau est par exemple à $0^{m},0625$ du bord qui porte ombre, l'angle de diffraction pour les rayons rouges de la première frange, mesuré à 1 mètre de distance, sera de $14' \, 25''$, tandis qu'on ne trouve que $3' \, 55''$ à cette même distance de 1 mètre, lorsque l'intervalle du corps au point lumineux est de 4 mètres. On voit, en un mot, que la déviation qu'un rayon éprouve dans sa marche dépend du chemin *qu'il a parcouru* depuis son origine jusqu'au bord du corps qui le diffracte, résultat d'autant plus singulier que les bandes partent du bord même du corps, ou d'un point qui en est extrêmement rapproché.

4. Un fait non moins remarquable, que M. Fresnel a observé, c'est que pour une distance constante et quelconque du point lumineux au corps, l'angle de diffraction varie suivant qu'on détermine la position des bandes dans tel ou tel autre point de leur trajet, ce qui entraîne la conséquence singulière que les rayons qui les forment ne se meuvent pas en ligne droite. Suivant l'auteur on trouve pour les trajectoires des franges de tous les ordres des hyperboles dont les foyers communs sont le bord du corps et le point lumineux.

5. M. Fresnel traite aussi très au long dans son Mémoire de la formation des franges intérieures. Il trouve comme Young, dont il ne connaissait par les ouvrages [a], qu'elles naissent du concours des deux faisceaux infléchis dans l'ombre par les deux bords opposés du corps.

A l'aide de la loupe, et sans l'intermédiaire du verre dépoli, il les suit depuis le moment où, commençant à se dégager les unes des autres, elles se montrent comme de très-minces filets lumineux également espacés et sans aucune coloration apparente, jusqu'aux distances où, le nombre des bandes comprises dans le champ de l'ombre étant bien moindre, chacune d'elles occupe une plus grande étendue et est sensiblement irisée. Les bandes intérieures ne partent pas des bords du corps et se meuvent à très-peu près en ligne droite. Elles sont à toutes distances symétriquement placées de part et d'autre du centre de l'ombre, qui toujours est un filet clair; les intervalles qui les séparent sont proportionnels à la distance du corps au micromètre, et ne dépendent pas de celle du point lumineux. On voit par ce petit nombre de résultats combien les franges intérieures diffèrent de celles qui bordent l'ombre extérieurement: mais un trait de dissemblance plus marquant encore, s'il est possible, se trouve dans l'observation des intervalles des bandes consécutives. Pour les bandes extérieures en effet, ces intervalles sont indépendants des dimensions du corps qui porte ombre. Pour les autres ils sont d'autant moindres, à parité de circonstances, que le corps est plus large. M. Fresnel a découvert par des observations multipliées que, pour une distance constante du micromètre à des fils de différentes grosseurs, les largeurs des bandes sont juste en raison

[a] Theory of Light and Colours. *Philosoph. Transact.* for 1802, p. 12. — An Account of some cases of the production of colours not hitherto described. *Philosoph. Transact.* for 1802, p. 387. — Experiments and calculations relative to physical Optics. *Philosoph. Transact.* for 1804, p. 1. (*Miscellaneous Works*, t. I, p. 140-170-179.)

inverse des diamètres de ces fils. Il se sert de cette belle loi pour expliquer les franges hyperboliques qui se forment dans la fameuse expérience des couteaux de Newton.

6. Nous venons de rapporter les principaux résultats que M. Fresnel a obtenus par l'expérience; il nous reste maintenant à parler de la théorie qui peut servir à les expliquer. Cette théorie, dont on trouve les premiers éléments dans la micrographie de Hooke[a], a été depuis présentée avec détail, mais pas aussi clairement qu'on pourrait le désirer, par le docteur Thomas Young[b]. M. Fresnel, qui l'a découverte de son côté, y a fait quelques modifications. Nous l'appellerons donc la théorie de M. Fresnel, sans prétendre toutefois enlever au physicien anglais l'antériorité qui lui appartient.

7. M. Fresnel considère la lumière comme les ondulations d'un milieu subtil et doué d'une grande élasticité, et en cela il adopte l'opinion de Hooke, d'Huyghens, d'Euler, etc. [c]. Il distingue dans chaque onde lumineuse des parties analogues à celles que Daniel Bernouilli a désignées par les dénominations de *ventres* et de *nœuds*, dans le Mémoire sur le son et les tuyaux d'orgues, qui fait partie du recueil de l'Académie pour 1762 [d]. Il admet en outre que deux ondulations qui se rencontrent sous un très-petit angle peuvent s'affaiblir dans les points où les nœuds de l'une coïncident avec les ventres de l'autre, et que l'intensité sera au contraire augmentée partout où les parties analogues des mêmes ondulations se réuniront. Ces changements du reste ne doivent être que momentanés, en sorte que des rayons qui se sont obscurcis parce qu'ils étaient en discordance, acquièrent de nouveau leur ancien éclat quand la discordance cesse. M. Fresnel suppose, en un mot, que dans la propagation des ondes lumineuses il peut se produire des espèces de battements analogues à ceux que l'oreille distingue lorsque deux sons convenables se font

---

[a] *Micrographia*, p. 47 à 67.

[b] Voir ci-dessus § 5, note [a].

[c] Hooke, *Micrographia.* — Huyghens, *Histoire de l'Académie des sciences* pour 1679, t. I, p. 283. *Traité de la lumière*, etc. — Euler, *Nova theoria lucis et colorum. Conjectura physica circa propagationem soni ac luminis*, etc.

[d] Recherches physiques, mécaniques et analytiques sur le son et sur les tons des tuyaux d'orgues différemment construits. *Mémoires de l'Académie royale des sciences* pour 1762, p. 431.

entendre en même temps[a]. Cette assimilation du reste est la seule partie hypothétique de la théorie de M. Fresnel; car, à notre avis, l'influence des rayons de même origine les uns sur les autres est prouvée par la belle expérience de Young, que nous avons déjà citée, et qui consiste, comme on a vu, en ce que les faisceaux infléchis dans l'ombre par les deux bords d'un corps, et qui forment une lumière continue quand ils y parviennent séparément, fournissent des traits de différentes largeurs et de diverses nuances lorsqu'ils se traversent l'un l'autre. Quoiqu'il en soit, dans cette supposition les bandes extérieures dont les ombres sont accompagnées seraient produites par les croisements de deux systèmes d'ondes partant du point lumineux et des bords correspondants du corps, tandis que les bandes intérieures seraient le résultat du mélange des rayons infléchis dans l'ombre par les deux bords opposés. Pour représenter par une figure les croisements qui doivent donner naissance aux bandes diffractées, l'auteur décrit du point lumineux et des deux bords du corps opaque, comme centres, une suite de cercles noirs, en augmentant toujours les rayons d'une même quantité, qu'on suppose égale à l'étendue d'une ondulation. Entre ces mêmes cercles, et dans le milieu de l'intervalle qui les sépare, on place d'autres circonférences, qui, comme les premières, sont également espacées et distantes d'une ondulation. Ces nouvelles circonférences sont marquées en rouge. Cela posé, les intersections des cercles de différente espèce déterminent la place des points de discordance, ou des parties les plus sombres des franges, tandis que les intersections des cercles d'une même série indiqueront les parties les plus brillantes. La détermination de la situation des franges pour différentes distances du corps au micromètre, ou au point lumineux, devient alors un simple problème de géométrie. L'auteur trouve en le résolvant que les bandes des différents ordres sont placées sur des hyperboles qui ont pour foyers le point lumineux et le bord du corps. Leurs dimensions, aussi bien que les intervalles qui les séparent, dépendent de la valeur qu'on adoptera pour l'étendue d'une ondulation; c'est du reste la seule quantité que la théorie doive emprunter à l'expérience. Pour la déterminer on pourrait se servir, par exemple, de la mesure d'une des bandes extérieure ou intérieure. Mais l'auteur, qui a expliqué par des considérations analogues

[a] C'est à ce passage, de tout point inexact, qu'il est fait allusion dans la note [a] du § 16, N° II. [E. Verdet.]

II. le phénomène des anneaux colorés, a préféré de puiser dans les tables de Newton les valeurs des ondulations aériennes pour les rayons de toutes couleurs, et elles lui paraissent égales au double des épaisseurs dans lesquelles se produisent les anneaux du premier ordre. En introduisant ces quantités dans les formules, les trajectoires de tous les ordres sont déterminées de forme et de position, et la théorie peut être comparée à l'expérience.

Si l'on représente par a la distance d'un fil au point lumineux, par b celle du fil au carton, par d la longueur d'une ondulation lumineuse dans l'air, la distance d'une bande du premier ordre au bord de l'ombre sera donnée par la formule $\sqrt{\frac{2b(a+b)d}{a}}$.

8. M. Fresnel a fait de nombreuses mesures des bandes à toutes les distances possibles du point lumineux au fil, et du fil au carton. Partout le calcul et l'observation se sont accordés dans les limites de quelques centièmes de millimètres, exactitude beaucoup plus grande qu'on n'aurait osé l'espérer dans des observations de cette espèce. Les tableaux que le Mémoire renferme mettent dans tout son jour cette belle découverte de l'auteur, que les bandes de différents ordres ne se propagent pas en ligne droite[a], et cela, soit qu'on regarde, comme il paraît convenable, le bord du fil comme l'origine de toutes les bandes, soit qu'on se contente de les comparer trois à trois. On trouve en effet dans tous les cas que la ligne qui joint deux positions éloignées d'une même bande extérieure ne passe pas par les positions intermédiaires.

9. Pour obtenir, à l'aide de la formule que nous avons rapportée, les ordonnées des trajectoires extérieures de tous les ordres, il faut successivement remplacer d par $2d$, $3d$, etc. d'où il résulte que les distances du bord de l'ombre géométrique aux bandes des différents ordres sont exprimées par les termes de la série $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, etc. ce résultat du calcul est confirmé par l'observation.

10. La valeur de d, qui représente une seule des positions d'une bande extérieure quelconque, pour une distance donnée du point lumineux et de l'écran, satisfait également à la position de toutes les autres, quelles que soient les distances qui séparent le corps du foyer de lumière et du micromètre. Cette même valeur détermine avec exactitude les trajectoires des franges qui viennent

---

[a] Voyez N° III (B), note [b], p. 38.

se peindre dans l'intérieur de l'ombre. Le calcul montre de plus, ce que l'observation nous avait déjà appris, que les bandes intérieures doivent être également espacées; qu'elles sont indépendantes de la situation du point lumineux, et que, pour une distance donnée du micromètre, leur largeur est en raison inverse du diamètre du corps qui porte ombre.

11. Nous avons supposé jusqu'ici que le corps opaque est éclairé par un point incandescent. M. Fresnel prouve, dans plusieurs paragraphes de son Mémoire, que les moyens dont les physiciens se servent ordinairement pour former le centre lumineux doivent conduire aux mêmes résultats. Il a cherché aussi à rattacher les lois de la réflexion et de la réfraction de la lumière à sa théorie des accords et des discordances des ondes. Ses raisonnements, tout ingénieux qu'ils sont, ne feront probablement pas abandonner, pour le moment, l'explication si claire que Newton a donnée de la réfraction dans le système de l'émission. Comme ces questions, au reste, sont étrangères à l'objet principal du Mémoire, nous nous abstiendrons d'entrer à cet égard dans d'autres détails, et nous terminerons par une récapitulation raisonnée des résultats de l'observation comparés à ceux de la théorie.

12. Les observations de M. Fresnel prouvent, contre l'opinion généralement admise, que les bandes extérieures diffractées partent, soit du bord même du corps, soit d'un point qui en est tellement rapproché que le secours d'une forte loupe ne suffit pas pour rendre la séparation sensible. Telle doit être aussi la situation des bandes dans la théorie qu'il a adoptée.

13. L'angle que le rayon diffracté et le rayon direct forment entre eux varie, comme les expériences nous l'apprennent, avec la distance du corps au point lumineux. Cette variation est inexplicable dans la théorie newtonienne, si l'on admet que les rayons partent du bord du corps; car il serait absurde d'imaginer que l'action exercée sur une molécule lumineuse dans une situation donnée pût dépendre de l'espace plus ou moins étendu qu'elle aurait précédemment parcouru. Si l'on suppose, suivant l'opinion commune, que le rayon lumineux est infléchi à distance, on retombe dans une autre difficulté; car premièrement cette distance, pour expliquer les déviations, devrait être plus grande que les observations mêmes de Newton ne semblent le comporter, et secondement il serait nécessaire de prendre des valeurs très-inégales pour différentes distances du point lumineux. Ainsi l'écran étant toujours à 1 mètre du corps, la frange du premier ordre, qui vient se peindre sur sa surface, passe-

II. rait à une plus grande distance du bord lorsque le point de départ du rayon serait à 2 mètres que s'il était plus loin.

Toutes ces difficultés disparaissent dans la théorie de M. Fresnel, car elle donne non-seulement le sens des déviations angulaires, mais elle en fait connaître exactement les valeurs numériques pour toutes les positions imaginables du point lumineux, du corps et de l'écran.

14. Le fait, découvert par M. Fresnel[a], de la propagation des bandes dans des hyperboles nous semble un des plus curieux résultats de l'optique. Dans la théorie des accords et des discordances il n'est pas nécessaire d'attribuer un mouvement courbe à la lumière; il suffit de supposer que les intersections des ondes, qui, par leurs rencontres, produisent les franges, ne sont pas situées sur une ligne droite; nous ignorons comment ce mouvement singulier pourrait se concilier avec l'hypothèse de l'émission[b].

15. Les circonstances les plus simples de la formation des bandes intérieures sont inexplicables, ou du moins inexpliquées dans la théorie ordinaire; celle de M. Fresnel montre à la fois comment elles se propagent, quelles largeurs elles doivent avoir à différentes distances de l'écran, comment ces largeurs, pour un éloignement donné du corps, sont en raison inverse du diamètre; elle explique aussi pourquoi la position de ces franges est indépendante de la distance du point lumineux, résultat d'autant plus remarquable que cette distance, comme nous avons vu, a une très-grande influence sur la marche des franges extérieures. Elle détermine enfin quand et comment chaque frange intérieure doit sortir de l'ombre pour venir se placer sur les franges extérieures visibles, et même plus loin, etc. etc. Si nous ajoutons que, dans cette même théorie, les largeurs et la place des bandes de diverses nuances se déduisent de la formule générale, en y remplaçant seulement d par les valeurs correspondantes que fournit l'observation des anneaux colorés du premier ordre;

---

[a] Voy. N° III (B), note [b], p. 38.

[b] M. John Herschel, dans son Traité de la lumière, répond à cette difficulté que les molécules lumineuses infléchies en dehors de l'ombre du corps opaque suivant diverses directions «forment visiblement autant de caustiques qu'il y aura de rayons infléchis vers l'extérieur, et chaque caustique, interceptée par un écran, y marquera le point maximum d'une frange.» ...... «La théorie précédente (ajoute-t-il) explique parfaitement la propagation curviligne des franges.» (*Traité de la lumière*, traduction de MM. Quételet et Verhulst, art. 714 et 715.) [E. Verdet.]

que l'identité de déviation, quelle que soit la densité ou la force réfringente du corps qui porte ombre, est non-seulement un résultat intelligible, mais même un résultat nécessaire; qu'il n'est enfin aucune expérience de diffraction, connue jusqu'à présent, qui ne puisse, je ne dirai pas être expliquée, mais même calculée; on ne pourra s'empêcher d'avouer, quelque opinion qu'on ait d'ailleurs sur le fond de la question, que l'hypothèse de M. Fresnel ne mérite d'être suivie et de fixer l'attention des physiciens et des géomètres.

16. Nous pensons, en conséquence, — premièrement, que la Classe devra accorder des témoignages de satisfaction à M. Fresnel, pour les belles expériences qu'il a faites sur la formation des franges diffractées et sur les lois de leur propagation dans l'espace; — secondement, que, sans rien statuer sur le mérite de l'hypothèse qu'il a examinée avec tant de sagacité, elle pourrait engager cet habile physicien à l'appliquer, s'il est possible, à d'autres phénomènes, à éclaircir quelques points qui sont encore un peu obscurs, et à faire toujours marcher de front, dans ses recherches, le calcul et l'observation; — nous proposerons troisièmement à la Classe, d'arrêter que le Mémoire sera inséré dans le Recueil des Savants étrangers [a].

Signé Poinsot, et Arago, *rapporteur*.

---

[a] La Classe approuva le rapport et en adopta les conclusions.

N° VIII.

DEUXIÈME MÉMOIRE

SUR

LA DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE[1],

OÙ L'ON EXAMINE PARTICULIÈREMENT

LE PHÉNOMÈNE DES FRANGES COLORÉES QUE PRÉSENTENT LES OMBRES

DES CORPS ÉCLAIRÉS PAR UN POINT LUMINEUX [a].

1. Lorsque l'on fait entrer la lumière dans une chambre obscure par un très-petit trou, on remarque que les ombres des corps ainsi éclairés, au lieu d'être terminées nettement, sont bordées à l'extérieur de franges de diverses nuances et de différentes largeurs. Si le corps opaque est suffisamment étroit, quoique beaucoup moins que le point lumineux, et que l'on reçoive l'ombre à une distance assez considérable, on verra dans son intérieur des bandes obscures et brillantes qui la partagent en intervalles égaux, et qui sont colorées comme les premières.

2. Avant d'exposer les lois suivant lesquelles les franges tant exté-

[1] Ce Mémoire a été déposé à l'Institut le 23 octobre 1815 [b].

[a] *Annales de chimie et de physique*, t. I, p. 239, cahier de mars 1816. — Nous reproduisons ici le texte d'un tirage à part corrigé par l'auteur.

[b] Le Mémoire déposé à l'Institut à la date indiquée est le *premier Mémoire sur la diffraction*, qui forme le n° II de la présente édition; le Mémoire imprimé dans les Annales de chimie et de physique, que nous avons dû désigner comme un *deuxième Mémoire*, est en réalité une refonte complète de tous les écrits antérieurs de l'auteur.

rieures qu'intérieures varient de largeur, je vais rendre compte des observations qui me les ont fait découvrir.

3. Pour obtenir le point éclairant, je me servais d'abord d'un très-petit trou pratiqué dans une feuille d'étain, et sur lequel je rassemblais beaucoup de lumière à l'aide d'une grande lentille; mais le mouvement du soleil déplaçait promptement le foyer, et chaque observation ne pouvait durer qu'un instant. Enfin j'ai employé le moyen que M. Arago m'avait indiqué, et qui m'a parfaitement réussi. J'ai adapté à l'ouverture du volet de ma chambre obscure une lentille très-convexe, sur laquelle un miroir renvoyait les rayons solaires; l'image formée au foyer était alors extrêmement resserrée, à cause de la grande convexité de la lentille, et produisait des franges colorées, comme le point lumineux qu'on obtient à l'aide d'un très-petit trou. La lentille que j'ai employée a 12 millimètres de foyer; elle donnait des franges assez nettes tant que le corps opaque n'en était pas éloigné de moins de 50 centimètres; mais lorsque je l'en approchais davantage, ces franges devenaient très-vagues et ne pouvaient plus être mesurées assez exactement. N'ayant pas à ma disposition, pendant mes premiers essais, de lentille plus forte, j'eus recours à un globule de miel que je déposai sur un petit trou pratiqué dans une feuille de cuivre. Éclairé par ce globule, le fil de fer, dont je mesurais les franges, en produisait encore de fort nettes, même lorsqu'il n'était plus qu'à un centimètre du point lumineux. Il est inutile d'ajouter que les lentilles de verre d'un très-court foyer, dont je me suis servi depuis, font le même effet.

4. Pour reconnaître si les corps, dans le phénomène de la diffraction, agissent sur la lumière à des distances aussi considérables que le suppose Newton, j'ai cherché à observer les franges extérieures le plus près possible de leur origine; mais comme, en recevant l'ombre sur un carton, il est difficile d'approcher assez l'œil pour les bien distinguer sans intercepter la lumière incidente, j'imaginai de la recevoir sur un verre dépoli, et de regarder par derrière avec une loupe. Or je fus très-étonné de voir au delà des bords du verre des franges absolument semblables à celles qui étaient peintes sur sa surface. Pour

les comparer plus facilement, je me servis d'une glace dont une moitié seulement était dépolie, et dès lors je reconnus que les franges qui parvenaient à mon œil, au travers de la partie transparente, étaient sur le prolongement de celles qui se peignaient sur la portion contiguë et dépolie. Je répétai cette expérience avec des loupes de divers foyers et à différentes distances du corps opaque, et toujours avec le même résultat. Dès qu'il fut prouvé par là que la loupe montre les franges telles qu'elles existent à son foyer, et que par conséquent l'interposition d'un écran de verre dépoli est inutile, je m'empressai d'appliquer ce nouveau moyen d'observation à l'étude des circonstances qui accompagnent leur formation. Or je découvris bientôt qu'elles partent des bords du corps, ou du moins que l'intervalle qui les en sépare est extrêmement petit, puisqu'il devient insensible pour l'œil aidé d'une très-forte loupe.

Pour faire cette expérience commodément, il faut placer la loupe sur un support, et fixer devant elle un fil incliné de manière qu'une partie se trouve au delà du foyer et le reste en deçà. Le fil paraît alors bordé de franges extérieures dans les deux parties. Ces franges sont d'autant plus larges que l'endroit observé est plus éloigné du foyer, et se confondent avec les bords au foyer même.

5. Après m'être ainsi assuré que les franges partaient du bord même des corps, autant que j'en pouvais juger avec une forte loupe, et croyant qu'elles se propageaient en ligne droite, je cherchai à découvrir, par une série d'observations, suivant quelle loi l'angle de diffraction varie lorsqu'on rapproche le corps du point lumineux. Pour cela je me servis d'un fil de fer dont je connaissais exactement le diamètre, qui était d'un millimètre; je le plaçai à différentes distances du point lumineux, et recevant son ombre sur un carton j'en mesurai la largeur entre les lignes de séparation du rouge et du violet dans les deux bandes extérieures du premier ordre. Connaissant le diamètre du fil, je pouvais calculer la largeur de l'ombre telle qu'elle aurait été sans la diffraction. Par une soustraction je trouvais de combien la première bande s'en éloignait; et, divisant cette différence par la dis-

III. tance au carton, j'avais la mesure de l'angle de diffraction, le sommet étant supposé sur le bord du corps.

(Je substitue ici aux nombreux résultats que j'avais obtenus dans mes premières expériences, à l'aide de la lumière blanche [a], quelques déviations angulaires qui m'ont été fournies depuis par des observations faites dans la lumière rouge homogène.)

Dans les quatre mesures dont le tableau présente les résultats, les bandes ont toujours été reçues à un mètre du fil qui les produisait.

	DISTANCE du point lumineux au fil.	ANGLE DE DIFFRACTION pour les bandes obscures du premier ordre.	ANGLE DE DIFFRACTION pour les bandes obscures du deuxième ordre.
1	3m,971	4′ 5″	5′ 58″
2	1 ,991	4′ 48″	6′ 35″
3	0 ,997	5′ 9″	7′ 31″
4	0 ,201	9′ 11″	13′ 13″

Dans le cas le plus défavorable, qui est celui de la quatrième observation, la largeur apparente angulaire de la bande obscure du premier ordre ne surpassait pas 2′ 17″; la bande obscure du second ordre était beaucoup moindre. Les incertitudes des mesures n'ont, par conséquent, jamais dû surpasser un petit nombre de secondes, ce qui d'ailleurs était aussi prouvé par l'accord des résultats partiels. En calculant ces déviations angulaires, j'ai toujours supposé que le point de diffraction, ou le sommet de l'angle, se trouve sur le bord du corps, ce qui est conforme aux observations que nous avons rapportées. Du reste, si, pour expliquer dans le système newtonien les variations considérables que le tableau présente, on admettait que les rayons qui forment les

(a) Voyez plus haut N° II, § 13 et § 18.

bandes sont repoussés à distance, on ne pourrait concilier les observations extrêmes de la bande du second ordre, par exemple, qu'en admettant que son origine est à $0^{m},00045$ du corps, ce qui est évidemment beaucoup trop considérable : on peut, en outre, remarquer que cette valeur n'accorderait pas les observations intermédiaires.

6. J'avais collé plusieurs fois un petit carré de papier noir sur un côté d'un fil de fer, et j'avais toujours vu les bandes de l'intérieur de l'ombre disparaître *vis-à-vis* de ce papier. Mais je ne cherchais que son influence sur les franges extérieures[1], et je me refusais en quelque sorte à la conséquence remarquable où me conduisait ce phénomène[2]. Elle m'a frappé dès que j'ai étudié les bandes intérieures, et j'ai fait sur-le-champ cette réflexion : puisqu'en interceptant la lumière d'un côté du fil on fait disparaître les bandes intérieures, le concours des rayons qui arrivent des deux côtés est nécessaire à leur production. Ces franges ne peuvent pas provenir du simple mélange des rayons, puisque chaque côté du fil ne jette dans l'ombre qu'une lumière blanche continue; c'est donc la rencontre, le croisement même de ces rayons qui produit les franges. Cette conséquence, qui n'est pour ainsi dire que la traduction du phénomène, me semble tout à fait opposée à l'hypothèse de l'émission, et confirme le système qui fait consister la lumière dans les vibrations d'un fluide particulier.

[1] Je n'employais dans mes expériences que des fils qui avaient au moins un millimètre de diamètre. Je ne pouvais pas supposer, par conséquent, que le petit papier agissait par attraction sur les rayons passant de l'autre côté du fil, la distance étant aussi considérable. D'ailleurs les franges sont indépendantes de la masse ou de la surface du corps contre lequel s'infléchit la lumière. Le tranchant et le dos d'un rasoir, un fil métallique poli ou couvert de noir de fumée, et les corps dont les pouvoirs réfringents sont les plus différents, donnent toujours les mêmes franges.

[2] M. Arago, chargé par l'Institut d'examiner mon Mémoire, m'a appris que cette expérience avait déjà été faite depuis longtemps par le célèbre docteur Thomas Young, qui en avait conclu l'influence des rayons lumineux les uns sur les autres, et l'avait même rendue plus évidente en interceptant la lumière sur un côté du corps, soit avant qu'elle y arrivât, soit après son passage, afin d'éviter l'objection fondée sur le changement de masse de ce corps, provenant de l'addition de l'écran.

On conçoit aisément, en effet, que deux ondulations qui se croisent sous un petit angle doivent se contrarier et s'affaiblir lorsque les nœuds dilatés des unes répondent aux nœuds condensés des autres [a], et se fortifier mutuellement, au contraire, lorsque leurs mouvements sont en harmonie; c'est ce qu'amène sans doute le croisement des rayons à l'extérieur de l'ombre comme dans son intérieur [1]. Lorsqu'on éclaire les corps par un point lumineux, les ondulations partent d'une même source; les points d'accords et de discordances se trouvent toujours sur les mêmes lignes : le phénomène est constant, et peut être aperçu. La même chose n'a plus lieu lorsque les ondulations qui se rencontrent provienneut de deux sources différentes; car s'il n'y a aucune dépendance entre les centres de vibration, l'*instant* du départ d'un système d'ondes ne sera pas lié à l'instant du départ des ondes voisines, puisque la cause quelconque qui les engendre n'opère pas des changements simultanés dans les deux points lumineux; dès lors les lignes d'accord et de discordance varieront de place continuellement, et l'œil n'aura plus que la sensation d'une lumière uniforme; c'est ce qui a sans doute empêché pendant si longtemps de reconnaître l'influence que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres.

7. Pour expliquer nettement la manière dont je conçois le croisement des ondulations dans le phénomène de la diffraction, je les ai représentées dans la figure 1[re] jointe à ce Mémoire.

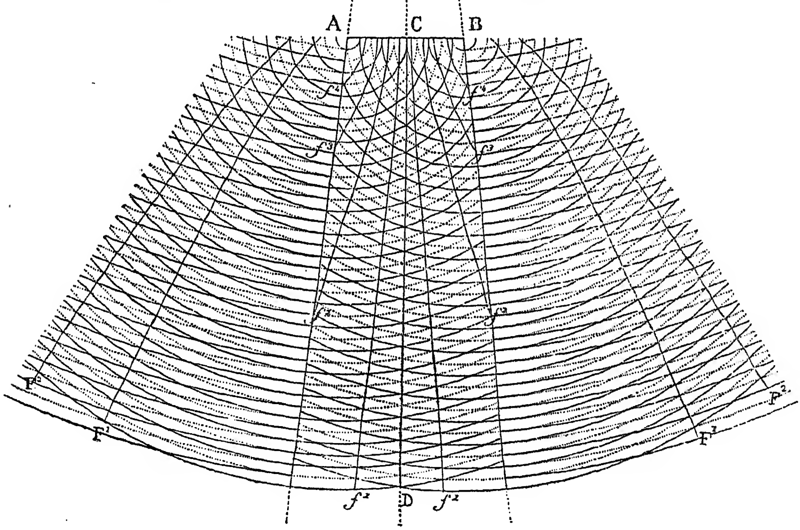
[1] Dans cette supposition, les franges extérieures seraient produites par la rencontre des rayons partant du point lumineux et des bords du fil, tandis que les bandes intérieures proviendraient du croisement des rayons infléchis dans l'ombre par les deux bords opposés.

---

[a] Le texte imprimé dans les Annales de chimie et de physique porte, «lorsque les ventres «des unes répondent aux nœuds des autres,» mais ce membre de phrase est corrigé de la main de Fresnel sur l'exemplaire du tirage à part, qui nous a servi pour la présente édition. [E. Verdet.]

S est le point radieux, A et B les extrémités du corps qui porte ombre. Des points S, A et B comme centres, j'ai décrit une suite de cercles, en augmentant toujours le rayon de la même quantité, que je suppose être égale à la longueur d'une demi-ondulation. Les cercles en lignes pleines représentent les nœuds condensés, par exemple, dans chaque système d'ondulation, et les cercles ponctués les nœuds dilatés. Les intersections des cercles de différentes espèces donnent les points de discordance complète, et, par conséquent, les endroits les plus sombres des franges. J'ai tracé les hyperboles que forment ces points d'intersection. La rencontre de ces hyperboles avec le carton sur lequel on reçoit l'ombre détermine le milieu des bandes obscures. Les hyperboles F^1, F^1; F^2, F^2, etc. donnent les bandes extérieures du premier ordre, du second ordre, etc. les hyperboles f^1, f^1; f^2, f^2; f^3, f^3, etc. les bandes intérieures du premier ordre, du second, du troisième, etc. On voit, par l'inspection même de cette figure, pourquoi l'ombre contient d'autant plus de bandes intérieures qu'on la reçoit plus près du fil.

Fig. 1.



8. Il est facile aussi d'expliquer dans cette théorie la coloration des

III. franges. Les rayons de différentes couleurs étant produits par des ondulations lumineuses de longueurs différentes, comme il est naturel de le conclure du phénomène des anneaux colorés, les points d'accords et de discordances complètes sont en conséquence plus ou moins rapprochés, suivant la longueur de ces ondulations.

Les rayons violets, dont les ondulations sont les plus petites, produisent aussi les franges les plus étroites, et les rayons rouges les plus larges, comme il est facile de s'en assurer directement en faisant tomber alternativement sur la lentille, ou le petit trou qui forme le point lumineux, des rayons rouges et des rayons violets. Les bandes obscures et brillantes produites par les rayons de différente espèce ayant toutes des largeurs différentes, on conçoit que leur superposition ne peut être complète et doit laisser des traces sensibles de coloration.

Les rayons dont la rencontre produit dans l'intérieur de l'ombre les bandes obscures du premier ordre ne différant que d'une demi-ondulation, les intersections des ondulations rouges et des ondulations violettes se trouvent presque à la même distance de SD, et les couleurs se confondent sensiblement. Dans le bord extérieur des franges du second ordre, où les cercles qui se croisent diffèrent d'une ondulation et demie, les couleurs commencent à se séparer. Elles deviennent plus apparentes dans celles du troisième ordre; elles se séparent encore davantage dans celles du quatrième; enfin les franges de différents ordres empiètent les unes sur les autres, et finissent par se confondre; c'est ce que l'on observe lorsque le fil est assez large ou qu'on reçoit l'ombre assez près pour qu'elle contienne beaucoup de franges.

9. On peut se rendre raison de la coloration des franges extérieures de la même manière, et expliquer, par un raisonnement semblable, pourquoi l'on n'en aperçoit aussi qu'un nombre très-limité; à quoi on peut ajouter que plus ces franges sont d'un ordre élevé, plus elles s'éloignent du corps, et plus, par suite, les rayons réfléchis s'affaiblissent.

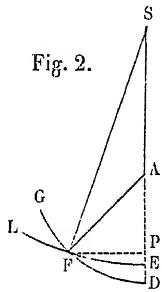
10. L'ombre d'un corps éclairé par un point lumineux s'étend au delà de la tangente menée par ce point à la surface du corps. J'en ai

conclu que la réflexion apporte un retard d'une demi-vibration
le progrès des ondes lumineuses. En effet, si le mouvement n'éta
retardé sur le bord du corps, il y aurait accord parfait entre les
lations des rayons directs et celles des rayons réfléchis dans l
tangent, c'est-à-dire dans l'endroit le plus sombre de la frange

D'ailleurs, la largeur des franges, calculée d'après l'hypothès
les rayons réfléchis ont éprouvé un retard d'une demi-ondul
s'accorde très-bien avec les observations.

Soit S le point lumineux, et A le bord du fil : la bande obsc

Fig. 2.



qui sépare les franges extérieures du premier
second ordre sera donnée, dans cette hypothès
l'intersection de deux arcs de cercles DFG, EF
crits des points A et S comme centres, et av
rayons qui diffèrent l'un de l'autre d'une qu
égale à la distance entre les centres, moins l
gueur d'une ondulation.

Je représente par a la distance SA du fil au
lumineux, par b la distance AE du fil au carton sur lequel on
son ombre, et par d la longueur d'une ondulation de la lumièr
l'air. Je prends SD pour axe des x et le point S pour origine des
données. L'équation du cercle décrit du point S comme cen
d'un rayon égal à SE, sera,

$$x^2+y^2=(a+b)^2\,;$$

et celle du cercle DFG,

$$(x-a)^2+y^2=(b+d)^2.$$

Combinant ces deux équations pour avoir la valeur de y qu
respond au point d'intersection des deux cercles, et négligea
termes multipliés par d^2, d^3 et d^4, à cause de l'extrême petitesse
l'on a

$$y=\sqrt{\frac{2b(a+b)d}{a}}$$

11. Aussitôt après avoir trouvé cette formule, j'en fis l'appl
à une de mes observations. Pour cela, je substituai à la place
l'épaisseur moyenne entre celles des lames d'air qui, dans la ta

II. Newton, répondent au rouge du premier ordre, et au violet du second, ayant toujours visé, dans mes mesures, au point de passage du rouge au violet, c'est-à-dire à celui des couleurs d'un ordre aux couleurs de l'ordre suivant; mais je reconnus que la véritable valeur de d était précisément le double de cette longueur [1]. J'ai donc pris pour d la somme des épaisseurs des lames d'air qui répondent au rouge du premier ordre et au violet du second, c'est-à-dire vingt millionièmes de pouce anglais, plus un sixième, ou $0^{m},0000005176$, et, substituant cette valeur dans la formule $\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$, j'ai toujours vu la théorie s'accorder avec l'expérience, ou du moins les différences étaient assez légères pour qu'on pût les attribuer aux erreurs des observations, comme on s'en convaincra en jetant un coup d'œil sur le tableau suivant, qui contient aussi plusieurs mesures des franges du second ordre. Pour calculer la distance du bord de l'ombre géométrique aux bandes obscures du second ordre, il suffit de substituer $2d$ à la place de d dans la formule $\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$, et de même pour celles du 3^e^, 4^e^, 5^e^, etc. il faudrait remplacer d par $3d$, $4d$, $5d$, etc. Ainsi les distances du bord de l'ombre géométrique aux bandes obscures du 1^er^ ordre, du 2^e^, 3^e^, 4^e^, 5^e^, etc. doivent être entre elles comme $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$, etc.

[1] En appliquant au phénomène des anneaux colorés la même théorie de l'influence des rayons les uns sur les autres, je suis parvenu à l'expliquer dans le cas des incidences obliques comme dans celui des incidences perpendiculaires, et je me suis encore assuré, par ces nouvelles considérations, que la longueur d'une ondulation de la lumière dans l'air est le double de l'intervalle indiqué par Newton pour le retour d'une molécule lumineuse au même accès de facile réflexion ou de facile transmission. Dans le Mémoire que j'ai présenté à l'Institut j'ai donné cette explication du phénomène des anneaux colorés, et la formule au moyen de laquelle on peut calculer l'épaisseur de la lame qui réfléchit une certaine couleur sous une incidence oblique, d'après celle qui la réfléchit sous l'incidence perpendiculaire; mais M. Arago m'ayant appris que le docteur Young avait publié depuis longtemps la même théorie, j'ai jugé inutile de l'exposer ici de nouveau [a].

[a] Voy. N° VII, note 1.

TABLEAU COMPARATIF

DES RÉSULTATS DE L'OBSERVATION ET DE CEUX DE LA THÉORIE SUR LES FRANGES EXTÉRIEURES PRODUITES PAR LA LUMIÈRE BLANCHE.

Nota. Ces observations ont été faites avec des fils métalliques de grosseurs très-différentes.

	DISTANCE du fil au point lumineux.	DISTANCE du fil au micromètre.	ORDRE des franges.	DOUBLE DISTANCE de la bande au bord de l'ombre géométrique, d'après l'observation.	d'après la théorie.	DIFFÉRENCES.
1	0m,051	0m,565	1er.	0m,00538	0m,00532	+ 0m,00006
2	0 ,101	0 ,620	1er.	0 ,00421	0 ,00428	− 0 ,00007
3	*id.*	*id.*	2e.	0 ,00620	0 ,00605	+ 0 ,00015
4	0 ,151	0 ,706	1er.	0 ,00403	0 ,00407	− 0 ,00004
5	*id.*	*id.*	2e.	0 ,00582	0 ,00576	+ 0 ,00006
6	0 ,201	0 ,746	1er.	0 ,00368	0 ,00381	− 0 ,00013
7	*id.*	*id.*	2e.	0 ,00532	0 ,00539	− 0 ,00007
8	0 ,342	0 ,028	1er.	0 ,00034	0 ,00035	− 0 ,00001
9	0 ,342	0 ,383	1er.	0 ,00185	0 ,00183	+ 0 ,00002
10	1 ,490	0 ,385	1er.	0 ,00138	0 ,00141	− 0 ,00003
11	1 ,490	1 ,107	1er.	0 ,00285	0 ,00283	+ 0 ,00002
12	1 ,490	4 ,186	1er.	0 ,00799	0 ,00812	− 0 ,00013
13	1 ,988	0 ,012	1er.	0 ,00021	0 ,00022	− 0 ,00001
14	1 ,988	0 ,585	1er.	0 ,00176	0 ,00177	− 0 ,00001
15	1 ,988	3 ,195	1er.	0 ,00602	0 ,00587	+ 0 ,00015
16	3 ,000	0 ,008	1er.	0 ,00020	0 ,00018	+ 0 ,00002
17	3 ,000	0 ,050	1er.	0 ,00044	0 ,00046	− 0 ,00002
18	3 ,000	0 ,198	1er.	0 ,00089	0 ,00093	− 0 ,00004
19	3 ,000	0 ,868	1er.	0 ,00207	0 ,00215	− 0 ,00008
20	3 ,000	2 ,180	1er.	0 ,00386	0 ,00395	− 0 ,00009
21	4 ,015	0 ,195	1er.	0 ,00094	0 ,00092	+ 0 ,00002
22	*id.*	*id.*	2e.	0 ,00135	0 ,00130	+ 0 ,00005
23	4 ,015	0 ,519	1er.	0 ,00159	0 ,00156	+ 0 ,00003
24	*id.*	*id.*	2e.	0 ,00229	0 ,00220	+ 0 ,00009
25	4 ,015	0 ,990	1er.	0 ,00225	0 ,00226	− 0 ,00001
26	*id.*	*id.*	2e.	0 ,00322	0 ,00320	+ 0 ,00002
27	4 ,015	2 ,000	1er.	0 ,00360	0 ,00352	+ 0 ,00008
28	*id.*	*id.*	2e.	0 ,00515	0 ,00498	+ 0 ,00015

11. J'ai substitué ici au tableau du Mémoire original[a], qui présentait des résultats nombreux, mais peu exacts, obtenus au moyen d'un carton, les mesures plus précises que j'ai faites depuis avec deux micromètres différents. Le premier, que j'avais construit moi-même, dans l'éloignement où je me trouvais de tout artiste, était formé par deux fils de soie écrue, partant d'un même point et aboutissant à deux repères peu éloignés l'un de l'autre, et dont l'intervalle avait été déterminé très-exactement à la loupe. Le cadre sur lequel j'avais fixé ces fils était divisé en millimètres dans le sens de sa longueur, et portait un petit carton mobile qui me servait à marquer l'endroit où la distance entre les fils était égale à la largeur de l'ombre, que j'observais au moyen d'une forte loupe. On conçoit qu'en donnant au cadre une longueur suffisante, je pouvais mesurer les franges avec toute l'exactitude possible. Il me fallait beaucoup de patience pour me servir de ce micromètre, dans lequel il n'y avait pas de vis de rappel. Je n'avais fait encore qu'un petit nombre d'observations par cette méthode lorsque je présentai mon Mémoire à l'Institut. J'y ai joint, dans le tableau ci-dessus, plusieurs autres résultats obtenus de la même manière, que j'avais envoyés depuis à M. Arago[b]. Enfin, le plus grand nombre des observations qu'il contient ont été faites par M. Arago lui-même, avec un autre micromètre, que j'ai fait construire pour faciliter la vérification de mes expériences. Ce micromètre est composé d'une lentille portant à son foyer un fil de soie, et d'une vis micrométrique qui la fait marcher. A l'aide d'un cadran divisé en cent parties, que parcourt une aiguille fixée à la vis, on peut évaluer le déplacement du fil de soie à un centième de millimètre près.

12. Nous avons fait, avec ce micromètre, un assez grand nombre d'observations du même genre dans la lumière rouge homogène. Pour obtenir cette lumière, nous nous sommes servis d'un verre rouge d'une espèce rare, que possède M. Arago : il ne laisse passer que les rayons

---

[a] Voy. N° II, § 18.

[b] Voy. N° V (B).

rouges et orangés, et détruit complétement tout le reste du spectre solaire. Nous aurions pu obtenir une lumière plus homogène à l'aide d'un prisme; mais nous n'aurions pas été aussi sûrs de son identité dans les différentes observations, et c'était là la condition la plus essentielle à remplir.

La valeur de d, employée dans les calculs, est celle qui correspond à la limite commune du rouge et de l'orangé. Cette valeur, déduite des observations de Newton sur les anneaux colorés, est $0^m,000000623$, mesure métrique.

TABLEAU COMPARATIF

DES RÉSULTATS DE L'OBSERVATION ET DE CEUX DE LA THÉORIE SUR LES FRANGES EXTÉRIEURES PRODUITES PAR UNE LUMIÈRE ROUGE HOMOGÈNE.

	DISTANCE du fil au point lumineux.	DISTANCE du fil au micromètre.	ORDRE des bandes obscures.	DOUBLE DISTANCE de la bande au bord de l'ombre géométrique, d'après l'observation.	d'après la théorie.	DIFFÉRENCES.
1	$0^m,201$	$1^m,000$	1er.	$0^m,00534$	$0^m,00546$	$-0^m,00012$
2	*id.*	*id.*	2^e.	0 ,00769	0 ,00772	− 0 ,00003
3	0 ,997	1 ,000	1er.	0 ,00299	0 ,00316	− 0 ,00017
4	*id.*	*id.*	2^e.	0 ,00437	0 ,00447	− 0 ,00010
5	1 ,991	1 ,000	1er.	0 ,00279	0 ,00274	+ 0 ,00005
6	*id.*	*id.*	2^e.	0 ,00383	0 ,00387	− 0 ,00004
7	3 ,971	1 ,000	1er.	0 ,00238	0 ,00250	− 0 ,00012
8	*id.*	*id.*	2^e.	0 ,00347	0 ,00353	− 0 ,00006
9	3 ,828	0 ,313	1er.	0 ,00123	0 ,00130	− 0 ,00007
10	*id.*	*id.*	2^e.	0 ,00183	0 ,00184	− 0 ,00001
11	3 ,828	1 ,192	1er.	0 ,00264	0 ,00279	− 0 ,00015
12	*id.*	*id.*	2^e.	0 ,00389	0 ,00395	− 0 ,00006
13	3 ,860	0 ,294	1er.	0 ,00126	0 ,00126	0 ,00000
14	*id.*	*id.*	2^e.	0 ,00177	0 ,00178	− 0 ,00001
15	3 ,860	1 ,125	1er.	0 ,00259	0 ,00269	− 0 ,00010
16	*id.*	*id.*	2^e.	0 ,00385	0 ,00381	+ 0 ,00004
17	5 ,935	1 ,015	1er.	0 ,00247	0 ,00243	+ 0 ,00004
18	*id.*	*id.*	2^e.	0 ,00345	0 ,00344	+ 0 ,00001
19	*id.*	*id.*	3^e.	0 ,00416	0 ,00421	− 0 ,00005
20	*id.*	*id.*	4^e.	0 ,00485	0 ,00486	− 0 ,00001

II. Il est à remarquer que c'est en général sur la largeur des franges du premier ordre que se trouvent les différences les plus sensibles entre les résultats de l'observation et ceux de la théorie, tandis que pour les franges des ordres supérieurs, les largeurs données par l'observation, quoique plus considérables, s'accordent mieux avec celles qu'on déduit de la formule. Cela vient de ce que les bandes obscures du premier ordre étant beaucoup plus larges que les autres, il est plus difficile de fixer avec précision dans les mesures le milieu de la partie la plus sombre.

Les observations n^{os} 17, 18, 19 et 20 avaient été faites avec un soin particulier sur l'ombre d'un fil métallique d'un dixième de millimètre, dans le but de déterminer directement par l'observation la longueur moyenne d'ondulation des rayons que laisse passer le verre rouge. On voit ici qu'en adoptant la valeur de d, déduite de la table de Newton, les résultats de la théorie s'accordent très-bien avec ceux de l'observation. On voit aussi que les distances du bord de l'ombre géométrique aux bandes obscures du 1er, 2^{e}, 3^{e} et 4^{e} ordre sont bien dans les rapports indiqués par la théorie.

13. Ce n'est qu'au moyen d'une lumière homogène qu'on peut vérifier ces rapports avec précision. Dans la lumière blanche, le phénomène est trop compliqué, et l'empiétement des couleurs d'un ordre sur celles de l'ordre suivant augmentant à mesure qu'on s'éloigne du bord de l'ombre, la même longueur d'ondulation ne répond plus à la même teinte pour les franges de différents ordres. Le point de séparation du rouge et du violet, sur lequel nous avons toujours placé le fil du micromètre dans nos observations, est plus reculé en proportion dans la seconde bande sombre que dans la première, parce que dans celle-là le rouge de la seconde frange empiète davantage sur les couleurs de la suivante. Ainsi la valeur de d, qui convient pour la première, doit être un peu trop faible pour la seconde : c'est ce que j'ai remarqué généralement dans mes expériences, et ce qu'on peut reconnaître à l'inspection du tableau ci-dessus, des observations faites au moyen de la lumière blanche. Elle a encore un autre inconvénient;

c'est qu'elle ne produit qu'un petit nombre de franges, à cause de l'empiétement des couleurs de différents ordres les unes sur les autres, qui se confondent déjà tellement dans la quatrième frange, qu'il est souvent très-difficile de juger l'endroit où elle se termine. Dans une lumière homogène, au contraire, on distingue toujours parfaitement la quatrième bande obscure, et l'on en aperçoit quelquefois jusqu'à huit.

14. Une conséquence très-remarquable de la loi exprimée par les formules qui donnent la distance du bord de l'ombre géométrique aux bandes extérieures, c'est que ces bandes ne se propagent pas en ligne droite, mais suivant des hyperboles dont les foyers sont le point lumineux et le bord du corps opaque. Ce résultat surprenant, et si opposé au système de Newton, est confirmé par l'expérience, comme on peut le reconnaître en regardant attentivement les deux tableaux précédents.

Les observations 13, 14 et 15, par exemple, du premier tableau, dans lesquelles le corps opaque est toujours à la même distance du point lumineux, et où l'on n'a fait varier que la distance de ce corps au micromètre, font voir que les franges du 1er ordre se propagent suivant une ligne courbe, dont la convexité est tournée en dehors. Car, en joignant par deux lignes droites les milieux des franges observées de chaque côté de l'ombre aux distances $0^m,012$ et $3^m,195$, on trouverait $0^m,00126$ pour la somme des intervalles compris entre les deux bandes et le bord de l'ombre géométrique à une distance de $0^m,585$, au lieu de $0^m,00176$ que donne l'observation ; et la différence est d'un demi-millimètre. Or, si l'on répète cette expérience avec un peu de soin, on verra qu'on est sûr de ne pas faire sur l'observation n° 14 une erreur de plus d'un dixième de millimètre.

En faisant partir les lignes droites des bords du fil, où les franges prennent naissance, on rend encore plus sensible la convexité de leur trajectoire ; car la double distance de la bande au bord de l'ombre géométrique devrait être alors de $0^m,00110$, au lieu de $0^m,00176$ qui résulte de l'observation, et la différence, ou la double flèche de courbure, est

$0^{m},00066$. Supposera-t-on qu'elle provient d'une erreur dans l'observation n° 15 ? Je conviens qu'à cette distance du fil métallique je ne puis plus mesurer son ombre avec autant d'exactitude, parce que les franges sont plus larges et plus vagues; mais je suis sûr du moins de ne pas me tromper de plus de $\frac{1}{5}$ de millimètre; or une erreur cinq fois plus grande, ou d'un millimètre entier, à la distance de $3^{m},195$, n'en produirait qu'une de $0^{m},00018$ à la distance de $0^{m},585$, ce qui n'est, comme on voit, qu'une petite partie de la flèche de courbure déduite des mesures directes.

15. Plusieurs autres observations des deux tableaux précédents prouvent encore la marche curviligne des franges. On peut s'assurer, à l'aide d'une très-forte loupe, ainsi que je l'ai déjà dit, qu'elles prennent naissance au bord même du corps opaque, ou du moins qu'elles n'en sont pas éloignées à leur origine d'un centième de millimètre. C'est pourquoi, dans chaque série d'observations où la distance du fil au point lumineux reste la même, j'ai supposé joints par des lignes droites les bords du corps et les bandes de l'observation extrême, et j'ai calculé d'après cela les flèches de courbure pour les observations intermédiaires. Les résultats de ces calculs sont rassemblés dans le tableau suivant, qui présente ainsi les trajectoires des franges rapportées à leurs cordes, et met en évidence leur convexité. Il offre en même temps la comparaison des flèches de courbure résultant des observations et de celles déduites de la théorie.

	DISTANCE du fil au point lumineux.	DISTANCE du fil au micromètre.	ORDRE des franges.	DOUBLE FLÈCHE DE COURBURE, d'après l'observation.	d'après la théorie.	DIFFÉRENCES.
				LUMIÈRE BLANCHE.		
10	$1^m,490$	$0^m,385$	1^er^.	$0^m,00065$	$0^m,00066$	$-0^m,00001$
11	1 ,490	1 ,107	1^er^.	0 ,00074	0 ,00068	+ 0 ,00006
12	1 ,490	4 ,186	1^er^.	0	0	
13	1 ,988	0 ,012	1^er^.	0 ,00019	0 ,00020	− 0 ,00001
14	1 ,988	0 ,585	1^er^.	0 ,00066	0 ,00069	− 0 ,00003
15	1 ,988	3 ,195	1^er^.	0	0	
16	3 ,000	0 ,008	1^er^.	0 ,00019	0 ,00017	+ 0 ,00002
17	3 ,000	0 ,050	1^er^.	0 ,00035	0 ,00037	− 0 ,00002
18	3 ,000	0 ,198	1^er^.	0 ,00054	0 ,00057	− 0 ,00003
19	3 ,000	0 ,868	1^er^.	0 ,00053	0 ,00058	− 0 ,00005
20	3 ,000	2 ,180	1^er^.	0	0	
21	4 ,015	0 ,195	1^er^.	0 ,00069	0 ,00067	+ 0 ,00002
22	*id.*	*id.*	2^e^.	0 ,00085	0 ,00081	+ 0 ,00004
23	4 ,015	0 ,519	1^er^.	0 ,00066	0 ,00065	+ 0 ,00001
24	*id.*	*id.*	2^e^.	0 ,00096	0 ,00091	+ 0 ,00005
25	4 ,015	0 ,990	1^er^.	0 ,00047	0 ,00052	− 0 ,00005
26	*id.*	*id.*	2^e^.	0 ,00068	0 ,00073	− 0 ,00005
27 et 28	4 ,015	2 ,000	1^er^ et 2^e^.	0	0	
				LUMIÈRE ROUGE HOMOGÈNE.		
9	3 ,828	0 ,313	1^er^.	0 ,00054	0 ,00056	− 0 ,00002
10	*id.*	*id.*	2^e^.	0 ,00081	0 ,00080	+ 0 ,00001
11 et 12	3 ,828	1 ,192	1^er^ et 2^e^.	0	0	
	3 ,860	0	1^er^ et 2^e^.	0	0	
13	3 ,860	0 ,294	1^er^.	0 ,00058	0 ,00056	+ 0 ,00002
14	*id.*	*id.*	2^e^.	0 ,00076	0 ,00078	− 0 ,00002
15 et 16	3 ,860	1 ,125	1^er^ et 2^e^.	0	0	

16. Il ne faudrait pas conclure de ces observations que la lumière a un mouvement curviligne; et ce n'est pas non plus ce que j'entends en disant que les franges se propagent suivant des hyperboles : je veux dire seulement par là qu'en mesurant l'intervalle du bord de l'ombre géométrique au point le plus sombre d'une même frange et à différentes distances du corps opaque, on trouve les ordonnées d'une hyperbole dont ces distances seraient les abscisses.

II. La différence entre les deux rayons vecteurs étant presque égale à la distance entre les deux foyers, l'hyperbole se rapproche extrêmement d'une ligne droite, et c'est ce qui a été cause sans doute de l'erreur où est tombé Newton. Il a pris une partie de la branche de l'hyperbole pour une ligne droite, et comme cette droite prolongée passe en dehors du sommet de l'hyperbole, ou du bord du corps opaque, il en a conclu que les rayons de lumière évitaient de toucher les corps, et pouvaient en être repoussés à des distances très-sensibles.

17. Après m'être assuré que l'expérience confirmait pour les franges extérieures les lois déduites de la théorie des accords et des discordances des vibrations lumineuses, j'ai cherché, d'après les mêmes hypothèses, la formule qui représente les intervalles compris entre les bandes intérieures, afin de comparer aussi les résultats du calcul et ceux de l'observation relativement à ces bandes, qui m'avaient fait reconnaître les premières l'influence que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres.

La position du milieu de chacune des deux bandes obscures du 1^{er} ordre, qu'on aperçoit dans l'intérieur de l'ombre portée par le corps AB (fig. 1^{re}) est déterminée par l'intersection de deux cercles décrits des points A et B comme centres, avec des rayons différant d'une demi-ondulation. Par le point lumineux S et le centre C du corps AB je mène la droite SD. Pour avoir l'intervalle compris entre les deux bandes du 1^{er} ordre, il faut calculer la distance d'une de ces bandes à SD et la doubler. Si l'on prend SD pour axe des x, et le point C pour origine des coordonnées ; que l'on représente par b, comme ci-dessus, la distance du corps qui porte ombre au carton ou au micromètre, par c la largeur AB de ce corps, et enfin par d la longueur d'une ondulation lumineuse, l'équation d'un des cercles sera

$$\left(y-\tfrac{1}{2}c\right)^2+x^2=b^2$$

et celle de l'autre,

$$\left(y+\tfrac{1}{2}c\right)^2+x^2=\left(b+\tfrac{1}{2}d\right)^2.$$

Pour avoir la valeur de y, correspondante au point d'intersection des deux

cercles, il faut éliminer x entre ces deux équations; et l'on trouve, en négligeant le carré de d, à cause de l'extrême petitesse de cette quantité,

$$y=\frac{bd}{2c}$$

La distance entre les deux bandes obscures du 1er ordre est donc égale à $\frac{bd}{c}$. Les deux bandes obscures du 2^{me} ordre étant données par l'intersection de deux cercles dont les rayons diffèrent d'une ondulation et demie, pour avoir l'intervalle qui les sépare, il suffit de substituer dans cette formule $\frac{3}{2}d$, à $\frac{1}{2}d$ ou $3d$ à la place de d, et l'on trouve $\frac{3bd}{c}$. On aurait de même pour la distance entre les deux bandes du 3^{me} ordre $\frac{5bd}{c}$, et ainsi de suite. On voit d'après cela que la distance entre deux bandes consécutives est toujours égale à $\frac{bd}{c}$, de quelque ordre qu'elles soient, et que les franges intérieures doivent par conséquent diviser l'ombre en intervalles égaux, comme l'expérience le prouve.

C'est surtout dans l'étude des bandes intérieures que la loupe est bien supérieure aux autres moyens d'observation : en recevant l'ombre sur un carton le peu d'éclat de ces franges empêche très-souvent de les distinguer.

18. J'ai fait, à l'aide du micromètre, un grand nombre d'observations sur la largeur des franges intérieures produites par la lumière blanche, en me servant de fils métalliques de différentes grosseurs, et les résultats de mes expériences ont toujours été d'accord avec ceux du calcul. Mais, afin de ne pas allonger inutilement ce Mémoire, déjà trop étendu pour les bornes d'un journal, je présenterai seulement les résultats des observations que nous avons faites, M. Arago et moi, dans une lumière homogène. Le grand degré de simplicité auquel le phénomène se trouve alors ramené ajoute à la certitude des mesures et à l'évidence des conséquences que l'on en déduit.

Pour obtenir une lumière homogène, nous nous sommes servis du même verre coloré que nous avions employé dans nos observations sur les franges extérieures. La valeur de d qu'il faut substituer dans la formule est donc toujours $0^m,000000623$.

TABLEAU COMPARATIF

DES RÉSULTATS DE L'OBSERVATION ET DE LA THÉORIE POUR LES BANDES INTÉRIEURES PRODUITES PAR UNE LUMIÈRE ROUGE HOMOGÈNE.

	DISTANCE du point lumineux au fil métallique.	DISTANCE du fil au micromètre.	DIAMÈTRE du fil.	NOMBRE des intervalles compris dans chaque mesure.	LARGEURS mesurées.	LARGEURS calculées.	DIFFÉRENCES.
1	1^m,430	0^m,546	0^m,00076	1	0^m,00045	0^m,00045	0^m,00000
2	1 ,430	0 ,546	0 ,00101	3	0 ,00098	0 ,00101	— 0 ,00003
3	5 ,95	0 ,546	0 ,00101	3	0 ,00098	0 ,00101	— 0 ,00003
4	1 ,447	1 ,093	0 ,00156	3	0 ,00130	0 ,00131	— 0 ,00001
5	1 ,447	1 ,093	0 ,00256	7	0 ,00190	0 ,00186	+ 0 ,00004

Ces observations, comme on le voit, s'accordent fort bien avec les résultats du calcul, et prouvent directement que la largeur des franges intérieures est en raison inverse de celle du corps opaque, et indépendante de sa distance au point lumineux, ainsi qu'on pouvait le conclure de la formule $\frac{bd}{c}$, qui exprime l'intervalle entre deux bandes consécutives. Elle indique en même temps que les franges intérieures se propagent en ligne droite, puisque leurs largeurs et leurs distances à l'axe SD (fig. 1re) sont proportionnelles à la distance b du corps qui projette l'ombre au carton sur lequel on la reçoit. Ainsi les hyperboles qui déterminent leur position n'ont pas une courbure sensible comme celles suivant lesquelles se propagent les franges extérieures.

19. La seule inspection de la formule $\frac{bd}{c}$ fait voir pourquoi l'ombre d'une aiguille ou de tout autre corps pointu s'ouvre en deux vers la pointe, et se divise en franges d'autant plus nombreuses et plus rapprochées entre elles qu'elles s'éloignent davantage de l'extrémité du style. Il est facile de concevoir, d'après la même théorie, pourquoi vis-à-vis les deux extrémités d'un petit papier collé au fil métallique dont on ob-

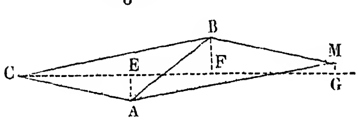
serve les franges intérieures, elles se portent du côté du papier en se rapprochant les unes des autres, jusqu'à ce qu'elles se fondent dans son ombre.

20. Lorsqu'on présente une carte très-obliquement aux rayons de lumière, de manière à produire des franges dans l'intérieur de son ombre, si cette carte n'est pas trop rapprochée du point lumineux, les bandes intérieures paraissent placées d'une manière symétrique par rapport aux bords de l'ombre, c'est-à-dire, que l'intervalle clair qui sépare les deux bandes obscures du premier ordre se trouve sensiblement au milieu de l'ombre, malgré l'obliquité de la carte, comme dans le cas où l'on emploie un cylindre. Il est facile de s'en rendre raison : les ondulations doivent être comptées du point lumineux et non pas des bords de la carte. Le milieu de la bande brillante comprise entre les deux raies obscures du 1er ordre est produit par la rencontre des ondulations qui sont parties en même temps du point lumineux : or, dans le quadrilatère formé par les rayons qui vont du point lumineux au bord de la carte, et des bords de la carte au milieu de la bande brillante, ces rayons faisant entre eux des angles très-petits, et la différence entre les deux premiers côtés du quadrilatère étant égale à la différence entre les deux autres, la ligne droite qui joint le point lumineux et l'angle opposé divise en deux parties sensiblement égales l'angle formé par les deux rayons incidents, et le milieu de la bande brillante doit être fort peu éloigné du milieu de l'ombre géométrique[1].

En rapprochant la carte du point lumineux on augmente l'angle du

[1] Soit C le point lumineux, A et B les

Fig. 3.



deux bords de la carte, M le milieu de la bande brillante du 1er ordre, formée par la rencontre des rayons infléchis BM et AM, c'est-à-dire un point placé de telle manière qu'on ait $CB+BM=CA+AM$. Je suppose que des points A, B et M on ait abaissé les perpendiculaires AE, BF, MG sur la droite CG qui divise en deux parties égales l'angle ACB, et qui détermine par conséquent le milieu de l'ombre géométrique. Si l'on représente CF par a, FG par b, EF par f, et BF par e, on trouve pour la valeur de MG, c'est-à-dire pour la distance du milieu de la

III. quadrilatère, et le milieu de la bande brillante doit s'éloigner du milieu de l'ombre en se portant vers le côté de la carte le plus près de la loupe. C'est aussi ce que j'ai observé. Le défaut de symétrie dans la position des franges intérieures se trouve encore augmenté par une autre cause, lorsqu'on rapproche la carte du point lumineux : la différence entre les quantités dont l'ombre géométrique est dépassée de chaque côté par l'ombre réelle devient alors plus sensible, puisqu'elle doit croître dans le même rapport que la différence de largeur entre les bandes extérieures produites par les deux bords de la carte.

Je n'ai point encore comparé dans ce cas, par des mesures exactes, la théorie et l'expérience ; mais je ne doute pas qu'elles ne s'accordent aussi bien que dans les cas plus simples que j'ai choisis pour mes observations ; car le phénomène est toujours de même nature, et il n'y a de différence que dans la complication des circonstances.

21. J'ai pensé qu'il serait intéressant de vérifier encore la formule qui donne la largeur des franges extérieures dans une des limites de la loi de la diffraction, en mesurant l'ombre d'un fil éclairé par une étoile ; pour cela j'ai choisi une étoile très-brillante, et je me suis servi d'une

bande brillante du 1er ordre au milieu de l'ombre géométrique,

$$\frac{e}{af}\left[a(b+f)+b(a-f)-2\sqrt{ab(a-f)(b+f)}\right]$$

en négligeant les termes multipliés par les autres puissances de e. On peut, au moyen de cette formule, calculer avec une exactitude suffisante combien le milieu de la bande brillante du 1er ordre doit être éloigné du milieu de l'ombre géométrique. Je suppose, par exemple, $d=2^{m}$, $f=0^{m},04$, $e=0^{m},002$, et $b=0^{m},752$. (L'intervalle entre les bandes intérieures est alors d'un dixième de millimètre à très-peu près.) En substituant ces valeurs de a, b, e et f dans la formule, on trouve pour la valeur de MG, $0^{m},000048$, c'est-à-dire, un peu moins de la moitié d'une frange.

Si l'on prend pour second exemple $a=0^{m},50$, $f=0^{m},04$, $e=0^{m},002$, et $b=0^{m},366$ (l'intervalle entre les franges intérieures est alors d'un demi-dixième de millimètre environ), on trouve pour la valeur de MG, $0^{m},000162$. On voit que dans ce second cas, où la carte est plus près du point lumineux, la distance entre le milieu de la bande brillante du 1er ordre et le milieu de l'ombre géométrique devient plus considérable, et est plus que triple de l'intervalle compris entre deux bandes consécutives. Si le carton augmente de largeur, MG augmentera aussi. Supposons, par exemple, que f soit égal à un décimètre, toutes les autres quantités restant les mêmes, on trouvera pour MG, $0^{m},0004$, c'est-à-dire, huit fois la largeur d'une frange.

lentille peu convexe, afin de ne pas trop affaiblir la lumière : cette lentille avait deux pieds de longueur focale. Le fil de fer, qui avait un millimètre de diamètre, était placé à 8 mètres de distance du foyer de la lentille. La largeur de son ombre, entre les deux bandes extérieures du 1er ordre, calculée d'après la formule

$$\frac{c\,(a+b)}{a} + 2\sqrt{\frac{2db\,(a+b)}{a}}$$

qui devient

$$c + 2\sqrt{2\,db}$$

lorsque le point lumineux est infiniment éloigné, devait être par conséquent $0^{m},00707$. J'avais fixé sur un petit cadre, que la lentille portait à son foyer, deux fils parallèles espacés de soixante et dix millimètres, distance mesurée de milieu en milieu le plus exactement possible. Ces fils étaient éclairés par une lampe. Ayant l'œil placé à l'autre foyer de la lentille, je voyais à la fois ces deux fils et l'ombre du fil de fer, qui marchait d'occident en orient par l'effet du mouvement diurne. Je tournais la lentille un peu à l'orient, et j'attendais le moment où les parties les plus sombres des deux franges passaient sur les fils du petit cadre. Il m'a toujours semblé qu'il se trouvait au milieu de chacune en même temps, et j'ai répété dix fois cette expérience. Je dis *il m'a semblé*, parce que le mouvement involontaire de ma tête, qui n'était pas appuyée, et la distance à laquelle mon œil se trouvait des fils, à cause du peu de convexité de la lentille, m'empêchaient de voir bien nettement à la fois ces deux fils et l'ombre du fil de fer. Avec une lentille un peu plus convexe, d'un pied ou de dix-huit pouces de foyer, on distinguerait mieux les fils, et la lumière de l'étoile ne serait pas encore assez affaiblie pour qu'on ne vît nettement les deux franges extérieures du 1er ordre.

22. Il est utile de remarquer qu'il peut arriver dans beaucoup de circonstances que les bandes intérieures en sortant de l'ombre conservent assez de force pour influer sensiblement sur les franges extérieures. Cela dépend de la largeur du corps opaque et de la distance à laquelle on observe son ombre. Le phénomène devient alors très-compliqué en apparence; et les espèces d'anomalies qui en résultent

III. me semblaient tout à fait inexplicables lorsque je commençai à m'occuper de la diffraction. On peut éviter ce mélange des franges, qui occasionnerait des erreurs dans les observations, en augmentant ou diminuant suffisamment le diamètre du corps opaque [a].

23. Les franges extérieures, celles que l'on observe dans l'intérieur des ombres et qui prouvent si bien l'influence que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres, font voir aussi que les rayons qui ont été obscurcis par la discordance de leurs vibrations redeviennent lumineux ensuite dans la partie du trajet où les ondulations sont d'accord, et qu'ainsi ils peuvent reprendre leur éclat après l'avoir perdu momentanément. Les ondulations en se croisant se modifient sans doute au point de discordance; mais leur mouvement réglé et leur forme circulaire se rétablissent ensuite. C'est de ce principe que j'ai tiré les formules dont je me suis servi et que l'expérience confirme.

24. Il est à remarquer que dans la partie des bandes obscures où la discordance est la plus complète il y a encore un peu de lumière, même lorsqu'on forme le point lumineux avec une seule espèce de rayons. Si l'angle sous lequel se croisent les rayons était infiniment petit, et que la discordance de leurs vibrations fût la plus grande possible, c'est-à-dire d'une demi-ondulation, alors leurs mouvements se contrariant constamment, ils perdraient peut-être complétement leurs propriétés lumineuses.

25. Les franges du 2e ordre, du 3e, du 4e, etc. tant intérieures qu'extérieures, formées par la rencontre d'ondulations qui ne sont pas parties en même temps du point lumineux, font voir que les ondulations ont lieu aux mêmes points de l'espace pendant plusieurs vibrations consécutives; et c'est ce qu'il serait très-naturel de supposer quand même on n'en aurait pas cette preuve.

26. La théorie de la diffraction que je viens d'exposer est fondée

---

[a] Cette assertion, contradictoire avec elle-même, ne se trouve pas corrigée sur le tirage à part, revu par Fresnel, qui a servi de texte pour cette édition. On a dû, en conséquence, la laisser subsister; mais il n'est pas douteux que l'auteur n'ait voulu dire : «en augmentant «suffisamment le diamètre du corps opaque ou en diminuant suffisamment la distance d'où «l'on observe.» [E. Verdet.]

sur l'accord des vibrations (du moins dans un angle sensible) des différents rayons partant d'un même point lumineux. Comment cet accord se trouve-t-il établi au foyer d'une lentille, dans un petit trou au travers duquel on fait passer la lumière? comment se fait-il que ce petit trou et le foyer de la lentille deviennent les centres des ondulations lumineuses? C'est ce qu'il s'agit d'expliquer.

Une particule incandescente, dont les vibrations produisent des ondulations lumineuses, doit être évidemment le centre de ces ondulations. On peut en dire autant de toutes les particules dont un corps incandescent est composé. Lorsqu'il est assez peu étendu ou assez éloigné pour être vu sous un angle infiniment petit, comme les étoiles, par exemple, les franges produites par ces diverses particules radieuses se trouvent à la même place, et le phénomène se passe comme si les rayons partaient d'un même point.

De quelque manière qu'on forme un point lumineux, la source de la lumière est toujours un corps incandescent dont chaque particule est le centre d'ondulations sphériques. Lorsqu'elles passent par un petit trou, une partie de la lumière est infléchie par ses bords dans une foule de directions différentes, et forme de nouvelles ondulations sphériques, dont les centres sont sur les bords du trou; car les ondulations ont toujours la même longueur quelle que soit la direction suivant laquelle les rayons aient été infléchis.

Quelque petit que soit le trou, comme il n'est jamais un point mathématique, les rayons infléchis par ses bords n'ont pas exactement les mêmes centres d'ondulation, et l'accord de leurs vibrations ne s'étend pas à une distance indéfinie de l'axe du faisceau lumineux; mais l'espace dans lequel elles s'accordent sensiblement est en raison inverse de la largeur du trou, et devient considérable lorsque le trou est suffisamment étroit.

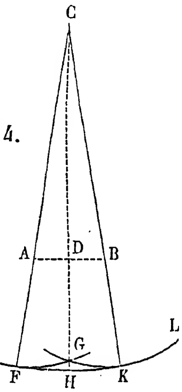
Ainsi une partie de la lumière, après avoir traversé le petit trou, formera dans des angles sensibles des ondulations sphériques ayant leurs centres à ce trou; et cela suffit pour la production des franges.

27. On se demandera maintenant si les rayons directs, dont les

ations n'ont pas leur centre au petit trou comme les rayons in- , ne peuvent pas produire des franges d'une largeur différente rendent celles-ci confuses. Il est aisé de voir que cela ne doit oir lieu lorsque le trou est suffisamment étroit.

effet, soient C une des sources des ondulations lumineuses, A et B les bords du trou, et AF sa distance au corps opaque. Je suppose que le diamètre AB du trou soit extrêmement petit par rapport à AF. Des points C, A et B comme centres je décris les arcs de cercle EFG, FHK, GKL.

4.



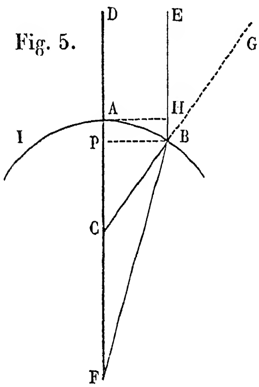
Pour que l'arc FHK ait une étendue sensible par rapport à son rayon, il faut qu'il soit beaucoup plus grand que le diamètre du trou, ce qui ne peut avoir lieu que lorsque le point C est très-près de AB. Mais alors, AC étant très-petit par rapport à AF, l'arc FHK a presque la même ure que les arcs EFG et GKL, et les franges produites par les s directs doivent coïncider sensiblement avec celles que font les rayons infléchis. Quand, au contraire, le point lumineux C ne de AB, la courbure de l'arc FHK diffère de plus en plus de des deux autres; mais, en même temps que cette différence ente, la longueur de l'arc diminue; en sorte que l'anse de panier L doit toujours coïncider sensiblement avec le cercle décrit du D comme centre. Ainsi la différence de courbure entre les ondus des rayons directs et des rayons infléchis ne peut pas influer manière sensible sur la position et la netteté des franges lorsque u est suffisamment étroit.

. Passons maintenant au cas où le point lumineux est formé par entille très-convexe. Je ne considérerai, comme dans le cas pré- t, que les ondulations formées par les vibrations d'une des par- s du corps éclairant, ce qu'on dit de l'une pouvant s'appliquer à les autres. Je supposerai, pour simplifier le calcul, qu'elle est distance infinie, comme celle du soleil, et que les rayons ré-

fractés ne sortent pas du verre, afin de n'avoir qu'une réfraction à considérer. On verra facilement qu'on peut appliquer les mêmes raisonnements à des circonstances plus compliquées.

Soient donc DA et EB deux rayons lumineux parallèles vibrant d'accord, IAB la surface du verre, C son centre, et F le foyer où se réunissent les deux rayons réfractés AF et BF.

Fig. 5.



Je suppose AD perpendiculaire à la surface du verre, en sorte que la réfraction ne change pas sa direction. Par le point A je mène AH perpendiculairement aux rayons incidents; A et H sont des points correspondants des mêmes vibrations. Le rayon EB a encore HB à parcourir dans l'air lorsque le rayon DA est déjà entré dans le verre : or, l'équivalent de HB dans le verre est la même longueur divisée par le rapport entre le sinus d'incidence et celui de réfraction dans le passage de la lumière de l'air dans le verre. C'est une conséquence de la théorie des vibrations, comme je le ferai voir en donnant dans cette théorie l'explication de la réfraction. Je représente par p ce rapport, par r le rayon du cercle IAB, et par i l'angle d'incidence EBG. Après avoir calculé AF, BF et HB, en ajoutant BF à l'équivalent de HB dans le verre et retranchant cette somme de AF, je trouve :

$$r\left(1-\frac{p-1}{\sqrt{p^2-\sin^2 i}-\sqrt{1-\sin^2 i}}-\frac{1-\sqrt{1-\sin^2 i}}{p}\right).$$

Cette expression donne la différence entre les vibrations des rayons à leur point de concours F. En la réduisant en série et négligeant tous les termes au delà de la quatrième puissance de $\sin i$, on trouve :

$$-\frac{r(p-1)}{8p^3}\sin^4 i.$$

Il est facile de voir, d'après cette formule, que la différence entre les vibrations des deux rayons au point F n'est encore qu'une petite partie de la longueur d'une ondulation, lorsque r et i ont déjà des valeurs assez considérables. Si r, par exemple, était égal à un centimètre, pour que la discordance fût complète, c'est-à-dire, pour que les deux rayons

différassent d'une demi-ondulation au foyer, il faudrait que i fût de 10°; et l'arc AB étant de 5°36′, les rayons réfractés ne différeraient au point F que du dixième d'une demi-ondulation. Or, l'angle AFB est environ le tiers de i. On voit donc que, lorsqu'une lentille est suffisamment convexe, les rayons qu'elle a réunis à son foyer vibrent d'accord dans des angles très-sensibles.

29. Je vais expliquer maintenant, d'après ces considérations, comment il se fait qu'on peut observer les franges en recevant les ombres sur une loupe et en les regardant au travers. Il est nécessaire, pour compléter la théorie de la diffraction, d'ajouter ici cette explication, que j'avais omise dans le Mémoire présenté à l'Institut.

L'effet de la loupe est de réunir au fond de l'œil les rayons qui se sont croisés à son foyer, qui sont partis d'un même point de la surface focale. Or les franges situées dans cette surface, et qui se peindraient sur un carton que l'on y placerait, sont produites par la rencontre des ondulations des rayons qui s'y sont croisés. Le croisement des mêmes rayons se reproduit au fond de l'œil; et, comme leurs points d'incidence sur la loupe sont très-rapprochés, la réfraction, ainsi que je l'ai fait voir, ne doit pas altérer sensiblement les accords ou les discordances de leurs vibrations. Voilà pourquoi la loupe peint sur la rétine des franges absolument semblables aux franges aériennes qui se trouvent à son foyer.

Lorsque le corps opaque est au foyer même de la lentille, les rayons réfléchis ou infléchis par un même point de sa surface se réunissent aussi en un seul point sur la rétine, ce qui ne permet plus le développement des franges. Mais si l'on approche la loupe davantage, les rayons partis du bord du corps ne peignent plus une simple ligne au fond de l'œil, et y occupent un espace plus large, dans lequel leur rencontre avec les rayons directs reproduit les franges. Il est aisé de concevoir, en y réfléchissant un peu, que ces franges doivent être absolument semblables à celles qu'on voyait quand le foyer de la loupe était autant en deçà du corps opaque qu'il se trouve au delà.

L'angle sous lequel les rayons lumineux se croisent au foyer restant le même, l'arc compris entre les points d'incidence sur la surface de

la lentille est toujours du même nombre de degrés, quel que soit le rayon de cette surface; et les variations que la réfraction fait éprouver aux accords et aux discordances des ondulations sont alors proportionnelles au rayon de la lentille.

A mesure qu'on rapproche la loupe du corps qui porte ombre, l'angle sous lequel se croisent les rayons directs et les rayons réfléchis augmente, ainsi que la distance entre leurs points d'incidence sur la surface de la lentille. Les variations produites par la réfraction dans les rapports de vibration des rayons doivent donc augmenter aussi, et devenir d'autant plus sensibles que la lentille est moins convexe. C'est pour cette raison qu'il est nécessaire de se servir d'une forte loupe lorsqu'on veut observer les franges très-près de leur origine.

Pour calculer ces variations avec exactitude, il faudrait avoir égard aux différentes réfractions que les rayons éprouvent dans la lentille et dans la prunelle, et ces calculs deviennent très-compliqués. Je me propose cependant de les faire, et d'en déduire une formule approximative, comme celle que j'ai donnée ci-dessus pour le cas fort simple que j'avais choisi.

30. Dans le Mémoire que j'ai présenté à l'Institut, j'avais expliqué par la même théorie des accords et des discordances des vibrations lumineuses les images colorées que réfléchissent les surfaces rayées et celles qu'on aperçoit au travers d'un tissu très-fin, et j'en avais déduit les formules qui représentent la loi de ces phénomènes. Mais ayant appris de M. Arago que le docteur Young avait donné depuis longtemps les mêmes explications et les mêmes formules, je n'en ferai pas mention ici [a], et je terminerai ce Mémoire par l'explication des lois de la réflexion et de la réfraction déduites de l'influence que les rayons de lumière exercent les uns sur les autres. Huyghens, et après lui Euler, ont rendu raison de ces lois par la théorie des ondulations. Si je présente de nouveau des explications à peu près semblables, c'est qu'en y appliquant la théorie de l'influence que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres on y ajoute, il me semble, plus de force et de clarté, et qu'en

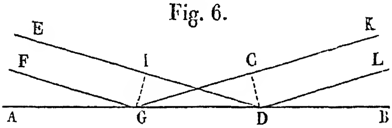
[a] Voir N° VII, note (1).

faisant entrer en considération la longueur des ondulations lumineuses, on peut donner une définition précise de ce qui constitue le poli.

31. On voit dans le phénomène de la diffraction que les rayons de lumière qui rasent le bord d'un corps sont réfléchis et infléchis, dans une foule de directions différentes, sans qu'on puisse expliquer complétement cette diversité de directions par la forme cylindrique de l'arête ou de la surface du corps; car la dispersion de la lumière varierait avec la courbure du cylindre, et c'est ce qui n'a pas lieu d'une manière sensible, du moins dans le voisinage de l'ombre, puisque le dos et le tranchant d'un rasoir donnent des franges d'un égal éclat. L'hypothèse la plus naturelle, c'est que les molécules du corps mises en vibration par la lumière incidente deviennent les centres de nouvelles ondulations. L'analogie conduit à supposer que dans la réflexion les molécules qui composent la surface du corps réfléchissant deviennent aussi des centres de nouvelles ondulations lumineuses. Comment se fait-il que ces ondulations ne se propagent d'une manière sensible que dans une direction qui fait avec cette surface un angle égal à celui d'incidence? C'est ce qu'il est facile d'expliquer, en faisant voir que, dans toute autre direction, les vibrations des rayons réfléchis se contrarient et se détruisent mutuellement.

En effet, soient AB la surface d'un corps poli, ED et FG deux rayons incidents très-voisins, GK et DL les rayons réfléchis. Par le point G je mène GI perpendiculaire aux rayons incidents. Ces deux rayons vibrant d'accord, G et I seront des points correspondants des mêmes vibrations. Par le point D je mène aussi DC perpendiculairement aux rayons réfléchis. L'angle CGD étant égal à l'angle IDG, GC est égal à ID, D et C sont aussi des points correspondants des mêmes ondulations, et il y a accord parfait dans les vibrations des rayons réfléchis. Mais si l'angle CGD n'était pas égal à l'angle IDG, CG ne serait plus égal à ID; C et D ne seraient plus des points correspondants des mêmes ondulations, et il y aurait discor-

Fig. 6.



dance entre les vibrations des rayons réfléchis. Or, on peut toujours concevoir les deux rayons incidents à une distance telle l'un de l'autre, que la discordance des rayons réfléchis soit complète, c'est-à-dire, d'une demi-ondulation; et comme ils sont d'une force égale, leurs vibrations se détruiront mutuellement, ou du moins s'affaibliront considérablement; car on sait que les corps les mieux polis éparpillent encore une certaine quantité de lumière.

32. Cette explication des lois de la réflexion n'oblige pas d'admettre que la lumière est repoussée à des distances sensibles, ou que la surface des corps polis est absolument sans aspérités; il suffit de supposer seulement que ces aspérités sont très-petites par rapport à la longueur des ondulations lumineuses, et l'on conçoit alors pourquoi, sous un angle de réflexion égal à celui d'incidence, l'œil doit recevoir beaucoup plus de lumière que dans toute autre direction. Cette définition du poli, tirée de la théorie des accords et des discordances des vibrations lumineuses, me paraît d'autant plus satisfaisante qu'on l'approfondit davantage.

33. C'est par de semblables considérations qu'on peut expliquer les images colorées que réfléchissent les surfaces rayées et les feux de diverses nuances que lancent les fils métalliques très-fins exposés à la lumière du soleil ou à celle d'une bougie. Des cylindres métalliques d'un petit diamètre, quoique plus considérable que celui de ces fils, réfléchissent aussi des images colorées lorsqu'ils sont éclairés par un point lumineux. La grande convexité de ces cylindres fait sans doute qu'un même point de leur surface peut réfléchir de la lumière dans différentes directions. Car s'il n'y avait de rayons réfléchis que ceux qui font avec la surface un angle égal à celui d'incidence, comme ils divergent tous, et d'autant plus que le cylindre est d'un plus petit diamètre, réduits ainsi à des lignes ils ne pourraient exercer aucune influence les uns sur les autres, et il n'y aurait pas de raison pour que, la lumière incidente étant blanche, la lumière réfléchie fût colorée. L'explication que je viens de donner de la régularité de la réflexion sur les surfaces polies est fondée sur ce que deux rayons incidents peu-

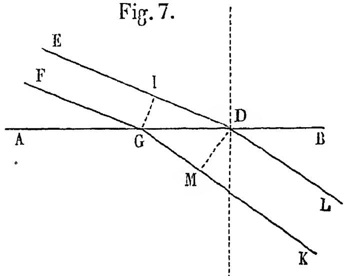
II. vent toujours être situés à une distance telle l'un de l'autre, que les rayons réfléchis diffèrent d'une demi-ondulation lorsque l'angle de réflexion n'est pas égal à celui d'incidence. Or l'intervalle qui sépare les deux points d'incidence satisfaisant à cette condition, doit être d'autant plus considérable que l'angle de réflexion diffère moins de celui d'incidence; et l'on conçoit, d'après cela, que, sur une surface très-convexe, un rayon réfléchi qui fait avec elle un angle peu différent de celui d'incidence ne puisse se trouver en discordance complète avec aucun autre rayon réfléchi.

34. Je vais maintenant expliquer la loi de la réfraction par la même théorie.

Newton a observé que, lorsqu'on introduit de l'eau entre deux objectifs, les anneaux colorés diminuent de largeur, et il a trouvé, en mesurant leurs diamètres, que les épaisseurs des lames d'eau et d'air qui réfléchissent les mêmes anneaux sont entre elles dans le même rapport que les sinus d'incidence et de réfraction pour le passage de la lumière de l'eau dans l'air. La conséquence toute naturelle que l'on tire de ce fait dans le système des vibrations, c'est que les ondulations de la lumière dans l'eau sont plus courtes que dans l'air dans le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction.

Il est facile de déduire la loi de la réfraction de ce principe, qu'on peut étendre à tous les milieux.

Fig. 7.



Soient AB la surface qui sépare les deux corps transparents, FG et ED deux rayons incidents très-voisins, GK et DL deux rayons réfractés. Par le point G je mène GI perpendiculaire aux rayons incidents; G et I seront dans chacun d'eux des points correspondants des mêmes vibrations. Du point D j'abaisse sur GK la perpendiculaire DM. L'angle IGD est égal à l'angle d'incidence, et GDM à celui de réfraction. Prenant GD pour rayon, ID est le sinus d'incidence et GM celui de réfraction. Ainsi,

lorsque le sinus d'incidence sera à celui de réfraction comme la longueur des ondulations des rayons incidents à celle des ondulations des rayons réfractés, ID et GM représenteront des parties équivalentes de ces ondulations, et M et D seront, par conséquent, des points correspondants des mêmes vibrations. Mais il est clair que dans toute autre direction cela ne peut plus avoir lieu, et que les vibrations des rayons réfractés se contrarient. Or on peut toujours les concevoir à une distance telle l'un de l'autre que la discordance soit complète, c'est-à-dire d'une demi-ondulation. Ainsi la lumière ne peut se propager que suivant une direction unique, et telle que le sinus de l'angle de réfraction soit à celui d'incidence dans le même rapport que les longueurs d'ondulation de la lumière dans les deux milieux.

35. La théorie des ondulations conduit à une conséquence absolument opposée à celle que Newton a tirée de son explication de la réfraction par l'attraction; c'est que la marche de la lumière est plus lente dans les corps denses que dans les corps rares, suivant le rapport des sinus d'incidence à ceux de réfraction; car chaque ondulation devant s'accomplir dans le même intervalle de temps dans les deux milieux, la vitesse de la lumière est proportionnelle à la longueur de ces ondulations.

36. Le système qui fait consister la lumière dans les vibrations d'un fluide infiniment subtil répandu dans l'espace conduit ainsi à des explications satisfaisantes des lois de la réflexion, de la réfraction, du phénomène des anneaux colorés dans toute sa généralité, et enfin de la diffraction, qui présente des phénomènes très-variés dont la théorie newtonienne n'a jamais pu rendre raison. A la vérité, la double réfraction et la polarisation n'ont pas encore été expliquées dans le système des ondulations; mais l'ont-elles été davantage dans celui de Newton? L'explication que ce grand géomètre a donnée de la double réfraction ne peut être considérée que comme une manière simple et commode de présenter les faits; car supposer avec lui que les molécules lumineuses ont des pôles, ce serait pousser trop loin l'analogie.

37. A l'explication que j'avais donnée des principaux phénomènes

III. de la diffraction, j'avais joint, dans le Mémoire déposé à l'Institut, plusieurs objections contre le système de Newton, auxquelles il me paraît difficile de répondre complétement. Je les ai retranchées de celui-ci, ayant réfléchi que cette complication pouvait nuire à la clarté des démonstrations et à la liaison des idées dans l'exposition de la théorie que j'ai adoptée. Je me propose de réunir ces objections et de les présenter au public dans un second Mémoire, qui servira de complément à celui-ci [a].

---

[a] Ce second Mémoire, qui a été présenté à l'Académie des Sciences peu de temps après le premier, mais qui n'a jamais été imprimé jusqu'ici, forme le N° X de la présente édition.

N° IX.

REMARQUES

SUR L'INFLUENCE MUTUELLE DE DEUX FAISCEAUX LUMINEUX

QUI SE CROISENT SOUS UN TRÈS-PETIT ANGLE,

PAR M. ARAGO.

[*Annales de chimie et de physique*, t. I, p. 332. — Cahier de mars 1816 [a].]

L'idée que deux faisceaux lumineux peuvent s'influencer en se pénétrant s'est présentée de bonne heure à l'esprit des physiciens; car on en trouve déjà des traces dans l'ouvrage de Grimaldi. La Micrographie de Hooke, qui remonte à la même époque (1665), renferme une explication détaillée du phénomène des anneaux colorés, entièrement basée sur cette supposition; et, ce qui semble digne de remarque, c'est qu'elle entraînait comme conséquence nécessaire que les épaisseurs diverses d'un certain corps doivent réfléchir une même teinte lorsqu'elles se succèdent comme la série des nombres impairs 1, 3, 5, 7, etc. vérité que Newton a démontrée par expérience longtemps après. Cette recherche a depuis excité peu d'intérêt, ce qui a tenu, d'une part, à ce que, dans le *système* généralement admis de l'émission, elle était pour ainsi dire sans objet; et, de l'autre, à ce que les circonstances dans lesquelles l'influence réciproque de deux faisceaux qui se pénètrent produit des effets *sensibles et observables* sont rares et difficiles à réunir. On doit au docteur Thomas Young d'avoir ramené l'attention des physiciens vers cette nouvelle branche de l'optique, comme aussi d'avoir démontré le premier, par l'expérience des bandes intérieures diffractées que j'ai rapportée dans le cahier précédent [b], que deux rayons homo-

[a] Vers la fin de mars 1816, A. Fresnel était parvenu à produire des *franges d'interférence* au moyen de *deux miroirs*, et Arago fit de cette belle expérience l'objet d'une Note insérée immédiatement dans les *Annales de chimie et de physique*. Nous avons trouvé utile de la reproduire, quoique Fresnel lui-même ait depuis (N° X, § 24 à 30) exposé les mêmes faits avec plus de détail.

[b] Voyez N° VI.

X. gènes, de même origine, et qui parviennent en un point par deux routes différentes et un peu inégales, peuvent s'entre-détruire, ou, du moins, s'affaiblir beaucoup. Une autre expérience du même savant (voyez l'explication des planches de son Traité *of Natural Philosophy,* tome Ier, page 787) prouve d'autant plus clairement cette influence réciproque de deux rayons qui se croisent, que, pour produire des franges absolument semblables à celles qui se forment dans l'intérieur de l'ombre d'un corps opaque, il suffit d'introduire la lumière solaire dans une chambre obscure, par *deux* trous peu éloignés, et sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir les forces auxquelles les physiciens ont coutume d'attribuer les effets de la diffraction [a]. M. Fresnel est aussi parvenu, de son côté, à produire des bandes du même genre par le croisement de deux faisceaux provenant d'un même point radieux et réfléchis par *deux* miroirs légèrement inclinés l'un à l'autre : ces bandes, comme il l'a remarqué, sont toujours *perpendiculaires* à la ligne qui joint les deux images du point, et n'ont aucune liaison avec la situation des bords des miroirs; leur largeur est, dans tous les cas, en raison inverse de l'intervalle qui sépare les foyers virtuels d'où les deux faisceaux paraissent diverger. J'ajouterai que j'ai reconnu ici, comme dans le phénomène ordinaire de la diffraction, qu'il suffit, pour anéantir complétement la totalité des bandes, de faire passer l'*un seul* des deux faisceaux qui concourent à leur production, soit avant, soit après sa réflexion sur l'un des miroirs, au travers d'un verre d'une certaine épaisseur.

Les expériences que nous avons faites en commun, M. Fresnel et moi, sur le déplacement que les bandes diffractées intérieures éprouvent par l'interposition

---

[a] Cette assertion est doublement inexacte. Premièrement l'expérience à laquelle il est fait allusion exige qu'on fasse tomber sur les deux trous voisins le *pinceau* délié (*a beam*) de lumière qui émane d'une source de très-petit diamètre, et non pas un faisceau émané de tous les points de la surface solaire, comme cela aurait lieu si l'on pratiquait deux trous voisins dans le volet de la chambre obscure. En second lieu Young considère *les forces auxquelles les physiciens ont coutume d'attribuer les effets de la diffraction* comme si peu étrangères au phénomène, qu'il leur attribue en termes exprès une perturbation sensible de la largeur des franges. Il est bien clair d'ailleurs que c'est par un effet de diffraction qu'il y a de la lumière sensible en dehors des projections coniques des deux trous voisins, et qu'en conséquence les faisceaux qui interfèrent sont deux faisceaux *diffractés.* L'objet principal de la célèbre expérience des deux miroirs de Fresnel a même été d'écarter définitivement les objections que cette circonstance aurait pu suggérer aux partisans du système de l'émission. (Voyez plus loin N° X, § 24.) [E. Verdet.]

de lames plus ou moins épaisses de différentes natures, nous ont montré que ce déplacement peut servir à *mesurer* de très-petites différences de réfraction; la méthode a déjà été éprouvée pour l'eau et l'esprit de vin, l'eau et l'éther, etc. un appareil très-simple servira à mesurer les différences de réfraction d'un même liquide à deux températures données; nous avons reconnu, par exemple, que la différence entre les réfractions de l'eau à 4° et de l'eau à zéro pourrait être déterminée, à moins d'un centième près, à l'aide de deux cases égales et longues de deux décimètres : mais c'est surtout pour la réfraction des gaz que ce nouveau moyen d'observation sera précieux; car, en donnant aux tuyaux qui les renfermeront une longueur suffisante, on poussera l'exactitude des mesures aussi loin qu'on voudra. Dans un des prochains cahiers nous entrerons à cet égard dans de plus amples détails[a].

---

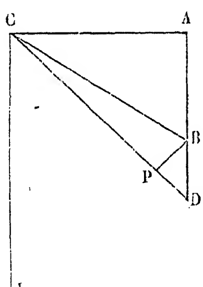
[a] A. Fresnel a par la suite fréquemment employé cette méthode expérimentale, notamment dans ses recherches sur la double réfraction. (Voy. n°s XXVI, XXXVIII, XLIII, XLIV.)

Il semble que F. Arago, de son côté, s'était réservé certaines applications. (Voy. *Œuvres complètes*, t. X, p. 307 et suivantes; t. XI, p. 718 à 732.)

On a trouvé, dans les papiers de F. Arago, trois feuilles volantes écrites de la main d'A. Fresnel, où il discute, par aperçu, les chances et les conditions de réussite de ces expériences. Nous reproduisons ces notes littéralement, en supprimant seulement le détail des calculs logarithmiques.

CALCUL RELATIF AU PROJET D'EXPÉRIENCE SUR LA DILATATION DE L'EAU.

La dilatation de l'eau du maximum de densité à zéro degré est 0,00012.



C'est en même temps l'expression de la variation de la densité et de celle du pouvoir réfringent, représenté ici par le carré de la perpendiculaire AB.

AC = 1. DCI = i angle auxiliaire; comme il s'agit de variations très-petites, la variation de AB est moitié de celle de son carré. Ainsi

$$\frac{BD}{AB} = \frac{1}{2}\delta,$$

en représentant par δ la variation de densité 0,00012.

$$PD = BD\cos DCI = BD\cos i = \frac{1}{2}\delta\, AB\cos i;$$

$$\frac{PD}{CB}\text{(ou la variation de la vitesse dans l'eau)} = \frac{1}{2}\delta\cos i\,\frac{AB}{CB}.$$

X. Mais

$$\frac{AB}{CB}=\cos i;$$

donc la variation de la vitesse dans l'eau est

$$\frac{1}{2}\delta\cos^2 i=\frac{1}{2}\delta\left(1-\sin^2 i\right)=\frac{1}{2}\delta\left(1-\sin i\right)\left(1+\sin i\right);$$

$$\sin i=\frac{396}{529};\quad \frac{1}{2}\delta=0{,}00006;\ \left(1+\sin i\right)\left(1-\sin i\right)=\frac{133\times 925}{(529)^2}=0{,}43962;$$

$$\frac{1}{2}\delta\cos^2 i=0{,}0000263772.$$

Telle est la variation de la longueur de chaque ondulation. Représentons la longueur d'une ondulation dans l'eau par d'; d représentant cette longueur dans l'air, on a

$$\frac{d'}{d}=\frac{396}{529}.$$

Je représente par e l'épaisseur d'eau produisant une différence totale d'une ondulation; on aura,

$$d'=e\times 0{,}000026377=d\frac{396}{529};$$

d'où

$$e=d\frac{396}{529\times 0{,}000026377}.$$

Pour les rayons jaunes,

$$d=0^{\mathrm{m}},0000005767,$$

$$e=\frac{396\times 0{,}0000005767}{529\times 0{,}000026377}=0^{\mathrm{m}},016367,$$

et l'épaisseur d'eau nécessaire pour produire une différence de dix ondulations est égale à $0^{\mathrm{m}},16367$.

CALCULS RELATIFS À UN PROJET D'EXPÉRIENCE SUR LA DILATATION DE L'AIR.

Pour l'air le carré de AB est.......................... 0,000625

Pour un air deux fois plus dense $\overline{AB'}^2$.................. 0,001250

$$CB'=\sqrt{1+0{,}00125}=1{,}00062.$$

Ainsi pour un air deux fois plus dense que l'air ordinaire, le rapport entre la vitesse dans le vide et la vitesse de la lumière dans cet air est.. 1,00062

Pour l'air ordinaire.......................... ... 1,00031

Ainsi la longueur d'une ondulation dans un air deux fois plus dense que l'air ordinaire étant représentée par............ 1,00062

celle dans un air ordinaire sera représentée par........... 1,00031

Différence pour chaque ondulation........ 0,00031

Si l'on mêle un dix-millième d'un de ces deux airs avec l'autre, la différence avec les ondulations du mélange ne sera plus que 0,00000031. Pour produire une différence de 0,31 d'ondulation, il faudrait une épaisseur d'air égale à 1000000 de fois la longueur d'une ondulation. La longueur d'ondulation des rayons jaunes est 0,000000577;

$$1000000 \times 0^{m},000000577 = 0^{m},577.$$

Ainsi pour produire une différence de 0,31 d'ondulation, qu'on peut mesurer à moins d'un tiers près, il faudrait une épaisseur d'air de $0^{m},577$. Avec une épaisseur de un mètre on serait encore sensible à un cent millième de variation dans la densité d'un air deux fois plus dense que l'air ordinaire; et, en se servant d'un tube de deux mètres de longueur, on ferait apercevoir une variation d'un cent millième dans la densité de l'air ordinaire.

RÉSUMÉ DES OBSERVATIONS SUR LA VARIATION DU POUVOIR RÉFRINGENT DE L'EAU QUAND ON FAIT VARIER SA TEMPÉRATURE.

NUMÉROS des observations.	TEMPÉRATURES.	DIFFÉRENCES.	COTES du micromètre.	DIFFÉRENCES.
1	à gauche. 1°,0 à droite.. 1 ,0	0°,0	10 tours.	$0^{t},00$
2	G...... 1°,7 D...... 2 ,1	0°,4	$9^{t},51$	$0^{t},49$
3	G...... 1°,4 D...... 2 ,55	1°,15	$5^{t},96$	$4^{t},04$
4	G...... 2°,05 D...... 2 ,95	0°,90	$6^{t},69$	$3^{t},31$
5	G...... 1°,8 D...... 3 ,1	1°,3	$4^{t},74$	$5^{t},26$
6	G...... 2°,15 D...... 3 ,80	1°,65	$2^{t},86$	$7^{t},14$
7	G...... 4°,0 D...... 5 ,8	1°,8	$-0^{t},15$	$10^{t},15$

NOTA. Dans la seconde observation, les deux cotes du micromètre sont $9^{t},94$ et $9^{t},09$; elles diffèrent trop pour qu'on puisse compter sur ce résultat; d'ailleurs la température n'a été mesurée qu'une fois.

N° IX. En partant de la 6me observation, on trouve que 1° de différence de température déplace les franges de $\frac{7,14}{1,65}$ ou de $4^t,327$.

Si le déplacement produit par une différence de 1° était toujours le même en appliquant ce résultat aux observations 3, 4 et 5, on trouverait :

	DÉPLACEMENT calculé.	DÉPLACEMENT observé.
N° 3	4,98	4,04
N° 4	3,89	3,31
N° 5	5,62	5,26

Si l'on partait de la 7e, qui pour 1° donne $5^t,639$, on aurait :

	DÉPLACEMENT calculé.	DÉPLACEMENT observé.
N° 3	6,48	4,04
N° 4	5,07	3,31
N° 5	7,33	5,26
N° 6	9,30	7,14

N° X.

SUPPLÉMENT

AU

DEUXIÈME MÉMOIRE SUR LA DIFFRACTION

DE LA LUMIÈRE[a],

PRÉSENTÉ À L'ACADÉMIE DES SCIENCES DANS LA SÉANCE DU 15 JUILLET 1816.

Commissaires : MM. Arago et Poinsot.

---

1. C'est surtout dans l'étude de la diffraction qu'on trouve les preuves les plus frappantes de la théorie des ondulations de la lumière, et les plus fortes objections contre le système de Newton. Mais sans sortir des phénomènes dont ce grand géomètre s'est particulièrement occupé, la réflexion, la réfraction et les anneaux colorés, et en cherchant à approfondir les principes sur lesquels il a fondé les explications qu'il en a données, on se trouve conduit, il me semble, à des conséquences extrêmement improbables, ou en opposition même avec les faits.

2. Newton ayant supposé, pour expliquer la réfraction, que les corps attiraient la lumière, fut obligé d'admettre que leur surface pos-

---

[a] On trouve pour la première fois exposées dans ce Mémoire (§ 37 et suivants) les causes mécaniques vraies de la diffraction, mais l'auteur n'était pas encore parvenu, à cette époque, a résoudre toutes les difficultés que présentait la théorie dans son application aux phénomènes; il a d'ailleurs refondu dans ce travail plusieurs Mémoires antérieurs, et notamment le Complément au Mémoire sur la diffraction, N° IV. (Voir au N° LIX la lettre à Léonor Fresnel, du 19 juillet 1816.)

sédait en même temps une puissance répulsive, qui produisait la réflexion. Dans son système la répulsion succède à l'attraction, qui décroît rapidement et ne se fait sentir que très-près de la surface. La force répulsive, au contraire, s'étend, suivant lui, à des distances sensibles, et il explique de cette manière comment il se fait que les surfaces polies réfléchissent régulièrement la lumière, malgré la multitude de petites aspérités dont elles sont hérissées [1]. Ce qu'il dit à ce sujet est assez satisfaisant, mais ne peut plus s'appliquer à la réfraction, dont la régularité devient alors tout à fait incompréhensible. Car la force qui la produit ne s'étendant qu'à des distances extrêmement petites, sa direction doit varier à chaque point, suivant les inégalités de la surface, et ces inégalités doivent avoir une influence d'autant plus grande, qu'en raison de son décroissement rapide c'est à la surface même que la force accélératrice influe le plus puissamment sur la direction du rayon réfracté.

3. Après avoir supposé que la réflexion et la réfraction étaient produites par des forces répulsives et attractives émanant de la surface des corps, Newton, pour concevoir le phénomène des anneaux colorés, imagina dans les molécules lumineuses des accès de facile transmission et de facile réflexion revenant périodiquement à des intervalles égaux.

Il était naturel de supposer que ces intervalles, ainsi que la vitesse de la lumière, étaient toujours les mêmes dans les mêmes milieux, et que, par conséquent, sous des incidences plus obliques, le diamètre des anneaux devait diminuer, le chemin parcouru ayant augmenté. L'expé-

[1] « Car il n'est pas probable qu'avec du « grès, de la potée et du tripoli, matières « dont on se sert pour travailler les verres, « on puisse donner à leurs plus petites par« ties un assez beau poli pour qu'elles ne « fassent toutes qu'une surface parfaitement « lisse. Il est clair, au contraire, que ces ma« tières ne peuvent que sillonner le verre, « puis user ses aspérités. Plus elles seront « réduites en poudre fine, plus les sillons « du verre seront petits; mais quelque fine « que soit cette poudre, jamais elle ne par« viendra à les effacer totalement. » (*Opt. de Newton*, tome II, page 93) [a].

[a] *Traduction de Marat*, dite *de Beauzée*. Paris, 1787, 2 vol. in-8°.

rience apprend au contraire que le diamètre des anneaux augmente avec l'obliquité de l'incidence, et Newton fut obligé d'en conclure que les accès augmentaient alors de longueur et dans un bien plus grand rapport que le chemin parcouru.

4. Il devait s'attendre aussi à trouver les accès plus longs dans les milieux que la lumière parcourt avec plus de vitesse, qui selon lui sont les corps les plus denses. L'expérience lui prouva le contraire, et que l'épaisseur des lames d'air et d'eau, par exemple, qui réfléchissent la même teinte, sont exactement dans le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour le passage de la lumière de l'air dans l'eau. Il fallut donc supposer que la longueur des accès était en raison inverse de la vitesse de la lumière, ou, ce qui revient au même, que le temps de leur durée diminuait dans le même rapport que le carré de la vitesse augmentait. Ainsi l'hypothèse de l'émission suffit si peu à l'explication des phénomènes, que chaque phénomène nouveau nécessite une nouvelle hypothèse.

5. Je viens de faire voir ce que le système des accès avait d'improbable par sa complication; je vais démontrer maintenant qu'en le suivant dans ses conséquences il se trouve en opposition même avec les faits.

Pour concevoir la régularité de la réflexion, il faut supposer que les deux branches de la petite courbe décrite par chaque molécule lumineuse, dans le voisinage d'une surface polie, sont parfaitement symétriques par rapport à la normale, autrement l'angle de réflexion ne serait plus égal à l'angle d'incidence. Mais les accès de facile réflexion et de facile transmission, augmentant et diminuant alternativement la force répulsive, doivent nécessairement altérer cette symétrie toutes les fois que les molécules lumineuses ne se trouvent pas précisément dans la même période du même accès aux points correspondants des deux branches de la trajectoire, c'est-à-dire presque toujours. Ainsi il n'y aurait qu'une très-petite partie de la lumière réfléchie régulièrement, et le reste serait dispersé dans des directions différentes, ce qui est tout à fait contraire à l'expérience, car on sait que la lumière régulièrement réfléchie sur une surface bien polie est

beaucoup plus abondante que la lumière diffuse, et c'est là la cause de la netteté des images produites par les miroirs.

Pour que la symétrie des deux branches de la trajectoire ne fût pas sensiblement altérée par les accès, il faudrait que ces variations périodiques dans la force répulsive fussent très-faibles, ou extrêmement rapprochées les unes des autres par rapport à la longueur de cette courbe, ou enfin que la courbe au contraire fût extrêmement petite par rapport à la longueur des accès. Mais ces trois hypothèses contredisent également les faits ou le système de Newton. On ne peut pas supposer dans ces accès aussi peu de puissance, si on leur attribue le phénomène des anneaux colorés, et si on les considère en général comme la cause déterminante de la réflexion et de la transmission à la surface des corps transparents, car il serait mécaniquement impossible qu'ils produisissent des effets si opposés sans apporter aucun retard et aucune accélération sensibles dans la marche des molécules lumineuses, sans augmenter ou diminuer l'action des forces attractives et répulsives, qui émanent de la surface des corps.

Quant à l'étendue des accès, on sait qu'elle est appréciable; et sans doute celle de la sphère d'activité de la force réfléchissante n'est pas incomparablement plus considérable, même d'après le système de Newton; car, si la courbe décrite par la molécule réfléchie était extrêmement grande relativement à la longueur d'un accès, son sommet, c'est-à-dire la partie dans laquelle ses éléments sont presque parallèles à la surface, aurait une étendue sensible par rapport à l'épaisseur des lames d'air qui réfléchissent les anneaux colorés; on ne pourrait donc plus en négliger le développement, comme a fait Newton, en calculant le chemin parcouru par les rayons lumineux dans la lame d'air, et l'on serait obligé de rejeter le résultat de ce calcul, l'égalité périodique des accès. D'un autre côté, supposer que cette courbe au contraire est extrêmement petite par rapport à la longueur des accès (qui n'est pas la moitié d'un millième de millimètre), ce serait rejeter l'hypothèse de Newton sur les distances sensibles auxquelles s'étend la force réfléchissante.

6. Il est aisé de prouver aussi combien ce système des accès est en opposition avec la régularité de la réfraction. En effet, comment ces dispositions périodiques des molécules lumineuses, assez puissantes pour déterminer la réflexion ou la réfraction, ne feraient-elles pas varier, en raison de leur différence d'intensité, la force attractive qui détermine l'angle de réfraction? Car on ne peut pas supposer, ainsi que l'a remarqué M. Biot[a], que les rayons transmis se trouvent tous au même point de leur accès à l'instant de leur immersion; et comme ce n'est que dans un intervalle très-petit, par rapport à la longueur des accès, que l'attraction se fait sentir[1], sa force dépend de l'intensité de l'accès au moment où la molécule lumineuse traverse la surface qui sépare les deux milieux. Ainsi les molécules lumineuses devraient être réfractées dans une foule de directions différentes, et l'on ne devrait apercevoir au travers d'un prisme que des images confuses des objets: or on sait par expérience, au contraire, qu'elles sont parfaitement nettes, lorsque le prisme est achromatique.

7. Je crois devoir présenter ici l'explication du phénomène des anneaux colorés telle qu'on la déduit naturellement de la théorie des ondulations, pour faire mieux sentir par ce rapprochement combien elle l'emporte en clarté et en simplicité sur le système des accès.

Lorsque, après avoir placé une lentille peu convexe sur un verre plan, dont on a noirci la surface inférieure, on observe les deux images de la flamme d'une bougie, ou de tout autre objet brillant peu étendu, réfléchies par ce verre et la seconde surface de la lentille, on voit les anneaux colorés se former dans la partie commune aux deux

[1] En déduisant de ses observations sur les anneaux colorés le chemin parcouru dans la lame d'air par les molécules lumineuses, Newton l'a compté d'une surface à l'autre; il a donc supposé que les rayons étaient réfléchis, sinon à la surface même, du moins à une distance peu sensible par rapport à l'épaisseur de la lame d'air; or, la force attractive ne commençant à se faire sentir que là où finit la réflexion, il s'ensuit que sa sphère d'activité, d'après Newton, n'a qu'une étendue très-petite par rapport à la longueur des accès.

[a] *Traité de physique expérimentale et mathématique*, tome IV, pages 92 à 97.

images, qu'on distingue toujours facilement l'une de l'autre quand la lentille a une convexité suffisante. Si l'on compare les anneaux obscurs à l'image réfléchie par la seconde surface de la lentille, dans la partie où elle ne s'ajoute pas à celle que produit le verre plan, il est aisé de juger que l'œil reçoit beaucoup moins de lumière des anneaux obscurs, et que, par conséquent, dans les endroits de la lame d'air où on les observe, il n'y a pas seulement soustraction de la réflexion inférieure, mais encore diminution de la réflexion qui s'opère à la surface supérieure. Cela devient encore plus frappant lorsqu'on se sert d'une lumière homogène.

En attribuant aux molécules lumineuses des accès périodiques de facile réflexion et de facile transmission, Newton a bien fait voir comment celles qui entrent dans la lame d'air peuvent être réfléchies par sa surface inférieure, ou la traverser, selon l'espace qu'elles ont parcouru depuis la surface supérieure; mais il n'a pas expliqué pourquoi, vis-à-vis des points où le verre plan ne renvoie plus de lumière, il y a aussi une diminution très-sensible dans la réflexion produite par la seconde surface de la lentille. Dira-t-on que les molécules lumineuses en arrivant à cette surface sont attirées par le verre plan? Mais, outre qu'il est très-peu probable que l'attraction des corps sur les particules lumineuses puisse s'exercer à des distances aussi considérables (car dans une lumière homogène on peut distinguer jusqu'à vingt anneaux obscurs[1]), comment concevoir que le même verre, qui attire ces molécules à une distance comme *un*, les repousse à une distance comme *deux*, les attire à une distance comme *trois* pour les repousser à une distance comme *quatre*, et ainsi de suite?

Il est bien plus naturel de supposer que ce sont les rayons réfléchis par le verre plan qui modifient ceux que renvoie la seconde surface de la lentille; qu'ils se fortifient mutuellement lorsque leurs vibrations s'accordent, et se détruisent, ou du moins s'affaiblissent beaucoup, quand leurs vibrations se contrarient. Ainsi l'influence des rayons lu-

[1] A l'aide d'un prisme Newton a compté jusqu'à trente anneaux, et tout porte à croire que le phénomène s'étend encore beaucoup plus loin.

mineux les uns sur les autres, démontrée par les phénomènes de la diffraction, l'est encore par les anneaux colorés.

8. La tache noire centrale qu'on aperçoit au point de contact de la lentille et du verre plan proûve que les rayons réfléchis par ce verre, n'ayant parcouru qu'un espace nul ou infiniment petit, se trouvent en discordance complète avec ceux qui sont réfléchis en dedans de la lentille, à sa surface inférieure. Il s'ensuit que les deux systèmes de rayons réfléchis diffèrent d'une demi-ondulation, indépendamment de la différence qui résulte du chemin parcouru dans la lame d'air, puisque la discordance est complète lorsque ce chemin est nul. Mais quand il est égal à une demi-ondulation, l'accord doit se rétablir entre les vibrations; ainsi à l'endroit où l'on voit le premier anneau brillant, le double de la distance entre les deux verres doit être égal à une demi-ondulation, puisque les rayons réfléchis par la seconde surface ont parcouru deux fois cet intervalle, et l'épaisseur de la lame d'air est par conséquent le quart de la longueur d'une ondulation. Quand l'espace parcouru est d'une ondulation entière, la discordance redevient complète; ainsi l'épaisseur de la lame d'air qui répond au premier anneau obscur doit être égale à une demi-ondulation. En poursuivant ce raisonnement on trouve que les épaisseurs qui réfléchissent les anneaux brillants sont $\frac{1}{4}d, \frac{3}{4}d, \frac{5}{4}d,$ etc. ou, en général, $\frac{2n+1}{4}d$, et celles qui répondent aux anneaux obscurs $\frac{2}{4}d, \frac{4}{4}d, \frac{6}{4}d,$ etc. ou, en général, $\frac{2n}{4}d$, d représentant la longueur d'une ondulation et n un nombre entier. Il s'ensuit que la longueur d'une ondulation est le double de l'intervalle indiqué par Newton pour le retour d'une molécule lumineuse au même accès. Ainsi la longueur d'une ondulation de la lumière dans l'air, déduite des anneaux colorés, est la même que celle que l'on déduirait de la largeur des franges dans les phénomènes de la diffraction.

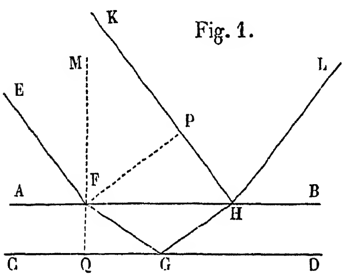
9. Les épaisseurs des lames qui réfléchissent les anneaux obscurs ou brillants d'un ordre quelconque étant des multiples de d, sont proportionnelles à la longueur des ondulations de la lumière dans le milieu compris entre les deux verres. Par conséquent, pour deux milieux

de nature différente, les épaisseurs qui réfléchissent le même anneau sont entre elles comme les longueurs d'ondulation dans les deux milieux, c'est-à-dire dans le même rapport que le sinus d'incidence et celui de réfraction, pour le passage de la lumière d'un milieu dans l'autre.

10. Je ne m'arrêterai pas à l'explication de la coloration des anneaux, dont il est facile de se rendre compte par la différence de longueur des ondulations diverses qui composent la lumière blanche. Je passe aux anneaux vus obliquement.

Soient AB et CD les surfaces parallèles de deux verres séparés par une lame d'air; EF la direction du rayon incident dans le verre; FG celle du rayon réfracté. GH et HL représentent le même rayon dans l'air et dans le verre après la réflexion. Le rayon KH parallèle à EF en se réfléchissant au point H suivra aussi la direction HL, et c'est de l'accord ou de la discordance entre ces deux rayons que dépendra l'intensité de la lumière venant du point H. Par le point F je mène FP perpendiculairement aux rayons incidents; F et P seront dans chacun d'eux des points correspondants des mêmes vibrations. Je vais chercher maintenant à quelle distance les deux verres doivent être l'un de l'autre pour que les rayons réfléchis vibrent d'accord. Par le point F je mène MQ perpendiculairement à AB. Je représente par i l'angle QFG et par x l'épaisseur QF de la lame d'air comprise entre les deux verres;

Fig. 1.



$$FG = \frac{x}{\cos i},$$

et, par conséquent,

$$FG + GH = \frac{2x}{\cos i};$$

PH est égal à FH $\times$ sin PFH, ou FH $\times$ sin EFM. Si l'on représente par p le rapport entre les sinus d'incidence et de réfraction, on aura

$$\sin EFM = \frac{\sin i}{p};$$

on a donc

$$PH = \frac{FH \times \sin i}{p}.$$

Or l'équivalent de PH dans l'air est égal à $p \times PH$, et par conséquent à $FH \times \sin i$. Mais

$$FH = 2QG = \frac{2x \sin i}{\cos i};$$

l'équivalent de PH dans l'air est donc égal à

$$\frac{2x \sin^2 i}{\cos i}.$$

Retranchant cette valeur de celle de FH+GH, on a

$$\frac{2x}{\cos i} - \frac{2x \sin^2 i}{\cos i},$$

ou

$$\frac{2x}{\cos i}(1 - \sin^2 i),$$

ou enfin

$$2x \cos i.$$

Or, pour que les deux rayons vibrent d'accord, il faut que cette différence entre les chemins parcourus soit égale à

$$d\left(n + \frac{1}{2}\right),$$

n représentant un nombre entier, puisqu'ils diffèrent déjà d'une demi-ondulation, abstraction faite de l'espace parcouru. On a donc

$$2x \cos i = \left(n + \frac{1}{2}\right) d;$$

d'où l'on tire

$$x = \frac{1}{4} \frac{(2n + 1) d}{\cos i}.$$

Ainsi l'épaisseur de la lame d'air qui réfléchit un anneau d'un ordre quelconque, dans une direction oblique, est égale à celle de la lame d'air qui réfléchit le même anneau perpendiculairement à sa surface, divisée par le cosinus de l'angle de réfraction dans l'air.

11. En appliquant cette formule aux différentes incidences pour lesquelles Newton a mesuré l'épaisseur de la lame d'air qui réfléchit le même anneau, on voit le calcul s'accorder parfaitement avec l'observation jusqu'à l'angle de réfraction dans l'air égal à 60° inclusivement.

Mais pour des incidences plus obliques les résultats du calcul paraissent s'écarter de ceux de l'observation, et cette différence augmente avec l'obliquité.

Le tableau suivant offre la comparaison des résultats du calcul et des épaisseurs mesurées par Newton.

ANGLE D'INCIDENCE dans le verre.	ANGLE DE RÉFRACTION dans la lame d'air.	ÉPAISSEUR de la lame d'air d'après les observations de Newton.	ÉPAISSEUR de la lame d'air calculée au moyen de la formule $\frac{e}{\cos i}$ (1)	DIFFÉRENCES entre les résultats de l'observation et ceux de la théorie.
0° 00′	0° 00′	10,00	10,00	0,00
6 26	10 00	10,15	10,15	0,00
12 45	20 00	10,67	10,64	+ 0,03
18 49	30 00	11,50	11,54	— 0,04
24 30	40 00	13,00	13,05	— 0,05
29 37	50 00	15,50	15,56	— 0,06
33 58	60 00	20,00	20,00	0,00
35 47	65 00	23,25	23,66	— 0,41
37 19	70 00	28,25	29,24	— 0,99
38 33	75 00	37,00	38,64	— 1,94
39 27	80 00	52,25	57,59	— 5,34
40 00	85 00	84,10	114,74	— 30,64

12. Newton n'entre pas dans le détail des précautions qu'il a dû prendre pour des expériences aussi délicates : il dit seulement qu'il s'est servi de deux prismes dans les grandes obliquités. Au moyen du prisme supérieur, le rayon qui arrive à l'œil est peu oblique par rapport à la surface d'émergence. Par conséquent, en déduisant de l'angle d'émergence, qu'on peut mesurer directement, l'inclinaison du rayon dans le verre, on l'obtient avec une exactitude suffisante, lors même que le rapport du sinus d'incidence à celui de réfraction, dont on se sert, n'est pas parfaitement exact. Mais il n'en est pas de même pour la direction du rayon dans la lame d'air comprise entre les deux prismes : lorsque le rayon qui la traverse devient très-oblique à sa surface, la

(1) Dans la formule $\frac{e}{\cos i}$, e représente l'épaisseur de la lame d'air qui réfléchit la même teinte, lorsque le rayon incident est perpendiculaire à sa surface.

moindre inexactitude dans le rapport employé peut occasionner une erreur très-sensible sur la détermination de cette obliquité.

13. Le milieu des rayons jaunes étant l'endroit le plus brillant du spectre, le rapport dont on doit se servir est $\frac{77,267}{50}$, d'après les observations mêmes de Newton. Ce rapport est un peu plus faible que celui de $\frac{31}{20}$, qu'il a employé dans ses calculs. Pour déterminer bien exactement l'obliquité du rayon lumineux dans la lame d'air, il faudrait connaître l'angle d'émergence; mais, comme je l'ai déjà remarqué, on peut partir de l'angle que le rayon lumineux fait dans le verre avec la surface inférieure du prisme, sans qu'il en résulte des erreurs bien sensibles sur la détermination de l'angle de réfraction dans la lame d'air, tant que cet angle du moins n'approche pas trop de 90°; car, lorsqu'il est presque droit, les moindres inexactitudes dans la valeur de l'angle d'incidence influent considérablement sur la direction du rayon réfracté; c'est pourquoi je n'ai pas compris dans mes calculs la dernière observation de Newton [1].

Le tableau suivant présente les résultats obtenus en employant le rapport $\frac{77,267}{50}$.

ANGLE D'INCIDENCE dans le verre.	ANGLE DE RÉFRACTION dans la lame d'air.	ÉPAISSEUR de la lame d'air d'après les observations de Newton.	ÉPAISSEUR de la lame d'air d'après la formule $\frac{e}{\cos i}$	DIFFÉRENCES.
35° 47′	64° 38′	23,25	23,34	− 0,09
37 19	69 31 $\frac{2}{6}$	28,25	28,58	− 0,33
38 33	74 22 $\frac{3}{6}$	37,00	37,13	− 0,13
39 27	79 05 $\frac{1}{6}$	52,25	52,82	− 0,57
40 00	83 22 $\frac{4}{6}$	84,10	86,71	− 2,61

Newton ne présente pas lui-même ses résultats comme parfaitement

[1] La formule $\frac{e}{\cos i}$, calculée pour le cas où les deux surfaces de la lame d'air sont parallèles, n'est plus applicable sans modification aux obliquités extrêmes; car alors la

exacts[1], et ceux que donne la formule déduite de la théorie des ondulations en diffèrent assez peu pour qu'il soit très-probable qu'elle exprime la loi du phénomène.

14. Ainsi toutes les lois des anneaux colorés, qui nécessitent autant d'hypothèses particulières dans le système de Newton, peuvent être rattachées entre elles et expliquées par le seul principe des accords et des discordances des vibrations lumineuses. Quand on voit en même temps, non-seulement les lois de la réflexion et de la réfraction, mais encore celles de la diffraction représentées aussi par des formules dans lesquelles il n'entre aucune constante arbitraire, et où l'on retrouve la longueur d'ondulation déduite des observations de Newton sur les anneaux colorés, on ne peut pas disconvenir que toutes les probabilités ne se réunissent en faveur du système des vibrations.

15. J'avais déjà exposé cette théorie des anneaux colorés dans le Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à la Classe; mais je l'en avais retranchée en le faisant imprimer, M. Arago m'ayant appris que le docteur Young avait déjà donné depuis longtemps la même explication de ce phénomène [a]. Comme elle est peu connue, j'ai pensé qu'il était utile de la présenter de nouveau dans ce second Mémoire, où je

plus légère inclinaison entre les deux faces de la lame d'air a une influence très-sensible sur le chemin parcouru, et par conséquent sur les accords ou les discordances des ondulations lumineuses. D'ailleurs, quelque exactitude qu'on apporte dans la mesure de l'angle d'émergence, il n'est guère possible de déterminer avec une précision suffisante l'obliquité du rayon réfracté par rapport à la lame d'air, lorsqu'il lui est très-incliné, et les moindres erreurs dans la valeur de l'angle i faisant alors varier beaucoup l'expression $\frac{e}{\cos i}$, la comparaison de la formule à l'expérience n'a plus de certitude dans les obliquités extrêmes.

[1] «En mesurant le même anneau à différentes obliquités de l'œil, et en me servant «de deux prismes dans les plus grandes obli«quités, je trouvai que le diamètre de «chaque anneau, par conséquent l'épaisseur «de l'air à son périmètre, suivait *à peu près* «les rapports exprimés à la table suivante.» (Optique de Newton, page 15 du tome II de la traduction française [a].)

[a] *Traduction de Marat* dite *de Beauzée*. Paris, 1787, 2 vol. in-8°.

---

[a] Voir N° VIII, § 11, note de l'auteur.

me suis proposé de faire sentir les avantages du système des vibrations, en le comparant à celui de Newton. J'ai d'ailleurs quelques explications nouvelles à ajouter à cette théorie, et ce que je viens de dire était nécessaire à leur intelligence.

16. Pour expliquer les anneaux colorés vus par transmission, j'avais supposé, comme le docteur Young, qu'ils étaient produits par les accords et les discordances des rayons transmis directement, et d'un autre système de rayons transmis après avoir été réfléchis deux fois dans la lame d'air. Cette explication paraissait confirmée par une observation de M. Arago sur le sens de la polarisation des anneaux transmis, qui est le même que celui des anneaux réfléchis [a]. Mais une autre observation qu'il a faite sur leurs intensités comparées présente une objection très-forte contre cette manière de rendre compte de la formation des anneaux transmis. Il s'est assuré, par une expérience ingénieuse, que ces deux sortes d'anneaux avaient toujours la même intensité, et que si ceux qui étaient transmis paraissaient beaucoup plus faibles, cela tenait uniquement à ce qu'ils étaient noyés dans une grande quantité de lumière blanche [b]. Or si la seule cause des anneaux transmis était l'influence que les rayons réfléchis deux fois dans la lame d'air exercent sur ceux qui ont été transmis directement, ils devraient être bien plus faibles que les anneaux vus par réflexion, puisque les rayons qui concourent à la production de ceux-ci n'ont été réfléchis qu'une fois, les uns par la surface supérieure et les autres par la surface inférieure de la lame d'air.

On peut éviter cette difficulté en considérant les anneaux transmis comme résultant immédiatement des anneaux réfléchis, ainsi que Newton l'a fait dans son système de l'émission. C'est un principe démontré par l'expérience que, lorsque l'intensité de la lumière réfléchie par un corps transparent augmente ou diminue, la lumière transmise

---

[a] Mémoire sur les couleurs des lames minces. (*Mémoires de la société d'Arcueil,* t. III, p. 223. — *Œuvres complètes,* t. X, p. 1.)

[b] Voyez Nos XXXV et XXXVI des remarques de Poisson et une note rectificative d'A. Fresnel.

diminue ou augmente d'une quantité égale, en sorte que la somme des rayons réfléchis et transmis est toujours la même, tant que l'intensité de la lumière incidente ne varie pas. L'hypothèse de l'émission a l'avantage de donner à ce principe la plus grande évidence; mais on peut s'en rendre raison aussi dans la théorie des vibrations. On conçoit en effet qu'un mouvement ondulatoire, en se propageant dans plusieurs directions à la fois, ne fait que se diviser, et que la somme totale de ces différentes quantités de mouvement équivaut toujours à l'impulsion primitive. A la vérité une petite partie du mouvement lumineux paraît s'anéantir dans l'intérieur du verre par le choc de ses molécules; mais elle ne fait sans doute que changer de nature. Quant aux vibrations dans le sens de la transmission et de la réflexion, il est clair que les unes doivent perdre ce que les autres gagnent, lorsque la source du mouvement est constante. Ainsi partout où, dans la lame d'air, la réflexion aura diminué par une cause quelconque, la lumière transmise aura augmenté de la même quantité. Les anneaux transmis résultent donc immédiatement des anneaux réfléchis et doivent avoir la même intensité.

17. Il me reste à expliquer maintenant, en partant toujours du même principe, comment il se fait que les anneaux transmis paraissent polarisés dans le même sens que les anneaux réfléchis; c'est-à-dire que, sous l'incidence qui produit la polarisation complète, et en les observant avec un rhomboïde de spath calcaire dont la section principale soit parallèle au plan d'incidence, on ne peut apercevoir aussi les anneaux transmis que dans l'image ordinaire. Il suffit, pour concevoir ce phénomène, d'étendre aux lames minces, qui réfléchissent les anneaux colorés, ce principe, que M. Arago a démontré pour les plaques épaisses [a], savoir, que la quantité de lumière qu'un corps transparent polarise par réfraction est toujours égale à celle qu'il polarise par réflexion.

En effet, soit I la lumière incidente, R la lumière réfléchie par les

---

[a] *Œuvres complètes,* tome VII, page 323.

anneaux brillants, et r celle des anneaux obscurs; la lumière transmise dans les anneaux obscurs vus par réfraction est $I-R$, et celle des anneaux brillants $I-r$. La quantité de lumière polarisée par réfraction étant égale à celle qui est polarisée par réflexion, il s'ensuit que dans $I-R$ la quantité de lumière polarisée par réfraction est égale à R; le rayon transmis $I-R$ est donc composé d'une quantité de lumière ordinaire $I-2R$, plus une autre quantité R qui se trouve polarisée dans un sens perpendiculaire au plan d'incidence. Le rayon $I-r$, qui produit l'anneau brillant, contient de même une quantité de lumière non polarisée égale à $I-2r$, plus une autre quantité égale à r polarisée par réfraction. Cela posé, lorsqu'on observe les anneaux transmis au travers du rhomboïde placé comme je l'ai dit ci-dessus, la partie R de l'anneau obscur, polarisée dans un sens perpendiculaire à la section principale, passe tout entière dans l'image extraordinaire, qui reçoit en outre la moitié de la lumière non polarisée $I-2R$; la teinte de l'anneau obscur réfracté extraordinairement est donc égale à $R+\frac{1}{2}I-R$, ou à $\frac{1}{2}I$. Il est aisé de s'assurer par un calcul semblable que la teinte de l'anneau brillant est aussi égale à $\frac{1}{2}I$ dans l'image extraordinaire, qui ne doit présenter par conséquent qu'une lumière uniforme. Dans l'image ordinaire, au contraire, les anneaux obscurs et brillants doivent conserver leur différence primitive de clarté, car la quantité de lumière transmise, qui n'a pas éprouvé la polarisation par réfraction, étant égale à $I-2R$ dans les anneaux obscurs, et à $I-2r$ dans les anneaux brillants, la teinte des premiers dans l'image ordinaire est $\frac{1}{2}I-R$, et celle des seconds $\frac{1}{2}I-r$, dont la différence est égale à $R-r$; la réfraction ordinaire du rhomboïde doit donc produire une image distincte des anneaux transmis, dont l'intensité apparente est même augmentée par la soustraction d'une moitié de la lumière blanche. Ainsi, en généralisant le principe de l'égalité des quantités de lumière polarisées par réflexion et par réfraction, il en résulte que les anneaux transmis doivent paraître polarisés dans le même sens que les anneaux réfléchis, ou, ce qui revient au même, ce phénomène démontre que les quan-

tités de lumière polarisées par réflexion et par réfraction sont encore égales dans les anneaux colorés. Le raisonnement que je viens de faire est applicable au système de l'émission comme à celui des vibrations.

18. L'explication que j'ai donnée des anneaux réfléchis, par l'influence mutuelle des rayons qui partent des deux surfaces de la lame d'air, présente une difficulté dont je crois avoir trouvé la solution. Il faut admettre, comme je l'ai observé, que ces deux systèmes de rayons réfléchis diffèrent d'une demi-ondulation, indépendamment de la différence entre les chemins parcourus, et il est difficile de concevoir la raison de cette discordance[1]. Elle a évidemment lieu cependant au point de contact, où il se forme une tache noire, quoique la différence des chemins parcourus soit nulle. Il me semble qu'on peut lever cette contradiction apparente en faisant attention qu'il est très-possible que la réflexion ne s'opère pas seulement à la surface du verre, mais encore à une certaine profondeur[a]. Beaucoup d'observations déjà confirment l'hypothèse d'une réflexion intérieure, qui d'ailleurs me paraît très-probable en elle-même. En effet, puisque la lumière traverse librement le verre, elle doit en frapper toutes les molécules, qui deviennent alors autant de centres d'ondulations. Comment se fait-il cependant qu'elle ne soit réfléchie qu'à la surface, ou, plus exactement, dans le voisinage de cette surface? C'est ce qu'il s'agit d'expliquer.

Prenons le cas de l'incidence perpendiculaire pour simplifier les raisonnements, et divisons par la pensée la plaque de verre en petites lames parallèles à sa surface, ayant une épaisseur égale au quart de la longueur d'une ondulation. Supposons que toutes les molécules du

[1] Il est à remarquer cependant que les deux réflexions s'opèrent dans des circonstances différentes, l'une en dedans du verre supérieur contre la lame d'air, l'autre en dedans de cette lame contre le verre inférieur, c'est-à-dire, l'une en dedans, l'autre en dehors du corps le plus dense. Cette observation a conduit le docteur Young à une expérience très-intéressante, dont je vais bientôt parler.

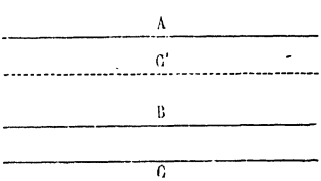
[a] Voir N° XXV.

verre puissent réfléchir de la lumière; celle que renverra une lame quelconque prise dans l'intérieur de la plaque se trouvera en discordance complète avec la lumière réfléchie par la lame qui la précède et celle qui la suit, puisqu'il y aura une différence d'une demi-ondulation dans les chemins parcourus. Ainsi la lumière réfléchie par une lame intérieure se trouvera toujours détruite par la moitié des rayons que réfléchissent les deux lames entre lesquelles elle est comprise, et la lame extrême seulement, c'est-à-dire celle qui se trouve à la surface, pourra réfléchir la moitié de ses rayons, si toutefois le verre est dans le vide, ou plongé dans un fluide très-rare, comme l'air par exemple; car, à mesure que le pouvoir réfléchissant augmentera dans le milieu qui l'entoure, la réflexion diminuera à sa surface par la discordance des ondulations que réfléchira la lame en contact du milieu environnant [1].

Appliquons maintenant ces considérations au phénomène des anneaux colorés. Nous venons de voir que la lumière réfléchie par le verre n'émane pas seulement de sa surface, mais encore de toutes les molécules qui se trouvent au delà jusqu'à une profondeur d'un quart d'ondulation. C'est donc du milieu de cette épaisseur qu'on doit partir pour compter le chemin moyen parcouru par les rayons réfléchis, et c'est à ce point sans doute que la réflexion doit avoir le plus de viva-

[1] J'ai supposé ici que l'épaisseur de la plaque était un nombre de fois entier le quart d'une ondulation; mais il est aisé de voir que, dans le cas où ce nombre serait fractionnaire, la réflexion ne s'opérerait pas moins dans les deux surfaces jusqu'à une profondeur égale au quart d'une ondulation. En

Fig. 2.



effet, soient AB la dernière lame entière et BC la fraction restante de cette division commencée à partir de l'autre surface du verre. Je prends AC' égal à BC; les vibrations de ces deux parties seront en discordance complète; mais la moitié des rayons réfléchis par AB étant déjà détruite par la lame précédente, AC' ne peut plus détruire dans BC que la moitié de ses rayons. Ainsi les deux parties BC et BC', qui forment ensemble une épaisseur égale à un quart d'ondulation, réfléchiront la moitié de leurs rayons, comme la lame entière qui se trouve à l'autre surface.

cité, car les vibrations produites par les molécules extrêmes sont en discordance complète, et cette discordance diminue à mesure qu'on approche du centre. Ainsi les rayons réfléchis les plus efficaces, au lieu de partir de la surface même, partent d'un point qui en est distant d'un huitième d'ondulation. Il en résulte donc une augmentation d'un quart d'ondulation dans le chemin parcouru par les rayons réfléchis à la seconde surface de la lame d'air comprise entre deux verres, et une diminution semblable dans le chemin que parcourent les rayons réfléchis à la première surface, ce qui explique cette différence d'une demi-ondulation dont je n'avais pu me rendre raison d'abord, parce que je comptais le chemin parcouru par les rayons réfléchis à partir de la surface même de chaque verre.

19. Cette hypothèse sur la profondeur à laquelle s'opère la réflexion dans les corps transparents a encore l'avantage de rendre raison d'un phénomène important observé par le docteur Young [a]. Il a reconnu qu'en plaçant entre deux corps transparents d'un pouvoir réfringent différent un liquide d'un pouvoir réfringent moyen, les anneaux sombres et brillants qui en résultaient se trouvaient dans des positions inverses de celles qu'ils auraient occupées si les deux corps solides eussent été de même nature; en sorte qu'ils s'accordaient avec les différences de chemin parcouru comptées à partir des surfaces mêmes, et qu'on ne retrouvait plus cette différence d'une demi-ondulation dont je viens de parler [1].

[1] M. Arago a vérifié ce résultat en répétant l'expérience du docteur Young. Il a pressé un prisme de flint-glass sur un objectif de crown-glass, et en introduisant entre ces deux verres de l'huile de sassafras, dont le pouvoir réfringent est plus grand que celui du crown et plus petit que celui du flint, il a vu se former une tache blanche au point de contact, qui était noir avant l'introduction de l'huile. Il s'est même assuré, en se servant d'huile de cassia, que la tache centrale redevenait noire lorsque le liquide interposé réfractait plus fortement la lumière que le flint-glass, expérience que le docteur Young n'avait pas pu faire, l'huile de cassia n'étant pas encore connue à l'époque où il s'occupait de ces recherches.

[a] On the Theory of Light and Colours. (*Philosophical Transact.* for. 1812, p. 12, Prop. VIII, Coroll. II; *Miscellaneous Works*, t. I, p. 140.) An Account of some cases of the pro-

Cela devient facile à expliquer dans l'hypothèse que j'ai adoptée. Soient A, B et C les trois milieux, A et C les deux corps solides transparents, et B le liquide compris entre eux. Je suppose que la force réfléchissante de A soit plus grande que celle de B, et celle de B plus grande que celle de C; le point de départ des rayons réfléchis par la première surface sera dans le milieu A, et à une distance de cette surface égale à un huitième d'ondulation; en sorte que le chemin parcouru par ces rayons sera moins grand d'un quart d'ondulation que s'ils eussent été réfléchis à la surface même. Les rayons réfléchis par la seconde surface du milieu B le seront dans B (puisque son pouvoir réfringent l'emporte sur celui de C), et à un huitième d'ondulation de la surface qui sépare ces deux milieux; donc le chemin parcouru par ces rayons aura aussi un quart d'ondulation de moins que celui qu'ils eussent parcouru s'ils eussent été réfléchis à la surface même. Par conséquent, puisque cette différence d'un quart d'ondulation se trouve alors dans le même sens, la différence entre les chemins réels parcourus par les deux systèmes de rayons réfléchis est la même que s'ils fussent partis des deux surfaces de la lame B. Ainsi la tache centrale deviendra blanche, et en général tous les anneaux obscurs et brillants se trouveront arrangés dans un ordre contraire à celui qu'ils affectent ordinairement[a].

20. Je crois avoir fait sentir par tout ce qui précède, combien le système des vibrations est préférable à celui de Newton. J'ai fait voir qu'on pouvait tirer des phénomènes dont ce grand géomètre s'est particulièrement occupé, la réflexion, la réfraction et les anneaux colorés, des objections contre les hypothèses sur lesquelles il a établi sa théorie. Je vais démontrer maintenant qu'on ne peut pas l'appliquer

---

duction of Colours not hitherto described. (*Philosophical Transact.* for. 1802, p. 387; *Miscellaneous Works*, t. I, p. 170.)

[a] Fresnel a expliqué plus tard d'une tout autre manière le changement de signe de la vitesse de vibration qui, dans certains cas, accompagne la réflexion de la lumière. (Voyez N° XXX, § 5 et 6.)

avec plus de succès aux phénomènes de la diffraction, et qu'ils deviennent tout à fait inexplicables dans son système.

Rien ne devrait être plus simple dans l'hypothèse de l'émission que les ombres des corps éclairés par un point lumineux, et rien n'est plus compliqué. En supposant dans la surface des corps rasés par les rayons lumineux une force répulsive capable de changer la direction de ceux qui en passent très-près, on devrait s'attendre seulement à voir les ombres augmenter de largeur et se fondre un peu dans leur contour avec la partie éclairée. Mais elles sont bordées de trois franges colorées bien distinctes quand on se sert de lumière blanche, et d'un plus grand nombre encore lorsque le point lumineux est formé avec une lumière homogène. Il faut donc supposer dans le bord du corps opaque, en adoptant le système de l'émission, une force alternativement répulsive et attractive, qui produit des dilatations et des condensations successives dans le faisceau lumineux. Il est possible que la force attractive qui émane de la surface des corps, d'abord plus puissante que la force répulsive, devienne ensuite plus faible, en raison d'un décroissement plus rapide, et qu'ainsi la répulsion succède à l'attraction. Mais que la force attractive reprenne ensuite sa supériorité pour la perdre de nouveau, c'est ce qui devient tout à fait inconcevable. Il n'y a que les ondulations d'un fluide environnant le corps qui pourraient expliquer ces attractions et répulsions alternatives, et voilà qu'on retombe dans le système qu'on avait voulu éviter.

21. Mais accordons à la surface des corps ces propriétés étranges; bien d'autres difficultés vont nous arrêter. Lorsqu'on suit les franges jusqu'à leur naissance, on les voit se confondre, comme je l'ai déjà dit, avec les bords du corps opaque; d'où l'on doit conclure qu'elles partent des bords mêmes du corps, ou du moins n'en sont séparées à leur origine que par des intervalles extrêmement petits et moindres qu'un centième de millimètre, ainsi qu'on peut s'en assurer à l'aide d'une forte loupe. Mais, lors même qu'on n'aurait pas de confiance dans ce moyen d'observation, c'est un fait qu'on ne peut pas mettre en doute; car le tranchant et le dos d'un rasoir donnent des franges de

même largeur; or, si les forces attractives et répulsives qui les produisent agissaient à des distances sensibles du corps opaque, elles varieraient nécessairement avec l'étendue de sa surface. Il est donc prouvé de toutes manières que l'origine des franges est extrêmement rapprochée de la surface du corps qui porte ombre. Il s'ensuit que leur largeur ne doit pas varier sensiblement avec la distance du corps opaque au point lumineux; car il serait absurde de supposer, dans le système de l'émission, que l'angle d'inflexion, ou l'énergie de la force répulsive, dépendît du chemin parcouru par les molécules lumineuses depuis ce point jusqu'au bord du corps opaque. L'expérience prouve cependant, comme je l'ai déjà dit au commencement de mon premier Mémoire, que la largeur des franges augmente beaucoup lorsqu'on rapproche le corps opaque du point lumineux, la distance de celui-là au carton restant toujours la même.

22. Les corps qui diffèrent le plus de nature et de densité produisent des franges égales toutes les fois que leurs distances au point lumineux et au carton restent les mêmes. J'ignore comment cela peut se concilier avec l'hypothèse d'une force répulsive émanant du corps opaque, dont l'intensité devrait varier nécessairement avec la nature de ce corps. Que si l'on ne suppose pas les rayons lumineux repoussés par une force inhérente au corps, je ne conçois plus comment on pourra expliquer, dans le système de l'émission, l'inflexion qu'ils éprouvent en rasant sa surface; car enfin un effet mécanique ne peut être produit que par une cause mécanique, une attraction ou une répulsion. Supposera-t-on, avec Dutour [a], que ces inflexions résultent des réfractions que les rayons éprouvent dans des atmosphères qui environnent les corps? Mais d'abord leur densité et leur épaisseur devraient varier avec la nature des corps, ce qui apporterait nécessairement des différences dans la manière dont elles réfracteraient les rayons lumineux. D'ailleurs

---

[a] *De la diffraction de la lumière.* (Mémoires présentés à l'Académie royale des sciences par divers savants étrangers, t. V, p. 635; t. VI, p. 19 et 36.) — *Considérations optiques,* VIIe, VIIIe, IXe et Xe Mémoire. Journal de l'abbé Rozier, t. V, p. 120 et 230; t. V, p. 135 et 412.

une atmosphère semblable, qui environnerait la lame d'un rasoir ayant une courbure infiniment plus prononcée sur le fil que sur le dos, devrait infléchir très-inégalement la lumière à ces deux extrémités, d'où résulterait une différence sensible dans la largeur des franges.

23. La courbure des trajectoires suivant lesquelles se propagent les bandes extérieures contredit manifestement la théorie newtonienne; mais la démonstration de ce fait résultant d'observations délicates ne peut convaincre complétement que ceux qui, en répétant mes expériences, s'assureront par eux-mêmes du degré d'exactitude qu'il est possible d'atteindre dans la mesure des franges.

24. L'influence que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres me paraît parfaitement démontrée par cette expérience si simple, que le docteur Young a faite le premier, dans laquelle on voit disparaître la totalité des bandes intérieures lorsqu'on intercepte la lumière d'un seul côté du fil métallique. Il a encore prouvé cette même influence en faisant passer la lumière à travers deux petits trous très-voisins, et en formant de cette manière des bandes semblables à celles qu'on observe dans l'intérieur des ombres. Il me semble qu'on ne peut faire aucune objection bien fondée aux conséquences qu'il a tirées de ces belles expériences. Néanmoins, pour éloigner toute idée de l'action des bords du corps, de l'écran ou des petits trous, dans la formation et la disparition des franges intérieures, j'ai cherché à en produire de semblables au moyen du croisement des rayons réfléchis par deux miroirs, et j'y suis parvenu après quelques tâtonnements. Je remarquerai en passant que la théorie seule des vibrations pouvait fournir l'idée de cette expérience, et qu'elle est assez difficile à faire pour qu'il soit presque impossible que le hasard y conduise.

M. Arago l'a annoncée dans le dernier numéro des Annales de physique et de chimie[a]; mais comme elle me paraît décisive, je crois devoir en parler de nouveau et plus en détail dans ce Mémoire, où je

[a] Voir N° IX.

me suis proposé de rassembler les principales objections contre le système de Newton.

Pour produire des franges sensibles, il faut que les deux miroirs fassent entre eux un angle très-obtus (peu importe d'ailleurs quel soit l'angle d'incidence). En effet, dans la formule $\frac{bd}{c}$, qui représente l'intervalle entre deux bandes intérieures consécutives, $\frac{c}{b}$ est le sinus de l'angle sous lequel on voit le diamètre du fil qui porte ombre, de l'endroit où l'on observe les franges. Or, comme la longueur d d'une ondulation lumineuse n'est guère que la moitié d'un millième de millimètre, pour que les bandes obscures ne se confondent pas avec les bandes brillantes, et qu'on puisse distinguer les franges, il faut que b soit beaucoup plus grand que c, et que par conséquent les rayons infléchis par les deux bords du fil, ou les rayons réfléchis par les deux miroirs, forment un angle très-petit dans l'œil du spectateur, ce que l'on obtient en plaçant ces miroirs presque sur le prolongement l'un de l'autre. Mais cela ne suffit pas; il est encore nécessaire qu'ils se trouvent dans une position telle que le champ lumineux qu'ils réfléchissent contienne la bande brillante du 1er ordre, c'est-à-dire celle qui résulte de la rencontre des ondulations parties en même temps du point lumineux; car dans la lumière blanche, et même dans une lumière aussi homogène que possible, on ne distingue jamais les franges d'un ordre très-élevé. Avec un peu de patience on parvient à remplir cette condition par le tâtonnement, et d'autant plus facilement, en général, que les deux images du point radieux sont plus éloignées l'une de l'autre; car plus les franges sont étroites, plus il y a de chances pour que celle du 1er ordre se trouve dans le champ lumineux.

Aussitôt que j'eus découvert ces franges à l'aide de la loupe, je remarquai qu'elles étaient perpendiculaires à la droite joignant les deux images du point lumineux, comme la théorie l'annonçait d'avance. En faisant varier la position des miroirs, je m'assurai que cela avait toujours lieu, et que la direction des bandes était absolument indépendante de celle de leurs bords.

25. Je m'étais servi dans cette expérience de deux petites glaces non étamées recouvertes par derrière d'une couche d'encre de Chine, en sorte que la première surface seule pouvait réfléchir une lumière sensible. Pour éviter néanmoins tout rapprochement entre ce phénomène et celui des anneaux colorés, et démontrer plus complétement qu'on ne pouvait pas attribuer ces franges à la transparence du verre, M. Arago y substitua deux miroirs de platine, et obtint des franges semblables, qui avaient même encore plus d'éclat, à cause de la vivacité de la lumière réfléchie. Il appliqua à cette expérience l'idée heureuse, qu'il avait déjà eue pour les bandes intérieures de l'ombre d'un fil, et en plongeant une plaque de verre dans un des faisceaux lumineux avant ou après la réflexion, il fit disparaître les franges; mais elles reparaissaient lorsqu'il faisait passer à la fois au travers de cette glace les deux faisceaux lumineux qui concouraient à leur production. Ce phénomène, qui me semble tout à fait inconcevable dans l'hypothèse de l'émission, s'explique aisément par la théorie des ondulations. On conçoit en effet facilement dans ce système que le retard considérable occasionné par le verre dans la marche du faisceau lumineux qui l'a traversé, doit rejeter la bande brillante du 1er ordre bien au delà du champ commun des deux miroirs. Quand, au contraire, les deux faisceaux ont traversé la glace, le retard étant le même pour l'un et l'autre, la position des franges ne doit pas être changée.

26. En mesurant la largeur des franges au moyen du micromètre, et en la comparant à la largeur déduite par la théorie de l'angle sous lequel nous voyions l'intervalle qui séparait les deux images du point lumineux, nous avons trouvé un accord frappant entre les résultats du calcul et ceux des observations.

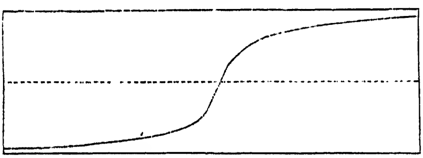
Dans la première, le sinus de cet angle, ou $\frac{c}{b}$, était égal à 0,004386, et la largeur de sept intervalles, prise entre les points les plus obscurs des deux bandes du 4^{e} ordre, était de 0,^{m}00091 (dans la lumière blanche). Or, en substituant à $\frac{b}{c}$ dans la formule $7\,\frac{bd}{c}$ sa valeur $\frac{1}{0{,}004386}$, et à la place de d la longueur d'ondulation des rayons jaunes

qui est égale à 0m,0000005767, on trouve 0m,00092, et la différence avec la largeur mesurée n'est que d'un centième de millimètre.

Dans la seconde observation, où nous avons aussi employé la lumière blanche, le sinus de l'angle formé par les deux rayons visuels dirigés sur les deux images du point lumineux était égal à 0,005146, et la largeur de sept intervalles, mesurée au micromètre, était de 0m,00075 : or le calcul donne 0m,00078, et la différence n'est ainsi que de trois centièmes de millimètre.

27. En rendant encore plus obtus l'angle des deux miroirs et en les inclinant davantage sur le rayon incident, je suis parvenu à rapprocher beaucoup les deux images du point lumineux, sans faire disparaître les franges; elles sont devenues alors très-larges et m'ont présenté des couleurs aussi brillantes que celles des anneaux colorés. La droite, joignant les deux images du point radieux, faisait un très-petit angle avec le bord commun des deux miroirs, en sorte que les franges lui étaient presque perpendiculaires, du moins dans le milieu du champ lumineux; elles se repliaient ensuite comme une S à leurs extrémités, et prenaient une direction qui se rapprochait beaucoup de celle du bord de chaque miroir.

Fig. 3.



Cette forme, bizarre en apparence, s'explique aisément en faisant entrer en considération la lumière infléchie sur les bords, qui concourait avec la lumière réfléchie régulièrement à la formation de ces sortes de branches d'hyperbole, tandis que dans la partie du milieu les deux systèmes d'ondes provenaient l'un et l'autre d'une réflexion régulière.

28. En rapprochant encore davantage le plan des miroirs de la direction du rayon incident, le champ lumineux est devenu si étroit qu'il en est résulté des franges semblables aux franges produites par un diaphragme, qui, en se mêlant avec les premières, ont rendu le phénomène très-compliqué. On ne doit pas confondre ces deux espèces de franges, qui diffèrent essentiellement. Pour produire les secondes, il ne faut qu'un miroir; pour les premières, il en faut nécessairement

deux : celles-là sont constamment parallèles aux bords du miroir; la direction de celles-ci en est indépendante, comme je l'ai déjà dit, et fait toujours un angle droit avec la ligne qui joint les deux images du point lumineux.

29. Si l'on veut bien s'assurer que ces franges proviennent de la rencontre des rayons réfléchis, il faut placer les miroirs de manière que le champ lumineux ait plus d'étendue, sous une incidence de 45°, par exemple, et se tenir à une distance assez grande pour que les deux images du point radieux soient suffisamment éloignées du bord commun des deux miroirs, en sorte qu'on ne puisse pas attribuer la formation des franges à son influence. Dans une de mes observations cet intervalle me paraissait de plus d'un centimètre, et chaque image se trouvait à peu près au milieu de chaque miroir, de sorte que les rayons qui arrivaient à mon œil étaient passés assez loin des bords pour qu'on ne pût pas raisonnablement supposer qu'ils en eussent reçu aucune modification. En tenant l'œil fixe, et en mettant devant une petite loupe, je voyais distinctement les franges, qui disparaissaient aussitôt qu'on enlevait un des miroirs. J'engage les physiciens, qui douteraient encore de l'influence mutuelle des rayons lumineux, à répéter cette expérience, sur laquelle j'ai beaucoup insisté, parce qu'elle me paraît démontrer ce principe important avec toute l'évidence dont une preuve physique est susceptible.

30. On peut produire beaucoup plus facilement des phénomènes du même genre en se servant d'un verre qui ait une surface un peu irrégulière, comme ceux dont on fait les vitres. On le recouvrira par derrière d'une couche d'encre de Chine, pour détruire la seconde réflexion; puis, en l'éclairant avec un point lumineux et observant au moyen d'une loupe la lumière réfléchie, on y découvrira une foule de franges d'une forme bizarre et souvent du plus grand éclat. Elles sont presque toujours si vives, qu'on les aperçoit aisément, même en les recevant sur un carton. Une surface métallique bien polie produirait sans doute le même effet et avec plus de vivacité encore.

31. S'il est démontré maintenant, comme il me le semble, que les

franges sont produites par l'influence que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres, on ne peut plus douter que la lumière ne se propage effectivement par les ondulations d'un fluide subtil répandu dans l'espace; et alors il faut abandonner l'hypothèse de l'émission, quels que soient les avantages qu'elle présente; car on ne peut pas espérer de trouver la vérité dans un autre système que celui de la nature.

32. Toutes les observations nouvelles que j'ai faites depuis la publication de mon premier Mémoire confirment l'influence mutuelle que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres; mais plusieurs me paraissent nécessiter quelques modifications dans l'explication que j'ai donnée des franges extérieures et intérieures des ombres. Je vais exposer les principaux résultats de ces expériences, et les conséquences que j'en ai tirées.

33. Quand on observe à l'aide d'une loupe l'ombre d'un diaphragme éclairé par un point lumineux, on remarque d'abord, en regardant de très-près, des franges du genre de celles que nous avons appelées extérieures. Elles sont inégalement espacées, et les intervalles qui les séparent vont en diminuant à partir des bords du diaphragme. A mesure qu'on s'éloigne, on les voit augmenter de largeur et conserver toujours le même rapport dans leurs intervalles, jusqu'à ce que enfin les deux systèmes de franges produits par les deux côtés du diaphragme se joignent, se mêlent et finissent même par disparaître, lorsque les rayons directs, qui concourent à la production de la bande obscure du 1er ordre, se trouvent interceptés par l'autre côté du diaphragme, ce qui arrive toujours en se reculant suffisamment, quand le diaphragme est très-étroit ou le point lumineux assez éloigné. Alors succèdent aux franges extérieures des franges d'une nouvelle espèce, qui ressemblent à celles qu'on observe dans l'intérieur des ombres, et que j'appellerai, pour cette raison, *franges intérieures*. Elles sont sensiblement équidistantes à droite et à gauche de l'intervalle clair du milieu, tandis que les premières étaient inégalement espacées. Elles commencent toujours à paraître sur les deux bords de l'ombre, avant

l'entière disparition de celles-ci, quand le diaphragme a une largeur suffisante. Pour les distinguer plus facilement et en augmenter le nombre, il faut employer une lumière homogène; alors on peut les voir en filets très-minces, lorsque les bandes extérieures ont déjà acquis une largeur considérable.

La première conséquence que j'ai tirée de ces observations, c'est que les secondes bandes ne sont pas le prolongement des premières, comme M. Biot l'a supposé [a], car les secondes étant équidistantes dans toute leur étendue, doivent l'être encore à leur origine, et c'est ce qui n'a pas lieu pour celles que l'on aperçoit d'abord, dont les intervalles inégaux conservent toujours les mêmes rapports, ainsi qu'on peut s'en assurer par des mesures successives, lorsque le diaphragme n'est pas trop étroit; en sorte que, à quelque distance qu'on les prolongeât, elles seraient toujours inégalement espacées. Cette distinction était indiquée par la théorie des ondulations, et je l'avais faite d'abord sur les résultats obtenus par Newton, dans son expérience des deux couteaux croisés, où il a considéré aussi les franges de la seconde espèce comme le prolongement de celles de la première. Celles-ci sont produites par la rencontre des rayons infléchis et des rayons directs, tandis que celles-là résultent du croisement des rayons infléchis par les deux tranchants. L'intervalle entre deux bandes consécutives de la seconde espèce est égal à $\frac{bd}{c}$, c représentant la largeur du diaphragme, ou la distance entre les deux couteaux; cet intervalle doit donc augmenter à mesure que les tranchants se rapprochent, et devenir infiniment grand vis-à-vis de leur point de rencontre; d'où résulte cette forme d'hyperboles qu'affectent les franges projetées par deux couteaux croisés.

34. Dans les observations que j'ai faites, à l'aide du micromètre, sur la largeur des franges *intérieures* produites par des diaphragmes d'ouvertures différentes, j'ai toujours trouvé que la distance entre les points les plus sombres de deux bandes obscures consécutives, prises

---

[a] *Traité de physique expérimentale et mathématique*, t. IV, p. 758 à 761.

à droite ou à gauche de l'intervalle clair du milieu, était égal à $\frac{bd}{c}$, ou, du moins, en différait assez peu pour qu'on pût attribuer ces différences à l'incertitude des observations. Quant à l'intervalle du milieu, j'ai trouvé qu'il variait entre les deux limites $\frac{bd}{c}$ et $\frac{2bd}{c}$, suivant une loi que je n'ai pas encore pu déterminer, et qu'il me paraît difficile de déduire directement des mesures, dont l'exactitude ne peut guère être poussée au delà du vingtième de la largeur d'une frange, dans les circonstances les plus favorables.

35. Lorsque le diaphragme est très-étroit, et qu'on en reçoit l'ombre à une distance assez considérable, l'intervalle du milieu est toujours à très-peu près le double des autres intervalles. Quant à l'autre limite $\frac{bd}{c}$, elle n'est encore que conjecturée, et je ne l'ai pas observée directement, parce que les circonstances dans lesquelles on peut en approcher présentent le mélange des franges extérieures avec les intérieures. Mais en mesurant celles-ci avant l'entière disparition de celles-là, j'ai trouvé que la distance entre les milieux des deux bandes obscures *intérieures* les plus voisines du centre approchait beaucoup plus d'un nombre impair que d'un nombre pair d'intervalles. J'ai même mesuré directement, dans une de mes observations, l'intervalle du milieu, immédiatement après la disparition des bandes extérieures du 1er ordre, et je l'ai trouvé très-peu différent de $\frac{bd}{c}$; mais les deux bandes obscures entre lesquelles il était compris étant très-faibles, et cet intervalle n'excédant guère un dixième de millimètre, je ne suis pas parfaitement sûr de l'exactitude de cette mesure; en sorte que la limite $\frac{bd}{c}$ est plutôt une conséquence où m'a conduit l'analogie qu'un résultat bien certain de mes expériences.

36. Dans les franges intérieures de l'ombre d'un fil, l'intervalle du milieu est égal aux autres, et il semblerait qu'il en devrait être de même pour celles qui sont produites par un diaphragme. Nous venons de voir cependant que, lorsque le diaphragme est suffisamment étroit, et qu'on en reçoit l'ombre à une distance assez grande, cet intervalle du milieu devient le double des autres. Il est à remarquer que cela a lieu quand

les deux rayons infléchis, qui concourent à la production de chaque bande obscure du 1[er] ordre, font un angle sensible avec les tangentes, l'un en dedans, l'autre en dehors de l'ombre des deux biseaux. J'en ai conclu, par analogie, que l'égalité des franges intérieures de l'ombre d'un fil devait s'altérer lorsqu'elles sortaient de l'ombre, parce qu'alors les deux systèmes de rayons qui les font naître se trouvent infléchis, l'un en dedans, l'autre en dehors de l'ombre du fil. L'expérience a confirmé mes conjectures. Malheureusement le mélange avec les franges extérieures empêche de bien distinguer les bandes intérieures qui sortent de l'ombre, et jette de l'incertitude dans les mesures, mais pas assez pour qu'on ne puisse s'assurer que les intervalles varient sensiblement. Ils commencent à diminuer un peu, même pour les bandes qui ne sont pas tout à fait sorties de l'ombre, et diminuent encore davantage dans les franges suivantes. En poussant ces mesures jusque dans la partie la plus brillante des franges extérieures du 1[er] ordre, et comparant la largeur totale résultant de l'observation avec celle que l'on déduit de la formule, j'ai trouvé une différence qui approchait déjà beaucoup de la largeur d'un intervalle, qui paraît être la limite de ces variations, comme dans les franges produites par un diaphragme; mais cette différence d'un intervalle est en plus dans celles-ci, tandis qu'elle est en moins dans les autres.

37. [(a)] En cherchant la cause de cette différence entre les résultats du calcul et ceux de l'expérience, quelques réflexions et observations nouvelles m'ont fait douter de l'exactitude d'une hypothèse dont j'étais parti pour calculer mes formules : que le centre d'ondulation de la lumière infléchie était toujours au bord même du corps opaque, ou,

---

[(a)] A. Fresnel fait allusion aux paragraphes suivants de ses Mémoires, dans une lettre à Léonor Fresnel, en date du 3 juin 1818 :

« Il y a longtemps que j'avais reconnu l'inexactitude de ma première hypothèse et que « les formules auxquelles elle m'avait conduit n'étaient qu'approximatives. J'avais indiqué « aussi à peu près la manière d'envisager les phénomènes de la diffraction que j'ai adoptée, « mais j'étais conduit à un problème que je n'espérais guère résoudre, » etc. (Voir N° LIX.)

ce qui revient au même, que la lumière infléchie ne pouvait provenir que des rayons qui ont touché sa surface.

J'avais recouvert une glace, déjà noircie par derrière, d'une couche de noir de fumée, dont j'avais ensuite enlevé de petites parties, avec un style, de manière à y ménager des raies brillantes de différentes largeurs. Éclairées par un point lumineux, elles me présentèrent les phénomènes du diaphragme, mais d'une manière beaucoup plus confuse, à cause du défaut de netteté des bords [1]. En les regardant au travers d'une loupe, à une certaine distance, les plus étroites me paraissaient beaucoup plus larges que les autres. Comme celles-là me semblaient d'une teinte à peu près égale dans une partie assez étendue de l'intervalle clair, et qui ne diminuait que graduellement de chaque côté de l'axe, je ne balançai pas à supposer que dans ces raies, et même au milieu, la surface du verre réfléchissait de la lumière suivant différentes directions, car je ne pouvais pas croire qu'une lumière aussi sensible répandue sur un espace si considérable provînt uniquement de la réflexion sur les bords de la couche de noir de fumée, qui, étant très-mate, ne renvoyait que fort peu de lumière : j'avais même eu soin, pour diminuer cette réflexion, de rendre l'incidence presque perpendiculaire. Je voyais, d'ailleurs, dans ce phénomène, la confirmation de la théorie que j'avais exposée en donnant l'explication des lois de la réflexion; car j'ai remarqué, dans mon premier Mémoire que, lorsque la surface réfléchissante devenait très-étroite, les mêmes rayons incidents pouvaient être réfléchis dans des directions différentes [2]. L'analogie m'a conduit à supposer que, dans

[1] Lorsque deux raies très-fines se trouvaient assez rapprochées l'une de l'autre, ou assez éloignées de mon œil, pour que les faisceaux lumineux qu'elles réfléchissaient empiétassent l'un sur l'autre, il en résultait par leur influence mutuelle des franges semblables à celles qu'on voit dans l'ombre d'un corps étroit : ces franges étaient beaucoup plus nettes et faciles à distinguer que celles que produisait chaque raie en particulier, même dans les circonstances les plus favorables.

[2] J'ai fait cette remarque à l'occasion des images colorées réfléchies par des cylindres d'un très-petit diamètre; mais elle ne suffit pas pour les expliquer, parce qu'on peut en dire autant de tous les points de leur surface, en sorte que les rayons de di-

l'expérience ordinaire du diaphragme, la lumière infléchie ne provient pas seulement de celle qui a rasé les biseaux, mais encore de rayons qui en sont passés à des distances sensibles. Car enfin, lorsque l'ouverture est très-étroite, l'intervalle clair du milieu étant très-large, la petite quantité de rayons qui ont touché les bords, ainsi répandue dans un grand espace, ne pourrait produire qu'une teinte extrêmement faible, au milieu de laquelle on devrait distinguer une ligne brillante tracée par le pinceau des rayons directs. Il n'en est pas ainsi cependant, et la teinte blanche paraît d'une intensité à peu près uniforme dans un espace beaucoup plus grand que l'ombre géométrique du diaphragme; elle s'affaiblit ensuite, mais par degrés, jusqu'aux bandes obscures du 1er ordre. C'était sans doute pour rendre raison de la quantité considérable de lumière infléchie que Newton avait supposé que l'*action des corps* sur les rayons lumineux s'étendait à des distances très-sensibles. Mais j'ai fait voir qu'on ne pouvait pas admettre cette hypothèse, car il s'ensuivrait que l'angle d'inflexion et, par conséquent, la largeur des franges extérieures, devraient varier avec la masse ou la surface du corps infléchissant.

38. Dans la théorie des ondulations, au contraire, il me semble qu'on peut expliquer comment les rayons infléchis prennent leur source dans la lumière directe jusqu'à une distance sensible du corps opaque. Quand rien ne trouble la régularité du mouvement ondula-

verses couleurs, résultant du croisement des ondulations, se superposent et se confondent, à moins que des aspérités ou des raies n'interrompent la continuité de la surface. En répétant l'expérience de Dutour, je me suis assuré que les images colorées provenaient de quelques raies longitudinales, comme le pensait M. Arago; car, en faisant tourner le fil métallique sur son axe, j'ai vu ces images changer de place. Je l'ai fait polir ensuite au tour avec soin, de manière à bien effacer les raies longitudinales, et il n'a plus réfléchi qu'une lumière continue, légèrement irisée dans le sens perpendiculaire à l'axe. La grande convexité de ces cylindres, en isolant les raies, favorise le développement des couleurs, et c'est là probablement la principale cause du phénomène. Plus le diamètre du cylindre est petit, plus il est nécessaire que son poli soit parfait pour détruire ces images colorées. Une surface étendue au contraire peut être sensiblement rayée et ne réfléchir que de la lumière blanche, parce qu'alors les couleurs produites par les différents systèmes de raies se mêlent et se neutralisent réciproquement.

toire produit par un point lumineux, il est clair que toutes les ondes doivent être parfaitement sphériques et avoir pour centre le point lumineux. A la vérité, à chaque point de l'espace où l'éther s'est condensé il presse et tend à se dilater dans tous les sens; mais cette dilatation ne peut avoir lieu que dans une direction perpendiculaire à la surface sphérique à laquelle ce point appartient, parce qu'une pression semblable se fait sentir au même instant dans toute son étendue. Il n'en est plus de même lorsque le mouvement vibratoire est intercepté dans une partie de l'espace; et l'on conçoit que les extrémités des ondes peuvent donner naissance à de nouvelles ondulations; mais celles-ci ne deviennent sensibles que dans les directions où elles s'ajoutent mutuellement, et ne peuvent pas se propager dans celles où leurs mouvements se contrarient.

Soient A l'extrémité d'un corps AG, F un point situé au dedans de son ombre, et ACC′C″ l'onde lumineuse dont le corps AG a intercepté une partie. Il s'agit de savoir quelle portion de l'extrémité de cette onde peut envoyer de la lumière au point F.

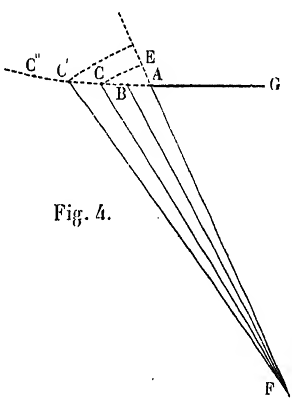


Fig. 4.

Du point F comme centre et d'un rayon égal à AF plus une demi-ondulation, je décris l'arc EC, qui coupe l'onde au point C; les rayons CF et AF différeront d'une demi-ondulation. Je suppose le point C′, appartenant à l'onde directe, situé aussi de manière que C′F soit égal à CF plus une demi-ondulation. Alors toutes les vibrations qui partiront de l'arc CC′ dans cette direction oblique seront en discordance complète avec les vibrations partant des points correspondants de AC. Mais toutes celles qui prennent naissance sur CC′ sont déjà très-affaiblies par celles de l'arc suivant C′C″, et ne peuvent pas produire probablement une diminution de plus de moitié dans les mouvements ondulatoires qui émanent de AC : excepté cet arc extrême, chaque partie de l'onde directe se trouve comprise entre deux autres qui détruisent les rayons obliques qu'elle tend à produire. C'est donc le milieu B de l'arc AC

qui doit être considéré comme le centre principal des ondulations qui se font sentir au point F. Je suppose ici que l'obliquité des rayons est assez grande pour que la ligne BF remplisse sensiblement les mêmes conditions dans presque toute son étendue, en sorte que l'onde ait eu le temps de se fortifier dans cette direction, par des additions successives. Il résulte aussi de cette obliquité prononcée que l'arc AC est très-petit, et qu'ainsi le rayon BF, qui part du milieu de cet arc, est presque exactement la moyenne entre les deux rayons extrêmes CF et AF. On voit qu'alors le rayon efficace BF, et par conséquent le chemin parcouru par la lumière infléchie, sera plus long d'un quart d'ondulation que le chemin compté à partir du bord même du corps AG. On prouverait par un raisonnement semblable que, lorsque les rayons s'infléchissent en dehors de l'ombre, le rayon efficace est plus court d'un quart d'ondulation que celui qui partirait du corps. Je considère ici des inflexions prononcées, comme je viens de le dire, et il est naturel de penser que les rayons intermédiaires dans le voisinage de la tangente passent graduellement de l'augmentation à la diminution d'un quart d'ondulation; mais je n'ai pas encore pu déterminer suivant quelle loi. L'explication que je viens de donner de ces variations, considérées seulement à la limite, laisse même sans doute beaucoup à désirer, et n'est peut-être pas à l'abri des objections. Quoi qu'il en soit, il me paraît certain que le chemin parcouru par les rayons efficaces, dès que leur obliquité est un peu sensible, diffère d'un quart d'ondulation du chemin compté à partir du bord même du corps opaque, tantôt en plus, tantôt en moins, suivant le sens de l'inflexion; du moins les phénomènes se passent comme si cela était.

En effet, nous avons vu que, dans les franges produites par un diaphragme assez étroit, l'intervalle compris entre les deux bandes obscures du 1er ordre était double des autres, et qu'ainsi la position des bandes obscures et brillantes était absolument inverse de celle qui résulterait de la théorie, si l'on comptait les chemins parcourus à partir des bords mêmes du diaphragme. Or ceci est une conséquence du principe que je viens d'établir. En effet, soient A et B les

deux bords d'une ouverture assez petite pour que, à la distance à laquelle on considère les franges, la bande obscure du 1^{er} ordre soit située bien au delà de la tangente la plus voisine, en sorte que les rayons qui la produisent se trouvent infléchis très-sensiblement par les bords, en sens contraire, l'un en dedans, l'autre en dehors. Je suppose que F soit le point qu'occuperait la bande obscure du 1^{er} ordre, si les ondulations avaient pour centres les points A et B, c'est-à-dire que AF et BF diffèrent d'une demi-ondulation. Les rayons efficaces des bords A et B se confondent dans ce cas en un seul, qui part du milieu de AB, et il n'y a de discordance complète qu'entre les deux rayons extrêmes. Le point F ne doit donc pas se trouver dans l'obscurité. Je suppose maintenant que F soit un point de discordance complète d'un ordre quelconque pour les rayons AF et BF : il sera un point d'accord pour les rayons efficaces CF et DF; car CF est plus long que AF d'un quart d'ondulation, tandis que DF est plus court que BF de la même quantité, d'où résulte une différence totale d'une demi-ondulation.

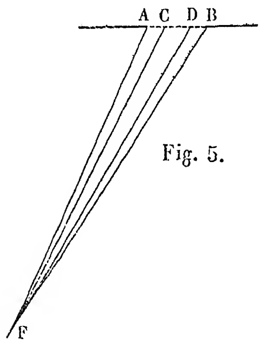
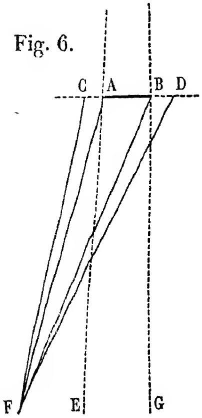


Fig. 5.

39. Je passe aux franges qui proviennent du croisement des rayons infléchis par les deux côtés d'un corps opaque. Tant qu'elles sont dans l'intérieur de l'ombre, et assez distantes de la tangente, ou du bord de l'ombre géométrique, les deux rayons efficaces qui concourent à leur production, infléchis l'un et l'autre en dedans de l'ombre, sont tous les deux plus longs d'un quart d'ondulation que les rayons partis des bords du corps; et puisque cette différence est égale et dans le même sens, les bandes sombres et brillantes doivent être situées de la même manière que si les ondulations eussent eu leurs centres aux bords du corps; j'ai donc dû trouver, dans mes premières observations, des résultats conformes à cette hypothèse. Maintenant, à mesure que la bande que l'on considère s'approche d'une des deux tangentes AE (fig. 6), la différence de longueur diminue entre le rayon efficace

infléchi par le côté A du corps opaque AB; et le rayon parti de A, tandis que l'autre rayon efficace continue à avoir un quart d'ondulation de plus que le rayon venant de B. Ainsi la différence des chemins parcourus augmente plus rapidement entre les deux rayons efficaces qu'entre ceux qui émanent de A et de B; et par conséquent la largeur des franges doit diminuer. Enfin, lorsque le point d'intersection F des rayons infléchis est sorti de l'ombre, et se trouve assez éloigné de AE pour que l'angle FAE soit un peu ouvert, le rayon efficace CF devient plus court d'un quart d'ondulation que AF, tandis que FD est toujours plus long que BF de la même quantité; d'où résulte une différence totale d'une demi-ondulation, et par conséquent d'un demi-intervalle dans la position des bandes obscures et brillantes suffisamment éloignées du bord de l'ombre. C'est aussi ce que les observations indiquent.

Fig. 6.



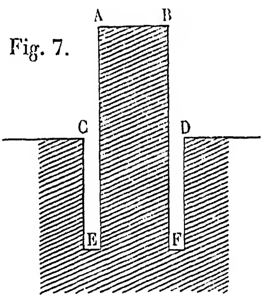
40. Cette théorie des rayons efficaces que je viens d'exposer, tout incomplète qu'elle est encore, peut déjà fournir une explication fort simple de la dégradation rapide de la lumière qui se répand par inflexion dans l'intérieur des ombres. Plus l'inclinaison du rayon BF (fig. 4) augmente, plus l'arc CA diminue, puisque AE doit toujours être égal à un quart d'ondulation : or c'est de l'arc AC seulement qu'émanent les vibrations qui se font sentir au point F. L'intensité de la lumière diminuera donc aussi rapidement que la longueur de cet arc. Supposons d'abord que l'inclinaison de AF, ou l'angle ACE, soit de cinq minutes, par exemple, et, pour simplifier le calcul, que l'onde ACC' soit sensiblement rectiligne : AE devant être égal à un quart d'ondulation, ou à $0^{m},000000144$, la longueur de l'arc éclairant AC sera de $0^{m},000099$, c'est-à-dire à peu près d'un dixième de millimètre. Je suppose maintenant que l'obliquité de BF soit égale à un degré, l'arc éclairant n'aura plus que $0^{m},000008$, c'est-à-dire moins d'un centième de millimètre. On voit par ces deux exemples

que la source du mouvement ondulatoire des rayons infléchis devient extrêmement petite, aussitôt que leur inflexion est un peu sensible[a].

41. J'ai fait plusieurs expériences qui me semblent confirmer cette théorie des rayons efficaces; mais je citerai seulement celle qui m'a paru la plus remarquable.

Ayant découpé une feuille de cuivre dans la forme indiquée par la figure 7, je l'éclairai par un point lumineux, et j'en observai l'ombre par derrière avec une loupe, d'abord de très-près et ensuite à des distances plus considérables. Or voici ce que j'observai. Aussitôt que

Fig. 7.



les franges produites par les deux diaphragmes très-étroits CE et DF étaient sorties de l'ombre géométrique de CDFE, qui ne recevait plus alors que de la lumière blanche de chaque diaphragme, les franges intérieures provenant du croisement des rayons introduits par les deux fentes CE et DF avaient beaucoup d'éclat, et présentaient des couleurs aussi vives et aussi pures que les anneaux colorés. Les franges intérieures de l'ombre ABDC n'étaient pas à beaucoup près aussi brillantes, et leurs couleurs se trouvaient mêlées de beaucoup de gris. En m'éloignant davantage, la lumière diminuait dans toute l'étendue de l'ombre ABFE, mais plus rapidement dans EFDC que dans la partie supérieure, en sorte qu'il arrivait un instant où l'intensité de la lumière était la même du haut en bas; après quoi les franges devenaient plus obscures dans la partie

---

[a] Nous reproduisons ce paragraphe conformément au manuscrit original, mais tout lecteur attentif apercevra aisément l'inadvertance consistant à prendre, pour la longueur de AE, un quart d'ondulation, après l'avoir faite plus haut (§ 38) égale à une demi-ondulation. Les valeurs numériques auxquelles arrive Fresnel sont néanmoins à peu près exactes; il n'y a, en effet, comme il l'a fait voir, que la moitié des vibrations envoyées par l'arc AC au point F qui ne soit pas détruite par interférence. Tout se passe donc comme si l'onde entière était réduite à un arc AB, moitié de AC, tel, par conséquent, que l'excès de BF sur AF fût à peu près d'un quart d'ondulation. [E. Verdet.]

inférieure. Pour que cette différence d'éclat entre les deux parties de l'ombre puisse être bien prononcée, il faut que les fentes CE et DF soient très-étroites, et la feuille de cuivre suffisamment éloignée du point lumineux.

S'il n'y avait de lumière infléchie que celle qui a rasé les bords mêmes du corps opaque, les franges de la partie supérieure devraient être plus nettes que celles de la partie inférieure, et présenter des couleurs plus pures; car, dans celles-là, les ondulations n'auraient qu'un centre de chaque côté, tandis que dans celles-ci elles en auraient deux, qui seraient les deux côtés de chaque fente, d'où résulterait le mélange de deux systèmes de franges, dont les largeurs seraient à la vérité très-peu différentes, mais qui rendrait nécessairement ces franges un peu plus confuses que les bandes supérieures; et l'expérience prouve le contraire. On pourrait expliquer, dans la même hypothèse, comment il se fait que l'ombre de ECDF est mieux éclairée que celle de ABDC, par la double inflexion que produiraient les deux bords de chaque fente. Mais, dans ce système, les franges inférieures devraient toujours conserver leur supériorité d'éclat, et nous venons de voir qu'il n'en est pas ainsi.

42. Tous ces phénomènes me paraissent plus faciles à concevoir au moyen de l'autre hypothèse. Pour simplifier le raisonnement, je considérerai seulement la bande brillante du milieu de l'ombre.

Lorsque l'arc éclairant, dont j'ai déjà parlé, se trouve égal à l'ouverture d'une des fentes, il répand deux fois plus de lumière dans l'ombre de CDFE que dans celle de ABDC, parce que dans la partie supérieure les vibrations obliques de la portion voisine de l'ombre directe détruisent la moitié de celle de l'arc éclairant[1]; au lieu que

[1] Peut-être n'est-ce pas exactement la moitié; il n'y aurait que des observations très-précises qui pourraient déterminer avec certitude ces rapports d'intensité; et je ne me sers ici d'expressions absolues que pour abréger mes explications. Avant de présenter cette théorie des rayons efficaces, j'aurais désiré la vérifier encore par des observations directes, au moyen d'un instrument qui donnât aux diaphragmes CE et DF des ouvertures déterminées; mais je ne sais quand il me sera possible de m'occuper de ces expériences.

dans l'ombre CDEF, où elle est interceptée, elle ne peut plus produire le même effet. Plus on s'éloignera, plus l'inflexion diminuera dans les rayons qui produisent la bande du milieu, et plus l'arc éclairant augmentera. Lorsqu'il sera devenu le double de l'ouverture des fentes, les bandes supérieures et inférieures auront à peu près la même intensité. Mais en s'éloignant encore davantage, la partie de l'arc éclairant interceptée dans l'ombre inférieure devenant plus grande que la moitié de cet arc, la bande inférieure sera moins brillante que la supérieure, et, à une distance assez grande, cette différence d'intensité pourra devenir très-sensible; ce qui est conforme à l'observation.

43. J'avais déjà remarqué depuis longtemps que les franges produites par le fil et le dos d'un rasoir avaient le même éclat, ou du moins que si elles différaient en intensité, cette différence était très-peu sensible. J'aurais dû en conclure plutôt, je l'avoue, que les rayons réfléchis par les bords du corps opaque n'étaient pas les seuls qui concourussent avec la lumière directe à la production des franges; car la réflexion doit être nécessairement beaucoup moins abondante sur le tranchant que sur le dos d'un rasoir.

44. En général, l'intensité des franges paraît dépendre principalement de la largeur du corps qui intercepte la lumière, et non pas de son épaisseur ou de son pouvoir réfléchissant; ce qui confirme mon hypothèse sur la formation des rayons efficaces. Un fil métallique de Wollaston présente sans doute une surface réfléchissante aussi étendue que le tranchant d'un rasoir, et cependant les franges qu'il produit sont si faibles, qu'on cesse de les apercevoir à une distance de trois ou quatre centimètres. M. Arago m'avait engagé à mesurer ces franges, pour vérifier si effectivement la masse du corps qui porte ombre n'avait aucune influence sur l'angle de diffraction. Voici les résultats que j'ai obtenus.

La distance du point lumineux au fil étant de $0^{m},704$, et celle du fil au micromètre $0^{m},012$, j'ai trouvé, pour l'intervalle compris entre les milieux des deux bandes obscures du 1er ordre, $0^{m},00025$, et entre les

deux bandes du second ordre $0^m,00034$. Ce fil n'ayant que..... de diamètre, on peut négliger, dans le calcul, la largeur de son ombre géométrique, et, en substituant dans la formule $2\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$ à la place de d la longueur des ondulations des rayons jaunes, $0^m,0000005767$, on trouve pour l'intervalle compris entre les deux bandes du 1er ordre $0^m,00024$, qui ne diffère que d'un centième de millimètre du résultat de l'observation. En substituant à la place de a, b et d les mêmes valeurs dans la formule $2\sqrt{\frac{4bd(a+b)}{a}}$, on trouve pour la distance entre les deux bandes du second ordre $0^m,00034$, comme par l'observation.

Ces résultats me semblent prouver jusqu'à l'évidence que les corps n'agissent point par attraction ou répulsion sur les rayons lumineux à des distances aussi sensibles que Newton l'avait supposé; car alors l'angle de diffraction varierait nécessairement avec la masse ou la surface du corps, et ne serait pas le même pour un fil de..... de diamètre, et pour des fils d'une épaisseur de deux ou trois millimètres, tels que ceux dont je m'étais servi dans mes observations précédentes.

45. Il n'est pas inutile, peut-être, de faire remarquer ici que la théorie des rayons efficaces n'est point en contradiction avec ce que l'observation apprend sur la position des franges extérieures à leur origine, qui paraît être au bord même des corps, ou du moins n'en être séparée que par un intervalle extrêmement petit. J'ai supposé à la vérité que les rayons efficaces qui concouraient, avec les rayons directs, à la production des franges, ne partaient pas, en général, du bord du corps opaque; mais nous avons vu que la distance du bord du corps à leur centre de vibration n'était sensible qu'autant que l'inflexion était très-petite. Or, à mesure qu'on se rapproche de l'origine de l'hyperbole, cette obliquité augmente, et la largeur de l'arc éclairant diminue; enfin, à la limite, lorsque le rayon efficace est perpendiculaire aux rayons directs, son centre de vibration n'est plus qu'à un quart d'ondulation du bord du corps opaque.

46. J'ai cherché à me rendre compte, par la théorie des rayons efficaces, de la différence d'une demi-ondulation entre les rayons directs et les rayons infléchis, qui résulte de la position des franges extérieures, indépendamment de la différence entre les chemins parcourus, en supposant les rayons infléchis partis du bord même du corps opaque; mais je n'ai pas encore pu en trouver d'explication satisfaisante. Les rayons efficaces ne diffèrent que d'un quart d'ondulation des rayons réfléchis par le bord du corps, et, en calculant la largeur des franges d'après la différence des chemins parcourus par les rayons directs et les rayons efficaces, on trouverait, pour la distance du milieu de la première bande obscure au bord de l'ombre géométrique, $\sqrt{\frac{\frac{3}{2}db(a+b)}{a}}$ au lieu de la formule $\sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}$ confirmée par les observations [1]. Peut-être les ondes directes éprouvent-elles un léger changement de courbure vers leurs extrémités, dans la partie qui concourt à la formation des franges, de manière à éloigner davantage de l'ombre leur point d'intersection avec les ondulations des rayons efficaces. Mais les lois auxquelles les rayons efficaces sont assujettis ne sont pas encore assez bien connues pour que cette hypothèse puisse être considérée comme une conséquence nécessaire du phénomène.

47. Je prie l'Académie des sciences de juger avec indulgence mes essais dans une théorie aussi difficile. Je désire surtout qu'on n'attribue pas au système des ondulations les erreurs dans lesquelles je puis être tombé en en tirant de fausses conséquences. Je crois avoir prouvé que la lumière se propage par les ondulations d'un fluide infiniment subtil répandu dans l'espace, et c'est à la démonstration de ce grand principe que je me suis particulièrement attaché; c'est le but vers

[1] Il est possible que cette formule ne soit plus exacte lorsque le rayon infléchi se rapproche beaucoup de la tangente; l'analogie du moins me le fait soupçonner. Dans toutes mes observations, excepté celle sur l'ombre d'un fil éclairé par une étoile, l'angle de diffraction de la frange extérieure du 1er ordre était assez considérable, en sorte qu'elles n'infirment pas cette hypothèse. Dans l'expérience de l'étoile, à la vérité, l'observation m'a paru s'accorder encore avec la largeur déduite de la formule; mais, comme je l'ai remarqué, cette mesure n'a pas pu être prise avec une grande précision.

lequel j'ai dirigé tous mes efforts. Je m'estimerai très-heureux si je puis contribuer à rappeler l'attention des physiciens sur une théorie négligée malheureusement depuis trop longtemps, et à laquelle on devait cependant la découverte importante de la loi si compliquée de la double réfraction.

A Paris, le 14 juillet 1816.

A. FRESNEL.

N° XI.

NOTE

SUR

LA THÉORIE DE LA DIFFRACTION[a],

(DÉPOSÉE SOUS FORME DE PLI CACHETÉ À LA SÉANCE DU 20 AVRIL 1818[b].)

---

1. Lorsqu'on fait passer un faisceau lumineux par une ouverture très-étroite, on remarque qu'il éprouve une dilatation, c'est-à-dire que l'espace éclairé est plus large que la projection conique de l'ouverture. Il est aisé de reconnaître par l'abondance de la lumière qui se

---

[a] Ce mémoire était accompagné d'une lettre d'envoi ainsi conçue :

Paris, le 20 avril 1818.

Monsieur le Président,

J'ai l'honneur de vous adresser un paquet cacheté, contenant des vues théoriques sur quelques phénomènes d'optique, que je me propose de soumettre à l'Académie lorsque j'aurai terminé leur vérification expérimentale.

Je vous prie d'avoir la bonté de faire déposer ce paquet au secrétariat de l'Institut.

Je suis avec respect, etc. A. FRESNEL.

[b] A. Fresnel avait posé les bases d'une vraie théorie mécanique de la diffraction dans le Supplément au Mémoire sur la diffraction (14 juillet 1816, n° X).

Le 19 janvier 1818, il avait présenté à l'Académie des sciences le Supplément au Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée (n° XVII), et lui-même définissait, en ces termes, l'objet et les conséquences de ce Mémoire :

«Je viens d'imaginer, pour calculer l'influence d'un nombre quelconque de systèmes «d'ondes lumineuses les unes sur les autres, des formules qui me paraissent bien représenter «les phénomènes, du moins dans les cas où je les ai vérifiées jusqu'à présent. Je vais conti-«nuer cette vérification, et appliquer ces mêmes formules à la diffraction, dont j'aurai alors

I. répand au delà des arêtes du cône, et par le décroissement graduel de son intensité, depuis le centre de la partie éclairée jusqu'aux bandes obscures du 1[er] ordre, que ce phénomène ne doit pas être uniquement attribué au concours des rayons réfléchis et infléchis par le contact des bords du diaphragme, surtout s'ils sont tranchants; car il est évident alors que la lumière réfléchie est trop faible pour produire un effet aussi prononcé. D'après cette expérience et plusieurs autres rapportées dans le Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, le 15 juillet 1816, j'ai fait voir que la dispersion de la lumière occasionnée par le voisinage d'un corps opaque ne se bornait pas aux rayons qui en avaient rasé les bords, mais s'étendait encore à une infinité d'autres rayons séparés de ces bords par des intervalles sensibles. Dans la théorie des ondulations on peut se rendre compte du phénomène, en faisant attention que la suppression d'une partie de l'onde doit détruire l'équilibre des petits mouvements dont elle se compose, et permettre aux molécules éthérées, situées vers son extrémité, de vibrer dans d'autres directions que celle de la normale. Je ne vois pas comment on pourrait l'expliquer dans le système de l'émission; car il n'est pas probable que l'attraction et la répulsion moléculaires s'étendent à des distances aussi considérables qu'un demi-millimètre, par exemple, ou même un dixième de millimètre. Et d'ailleurs, si l'on adoptait cette hypothèse, on devrait en conclure *nécessai-*

«une théorie complète, si je ne suis pas arrêté en route par quelques difficultés d'analyse, «ce que crains fort, car un premier essai m'a déjà conduit à une différentielle qui n'est pas «intégrable, à ce qu'il paraît... (Lettre à Léonor Fresnel, du 28 novembre 1817, N° LIX.)

«.....J'ai maintenant l'espoir assez bien fondé de lever toutes les difficultés qui restaient «sur la diffraction, et d'en donner une théorie complète, débarrassée de cette hypothèse «d'une différence d'une demi-ondulation, que je n'avais pas encore pu expliquer.» (Lettre à Léonor Fresnel du 10 avril 1818, N° LIX.)

Or la question de la *diffraction* avait été mise au concours par l'Académie des sciences. Le *paquet cacheté,* déposé à la séance du 20 avril 1818, était donc nécessaire pour assurer à l'auteur des Mémoires du 14 juillet 1816, et du 19 janvier 1818, la propriété des applications qu'on pouvait faire aux phénomènes de la diffraction des principes qui y sont établis.

rement que la masse des bords du corps opaque et la forme de leur surface doivent influer sur la manière dont ils attirent ou repoussent la lumière. Or toutes les expériences que j'ai faites jusqu'à présent sur la diffraction m'ont démontré que la position des franges et la dilatation de la lumière, par son passage au travers d'une petite ouverture, sont indépendantes de la masse des bords du corps opaque, comme de sa nature et de sa densité. C'est ainsi que le fil et le dos d'un rasoir présentent les mêmes franges, que la lumière est autant dilatée en passant par une petite ouverture pratiquée dans une légère couche d'encre de Chine étendue sur une glace, que par le rapprochement de deux cylindres métalliques d'un diamètre considérable. Mais je me bornerai ici à rapporter une expérience faite avec toute la précision nécessaire pour ne laisser aucun doute sur ce principe.

2. J'ai fait passer un faisceau lumineux entre deux plaques d'acier très-rapprochées, dont les bords verticaux, bien dressés sur toute leur longueur, étaient tranchants dans une partie et arrondis dans une autre, et disposés de telle sorte que le bord arrondi d'une des plaques répondait au tranchant de l'autre, et réciproquement. Il en résultait que le tranchant se trouvant à droite, par exemple, dans la partie supérieure de l'ouverture, était à gauche dans sa partie inférieure. Par conséquent, pour peu que la différence de masse ou de surface des deux bords eût porté les rayons un peu plus d'un côté que de l'autre, ces effets étant opposés dans les deux moitiés de l'ouverture, les franges devaient se briser au point de séparation. Mais en les observant attentivement j'ai reconnu, au contraire, qu'elles étaient parfaitement droites sur toute leur longueur, comme lorsque les deux lames étaient disposées de façon que les bords de même forme fussent opposés l'un à l'autre.

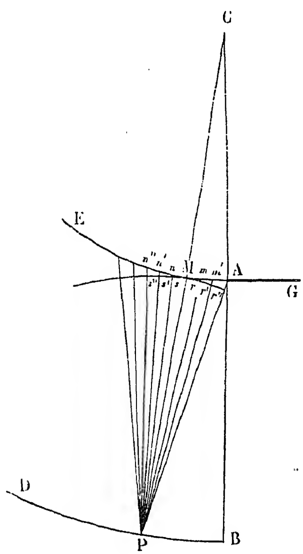
Il résulte de cette expérience que les phénomènes de la diffraction sont tout à fait inexplicables dans le système de l'émission, lors même qu'il emprunterait à la théorie des ondulations le principe des interférences.

3. La théorie des ondulations conduit au contraire, ce me semble,

à une explication complète de ces phénomènes, au moyen du principe d'Huyghens, qu'on peut énoncer ainsi : *les vibrations d'une onde lumineuse dans chacun de ses points sont égales à la somme de tous les mouvements élémentaires qu'y enverrait au même instant, en agissant isolément, chaque petite partie de cette onde considérée dans une quelconque de ses positions antérieures.*

4. L'intensité de l'onde primitive étant uniforme, il résulte de cette considération théorique, comme de toutes les autres, que cette uniformité se conservera pendant sa marche, si aucune partie de l'onde n'est interceptée ou retardée relativement aux parties contiguës, parce que la somme des mouvements élémentaires dont je viens de parler sera la même pour tous les points. Mais si une portion de l'onde est arrêtée par l'interposition d'un corps opaque, alors l'intensité de chaque point variera avec sa distance au bord de l'ombre géométrique, et ces variations seront surtout sensibles dans le voisinage de l'ombre.

Soit C le point lumineux, AG le corps opaque. Je considère l'onde dans le moment où, arrivée en A, elle est interceptée en partie par ce corps, c'est-à-dire à l'origine du dérangement de son équilibre transversal[1]. Je la suppose divisée en une infinité de petits arcs égaux Am', $m'm$, mM, Mn, nn', $n'n''$ etc. et pour avoir son intensité au point P, dans une de ses positions postérieures BPD, je cherche la résultante des ondes élémentaires, que chacune des portions de l'onde primitive y enverrait en agissant isolément.



5. L'impulsion qui a été communiquée à toutes les parties de l'onde primitive étant dirigée suivant la normale, il est clair que les mouvements qu'elles tendent à faire naître dans l'éther doivent

[1] Si l'on considérait l'onde dans une position antérieure, il faudrait avoir égard aux modifications qu'apporterait le corps opaque dans les petites ondes élémentaires émanées

être plus intenses dans cette direction que dans toute autre, et que les rayons qui en émaneraient, si elles agissaient isolément, seraient d'autant plus faibles qu'ils s'écarteraient davantage de cette direction. Mais les effets produits par les rayons qui émanent de l'onde primitive se détruisant presque complétement dès qu'ils s'inclinent sensiblement sur la normale, les rayons qui influent d'une manière appréciable sur la quantité de lumière que reçoit chaque point P peuvent être regardés comme d'égale intensité. En étendant l'intégration jusqu'à l'infini, je suppose, pour la commodité du calcul, qu'il en est de même des autres rayons, vu que l'inexactitude de cette hypothèse ne doit pas apporter d'erreur sensible dans les résultats. On peut aussi, par la même raison, supposer toutes les vibrations de ces ondes élémentaires parallèles à la normale, de manière à ramener la question au problème des interférences, dont j'ai donné la solution dans le Supplément au Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, le 24 novembre 1817.

6. Supposons d'abord le corps opaque AG assez étendu pour que la lumière qui vient du côté G soit sensiblement nulle, en sorte que l'on n'ait à considérer que la partie de l'onde située à gauche du point A. Pour déterminer l'intensité de la lumière en P, il faut chercher la résultante de toutes les ondes élémentaires que tendent à y faire naître les petits arcs Am', $m'm$, mM, Mn, nn', $n'n''$, etc. considérés comme autant de points lumineux dont les vibrations s'exécutent en même temps. Pour déterminer les positions relatives de toutes ces ondes arrivées au point P, de ce point comme centre et d'un rayon égal à la perpendiculaire PM abaissée sur l'onde AME, je décris un cercle $s''Mr''$. Les parties $n''s''$, $n's'$, ns, mr, $m'r'$, etc. des rayons, comprises entre l'onde AME et ce cercle, sont précisément les différences des chemins parcourus par les ondes élémentaires qui arrivent en P, et par conséquent les

de chacun de ses points. Si l'on prenait, au contraire, pour point de départ une des positions postérieures de l'onde, il faudrait avoir égard aux variations d'intensité de ses différentes parties, ce qui rendrait le calcul très-difficile et peut-être impraticable dans l'un et l'autre cas.

XI. intervalles qui séparent leurs points correspondants. Pour calculer leur résultante, je les rapporte toutes à l'onde émanée du point M et à une autre onde distante de celle-ci d'un quart d'ondulation. Si l'on représente par dz une quelconque des petites parties $n'n''$ de l'onde primitive, et par z sa distance au point M, l'intervalle $n's'$ étant proportionnel au carré de l'arc z^2, on aura pour la composante rapportée à l'onde émanée de M, $dz \cos(az^2)$, et pour l'autre $dz \sin(az^2)$; en faisant la somme des composantes semblables de toutes les autres ondes élémentaires, on a donc,

$$\int dz \cos(az^2) \text{ et } \int dz \sin(az^2),$$

et par conséquent la résultante générale de tous ces petits mouvements, ou l'intensité des vibrations lumineuses au point P, est égale à

$$\sqrt{\left[\int dz \cos(az^2)\right]^2 + \left[\int dz \sin(az^2)\right]^2};$$

ces intégrales étant prises depuis A jusqu'à l'infini [a].

7. Elles se divisent naturellement en deux parties, l'une comprise entre A et M, et l'autre entre M et l'infini. Celle-ci reste constante, tandis que la première varie avec la position du point P : ce sont ces variations qui déterminent la largeur et l'intensité des bandes obscures et brillantes.

L'analyse donne l'expression finie des intégrales

$$\int dz \cos(az^2) \text{ et } \int dz \sin(az^2),$$

prises depuis $z = 0$ jusqu'à $z = \infty$; mais on ne peut avoir ces intégrales entre d'autres limites que par le moyen des séries ou des intégrations partielles. C'est par ce dernier procédé, qui m'a paru le plus commode, que j'ai calculé la table suivante, en rapprochant assez les limites de chaque intégrale partielle pour pouvoir négliger le carré de la moitié

---

[a] Voy. n° XIV. Fresnel, dans le paragraphe qu'on vient de lire, suppose implicitement la connaissance des règles de calcul qu'il avait exposées dans son Mémoire du 19 janvier 1818 (n° XVII de la présente édition).

de l'arc qu'elles comprennent. Cet arc est ici un dixième de quadrant; ainsi en supposant

$$a = \frac{1}{2}\pi,$$

la variation de z qui lui correspond est 0,10, et le carré de sa moitié 0,0025; par conséquent, le plus grand arc qu'on néglige dans les différentielles n'est que les 0,0025 d'un quadrant, ce qui donne une exactitude suffisante, car elle surpasse beaucoup celle à laquelle peuvent atteindre les observations.

LIMITES des intégrales.	$\int dz \cos\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$	$\int dz \sin\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$	LIMITES des intégrales.	$\int dz \cos\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$	$\int dz \sin\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$
de $z=0$	"	"	de $z=0$	"	"
à $z=0,10$	0,0999	0,0006	à $z=2,70$	0,3929	0,4528
0,20	0,1999	0,0042	2,80	0,4678	0,3913
0,30	0,2993	0,0140	2,90	0,5627	0,4098
0,40	0,3974	0,0332	3,00	0,6061	0,4959
0,50	0,4923	0,0644	3,10	0,5621	0,5815
0,60	0,5811	0,1101	3,20	0,4668	0,5931
0,70	0,6597	0,1716	3,30	0,4061	0,5191
0,80	0,7230	0,2487	3,40	0,4388	0,4294
0,90	0,7651	0,3391	3,50	0,5328	0,4149
1,00	0,7803	0,4376	3,60	0,5883	0,4919
1,10	0,7643	0,5359	3,70	0,5424	0,5746
1,20	0,7161	0,6229	3,80	0,4485	0,5654
1,30	0,6393	0,6859	3,90	0,4226	0,4750
1,40	0,5439	0,7132	4,00	0,4986	0,4202
1,50	0,4461	0,6973	4,10	0,5739	0,4754
1,60	0,3662	0,6388	4,20	0,5420	0,5628
1,70	0,3245	0,5492	4,30	0,4497	0,5537
1,80	0,3342	0,4509	4,40	0,4385	0,4620
1,90	0,3949	0,3732	4,50	0,5261	0,4339
2,00	0,4886	0,3432	4,60	0,5674	0,5158
2,10	0,5819	0,3739	4,70	0,4917	0,5668
2,20	0,6367	0,4553	4,80	0,4340	0,4965
2,30	0,6271	0,5528	4,90	0,5003	0,4347
2,40	0,5556	0,6194	5,00	0,5638	0,4987
2,50	0,4581	0,6190	5,10	0,5000	0,5620
2,60	0,3895	0,5499	"	"	"

$\int dz \cos\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$ et $\int dz \sin\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$ depuis zéro jusqu'à l'infini sont égales l'une et l'autre à $\frac{1}{2}$. Ainsi, pour avoir à l'aide de cette table l'intensité de lumière qui répond à une position donnée du point P, ou, ce qui revient au même, à une valeur déterminée de z, considéré comme une des limites de l'intégration poussée de l'autre part jusqu'à $-\infty$, il faut chercher dans cette table les valeurs de $\int dz \cos\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$ et $\int dz \sin\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$ qui répondent à cette valeur de z, les augmenter de $\frac{1}{2}$ l'une et l'autre, faire la somme de leurs carrés, et en extraire la racine carrée, si c'est la vitesse des molécules éthérées qu'on veut déterminer; quant à l'intensité de la sensation, elle est donnée immédiatement par la somme des carrés.

8. La seule inspection de cette table indique des variations périodiques d'intensité dans la lumière, à mesure qu'elle s'éloigne du bord de l'ombre géométrique. Pour avoir les valeurs de z qui répondent aux *maxima* et *minima*, c'est-à-dire aux points les plus éclairés et les plus sombres des bandes obscures et brillantes, il faut d'abord chercher dans la table les nombres qui en approchent le plus, et calculer les intensités de lumière correspondantes; au moyen de ces données, et à l'aide d'une formule très-simple, on peut déterminer avec une exactitude suffisante les valeurs de z qui répondent aux *maxima* et aux *minima*.

Si l'on représente par a la valeur approchée de z que donne immédiatement la table, par A et B celles de $\frac{1}{2} + \int dz \cos\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$ et $\frac{1}{2} + \int dz \sin\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$ qui lui correspondent, et par t enfin le petit arc qu'il faut ajouter à a pour arriver au *maximum* ou au *minimum* de lumière, en négligeant dans le calcul le carré de t, on trouve :

$$\sin\left[\frac{1}{2}\pi\left(a^2+2at\right)\right]=\frac{\pi a\mathrm{A}-\sin\left(\frac{1}{2}\pi a^2\right)}{\sqrt{\left[\pi a\mathrm{A}-\sin\left(\frac{1}{2}\pi a^2\right)\right]^2+\left[\pi a\mathrm{B}+\cos\frac{1}{2}\pi a^2\right)\right]^2}}.$$

En substituant dans cette formule les nombres tirés de la table, on obtient les résultats suivants :

	VALEURS de z.	CARRÉS des intensités.
Maximum du 1^{er} ordre	1,2172	2,7413
Minimum du 1^{er} ordre	1,8990	1,5607
Maximum du 2^e ordre	2,3449	2,3990
Minimum du 2^e ordre	2,7392	1,6867
Maximum du 3^e ordre	3,0818	2,3044
Minimum du 3^e ordre	3,3913	1,7440
Maximum du 4^e ordre	3,6742	2,2523
Minimum du 4^e ordre	3,9372	1,7783

Il est à remarquer qu'aucun *minimum* n'est égal à zéro, comme dans les anneaux colorés, ou dans les franges produites par le concours de deux faisceaux lumineux régulièrement réfléchis, et que la différence entre les *maxima* et les *minima* diminue à mesure qu'on s'éloigne de la tangente; ce qui explique très-bien pourquoi les franges qui bordent les ombres des corps sont beaucoup moins vives et moins nombreuses que les anneaux colorés, ou celles qu'on obtient par la réflexion d'un point lumineux sur deux miroirs légèrement inclinés entre eux.

9. Dans mon premier Mémoire sur la diffraction, j'avais supposé que les franges extérieures étaient produites par la rencontre des ondes directes avec d'autres ondes ayant leur centre au bord du corps qui porte ombre; mais comme il résulterait de cette hypothèse seule que les bandes obscures et brillantes devraient suivre dans leur position un ordre presque exactement inverse de celui què présente l'observation, j'avais supposé en outre que ces deux faisceaux lumineux, indépendamment de la différence des chemins parcourus, différaient encore d'une demi-ondulation. Dans ce système, la bande obscure du 1^{er} ordre répond à une différence d'une ondulation entre les chemins parcourus, ou à 2π pour la valeur de la parenthèse $\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$, et par conséquent à $z = 2$. La véritable théorie, comme on le voit par le tableau ci-dessus, donne 1,899, résultat plus petit d'un vingtième seulement.

10. Ce tableau sert à déterminer la largeur des franges extérieures, quelles que soient les distances respectives du point lumineux, du corps opaque et du carton sur lequel on reçoit l'ombre, ou du foyer de la loupe avec laquelle on les observe. Il suffit, dans chaque cas particulier, de chercher la constante par laquelle on doit multiplier les nombres donnés, c'est-à-dire la largeur qui répond à une différence d'un quart d'ondulation entre la ligne droite et la ligne brisée passant par le bord du corps opaque.

11. On ne peut pas présenter de résultats généraux relativement aux franges intérieures d'une ombre étroite, ou à celles qui sont produites par une très-petite ouverture. Il faut chercher les *maxima* ou *minima* de lumière, pour chaque cas particulier, avec la première table et la formule dont j'ai déjà parlé. Lorsqu'on veut les déterminer dans l'ombre d'un corps étroit, les intégrales doivent être prises depuis l'infini négatif jusqu'à l'infini positif, moins l'intervalle occupé par le corps. Lorsqu'on cherche les *maxima* et *minima* de lumière produits par une petite ouverture, les limites de l'intégration sont les deux bords de cette ouverture.

12. Cette théorie rend compte de toutes les différences qu'on remarque entre la position des bandes obscures et brillantes, dans les diverses circonstances, et celle que l'on déduit de la première hypothèse que j'avais adoptée.

Je ne parlerai ici que d'un cas remarquable par la simplicité de la loi du phénomène. Dans le second Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie sur la diffraction, j'ai observé que lorsqu'on produit des franges par l'interposition d'un diaphragme percé d'une ouverture très-étroite, l'intervalle compris entre les milieux des bandes obscures du 1^{er} ordre varie depuis une jusqu'à deux largeurs de franges. On ne peut pas approcher beaucoup de la première limite, que j'ai indiquée par induction, et non d'après des observations directes. On approche davantage de la seconde, en diminuant l'ouverture du diaphragme et l'éloignant suffisamment du point lumineux. Mais on l'atteint complétement avec une ouverture bien moins étroite en plaçant

une lentille contre le diaphragme et en observant les franges à son foyer. Alors l'intervalle compris entre les deux bandes obscures du 1^{er} ordre est toujours le double des autres intervalles compris entre deux bandes consécutives, quelle que soit la distance du diaphragme au point lumineux. Cette expérience, qui m'avait été indiquée par la théorie, m'en paraît une confirmation frappante.

13. Je terminerai cette note en faisant observer qu'il résulte aussi de la théorie que je viens d'exposer que la lumière qui se répand dans l'ombre des corps doit décroître rapidement à mesure que les rayons s'éloignent de la tangente, et d'une manière graduelle, sans ces *maxima* et *minima* d'intensité qui forment des franges, toutes les fois du moins que le corps opaque est assez large pour qu'un point quelconque, pris dans l'intérieur de son ombre, ne puisse pas recevoir de lumière sensible des deux côtés à la fois. On peut s'en convaincre aisément avec la table ci-dessus, en retranchant $\frac{1}{2}$ de chacun des nombres correspondants des intégrales $\int dz \cos\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$ et $\int dz \sin\left(\frac{1}{2}\pi z^2\right)$, et faisant la somme de leurs carrés, ce qui donne l'intensité de la lumière répandue dans l'ombre aux points qui correspondent à chaque valeur de z.

Paris, le 19 avril 1818.

A. FRESNEL.

FRAGMENTS ET NOTES DIVERSES

RELATIFS

AUX INTERFÉRENCES ET A LA DIFFRACTION[a].

N° XII (A).

NOTE

SUR LES EFFETS PRODUITS PAR DES RAYONS QUI SE CROISENT SOUS UN TRÈS-PETIT ANGLE.

On sait que, lorsque la différence des chemins parcourus est telle qu'il y a une différence d'une demi-ondulation entre les rayons lumineux qui se croisent sous un très-petit angle, leur réunion produit du

---

[a] On a réuni, sous le n° XII, quelques développements additionnels à diverses parties du Mémoire couronné sur la diffraction.

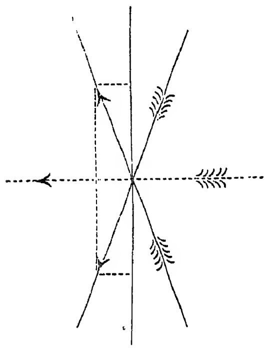
Les pièces A et B ne sont que des ébauches de rédaction.

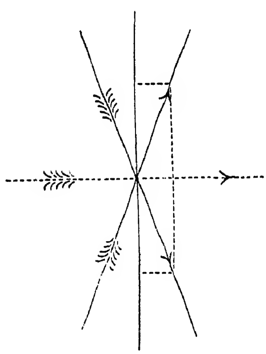
C, D, E, F paraissent être des éclaircissements remis aux commissaires de l'Académie, pour faciliter la rédaction de leur rapport.

Les pièces G et H, formant une sorte d'extrait anticipé du Mémoire envoyé au concours, ont été écrites, en 1819, par A. Fresnel, pour M. Biot, qui devait traiter de la diffraction dans ses leçons au collége de France.

Les notes I et J sont l'une et l'autre le développement d'un passage du Mémoire présenté au concours. (Voy. n° XIV la variante du paragraphe 4.) La note I, dont le manuscrit, assez fortement maculé, porte en marge les noms des compositeurs d'imprimerie entre lesquels il avait été partagé, était probablement destinée aux *Annales de chimie et de physique*, mais elle n'a jamais été publiée.

(A). noir au lieu d'une augmentation de lumière. Tant que cet angle n'est pas nul, les vibrations ne sont pas entièrement détruites. A la vérité elles n'existent plus dans la direction qui divise l'angle en deux parties égales, parce que les deux composantes agissant en sens contraire se font équilibre; mais, dans la direction perpendiculaire, les deux composantes s'ajoutent, au contraire, et l'oscillation continue subsiste. Ainsi dans les milieux des bandes obscures, produites par la rencontre de deux systèmes d'ondes légèrement inclinés entre eux, les vibrations lumineuses sont nulles dans le sens de la trajectoire, mais elles existent encore dans le sens transversal. Il en résulte pour l'œil la sensation du noir, non-seulement à cause de la faiblesse de ces oscillations transversales, mais probablement aussi à cause de leur direction.





Le moyen le plus simple de produire ces bandes est de faire réfléchir les ondes émanant d'un même point lumineux sur deux miroirs légèrement inclinés entre eux, et de recevoir la lumière réfléchie sur un carton blanc, ou un verre dépoli, ou sur une loupe placée devant l'œil de l'observateur. L'effet de la loupe est de réunir au fond de l'œil les rayons qui se sont croisés à son foyer, et lorsqu'on regarde les franges qui se peignent sur un carton blanc, ou une glace dépolie, les rayons partis d'un même point de leur surface se réunissent aussi dans un même point de la rétine. On conçoit ainsi comment l'œil doit avoir la sensation des franges.

Mais, dira-t-on, lorsque l'œil est assez éloigné du carton ou du verre dépoli pour qu'à cette distance l'angle que font entre eux les deux faisceaux lumineux soutende un arc plus grand que l'ouverture de la prunelle, les rayons appartenant à ces deux faisceaux réflé-

chis par un même point, ne pourront pas entrer à la fois dans l'œil et se réunir sur la rétine[a] . . . . N°

. . . .

---

[a] La suite manque. La difficulté soulevée par Fresnel se résout en remarquant que c'est la lumière diffusée et non la lumière réfléchie régulièrement qui nous fait voir les franges reçues sur un carton ou un verre dépoli.

Ce fragment, qui n'a pas malheureusement de date certaine, offre un assez grand intérêt pour l'histoire du développement successif des idées de Fresnel. On y voit, plus clairement encore que dans divers passages des numéros précédents, combien l'hypothèse des vibrations transversales avait été d'abord étrangère à l'esprit du créateur de la théorie de la double réfraction. Les faibles vibrations transversales qui résultent des interférences de rayons qui ne sont pas rigoureusement parallèles sont pour lui insensibles, non-seulement à cause de leur manque d'intensité, mais *probablement aussi à cause de leur direction.* [E. Verdet.]

(B).

N° XII (B).

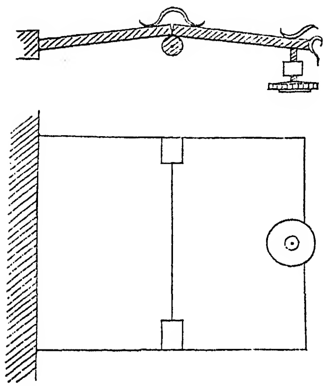
NOTE

SUR LES FRANGES PRODUITES PAR DEUX MIROIRS.

La loupe n'est pas seulement nécessaire aux yeux ordinaires pour empêcher la vision distincte des deux points lumineux, et la séparation sur la rétine des rayons qui en émanent, mais encore pour grossir les franges, qui sont presque toujours extrêmement fines. Car ce sont précisément les plus fines qui sont les plus faciles à produire par tâtonnement, et la raison en est bien simple; puisque la largeur des franges est en raison inverse de l'angle sous lequel on voit les deux images du point lumineux, plus l'angle des deux miroirs est prononcé, plus les franges doivent être fines, et en même temps plus le champ lumineux commun aux deux miroirs est étendu, double chance pour y trouver les franges des sept premiers ordres, les seules qu'on puisse distinguer. Quand, au contraire, les deux miroirs ne font entre eux qu'un angle presque insensible, leur champ commun est très-étroit, et les franges très-larges, en sorte que, pour y apercevoir des franges, il faut avoir encore bien plus grand soin que dans l'autre cas que les bords en contact des deux miroirs ne saillent pas l'un sur l'autre. Pour arriver à des franges larges, le procédé le plus sûr est de commencer par faire naître des franges étroites, que l'on dilate ensuite en diminuant graduellement l'angle des deux miroirs, et en ayant soin à chaque pression de ne pas les laisser sortir tout à fait du champ commun des deux miroirs. On les ramène vers son centre en appuyant sur le miroir dont elles s'éloignent, puisque ce sont alors les rayons réfléchis sur sa surface qui ont parcouru les plus courts chemins.

On éviterait tous ces tâtonnements par un appareil fort simple, auquel j'ai songé depuis longtemps, mais que je n'ai pas encore fait

construire. Il faudrait qu'il fût exécuté avec une grande perfection. N°



Ce serait de fixer par une pression douce, à l'aide de ressorts, les extrémités des deux miroirs sur deux petits cylindres d'acier placés exactement dans le prolongement l'un de l'autre, et autour desquels les deux miroirs pourraient tourner en restant toujours tangents à ces cylindres. A l'aide d'une vis de rappel on ferait ainsi varier à volonté et aussi lentement qu'on le voudrait l'angle des deux miroirs[a].

Lorsque le champ commun des deux miroirs est assez long ou assez étroit, ou que les franges sont assez inclinées sur ses deux bords longitudinaux pour qu'elles le traversent d'un bord à l'autre, il arrive toujours qu'elles se prolongent un peu au delà, en prenant une forme courbe. Pour se rendre parfaitement raison de cette courbure et du sens dans lequel elle a lieu de chaque côté, il suffit de faire attention que ces prolongements des franges ne résultent plus, comme la partie rectiligne, du concours de deux faisceaux lumineux régulièrement réfléchis l'un et l'autre sur les deux miroirs, mais de la rencontre des rayons infléchis vers le bord d'un des miroirs avec les rayons régulièrement réfléchis sur l'autre. Cette portion des franges rentre ainsi dans les phénomènes de la diffraction. En considérant les miroirs comme des ouvertures par lesquelles passent les rayons qui émanent des deux images du point lumineux, on suit aisément les accroissements de longueur des chemins parcourus qui résultent de l'inflexion des rayons sur les bords de l'ouverture dans un des faisceaux lumineux, et l'on en conclut, par des considérations géométriques fort simples, la forme de la courbe et le sens dans lequel elle doit être tournée; et ces conséquences de la théorie se trouvent conformes à l'observation.

---

[a] L'appareil sommairement décrit par Fresnel dans cette note ne paraît pas avoir été jamais construit.

(C).

N° XII (C).

NOTE

SUR LES FRANGES EXTÉRIEURES DES OMBRES DES CORPS TRÈS-ÉTROITS [a].

En décrivant plusieurs expériences, qui prouvent que les franges extérieures ne peuvent être produites par le seul concours des rayons directs et des rayons infléchis sur le bord de l'écran, j'ai oublié de citer le phénomène qu'on observe quand l'écran est très-étroit : c'est qu'à une certaine distance les franges extérieures deviennent beaucoup plus pâles que celles qui entourent les ombres des corps larges, et qu'en s'éloignant encore davantage on finit par ne plus les apercevoir, quelle que soit d'ailleurs l'épaisseur de cet écran, c'est-à-dire l'étendue de la surface réfléchissante. On peut faire cette expérience avec une feuille métallique très-mince, dirigée bien exactement sur le point lumineux dans le sens de sa largeur; alors on verra que ses franges extérieures deviennent, à une distance suffisante, incomparablement plus faibles que celles qui sont produites par le fil d'un rasoir, par exemple, quoique cette feuille métallique présente aux rayons tangents une surface beaucoup plus étendue.

On ne peut pas attribuer cet affaiblissement progressif des franges au concours des rayons infléchis par l'autre bord de l'écran très-étroit; car lorsqu'on s'en éloigne beaucoup, les rayons qui viennent des deux bords se trouvent sensiblement d'accord dans leurs vibrations, à cause du peu de largeur de l'écran, et leurs effets sur les rayons directs doivent s'ajouter au lieu de s'affaiblir mutuellement.

[a] Cette note doit être regardée comme un supplément aux considérations présentées dans les paragraphes 25 à 28 du Mémoire couronné sur la diffraction (N° XIV).

Ainsi ce phénomène est tout à fait inexplicable dans l'hypothèse qui attribue la formation des franges extérieures au seul concours des rayons directs et des rayons réfléchis sur le bord de l'écran; tandis qu'il est, au contraire, une conséquence nécessaire de la théorie que j'ai adoptée. En effet, les variations d'intensité qui produisent les franges tiennent à ce qu'une partie de l'onde est interceptée. Lorsque l'intégration s'étend depuis $+\infty$ jusqu'à $-\infty$, l'intensité de lumière est la même pour tous les points. L'on conçoit en conséquence que plus la partie interceptée est petite, plus les variations d'intensité sont légères; et elle influe d'autant moins sur l'intégrale qu'on s'éloigne davantage du corps opaque, parce qu'elle répond alors à une plus petite différence de chemins parcourus, ou à une plus petite valeur de v dans la table des valeurs numériques des intégrales

$$\int dv \cos qv^2 \quad \text{et} \quad \int dv \sin qv^2.$$

(D).

N° XII (D).

NOTE

SUR L'HYPOTHÈSE DES PETITES ATMOSPHÈRES À LA SURFACE DES CORPS.

Dutour a essayé, mais sans succès, d'expliquer les phénomènes de la diffraction par l'hypothèse de petites atmosphères qui recouvriraient la surface des corps [a]. Ce système ne peut pas soutenir un examen approfondi. Je n'entrerai pas dans le détail de toutes les difficultés qu'il présente lorsqu'on le suit dans ses conséquences et qu'on cherche à constituer ces atmosphères de manière à représenter les faits. Je ne lui opposerai que quelques objections très-simples :

1° L'expérience démontre que les franges ne sont pas seulement produites par les rayons lumineux qui ont rasé le bord des corps, mais encore par une multitude d'autres rayons qui en ont passé à des distances très-sensibles, quand on les observe assez loin de l'écran suffisamment éloigné lui-même du point lumineux. Il faudrait donc étendre les atmosphères à des distances du corps opaque beaucoup plus grandes que celles qui séparent les mêmes franges du bord de l'ombre géométrique, quand on les observe très-près de leur origine.

2° Si ces atmosphères ont une étendue sensible, comme on est obligé de l'admettre, en rapprochant assez deux couteaux entre lesquels on fait passer un faisceau lumineux, les atmosphères de leurs tranchants se réuniraient et se fondraient l'une dans l'autre, d'où résulterait une diminution de la courbure extérieure; et cependant la lumière est d'autant plus infléchie que les deux couteaux sont plus rapprochés.

---

[a] Voir n° X, § 22, note [a].

3° Les bords des corps transparents produisent des franges absolument semblables en dedans et en dehors.

4° Enfin les franges ne varient point avec la courbure des bords de l'écran. Le fil et le dos d'un rasoir produisent des franges égales en largeur et en intensité. On n'aperçoit non plus aucune différence entre celles d'un écran isolé d'une épaisseur quelconque et celles qui bordent l'ombre d'une légère couche d'encre de Chine étendue sur une glace, qu'elle ne recouvre qu'en partie, malgré la fusion qui devrait avoir lieu, dans ce dernier cas, entre l'atmosphère du bord de la couche d'encre de Chine et l'atmosphère qui enveloppe la partie contiguë de la surface du verre. Comment peut-il se faire que la largeur et l'intensité des franges restent constantes, lorsque les atmosphères auxquelles on attribue leur formation éprouvent des variations infinies dans leur courbure extérieure ?

Cette hypothèse présente les mêmes difficultés que celle qui attribue les phénomènes de la diffraction à des forces attractives et répulsives émanant de la surface des corps. Elle ne peut pas expliquer davantage comment la nature et la masse des corps et la forme de leur surface n'ont aucune influence sensible sur la position et l'intensité des franges.

N° XII (E).

NOTE

SUR LES PHÉNOMÈNES DE LA DIFFRACTION DANS LA LUMIÈRE BLANCHE.

1. Les franges, dans la lumière blanche, sont la réunion des bandes obscures et brillantes produites par toutes les espèces d'ondes lumineuses dont elle se compose. La largeur de ces bandes étant proportionnelle à la longueur d'ondulation varie avec elle; en sorte que les bandes obscures et brillantes de diverses couleurs, au lieu de se superposer parfaitement, empiètent les unes sur les autres; d'où résultent des mélanges dans d'autres proportions que celles qui constituent la lumière blanche, et par conséquent un phénomène de coloration.

2. Considérons-le dans le cas le plus simple, celui où les franges proviennent du concours de deux systèmes d'ondes régulièrement réfléchies par deux miroirs légèrement inclinés entre eux. Ces deux systèmes d'ondes étant d'égale intensité, les bandes obscures des différentes espèces de rayons sont parfaitement noires dans les points de discordance complète. Les franges observées dans la lumière blanche présentent alors des couleurs aussi vives que celles des anneaux colorés. Le nombre des franges que l'œil peut distinguer n'excède pas quinze à dix-sept. Le centre est occupé par une bande brillante dont le milieu est d'un blanc parfait, et qui se termine de part et d'autre par un rouge jaunâtre. Cette bande brillante est placée entre deux bandes obscures d'un noir très-foncé. Viennent ensuite, de chaque côté, des bandes brillantes et obscures, dont les couleurs, après s'être développées rapidement, se mêlent et s'affaiblissent graduellement, et finissent par se confondre dans une teinte générale d'un blanc uniforme.

3. On peut déterminer les nuances diverses qui composent chaque frange, en calculant pour les différences de chemins parcourus, auxquelles elles correspondent, l'intensité des sept principales espèces de rayons lumineux, au moyen de la formule qui donne la résultante de deux systèmes d'ondes, et en y appliquant ensuite la formule empirique de Newton, qui sert à déterminer la teinte provenant d'un mélange quelconque de rayons de diverses couleurs : on s'assurera ainsi que la théorie s'accorde avec l'observation.

Je n'entrerai pas dans les détails de cette comparaison. Je me bornerai à présenter une explication succincte de l'ensemble du phénomène.

4. Le milieu de la bande brillante du centre, qu'on appelle bande brillante du 1er ordre, est produit par les rayons qui ont parcouru des chemins exactement égaux; en sorte qu'en ce point il y a toujours accord parfait entre les deux systèmes d'ondes, quelle que soit leur longueur d'ondulation. Toutes les espèces de rayons lumineux s'y trouvent donc au même degré d'intensité, et il doit offrir en conséquence un blanc parfait. Mais à mesure qu'on s'en éloigne, les mêmes différences de chemins parcourus répondant à des degrés divers d'accords ou de discordances pour les différentes espèces de rayons lumineux, ils ne se neutralisent plus les uns les autres, et les franges se colorent. Enfin, à une distance encore plus grande de la bande du 1er ordre, on voit les couleurs s'affaiblir et disparaître, lorsque la différence des chemins parcourus est devenue assez considérable pour occasionner à la fois un accord parfait et une discordance complète dans des ondes de longueurs très-peu différentes; les sensations qu'elles produisent sur l'œil étant presque semblables, l'absence des unes se trouve suffisamment compensée par la présence des autres.

La marche générale du phénomène est la même pour les franges qui bordent les ombres; mais les *minima* contenant une quantité de lumière très-sensible, au lieu d'être d'un noir absolu, comme dans les franges produites par deux miroirs, les bandes obscures et brillantes de chaque espèce de rayons sont ainsi bien moins tranchées, et les

(E). couleurs n'ont pas, à beaucoup près, la même vivacité. D'ailleurs la différence d'intensité entre les bandes obscures et brillantes diminue assez rapidement à mesure qu'on s'éloigne du bord de l'ombre, ce qui réduit encore le nombre des franges que l'on peut apercevoir.

5. C'est au bord de l'ombre géométrique que toutes les espèces de rayons lumineux sont exactement au même degré d'intensité, lorsque l'écran est indéfiniment étendu. De part et d'autre de ce point l'expression de l'intensité variant avec la longueur de l'onde, les divers rayons ne se trouvent plus mélangés dans la même proportion. Mais la coloration qui doit en résulter est presque insensible en dedans de l'ombre, non-seulement à cause de l'affaiblissement considérable de la lumière infléchie, mais encore parce qu'il n'y a pas ces *maxima* et *minima* d'intensité qui font dominer tour à tour les rayons de diverses couleurs, et les rendent plus sensibles par leur opposition mutuelle.

6. Dans les franges intérieures des ombres des corps étroits, le point qui répond à des chemins égaux parcourus par les rayons qui ont rasé les bords de l'écran est le milieu de la bande brillante du 1er ordre, parce que c'est un *maximum* pour toutes les espèces de rayons; mais ils n'y sont pas au même degré d'intensité. Les ondes lumineuses qui se répandent dans l'ombre s'affaiblissant d'autant plus vite qu'elles sont plus courtes, les ondes rouges doivent être les plus intenses, et les violettes les plus faibles. Aussi ce *maximum* du 1er ordre, au lieu d'être d'un blanc parfait, est légèrement coloré en bistre, ou rouge jaunâtre, comme on peut le reconnaître quand l'ombre n'est pas trop large. On rend cette coloration plus sensible en lui opposant la lumière dilatée par une ouverture très-étroite, qui est un peu bleuâtre dans son centre, conformément à la théorie.

Les franges produites par deux fentes parallèles, pratiquées dans un écran, approchent beaucoup plus, pour la pureté des couleurs, de celles qu'on obtient avec deux miroirs, surtout quand ces fentes sont très-étroites. Le milieu de la bande brillante du 1er ordre répond encore, dans ce cas, à des chemins égaux parcourus par les deux ondes résultantes infléchies.

Il est toujours aisé de distinguer la frange du 1^er^ ordre dans la lumière blanche, aux deux bandes obscures d'un noir très-foncé entre lesquelles elle est comprise; tandis que dans une lumière très-simplifiée cette distinction devient beaucoup plus difficile, parce que la différence d'intensité entre les bandes brillantes et obscures diminue bien plus lentement. C'est pourquoi l'on doit préférer la lumière blanche lorsqu'on veut mesurer de légères différences de réfraction entre deux milieux par le déplacement des franges, d'après la belle observation de M. Arago [a], qui a fourni à l'optique un procédé d'une exactitude presque indéfinie. N°

[a] Voy. N° VI.

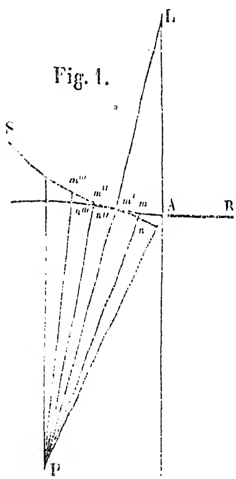
N° XII (F).

NOTE SUR LE PRINCIPE D'HUYGHENS.

1. En appliquant le principe d'Huyghens et la théorie des interférences aux phénomènes de la diffraction, pour déterminer les intensités relatives des divers points des bandes obscures et brillantes, je n'ai considéré de l'onde lumineuse que la section faite dans un plan perpendiculaire au bord de l'écran supposé rectiligne et indéfiniment étendu, parce que j'avais jugé qu'on pouvait faire abstraction de l'autre dimension dans l'intégration sans changer les résultats. Mais j'ai négligé d'en donner la démonstration qui, quoique facile à suppléer, ne devait pas être omise en exposant des calculs, qui reposent tous sur ce théorème que j'ai même oublié d'énoncer[a].

Pour déterminer l'intensité de la lumière envoyée dans un point P situé au delà de l'écran AB, il faut chercher la résultante de toutes les vibrations excitées en ce point par chaque élément de l'onde incidente considérée comme centre d'ébranlement. Concevons l'onde incidente divisée en une infinité de fuseaux infiniment étroits, par des méridiens menés par le point lumineux, ou le centre de la sphère, parallèlement au bord de l'écran projeté en A. On peut chercher d'abord, pour chaque fuseau séparément, la résultante de toutes les vibrations qu'il envoie en P, et déterminer ensuite la résultante générale de toutes ces résultantes

Fig. 1.



[a] Cette remarque de Fresnel se rapporte au manuscrit qu'il avait présenté à l'Académie pour le concours sur la diffraction. Dans le Mémoire imprimé on trouve un résumé succinct des considérations développées dans la présente note. (Voy. n° XIV, § 46.)

élémentaires. Or tous ces fuseaux sont indéfiniment étendus, dans le cas que nous considérons, où l'onde lumineuse n'est interceptée que d'un seul côté; par conséquent, pour chacun d'eux, les intégrales $\int dv \cos qv^2$ et $\int dv \sin qv^2$ sont prises depuis $v=-\frac{1}{0}$ jusqu'à $v=+\frac{1}{0}$. Les intensités des résultantes élémentaires envoyées en P par les divers fuseaux sont donc proportionnelles à leurs largeurs A*m*, *mm'*, *m'm''*, *m''m'''*, etc. car les rayons lumineux qui émanent des différents points des fuseaux doivent être considérés comme d'égale intensité, du moins dans la partie très-peu étendue de l'onde incidente qui exerce une influence sensible sur la lumière envoyée en P, à cause de l'extrême petitesse de la différence entre les chemins parcourus. De plus les intégrales étant prises entre les mêmes limites $-\frac{1}{0}$ et $+\frac{1}{0}$ pour chaque fuseau, les résultantes élémentaires sont toutes situées de la même manière, en arrière de la même quantité par rapport aux ondes élémentaires parties des milieux des fuseaux, c'est-à-dire des points compris dans le plan mené par LP, perpendiculairement au bord de l'écran (1). Les intervalles qui les séparent sont donc égaux aux différences *mn*, *m''n''*, *m'''n'''*, etc. des chemins parcourus dans ce plan. Ainsi l'on peut déterminer l'intensité relative de la résultante générale pour le point P, en ne considérant, comme je l'ai fait, que les rayons et l'arc de l'onde incidente compris dans ce plan.

2. Quant à la position réelle de la résultante générale, il faut faire attention qu'elle dépend de celles des résultantes élémentaires par rapport aux ondes qui émanent des points *m*, *m'*, *m''*, etc. Or ces résultantes élémentaires sont en arrière d'un huitième d'ondulation relativement à ces ondes, puisque les deux intégrales $\int dv \cos qv^2$ et $\int dv \sin qv^2$ prises dans chaque fuseau depuis $-\frac{1}{0}$ jusqu'à $+\frac{1}{0}$ sont égales entre elles. Ainsi, lorsqu'on borne l'intégration au plan de la figure 1, l'arc A*m*S, qu'on peut confondre avec la section de l'onde lumineuse, quand il ne s'agit que de calculer l'intensité de la résultante générale, doit

(1) J'ai toujours supposé, dans mon Mémoire, pour plus de simplicité, que le point P était situé dans le plan mené par le point lumineux perpendiculairement au bord de l'écran.

(F). en être distingué dès qu'on veut déterminer sa position, et considéré comme en arrière de l'onde incidente d'un huitième d'ondulation. C'est ce qui explique la différence des résultats qu'on obtient pour les valeurs des deux composantes générales, selon qu'on intègre dans les deux dimensions, ou seulement dans le plan mené par le point lumineux perpendiculairement au bord de l'écran. Dans le premier cas, les deux composantes sont rapportées à l'onde élémentaire qui est venue du pied de la normale Pm', et à un autre point en arrière d'un quart d'ondulation; dans le second cas, à deux points également séparés par un intervalle d'un quart d'ondulation, mais en arrière de ceux-ci d'un huitième d'ondulation. Je suppose, par exemple, pour fixer les idées, que l'écran soit supprimé, ou infiniment éloigné de LP; alors, en intégrant seulement suivant une dimension, on trouve la même valeur pour $\int dv \cos qv^2$ et $\int dv \sin qv^2$, prises de $v = -\frac{1}{0}$ à $v = +\frac{1}{0}$; ce qui nous apprend que la résultante est à égale distance de ces deux composantes, ou à un huitième d'ondulation de la première, laquelle est elle-même d'un huitième d'ondulation en arrière par rapport à la composante correspondante de l'intégration double. Celle-ci se trouvant donc d'un quart d'ondulation en avant par rapport à la résultante, doit être nulle; et c'est aussi ce qu'on trouve en intégrant dans les deux dimensions [a].

3. Reprenons maintenant le cas d'un écran indéfiniment étendu

---

[a] En effet, si par le point m' on mène dans le plan tangent à l'onde deux axes de coordonnées rectangulaires, et qu'on remarque que pour la très-petite partie efficace de l'onde on a sensiblement

$$v^2 = x^2 + y^2,$$

on verra que l'intégrale dont il s'agit est égale à

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dx dy \cos q\,(x^2 + y^2),$$

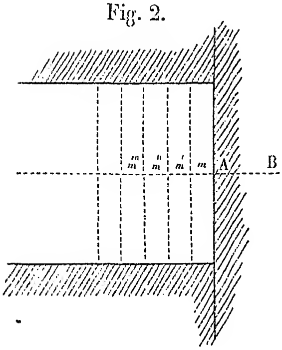
c'est-à-dire à

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \cos qx^2 \int_{-\infty}^{\infty} dy \cos qy^2 - \int_{-\infty}^{\infty} dx \sin qx^2 \int_{-\infty}^{\infty} dy \sin qy^2,$$

qui est nulle évidemment. [E. VERDET.]

d'un côté, et supposons que, de l'autre, l'onde lumineuse est encore N°

Fig. 2.



interceptée en partie par deux autres écrans, dont les bords sont dirigés perpendiculairement à celui du premier, comme le représente la figure 2 : les intégrales $\int dv \cos qv^2$ et $\int dv \sin qv^2$ ne seront plus prises pour chaque fuseau de $-\frac{1}{0}$ à $+\frac{1}{0}$; mais les limites seront encore constantes pour tous les fuseaux, du moins dans la petite partie de l'onde qui peut envoyer des rayons sensibles au point P. Si, pour mesurer la différence des chemins parcourus par les rayons lumineux de chaque fuseau, on décrit du point P comme centre des arcs tangents à ces fuseaux, ils n'auront pas à la vérité rigoureusement la même courbure, à cause de la différence de longueur de leurs rayons Pm, Pm', Pm'', Pm''', etc. (fig. 1); mais, dans la petite étendue de l'onde qui peut produire des effets appréciables, ces différences sont trop légères pour qu'elles fassent varier d'une manière sensible les limites des intégrales $\int dv \cos qv^2$ et $\int dv \sin qv^2$. Ainsi les valeurs de ces intégrales seront les mêmes pour tous les fuseaux, et, par conséquent, leurs résultantes élémentaires seront situées chacune de la même façon par rapport aux ondes élémentaires qui partent des points de l'onde incidente compris dans le plan perpendiculaire aux fuseaux. Les intervalles entre ces résultantes élémentaires seront donc égaux aux différences des chemins parcourus par les rayons mP, m'P, m''P, etc. (fig. 1) compris dans ce plan[1]. Il en résulte que la position des *minima* et des *maxima*

[1] Ainsi, pour déterminer les intensités relatives des divers points des bandes obscures et brillantes comprises dans ce plan, on peut borner l'intégration à ce plan. Mais si l'on veut calculer l'intensité absolue de la lumière envoyée en P, et la position de l'onde résultante, il faut avoir égard aux valeurs de $\int dv \cos qv^2$ et $\int dv \sin qv^2$ dans l'intégration des fuseaux, qui déterminent l'intensité des résultantes élémentaires et l'intervalle dont elles se trouvent en arrière, par rapport aux rayons émanés des points m, m', m'', etc. (fig. 2), ou, ce qui revient au même, il faut intégrer suivant les deux dimensions.

(F). des franges produites par l'écran AB (fig. 2) doit toujours être la même, que cet écran soit seul ou accompagné de deux autres écrans transversaux disposés rectangulairement; ce qui est conforme à l'expérience, qui montre que dans ce dernier cas les franges produites par les bords des écrans se croisent sans éprouver aucun changement dans leur direction.

Mais si l'écran transversal était tourné obliquement, il deviendrait nécessaire, pour déterminer la position des *maxima* et des *minima*, d'intégrer suivant les deux dimensions, comme aussi lorsque, l'onde lumineuse n'étant interceptée que par un seul écran, on considère les franges très-près de son extrémité. Dans mes expériences je me suis seulement occupé du cas le plus simple, où l'on peut n'envisager l'intégration que suivant une seule dimension, persuadé que si la théorie s'accordait avec l'observation dans ce cas, plus commode sous le rapport des mesures et du calcul, le même accord ne pouvait manquer d'avoir lieu dans tous les autres.

N°

N° XII (G).

NOTE

SUR

L'APPLICATION DU PRINCIPE D'HUYGHENS ET DE LA THÉORIE DES INTERFÉRENCES AUX PHÉNOMÈNES DE LA RÉFLEXION ET DE LA DIFFRACTION.

1. Dans le système des ondulations, où la lumière n'est autre chose que les vibrations d'un fluide universel agité par les mouvements rapides des particules des corps lumineux, il faut considérer chaque particule comme exécutant toujours, pendant quelques instants, une série nombreuse d'oscillations semblables avant de s'arrêter, ou de changer de nature de vibration, c'est-à-dire, supposer une certaine persistance de mouvement dans les centres d'ébranlement, comme on l'observe pour les vibrations de tous les corps élastiques qui, après avoir été tirés de l'état de repos, n'y reviennent jamais instantanément. C'est ce qui paraît devoir résulter d'ailleurs des forces attractives et répulsives qui tiennent les molécules des corps en équilibre. Il est naturel de supposer aussi qu'il faut une certaine succession de ces petits chocs pour ébranler la rétine, et qu'une seule pulsation lumineuse ne produirait pas la vision. Nous supposerons donc sur chaque rayon lumineux une succession nombreuse et même indéfinie d'ondulations semblables; car il n'est pas nécessaire de considérer celles qui commencent et terminent la série, auxquelles on ne pourrait pas appliquer à la vérité les raisonnements que nous ferons pour les autres, mais qui sont, par hypothèse, une assez petite partie du système d'ondes pour qu'on puisse négliger les différences des effets partiels qu'elles doivent produire, et les considérer comme étant dans le même cas que les ondes intermédiaires. Ainsi nous regarderons la lumière comme une vibration générale de l'éther dans toute l'étendue des

(G). chemins parcourus que nous aurons à considérer, quelle que soit leur longueur.

On conçoit que la durée de chaque oscillation d'une particule éclairante, et par conséquent la longueur des ondulations qu'elle produit dans l'éther, doivent varier en raison du degré d'intensité des forces auxquelles cette particule est soumise dans l'instant que l'on considère, et qui tendent à la ramener à sa position d'équilibre. Ainsi une même particule éclairante peut produire successivement des ondes de différentes longueurs, ou des rayons de diverses couleurs; mais nous regarderons toujours comme indéfinie chacune des séries d'ondulations homogènes qu'elle fait naître successivement, ou, ce qui revient au même, nous ferons abstraction de ce qui se passe aux extrémités de ces différents systèmes d'ondes.

Tout porte à croire que les oscillations des particules éclairantes dans leurs plus grandes amplitudes doivent toujours être extrêmement courtes, relativement à la longueur des ondulations éthérées qu'elles font naître, qui, quoique extrêmement petites, sont cependant appréciables pour nos sens. Ainsi l'on peut appliquer aux vibrations lumineuses la théorie des petits mouvements. D'ailleurs on ne remarque pas que le plus ou moins d'intensité de la lumière apporte aucun changement à la manière dont elle se comporte dans les différents phénomènes d'optique observés jusqu'à présent. Ainsi l'on peut choisir le cas où elle a le moins d'intensité, c'est-à-dire celui où les oscillations des molécules éthérées et des particules éclairantes ont le moins d'amplitude.

2. L'hypothèse des petits mouvements permet de déterminer la forme des ondes lumineuses, c'est-à-dire les vitesses relatives d'oscillation des molécules éthérées dans toute l'étendue de ces ondes, sans connaître la loi des forces qui entretiennent les oscillations de la particule éclairante; car, quelle que soit la fonction qui la représente, et que je suppose exprimée par la série $Ax + Bx^2 + Cx^3$ etc. dans laquelle x est la distance de la particule au point d'équilibre, si les plus grandes valeurs de x sont toujours très-petites par rapport à la sphère

d'activité de la force accélératrice, on pourra ne conserver de cette série que le premier terme Ax, et négliger tous les autres, c'est-à-dire supposer que la force accélératrice, dans les petites excursions de la particule éclairante, est toujours proportionnelle à sa distance au point de repos. On retombe alors sur la loi du pendule, et l'on trouve que les vitesses d'oscillation des molécules éthérées, dans les différents points de l'onde lumineuse, sont proportionnelles aux sinus de leurs distances à un même point fixe pris pour origine, ou à ceux des temps employés à parcourir ces distances par chacun des ébranlements élémentaires dont l'onde se compose. N°

3. A l'aide de ce résultat du calcul, et du principe de la coexistence des petits mouvements, on peut déterminer aisément la position et l'intensité d'un système d'ondes résultant de deux autres systèmes, dont les intensités et les positions respectives sont données, et que nous supposons composés d'ondes de même longueur; car des ondes de nature différente ne peuvent produire que des effets variables par leurs interférences, et qui, par conséquent, sont insensibles pour l'œil dans leur rapide succession; c'est pourquoi l'on dit que des rayons hétérogènes ne s'influencent pas.

L'ébranlement produit dans chaque point de l'éther par les deux systèmes d'ondes supposés se propager suivant la même direction est égal à la somme des vitesses que chacun d'eux y apporterait séparément, d'après le principe de la coexistence des petits mouvements : or on peut déterminer ces vitesses d'après la loi fort simple que nous venons d'énoncer, et l'on trouve ainsi que la résultante de deux systèmes d'ondes homogènes est encore un système d'ondes de même longueur, dont la position et l'intensité des vitesses d'oscillation répondent exactement à la grandeur et à la position angulaire de la résultante de deux forces proportionnelles aux intensités des deux systèmes d'ondes, et faisant entre elles un angle égal à l'intervalle qui sépare leurs points correspondants, la longueur d'une ondulation entière étant représentée par une circonférence. Il résulte de là que, lorsque cet intervalle est d'une demi-ondulation, c'est le cas de deux

(G). forces séparées par un intervalle angulaire d'une demi-circonférence, ou directement opposées, et qu'alors les vitesses d'oscillation des deux systèmes d'ondes doivent se retrancher, et deviennent nulles quand elles sont égales; c'est-à-dire que, dans ce cas, les deux systèmes d'ondes se détruisent mutuellement. C'est ce qu'on pouvait prévoir aisément, puisque alors tous leurs mouvements se contrarient et se neutralisent mutuellement. Ils s'ajoutent, au contraire, dans toute l'étendue des ondes, lorsque l'intervalle est nul, ou d'un nombre entier d'ondulations, puisque alors les ondes des deux systèmes coïncident parfaitement. Dans les cas intermédiaires, l'intensité des vibrations résultantes doit être plus faible que pour celui de l'accord parfait, et plus forte que dans celui de la discordance complète. Voilà ce que l'on appelle le principe des interférences, qui n'est que l'application de celui de la coexistence des petits mouvements aux ondes produites par des oscillations. Le simple raisonnement conduisait aisément aux dernières conséquences que nous venons d'énoncer, et dont le docteur Young a su tirer si heureusement parti pour expliquer un grand nombre de phénomènes. Mais il fallait nécessairement recourir au calcul pour déterminer rigoureusement l'intensité de la résultante, dans les cas intermédiaires entre l'accord parfait et la discordance complète des deux systèmes d'ondes.

4. Nous venons de voir que deux systèmes d'ondes de même longueur, quelles que soient leurs intensités et leurs positions respectives, produisent toujours, par leur concours, un seul système d'ondes de même nature. Il en résulte que le concours d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes homogènes doit encore produire un système unique d'ondulations semblables. Cette conséquence remarquable de la théorie des petits mouvements nous sera bientôt utile.

Avant d'aller plus loin, il est bon de remarquer que le principe des interférences, et les conséquences qui en découlent, ne sont applicables qu'à des séries d'ondulations, et seulement à l'espace dans lequel elles se mêlent; car on ne pourrait pas dire, par exemple, de deux ondes uniques, égales en intensité et différant dans leur marche d'une

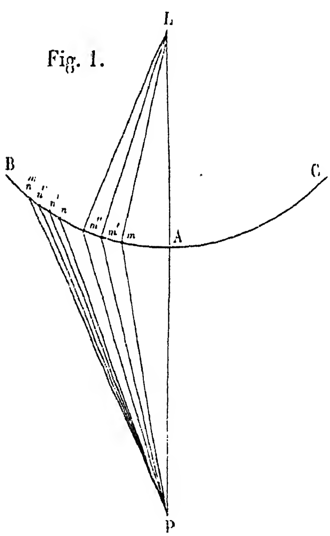
demi-ondulation, qu'elles se détruisent mutuellement, puisqu'elles n'ébranlent simultanément les mêmes points de l'éther que sur une moitié de leur longueur. Il en est de même des extrémités des différents systèmes d'ondes : aussi avons-nous déjà dit que nous en ferions abstraction dans nos raisonnements, ou, ce qui revient au même, que nous regarderions chaque série d'ondes comme indéfinie, les différences entre cette hypothèse et la réalité devant être inappréciables pour nos sens.

Il résulte du principe général de la coexistence des petits mouvements, que l'agitation éprouvée par un point quelconque d'un fluide élastique est la somme de toutes celles qui lui arrivent en même temps des différents centres d'ébranlement considérés comme agissant isolément, quelles que soient les positions respectives de ces centres d'ébranlement, la nature de leurs vibrations, et les époques relatives des instants où commencent et finissent leurs oscillations. Supposons que tous ces centres d'ébranlement soient contigus et situés dans un même plan ou sur une même surface sphérique, que leurs oscillations s'exécutent simultanément, et que les vitesses imprimées aux molécules éthérées suivant des directions parallèles à la normale soient proportionnelles aux condensations, en sorte qu'il ne puisse pas y avoir de mouvement rétrograde, nous aurons ainsi reconstitué une onde dérivée. Or ce qui est vrai en général doit l'être pour ce cas particulier; on peut donc dire que l'agitation de l'éther dans un point quelconque d'une onde lumineuse est égale à la résultante de toutes les vibrations qu'y enverraient, en agissant isolément, toutes les parties de la même onde considérée dans une quelconque de ses positions antérieures. Les mouvements obliques, que nous considérons ici, n'ont pas réellement lieu dans le fluide, parce que les ébranlements générateurs étant contigus et simultanés s'influencent dès l'origine, et que leurs pressions transversales se font équilibre. Mais ils naissent aussitôt que l'on isole par la pensée les éléments de l'onde génératrice; car, quoique les vitesses imprimées soient toutes dans le même sens et parallèles à la normale, il est clair que les condensations et raréfactions,

(G). qui ont lieu dans chaque élément supposé isolé, tendent à se propager dans toutes les directions, et que, s'il n'y a pas de mouvement rétrograde, cela tient uniquement à ce que les dilatations en arrière se trouvent exactement compensées par les vitesses imprimées en avant, mais que l'ébranlement doit se répandre dans toute la demi-sphère en avant, avec des intensités variables selon l'obliquité des rayons par rapport à la direction des vitesses imprimées. La loi de ces variations serait sans doute très-difficile à déterminer par l'analyse. Heureusement qu'on peut, sans la connaître, tirer déjà beaucoup de conséquences du principe que nous venons d'exposer, dont la première idée est due à Huyghens.

5. Pour éviter d'avoir à considérer ces variations d'intensité, nous supposerons toujours que le point de l'éther, pour lequel nous cherchons la résultante des ondes élémentaires, est à une distance de l'onde génératrice très-considérable par rapport à la longueur d'une pulsation lumineuse. Soient P ce point, BAC l'intersection de l'onde génératrice avec un plan mené par son centre L et le point P; nous supposerons pour un instant l'onde réduite à cette section. Soient m, m', m'', etc. une suite de points pris sur l'arc AB, de manière que deux rayons consécutifs menés de ces points de division en P diffèrent d'une demi-ondulation. Il est aisé de voir que les petits arcs Am, mm', $m'm''$, etc. diminuent de longueur à mesure qu'ils s'éloignent du point A, et que la différence de longueur entre deux arcs contigus diminue encore bien plus rapidement; en sorte qu'elle peut être considérée comme nulle avant que l'obliquité des rayons nP, n'P, n''P, par rapport à la normale, soit devenue très-sensible, du moins, si le point P est éloigné d'un grand nombre d'ondulations de l'arc BAC, comme nous l'avons sup-

Fig. 1.



posé. C'est ce dont il est aisé de se rendre compte par des calculs fort N°
simples [1], ou même par la seule inspection de la figure.

Cela posé, quel que soit le décroissement de l'intensité des rayons envoyés en P, par les différents points de l'onde BAC, à mesure qu'ils s'inclinent sur la normale, comme il suit nécessairement une loi de continuité et doit s'étendre jusqu'aux limites de la demi-circonférence, on pourra le considérer comme sensiblement nul dans un intervalle angulaire très-petit, et regarder ainsi les rayons nP, n'P, n''P, comme égaux en intensité; d'un autre côté les arcs nn', $n'n''$ sont sensiblement égaux en longueur; ainsi, leurs rayons correspondants différant d'une demi-ondulation, les vibrations élémentaires qu'ils envoient en P se détruisent mutuellement. On peut donc négliger tous les rayons d'une obliquité un peu prononcée, et considérer ceux qui concourent d'une manière efficace aux vibrations du point P comme sensiblement parallèles, et par conséquent d'une égale intensité; ce qui permet de calculer leur résultante. Elle est représentée par une intégrale qui ne peut pas malheureusement s'exprimer en termes finis, mais dont il est aisé cependant de tirer des résultats numériques dans les cas particuliers auxquels on veut l'appliquer, où les limites de l'intégrale sont déterminées [2].

6. Concevons maintenant l'onde génératrice divisée en petites zones

[1] Les points m, m', m'', m''', etc. étant espacés sur l'arc AB, de manière que les rayons AP, mP, m'P, m''P, m'''P, etc. diffèrent deux à deux d'une demi-ondulation, les distances du point A aux points m, m', m'', etc. seront proportionnelles aux racines carrées des nombres naturels 1, 2, 3, 4, etc. Ainsi la distance du point n° n étant représentée par $\sqrt{n}$, celle du point n° $(n+1)$ le sera par $\sqrt{n+1}$, et la longueur de l'arc compris entre ces deux points par $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$. L'arc suivant sera égal à $\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}$. La première expression développée donne la série

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{n}}-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{1}{n^3}}+\text{ etc.}$$

et la seconde,

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{n}}-\frac{3}{8}\sqrt{\frac{1}{n^3}}+\text{etc.}$$

dont la différence est

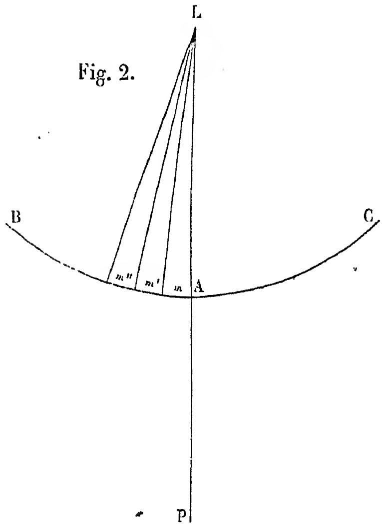
$$\frac{2}{8}\sqrt{\frac{1}{n^3}}+\text{etc.}$$

On voit que ces arcs deviennent d'autant plus petits qu'ils s'éloignent davantage du point A, et que la différence entre deux arcs consécutifs décroît bien plus rapidement que leur longueur; ainsi, par exemple, la différence entre le 9e et le 10e n'est plus que le $\frac{1}{108}$ environ de leur longueur.

[2] Malgré le nombre infini des ondes élémentaires, cette résultante sera toujours un système unique d'ondulations semblables, comme nous l'avons vu précédemment.

(G). infiniment minces, d'égales largeurs, par des méridiens LA, Lm, Lm', etc. perpendiculaires au plan de la figure; alors on pourra appliquer à chacune de ces zones les raisonnements que nous venons de faire pour l'arc BAC, et si l'on suppose que les limites de l'intégration sont les mêmes pour chacune d'elles, soit $+\frac{1}{0}$ et $-\frac{1}{0}$, par exemple, les résultantes des vibrations envoyées par ces zones seront toutes égales entre elles, et semblablement situées par rapport aux petits arcs Am, mm', $m'm''$, etc. qui sont leurs éléments les plus voisins du point P. On voit donc qu'on peut faire sur ces résultantes élémentaires les mêmes raisonnements que nous avons faits sur les éléments de l'arc BAC, négliger celles qui envoient des rayons trop obliques au point P, comme se détruisant mutuellement, et ne tenir compte que de celles dont les rayons sont peu inclinés sur la normale, ou, ce qui revient au même, considérer comme parallèles toutes les résultantes élémentaires qui ont une influence sensible sur la lumière envoyée en P; ce qui conduit à une seconde intégration pareille à la première.

Fig. 2.



Lorsque l'intégration est indéfinie, comme nous le supposons ici, on peut, au lieu d'intégrer dans deux sens rectangulaires, intégrer une seule fois circulairement, en concevant l'onde lumineuse divisée en une série d'anneaux par des cercles décrits sur sa surface du point A comme centre. Si l'on suppose ces cercles espacés de telle sorte que les rayons envoyés en P par deux circonférences consécutives diffèrent toujours d'une demi-ondulation, les surfaces de ces anneaux seront toutes égales, quoique leur largeur diminue continuellement, parce que leur circonférence augmente dans le même rapport, et les vibrations envoyées en P par deux anneaux consécutifs seront en discor-

dance complète. Ainsi, tous ces anneaux, excepté le petit cercle central, sont compris entre deux autres anneaux dont la moitié des rayons (en intensité) détruit la totalité des siens. Il ne reste donc plus à tenir compte que des rayons du cercle central, réduits à la moitié de leur intensité par l'influence de ceux de l'anneau voisin. On est conduit ainsi à la même intégrale qu'on obtient en faisant la double intégration dans deux sens rectangulaires. Mais on ne voit pas aisément, au premier abord, pourquoi tous les anneaux ne se détruisent pas deux à deux, ce qui laisserait entière l'intensité des rayons du petit cercle central, ou pourquoi les rayons de ce cercle ne seraient pas entièrement détruits par ceux de l'anneau suivant, et ceux des autres anneaux neutralisés les uns par les autres, et pourquoi enfin nous avons envisagé leur influence mutuelle sous un point de vue qui conduit à une moyenne entre ces deux résultats extrêmes; il n'y a pas de raisons en effet d'adopter plutôt l'un que l'autre. C'est précisément la difficulté analytique de juger ce que deviennent $\sin z$ et $\cos z$ lorsque z est infini. N°

7. Dans le mode d'intégration que nous avons suivi d'abord, il est plus aisé de reconnaître, par exemple, que la résultante générale des vibrations élémentaires ne peut être nulle, car les arcs dans lesquels nous avons divisé l'onde génératrice, qui répondent à des différences d'une demi-ondulation dans les rayons envoyés en P, devenant d'autant plus petits qu'ils s'éloignent davantage du point A, il est indifférent de les supposer en nombre pair ou impair, puisqu'à la limite ces arcs deviennent nuls[a]; et l'on voit que la résultante des premiers arcs, qui ne peuvent pas se détruire mutuellement, à cause de leur inéga-

---

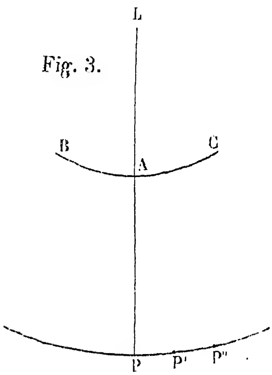
[a] Le manuscrit original porte en marge, écrite de la main de M. Biot, la question : *Comment deviennent-ils nuls ?*

Il est facile de voir que l'expression de Fresnel qui donne lieu à cette remarque critique est une inadvertance qui n'atteint en rien l'exactitude des conclusions, car si la limite vers laquelle tendent les arcs successifs n'est pas nulle, elle est tellement petite par rapport à la longueur du premier arc voisin du point A, qu'on peut raisonner comme si vraiment elle était nulle. La portion efficace de l'onde étant rigoureusement limitée par la tangente menée du point P, le dernier arc que l'on obtient, en poursuivant jusqu'à cette limite la division indiquée (fig. 1), a pour longueur la différence même des droites menées du point P à ses

(G). lité, doit dominer dans le résultat, que l'on aperçoit plus aisément dans ce cas, parce que la série est convergente. D'ailleurs, l'intégration suivant deux sens rectangulaires est celle dont on fait l'application la plus fréquente dans les phénomènes de diffraction.

Tant que l'onde BAC s'étend indéfiniment, comme nous l'avons supposé d'abord, il est clair que les résultantes des vibrations élémentaires envoyées par l'onde génératrice sont les mêmes pour tous les points P, P′, P″ situés sur une même surface sphérique parallèle à la première, puisqu'elles se composent d'éléments semblables, et que ces vibrations égales doivent s'exécuter simultanément, puisque les points P, P′, P″, etc. sont également distants de la surface sphérique BAC. Ils sont donc sur la surface d'une même onde, qui a partout la même intensité. Ainsi le principe d'Huyghens conduit, dans ce cas, au même résultat que toutes les autres manières d'envisager les vibrations d'un fluide élastique, savoir qu'une onde sphérique d'une intensité uniforme, et qui n'est interceptée dans aucune de ses parties, produit des ondes concentriques, qui ont aussi une intensité uniforme dans toute leur étendue. Mais il n'en est plus de même lorsqu'une partie de l'onde génératrice

Fig. 3.



---

deux extrémités, c'est-à-dire environ $\frac{\lambda}{2}$. La longueur x du premier arc Pm est de son côté déterminée approximativement par la relation

$$\frac{x^2}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=\frac{\lambda}{2},$$

d'où

$$x=\sqrt{\frac{ab\lambda}{a+b}};$$

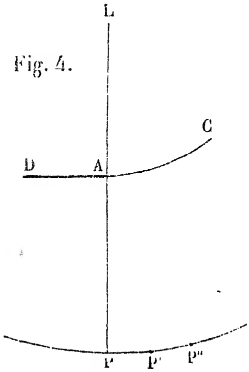
(voyez le N° XIV), et il suffit de mettre cette expression sous la forme

$$x=\frac{\lambda}{2}\sqrt{\frac{4ab}{(a+b)\lambda}}$$

pour apercevoir que, dans les conditions expérimentales toujours admises par Fresnel, elle est incomparablement plus grande que $\frac{\lambda}{2}$. [E. Verdet.]

est interceptée par un écran AD, et l'on conçoit qu'alors la résultante N°

Fig. 4.



des vibrations élémentaires, ou l'intensité de la lumière envoyée en P, en P′, en P″, doit varier avec la distance de ces points à la tangente LAP menée par le point lumineux L au bord de l'écran, surtout dans le voisinage de cette tangente; il en résulte alors des bandes obscures et brillantes, qui sont colorées dans la lumière blanche. On appelle cette espèce de phénomènes *diffraction de la lumière*. Ils varient à l'infini avec la manière dont on intercepte une partie de l'onde incidente; et ce qui doit donner une grande confiance dans la théorie que nous venons d'exposer, c'est la fidélité avec laquelle l'intégrale que l'on en déduit les représente, même lorsqu'ils semblent suivre les lois les plus différentes. Cette fonction, comme un véritable Protée, prend toutes les formes, par le seul changement des limites de l'intégration.

8. Nous allons appliquer maintenant le principe d'Huyghens, vérifié sur les phénomènes de la diffraction, à l'explication des lois de la réflexion, pour laquelle il a d'abord été conçu par son auteur.

DE LA RÉFLEXION.

La réflexion est toujours occasionnée par un changement brusque de densité dans le milieu où se propagent les vibrations lumineuses. C'est ainsi qu'il y a réflexion de la lumière à la surface du verre, quoiqu'il la laisse passer avec facilité, parce qu'il lui présente un milieu plus dense que l'air avec lequel il est en contact.

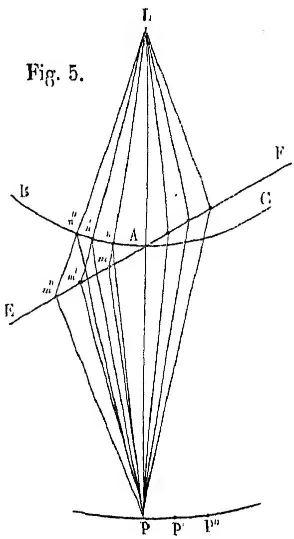
L'analyse mécanique démontre qu'une onde dérivée ne peut pas produire d'ondes rétrogrades, quand elle parcourt un milieu homogène, mais qu'elle acquiert cette propriété aussitôt qu'elle rencontre un milieu d'une densité différente. Alors une portion de l'ébranlement se propage dans le second milieu, et l'autre est réfléchie à la surface de séparation.

On peut se rendre compte de ces résultats du calcul par des considérations plus simples, en comparant ce qui se passe à la surface de

(G). séparation des deux milieux, au choc de deux corps élastiques. Lorsqu'ils ont la même masse, le premier perd tout son mouvement et le communique entièrement au second; alors il n'y a pas réflexion. Mais quand le second corps a plus ou moins de masse que l'autre, il ne prend qu'une partie de la force vive, et le premier conserve une partie de sa vitesse avec le même signe, ou avec un signe contraire, selon qu'il a plus ou moins de masse que le second, et la somme des forces vives est égale à la force vive primitive. C'est aussi ce qu'on observe dans les corps bien transparents, qui ne dénaturent et ne rendent insensible à nos yeux qu'une très-petite portion du mouvement lumineux; alors la lumière transmise, ajoutée à la lumière réfléchie, reproduit à très-peu près toute la lumière incidente.

9. Les quantités de la lumière réfléchie et de la lumière transmise dépendent de la différence de densité des deux milieux et de l'obliquité des rayons incidents. Sans connaître ces rapports d'intensité, on peut déterminer la direction des ondes réfléchies, qui en est indépendante. Pour résoudre ce problème, reprenons d'abord le cas de la propagation de la lumière dans un milieu homogène.

Fig. 5.



Soient L le point lumineux, et P le point dont on veut connaître le mouvement à un instant déterminé. Au lieu de concevoir les centres d'ébranlement sur la surface d'une même onde BAC, considérons-les dans un plan oblique EAF. Alors tous les points de ce plan n'exécutent pas simultanément les mêmes mouvements, comme ceux de la surface de l'onde; les époques d'oscillation varient pour chacun d'eux, en raison de sa distance au point L. Mais on peut néanmoins considérer les oscillations de tous les éléments de ce plan régulièrement entretenues comme la source des vibrations lumineuses qui s'exécutent en avant, et leur appliquer les mêmes raisonnements que nous

avons faits pour les rayons qui émanent de la surface d'une seule onde; car le principe de la coexistence des petits mouvements peut aussi bien s'appliquer à ce cas qu'à celui des ébranlements simultanés que nous avons envisagé d'abord.

Divisons par la pensée le plan EF en une infinité de petits éléments Am, mm', $m'm''$, etc. Par les points de division et le point lumineux L menons les rayons Lm, Lm', Lm'', etc. qui rencontrent l'onde BAC en n, n', n'', etc. Il est clair que pour les points m, m', m'', etc. peu éloignés de A, les chemins parcourus LmP, Lm'P, Lm''P, etc. sont sensiblement égaux aux autres chemins parcourus, que nous avions considérés d'abord LnP, Ln'P, Ln''P, etc. qui ne surpassent eux-mêmes le plus court chemin LAP que d'un petit nombre d'ondulations; car dès qu'ils le surpassent seulement de neuf ondulations, les rayons envoyés en P par les éléments de l'onde BAC se détruisent déjà presque complétement, ainsi que ceux envoyés par les éléments du plan EAF. Ainsi, en ne considérant que les rayons peu obliques, qui peuvent seuls avoir une influence sensible sur la lumière envoyée en P, on voit que les éléments de l'intégration seront les mêmes pour le plan EAF que pour l'onde BAC. Par conséquent, tous les autres points P′, P″, etc. situés à la même distance que P de l'onde BAC, ou du point lumineux L, éprouveront simultanément les mêmes vibrations et avec le même degré d'intensité, en supposant toujours l'onde BAC, ou le plan EAF indéfiniment étendu. Les points P, P′, P″, etc. appartiennent donc à une même onde d'une intensité uniforme. C'est ce que l'on savait d'avance devoir être, même pour des points très-rapprochés du plan EAF, quoique nos raisonnements ne puissent plus s'y appliquer rigoureusement; parce qu'il est évident que l'on doit toujours arriver au même résultat, de quelque façon que l'on envisage le système d'ondes produites par le point lumineux L. Si nous ne pouvons pas démontrer que l'intégrale est encore la même pour des points très-rapprochés du plan EAF, cela tient uniquement à ce qu'il devient nécessaire alors de considérer des rayons d'une obliquité prononcée, et que nous ignorons suivant quelle loi varie leur intensité.

(G). 10. Supposons maintenant que le plan EAF est la surface de séparation de deux milieux de densité différente; il y aura réflexion sur ce plan. Pour suivre aisément la marche des rayons réfléchis, concevons un autre point l situé sur une perpendiculaire abaissée du point L sur ce plan et à la même distance du plan que le point L; les droites lA, lm, lm', lm'', etc. seront égales aux rayons LA, Lm, Lm', Lm'', etc. et l'on pourra indifféremment compter les chemins parcourus à partir du point l, ou à partir du point L. Prolongeons lA d'une quantité Ap, égale à AP; les chemins parcourus par les rayons réfléchis mp, $m'p$, $m''p$, etc. seront les mêmes que ceux parcourus par les rayons mP, m'P, m''P, etc. que nous avions considérés d'abord pour le cas ordinaire de la propagation de la lumière dans un milieu homogène; et l'on pourra appliquer au point p tous les raisonnements que nous avons faits pour le point P. Ces raisonnements deviendraient inutiles[1] s'il était démontré que les rayons réfléchis dans toutes sortes de directions sur les éléments mm', $m'm''$, etc. considérés isolément, suivent la même loi de variations d'intensité, quelle que soit leur inclinaison par rapport à lAp, que s'ils émanaient du point l; car alors les éléments de l'intégration seraient tout à fait les mêmes. Mais nous n'avons pas besoin de cette hypothèse, qui d'ailleurs ne serait pas fondée, car nous avons vu que les seuls rayons qui exercent une influence sensible sur la lumière envoyée en p s'éloignent très-peu de la direction lAp, et que tous les autres se détruisent mutuellement. Ainsi les rayons dont nous devons tenir compte dans le calcul de la

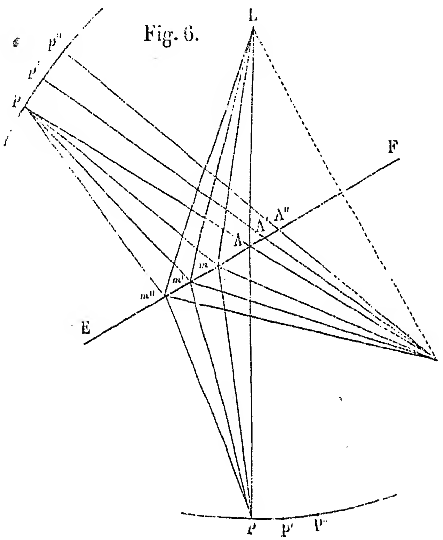


Fig. 6.

[1] Du moins dans le cas d'une surface indéfiniment étendue.

résultante, étant presque parallèles entre eux, et en conséquence également inclinés sur la surface réfléchissante, peuvent être considérés comme d'égale intensité, quelle que soit la loi suivant laquelle cette intensité varie avec l'obliquité. Les éléments de l'intégration, dans ce cas, sont donc absolument semblables à ceux du cas précédent, où la lumière se propageait dans un milieu homogène; l'expression générale de la résultante est donc pareille, et doit nous conduire aux mêmes conséquences. Ainsi, par exemple, lorsque la surface réfléchissante est indéfiniment étendue, cette résultante est la même pour tous les points p, p', p'', etc. situés à la même distance du point l, du moins tant que les obliquités des rayons incidents LA, LA′, LA″ ne sont pas trop différentes, car cela ferait varier l'intensité de la lumière réfléchie[1]. Les points p, p', p'', etc. pour lesquels les longueurs des plus courts chemins parcourus sont les mêmes, éprouveront donc simultanément les mêmes oscillations et appartiendront par conséquent à une même onde lumineuse. Ainsi, l'onde réfléchie aura la même forme et la même inclinaison que si elle émanait du point l. N°

11. Lorsque la surface réfléchissante n'est pas indéfiniment étendue, les intégrales ne sont plus, en général, les mêmes pour les points p, p', p'', etc. abstraction faite des variations d'intensité qui tiennent à la différence d'obliquité des rayons incidents. Il en résulte alors, quand la surface est très-étroite, ou qu'on observe la lumière réfléchie très-près de ses bords, des bandes obscures et brillantes semblables à celles qui proviennent, dans la transmission ordinaire de la lumière, de la suppression d'une partie de l'onde lumineuse. Il en résulte aussi des déviations sensibles des rayons réfléchis, dont une portion ne suit plus alors la loi ordinaire de la réflexion, qui n'est qu'un cas particulier de la loi plus générale exprimée par l'intégrale déduite du principe d'Huyghens.

On conçoit aisément, dans cette théorie, comment une surface hérissée d'une multitude de petites aspérités peut néanmoins réfléchir

[1] Parce qu'alors les ondes élémentaires n'ont plus la même intensité pour les points p, p', p'', etc.

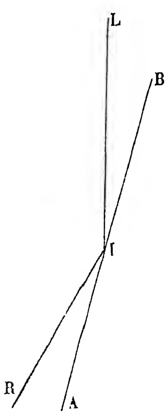
(G). la lumière régulièrement, lorsque ces aspérités sont très-petites par rapport à la longueur d'une ondulation lumineuse, parce qu'alors les petits changements qui en résultent dans les longueurs des chemins parcourus n'altèrent presque pas les degrés d'accord ou de discordance des ondes élémentaires, et n'ont pas en conséquence d'influence sensible sur leur résultante. Ceci nous donne une idée précise de ce qui constitue le poli.

N° XII (H).

SECONDE NOTE SUR LA RÉFLEXION.

J'ai oublié, je crois, de faire remarquer dans ma première Note que l'intégration ne détermine pas seulement l'intensité de l'onde résultante mais encore sa position, en donnant la fraction de longueur d'ondulation dont elle se trouve en arrière de l'onde élémentaire qui a suivi le plus court chemin. Par conséquent, lorsque ce plus court chemin reste le même, ainsi que les éléments de l'intégration, la résultante doit se trouver à la même distance de l'onde génératrice, ou du point lumineux qui en est le centre; c'est-à-dire que les plus courts chemins comptés du point lumineux à l'onde résultante doivent tous être égaux entre eux. Telle est, comme nous l'avons vu, la loi de la réflexion régulière sur une surface indéfiniment étendue.

Il y a une objection qu'on pourrait faire à l'explication que j'ai donnée, d'après Huyghens, de la loi de la réflexion, en en parodiant les raisonnements. Soit AB un plan très-oblique par rapport à la direction des rayons incidents LI, de manière que les rayons réfléchis sur ce plan fassent avec les rayons incidents des angles RIL très-obtus; ne doit-il pas y avoir réflexion, d'après la théorie que j'ai exposée, lors même que le plan AB n'existerait pas, c'est-à-dire ne serait point la surface de séparation de deux milieux de densités différentes? Car tous les centres d'ébranlement, considérés sur le plan fictif AB comme agissant isolément, ne tendent pas seulement à envoyer



des vibrations dans la direction IL des vitesses imprimées, mais encore suivant une infinité d'autres directions comprises dans la demi-circonfé-

(H). rence dont le diamètre serait perpendiculaire à IL. Il n'y a d'impossible, d'après la nature des ondes dérivées, que les mouvements rétrogrades. Ainsi l'on peut concevoir des rayons élémentaires dans une direction comme RI, qui fait un angle obtus avec IL. Il semble, en conséquence, qu'il devrait y avoir réflexion dans un milieu homogène, comme s'il existait des surfaces réfléchissantes, seulement avec une plus faible intensité.

Il est aisé de voir la réponse à cette objection, en concevant un autre plan parallèle au plan fictif AB, en avant ou en arrière de celui-ci, et à une distance telle que les rayons réfléchis par ce second plan diffèrent d'une demi-ondulation des premiers, qu'ils détruiront complétement, puisqu'ils doivent avoir la même intensité, comme parallèles aux premiers et réfléchis dans des circonstances absolument semblables à cause de l'homogénéité du milieu.

Par cette considération d'interférences on démontre aussi aisément et de la même manière l'impossibilité des ondes rétrogrades dans un système d'ondes oscillatoires, indépendamment des notions que donne l'analyse sur le rapport des vitesses aux condensations dans les ondes dérivées.

Il est un cas où le même raisonnement a une application beaucoup plus intéressante : c'est celui où un fluide homogène pénètre de toutes parts un autre corps, dont les particules, plus denses ou plus grosses, sont semblables entre elles et également espacées. Si les distances entre ces particules sont très-petites par rapport à la longueur d'une onde, il est clair qu'il ne pourra pas y avoir de réflexion sensible dans l'intérieur de ce milieu, quoiqu'on puisse concevoir des réflexions partielles sur chaque particule du corps; parce que toutes les petites ondes élémentaires qui en résultent se détruisent mutuellement, excepté aux surfaces qui terminent ce milieu. Aussi est-ce seulement à ces surfaces que la réflexion a lieu.

On pourrait, à la rigueur, supposer que l'éther n'a pas sensiblement plus de densité dans les corps très-denses que dans les corps très-rares, et attribuer uniquement le phénomène de la réflexion à la somme

de toutes les réflexions élémentaires ainsi produites sur les particules N°
mêmes des corps. Alors, dans cette hypothèse, et d'après les raisonnements que nous venons de faire, les ondes résultantes se trouveraient différer d'un quart d'ondulation des ondes élémentaires parties de la surface même, ce qui donne une explication très-satisfaisante de la différence d'une demi-ondulation entre les rayons qui éprouvent la réflexion intérieure et ceux qui sont réfléchis extérieurement, dans le phénomène des anneaux colorés produits par une mince lame d'air comprise entre deux verres.

En supposant, au contraire, que la réflexion est due seulement à la différence de densité de l'éther dans les deux milieux, on retrouve encore la même différence d'une demi-ondulation, qui n'est plus ainsi une objection contre le système des ondulations, mais au contraire une confirmation de cette théorie.

(I).

N° XII (I).

NOTE

SUR

LA RÉFLEXION ET LA RÉFRACTION CONSIDÉRÉES DANS LE SYSTÈME DE L'ÉMISSION.

1. Pour expliquer la régularité de la réflexion, on suppose, dans le système de l'émission, que les corps exercent sur les molécules lumineuses une force répulsive dont l'action s'étend à des distances beaucoup plus grandes que les petites aspérités qui couvrent toujours les surfaces les mieux polies; car, ainsi que le remarque Newton, « il n'est « pas concevable qu'avec du grès, de la potée et du tripoli, matières « dont on se sert pour travailler les verres, on puisse donner à leurs « plus petites parties un assez beau poli pour qu'elles ne fassent toutes « qu'une surface parfaitement lisse. Il est clair au contraire que ces « matières ne peuvent que sillonner le verre, puis user ses aspérités. « Plus elles seront réduites en poudre fine, plus les sillons du verre « seront petits; mais quelque fine que soit cette poudre, jamais elle « ne parviendra à les effacer totalement. D'où il résulte que, si la lu« mière était réfléchie de dessus les parties solides des corps, elle ne « serait pas moins dispersée par le verre le plus poli que par le plus « raboteux [a]. »

Après avoir admis cette force répulsive qui s'exerce à des distances sensibles de la surface des corps, on est obligé, pour expliquer la réfraction, de supposer en outre une force attractive dont la sphère d'activité est moins étendue, et qui ne se fait sentir que tout près de la surface; en sorte que les molécules lumineuses qui ont pu échapper

[a] *Optique de Newton*, p. 93 du tome II de la traduction française, par Marat (dite de Beauzée).

à la réflexion, en traversant la sphère d'activité de la force répulsive, se trouvent ensuite livrées à la force attractive qui produit la réfraction.

Je ne m'arrêterai pas aux difficultés qu'on pourrait élever sur la régularité de la réfraction, en raison des divers degrés de facile transmission, dans lesquels se trouvent les molécules lumineuses à l'instant où elles traversent la sphère d'activité de la force attractive. Je ferai abstraction ici de ces différences, et je supposerai, si l'on veut, que toutes les molécules lumineuses qui pénètrent la sphère d'activité de la force attractive ont la même disposition physique au moment où elles y entrent.

2. Mais, au lieu de considérer une surface parfaitement polie, dont les aspérités soient très-petites relativement à la sphère d'activité de la force attractive, je supposerai qu'elle n'a reçu qu'un poli imparfait, tel que celui qu'on nomme *douci*, ou, en d'autres termes, que les aspérités de la surface sont devenues assez grandes pour avoir une influence sensible sur la marche des rayons.

Quel que soit le genre d'action que les particules des corps pondérables exercent sur les molécules lumineuses, il est clair que plus la sphère d'activité sera étendue, moins les inégalités de la surface dérangeront la marche des molécules lumineuses, et qu'au contraire, plus la sphère d'activité sera bornée, plus les mêmes inégalités auront d'influence perturbatrice, puisque alors toute l'action exercée sur les molécules lumineuses aura lieu dans le voisinage même de ces aspérités.

En partant de ce principe, il faut donc conclure, dans le système de l'émission, que les aspérités de la surface du milieu réfringent doivent troubler davantage la régularité de la réfraction que celle de la réflexion, puisque la réflexion s'opère à une plus grande distance de la surface que la réfraction. Ainsi, en présentant aux rayons lumineux, sous l'incidence perpendiculaire, la surface doucie d'une plaque de verre polie de l'autre côté, ils devraient être plus régulièrement réfléchis que réfractés : or c'est précisément le contraire; car, en regardant l'objet lumineux au travers de cette plaque, on le voit beaucoup plus distinctement que lorsqu'on le regarde par réflexion sur la sur-

(I). face doucie, sous une incidence voisine de la perpendiculaire[1]. Et qu'on ne suppose pas que cette vision plus distincte tient simplement à ce que la quantité de lumière réfléchie sur le verre, sous une incidence voisine de la perpendiculaire, est beaucoup moindre que celle qui le traverse; car en recevant préalablement sur un miroir de verre noir les rayons qui doivent traverser la plaque doucie, pour les réduire au même degré d'intensité que les rayons directs qu'elle réfléchit, on trouve toujours que l'image transmise à travers la surface doucie est beaucoup plus nette que l'image réfléchie par la même surface.

3. Tout le monde a pu faire cette observation; mais il me semble qu'on n'a pas fait assez d'attention à la grande difficulté que ce phénomène remarquable présente dans le système de l'émission. Je ne vois pas comment on peut le concilier avec l'explication que Newton a donnée de la réfraction, qui paraît aux partisans de son système une des confirmations les plus frappantes de l'hypothèse de l'émission.

Dans le système des ondulations ce fait est au contraire une conséquence nécessaire de la théorie; car la régularité de la réfraction doit tenir, comme celle de la réflexion, à l'égalité des chemins parcourus par les rayons qui sont tombés sur les différents points de la surface qui sépare les deux milieux. Or, sous l'incidence perpendiculaire, par exemple, la différence des chemins parcourus par les rayons réfléchis sur les sommets des petites éminences, et dans les points les plus renfoncés de la surface, est égale au double de la saillie des premiers sur les seconds; tandis que pour les rayons transmis la différence des chemins parcourus ne consiste plus que dans la différence des milieux traversés simultanément par ceux qui tombent sur les sommités ou dans les renfoncements de la surface. Or le raccourcissement qu'éprouvent les ondes lumineuses dans le verre étant environ d'un tiers de leur longueur dans l'air, la plus grande différence des chemins parcourus

[1] Je suppose ici que l'incidence est peu oblique, parce qu'en inclinant suffisamment le miroir on parvient toujours à rendre nette l'image réfléchie, quelque imparfait que soit le poli du miroir, pourvu que sa surface soit bien dressée; c'est un fait qui s'explique aussi aisément dans la théorie de l'émission que dans celle des ondulations.

par les rayons transmis n'équivaut qu'au tiers de la saillie des éminences sur les renfoncements, c'est-à-dire au sixième de la différence des chemins parcourus par les rayons réfléchis sur les mêmes points de la surface. La cause d'irrégularité qui tient aux aspérités de la surface doit donc avoir six fois plus d'influence dans la réflexion que dans la réfraction; il est donc tout simple que l'image transmise soit beaucoup plus distincte que l'image réfléchie.

4. Il n'est pas nécessaire pour la régularité de la réflexion et de la réfraction que les chemins parcourus par les divers rayons soient rigoureusement équivalents; il suffit que leurs différences soient très-petites relativement à la longueur d'une ondulation lumineuse. La théorie des ondulations fait connaître ainsi de quel ordre de petitesse doivent être les aspérités d'une surface pour qu'elle réfléchisse des images bien nettes.

Cette définition précise du poli conduit à une conséquence remarquable : c'est que les rayons rouges et orangés ayant des ondes plus longues que les rayons verts, bleus et violets, peuvent être encore réfléchis ou réfractés régulièrement, alors que ceux-ci éprouvent déjà l'influence perturbatrice des irrégularités trop sensibles de la surface. Dans ce cas, les objets blancs, vus par réflexion ou par transmission, doivent donc se colorer d'une teinte rougeâtre. C'est aussi ce que confirme l'expérience : un objet blanc, regardé à travers une plaque de verre polie d'un côté et doucie de l'autre, paraît d'un fauve rougeâtre. Il présente la même teinte quand on l'observe par réflexion, en inclinant assez le miroir douci pour que son image soit distincte, et pas assez pour rendre au miroir toutes les apparences du poli.

5. On voit par ces exemples que, sans sortir des simples phénomènes de la réflexion et de la réfraction, qui paraissent encore à plusieurs physiciens mieux expliqués dans le système de l'émission que dans celui des ondulations, on trouve au contraire des objections très-fortes contre le premier, et des confirmations du second.

Mais la supériorité de celui-ci ne se borne point à expliquer des faits difficiles à concilier avec l'hypothèse de l'émission; il fournit encore

(f). les moyens de les soumettre au calcul. La théorie newtonienne n'a pu calculer jusqu'à présent la réfraction et la réflexion que dans le cas particulier d'une surface continue et indéfiniment étendue. La théorie des ondulations, qui conduit aussi simplement aux mêmes résultats, fait connaître de plus la marche des rayons réfléchis et réfractés lorsque la surface est étroite ou discontinue, en déterminant en même temps les intensités relatives de ceux qui s'écartent plus ou moins de la direction ordinaire; car, dans les cas généraux dont il s'agit, la totalité de la lumière n'est plus réfléchie suivant un angle égal à l'angle d'incidence, ou réfractée de manière que le rapport des sinus d'incidence et de réfraction soit constant. Les lois de ces phénomènes sont beaucoup plus compliquées, quoiqu'elles découlent naturellement de considérations théoriques très-simples. Il eût été bien difficile à la seule observation de les découvrir; tandis que, sans consulter l'expérience, on eût pu les déduire d'avance du principe de la coexistence des petits mouvements et de celui des interférences, qui sont l'un et l'autre des conséquences immédiates de l'hypothèse fondamentale.

N° XII (J).

EXPÉRIENCE

SUR

LA RÉFLEXION RÉGULIÈRE PRODUITE PAR DES SURFACES NON POLIES.

En considérant la lumière comme les vibrations d'un fluide universel, on conçoit aisément pourquoi les surfaces des miroirs la réfléchissent régulièrement malgré la multitude des petites aspérités dont leurs surfaces sont hérissées quelque bien polies qu'elles soient. « Car, « ainsi que le remarque Newton, il n'est pas concevable qu'avec du « grès, de la potée et du tripoli, matières dont on se sert pour tra- « vailler les verres, on puisse donner à leurs plus petites parties un « assez beau poli pour qu'elles ne fassent toutes qu'une surface parfai- « tement lisse. Il est clair au contraire que ces matières ne peuvent « que sillonner le verre, puis user ses aspérités. Plus elles seront réduites en poudre fine, plus les sillons du verre seront petits : mais quelque fine que soit cette poudre, jamais elle ne parviendra à les effacer totalement [a]. »

La théorie des ondulations démontre que la lumière diffuse doit être beaucoup moins abondante que celle qui a éprouvé la réflexion régulière, lorsque ces aspérités n'apportent dans les chemins parcourus par les rayons réfléchis à leurs surfaces que des différences très-petites relativement à la longueur d'une ondulation lumineuse, qui, quoique fort petite elle-même, est cependant une quantité appréciable.

---

[a] *Optique de Newton*, p. 93 du tome II de la traduction française de Marat (dite de Beauzée).

(J). La différence des chemins parcourus résultant du plus ou moins de saillie des diverses parties de la surface réfléchissante devient d'autant plus petite que la réflexion se fait sous des incidences plus obliques, et voilà pourquoi des surfaces bien dressées, mais qui n'ont point reçu le poli, réfléchissent cependant des images distinctes et régulières des objets, quand on les incline suffisamment sur le rayon visuel.

On dit qu'un miroir a reçu le poli spéculaire lorsqu'il présente des images bien nettes, même sous l'incidence perpendiculaire; ce qui doit avoir lieu, d'après la théorie des ondes lumineuses, quand les inégalités de sa surface sont très-petites par rapport à la longueur d'une ondulation. Or les ondes lumineuses qui composent la lumière blanche ayant des longueurs différentes, il en résulte que la même surface est plus polie pour une espèce de rayons que pour une autre, plus polie, par exemple, pour les vibrations rouges, qui sont les plus longues, que pour les vibrations violettes, qui sont les plus courtes. Ainsi les rayons rouges doivent être en général moins dispersés que les rayons violets par la réflexion irrégulière, et par la même raison plus abondants dans la réflexion régulière. Mais comme les aspérités des surfaces polies sont très-petites relativement à la longueur des ondes lumineuses les plus courtes, les différences d'intensité dans la réflexion régulière des diverses espèces de rayons simples sont insensibles, en sorte que la couleur des objets n'en paraît point altérée.

Il serait très-difficile, je crois, dans le travail d'un miroir, de s'arrêter à un degré de poli tel qu'il présentât une différence sensible entre la réflexion régulière des ondulations rouges et celle des ondulations violettes. Mais on peut atteindre le même but, et vérifier la théorie des ondes dans cette conséquence singulière, par un procédé très-simple et très-commode. Il suffit pour cela d'incliner graduellement sur le rayon visuel un miroir de verre ou de métal dont la surface n'a été que doucie. L'obliquité des rayons incidents diminuant les discordances qui résultent des petites aspérités de la surface, on obtient

ainsi, par des inclinaisons différentes du miroir, les mêmes effets que produiraient, sous une incidence constante, toutes les variations possibles dans le degré du poli. Aussi remarque-t-on, sous certaines inclinaisons, qui dépendent de la finesse du douci, que le rouge, l'orangé et le jaune dominent dans les images d'objets blancs ainsi réfléchis, dont la couleur devient alors un peu fauve, quelle que soit la nature du miroir. J'ai fait d'abord cette expérience sur une glace doucie, qui, vue par la tranche, paraissait légèrement verdâtre. Je l'ai répétée ensuite sur du spath calcaire parfaitement limpide, et sur de l'acier, et j'ai toujours observé le même phénomène. N°

J'en ai fait l'analyse dans la chambre obscure, en recevant sur ces miroirs la lumière solaire, décomposée par son passage au travers d'un prisme. Lorsque le miroir était très-incliné relativement aux rayons incidents, les différentes parties du spectre conservaient sensiblement leurs rapports ordinaires d'intensité. Mais à mesure que l'obliquité diminuait, l'extrémité violette du spectre s'affaiblissait bien plus rapidement que l'extrémité rouge, et disparaissait bientôt, ainsi que l'indigo et le bleu, lorsqu'on distinguait encore le rouge extrême, malgré son éclat très-inférieur à celui des rayons bleus, qui s'étaient évanouis. Quant au vert, il ne disparaissait entièrement qu'avec le reste du spectre solaire. Les rayons verts, beaucoup plus brillants que les rayons rouges, n'en diffèrent, d'ailleurs, que d'un sixième environ dans la longueur de leurs vibrations; en sorte que la même différence de chemins parcourus, qui apporte une discordance complète d'une demi-ondulation dans les premiers, affaiblit extrêmement les autres. C'est par cette dernière raison que la lumière blanche, réfléchie obliquement sur des surfaces non polies, au lieu de se colorer en rouge dans sa réflexion régulière, comme cela résulterait de la suppression des rayons verts, prend seulement une teinte fauve ou orangée.

On conçoit que des effets du même genre peuvent être produits par le passage de la lumière au travers d'un milieu qui n'est point homogène. Je présume que la teinte rougeâtre dont le soleil se colore,

(J). lorsqu'il paraît à travers le brouillard, tient aussi aux différences des chemins parcourus par les rayons qui arrivent à notre œil sans avoir traversé les petites gouttes d'eau, après un grand nombre d'inflexions successives, que permet alors la discontinuité du milieu. Le brouillard est sans doute plus transparent pour les rayons rouges que pour les rayons violets, comme les corps imparfaitement polis sont plus polis pour les rayons rouges que pour les rayons violets.

N° XIII.

RAPPORT

FAIT PAR M. ARAGO A L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

AU NOM DE LA COMMISSION [a] QUI AVAIT ÉTÉ CHARGÉE D'EXAMINER LES MÉMOIRES ENVOYÉS AU CONCOURS POUR LE PRIX DE LA DIFFRACTION [1].

[*Annales de chimie et de physique*, t. XI, p. 5. — Cahier de mai 1819 [b].]

L'Académie avait proposé au concours, pour le prix de physique qu'elle doit décerner dans la séance publique du mois de mars 1819, l'examen général des phénomènes de la diffraction de la lumière. Deux Mémoires seulement lui ont été adressés. Celui qui est inscrit sous le n° 2 ayant plus particulièrement fixé l'attention de vos commissaires, tant par l'exactitude des observations qu'il renferme que par la nouveauté des résultats, nous avons cru devoir en présenter une analyse détaillée.

Les physiciens qui, depuis Grimaldi, se sont occupés des phénomènes de la diffraction, recevaient la lumière infléchie sur un écran blanc plus ou moins éloigné du corps opaque, ou sur un verre dépoli. Ces deux méthodes ont l'une et l'autre le défaut d'affaiblir considérablement l'éclat des couleurs, et de ne point se prêter à l'étude de la formation des bandes près de leur origine. Dans un Mémoire présenté à l'Académie en 1815, et qui depuis a été inséré dans

[1] Nous donnons ici ce rapport tel qu'il a été lu à l'Académie, dans sa séance du lundi 15 mars 1819. Les détails qu'il a paru nécessaire d'y joindre en le publiant ont été rejetés dans des notes. [ARAGO.]

[a] Cette commission était composée de MM. Biot, Arago, Laplace, Gay-Lussac et Poisson.

[b] *Œuvres de François Arago*, t. X, p. 375.

III. les Annales de chimie et de physique, tome I, M. Fresnel avait annoncé que sans le secours d'un écran on peut, à toute distance, apercevoir les bandes avec une simple loupe, comme on aperçoit avec l'oculaire d'une lunette astronomique la peinture aérienne qui vient se former au foyer de l'objectif. En partant de cette remarque, l'auteur du Mémoire n° 2 a construit un instrument qui permet de suivre les bandes diffractées dans la lumière la plus affaiblie, et de déterminer leurs largeurs à *un* ou *deux* centièmes de millimètre près : il lui a suffi pour cela d'adapter la loupe à une vis micrométrique qui la fait marcher graduellement dans un sens ou dans l'autre, et perpendiculairement à la direction des bandes; un fil délié, passant par le foyer de la loupe, et qui se déplace avec elle, est le repère qu'on dirige, dans chaque expérience, sur le milieu de la partie la plus brillante ou la plus obscure de chaque frange; enfin, à l'aide d'un cadran divisé en cent parties que parcourt une aiguille fixée à la vis, on évalue les centièmes de millimètre.

Tel est l'instrument dont l'auteur [1] du Mémoire n° 2 s'est servi. Ses principales expériences ont été faites dans la lumière rouge, sensiblement homogène, que transmet une espèce particulière de verre coloré qui ne se rencontre plus que dans quelques anciens vitraux d'église; on avait ainsi la certitude d'opérer chaque jour sur des rayons de même nature, et d'obtenir des résultats parfaitement comparables.

L'auteur s'occupe d'abord des franges successivement obscures et brillantes qui bordent extérieurement l'ombre d'un corps opaque : en les suivant jusqu'à leur origine, à l'aide d'une lentille d'un court foyer, il aperçoit la troisième frange à une distance du bord du corps moindre que $\frac{1}{100}$ de millimètre, détruit par cela seul une erreur accréditée, et prouve que, pour tous les calculs relatifs à la déviation des rayons, dans le système de l'émission, il sera permis de supposer que ces rayons partent des bords mêmes des corps.

En choisissant d'abord, dans l'ensemble des observations, celles qui correspondent à une même distance du micromètre au corps opaque, on trouve qu'une simple variation dans l'éloignement du point éclairant en amène de très-sensibles dans les déviations angulaires des rayons, ou, en d'autres termes, dans les angles que les rayons directs et les rayons infléchis forment entre

[1] Lorsque, après le jugement de la commission, le président de l'Académie a ouvert le billet cacheté qui accompagnait le Mémoire, on a appris que cet auteur était M. Fresnel, ingénieur des ponts et chaussées.

eux. Ainsi, le point de départ du faisceau lumineux étant, par exemple, à 100 millimètres du corps, l'angle de diffraction pour les rayons rouges de la première frange, déterminé par des mesures prises à *un mètre* de distance, est de 12′6″; tandis qu'on ne trouve que 3′ 55″ à cette même distance d'*un mètre* lorsqu'il y a six mètres entre le point lumineux et le bord du corps. On voit, en un mot, et ce résultat est très-remarquable, que chaque rayon paraît d'autant moins dévié qu'il vient de plus loin [1].

Si l'on passe ensuite aux mesures prises à diverses distances du corps, celle du foyer lumineux restant toujours la même, on trouvera pour l'angle de diffraction de chaque frange en particulier des valeurs différentes, suivant qu'on l'observera plus ou moins loin du corps. De là résulte la conséquence singulière que les positions successives d'une même frange ne sont pas en ligne droite [2] : il est, du reste, facile de s'assurer que les courbes qui joignent ces

[1] Voici quelques autres mesures que j'extrais du Mémoire, et qui feront également apercevoir combien l'intervalle compris entre le point éclairant et le corps opaque a d'influence sur la déviation qu'éprouve le rayon lumineux. On remarquera que la distance de ce corps au micromètre a été à très-peu près la même dans chaque expérience, et égale à un mètre.

DISTANCE du point lumineux au corps opaque.	DISTANCE du corps opaque au micromètre.	INTERVALLE compris entre le bord de l'ombre géométrique et le centre de la quatrième bande obscure.
$0^m,510$	$1^m,005$	$3^{mm},84$
1 ,011	0 ,996	3 ,12
2 ,008	0 ,999	2 ,71
3 ,018	1 ,003	2 ,56
6 ,007	0 ,999	2 ,40

Pour expliquer ce résultat dans les idées presque généralement adoptées jusqu'ici sur les phénomènes de la diffraction, il faudrait admettre que l'*action répulsive* exercée par le corps opaque sur la lumière ne dépend pas seulement de la distance à laquelle passe la molécule lumineuse; mais encore que cette action s'affaiblit très-vite à mesure que le corps s'éloigne du foyer rayonnant; ce qui serait, il faut en convenir, une supposition bien étrange.

[2] Le corps opaque restant toujours à $3^m,018$ du point lumineux, l'auteur du Mémoire mesura l'intervalle compris entre le bord de son ombre géométrique et le point le plus sombre de la troisième bande obscure, d'abord à $0^m,0017$ de distance du corps; ensuite à $1^m,003$, et enfin, à $3^m,995$. Ces intervalles se trouvèrent, dans le premier cas, de $0^{mm},08$; dans le second, de $2^{mm},20$, et enfin de $5^{mm},83$. Si l'on joint maintenant par une ligne droite la première et la troisième position de la bande, on verra aisément qu'à $1^m,003$ du corps opaque la ligne droite en question est distante de l'ombre géométrique de $1^{mm},52$; tandis que l'observation nous a appris que la troisième

III. positions, pour les franges de tous les ordres, sont des hyperboles ayant pour communs foyers le point rayonnant et le bord du corps opaque [a]. Dans quelques-unes des expériences rapportées par l'auteur du Mémoire, la flèche de courbure était de près d'*un millimètre*, c'est-à-dire, *cinquante* ou *soixante* fois plus grande que les erreurs dont les observations sont susceptibles.

Divers physiciens avaient déjà annoncé que les phénomènes de la diffraction ne dépendent point de *la nature* du corps que les rayons lumineux viennent raser. En confirmant ce résultat par des mesures dans lesquelles on ne remarque pas des différences d'*un* centième de millimètre, l'auteur du Mémoire y a ajouté cette circonstance non moins curieuse, que la forme du corps n'a également aucune influence; en sorte, par exemple, que les bandes diffractées ont précisément le même éclat et la même position, soit qu'elles aient été formées sur le dos d'un rasoir ou sur son tranchant (B).

Nous n'avons parlé jusqu'ici que des franges extérieures; mais la lumière pénètre aussi *dans* l'ombre géométrique, l'éclaire et y forme une série de bandes obscures et brillantes. Le docteur Thomas Young, l'un des correspondants de l'Académie, a découvert, il y a quelques années, que si on intercepte avec un écran *un seul* des deux pinceaux lumineux qui viennent toucher les bords d'un corps étroit, la totalité des bandes intérieures s'évanouit, quoique le pinceau opposé ait continué sa route et se soit en partie répandu dans l'ombre, comme précédemment. De là il résulte avec évidence que les franges intérieures sont formées par la rencontre de ces deux faisceaux lumineux. M. Young démontre, au demeurant, cette influence réciproque des rayons qui se croisent, sans faire intervenir dans son expérience les forces auxquelles on a l'habitude d'attribuer les phénomènes de la diffraction [b].

Pour cela, il introduit la lumière solaire dans une chambre obscure, par

bande en était éloignée de $0^{mm},68$ de plus, ou de $2^{mm},20$: le point qui, à $1^{m},003$ du corps, se trouvait sur la droite, était intermédiaire entre les bandes obscures du premier et du second ordre. Voyez, du reste, à la fin de ce rapport, la note (A), où j'ai transcrit d'autres observations de M. Fresnel, qui prouvent de même, à l'égard des bandes de divers ordres, que leurs positions successives, pour un éloignement donné du point lumineux, forment une ligne courbe dont la concavité est tournée vers le corps opaque.

[a] Voyez, au sujet de cette remarque du rapporteur, N° XIV, § 60, la note de l'éditeur.
[b] Voyez plus haut, sur cette assertion, N° IX, p. 124, la note de l'éditeur.

deux petits trous *peu éloignés*. Lorsqu'on reçoit *séparément* chaque faisceau sur un carton, on n'aperçoit rien de remarquable; mais si les deux faisceaux y parviennent *simultanément et se mêlent,* leur rencontre donne naissance à une série de franges obscures et brillantes, semblables aux franges intérieures. L'auteur du Mémoire présente une expérience analogue, mais d'où la même conséquence découle encore plus nettement, et qui, dans les applications, a sur celle que nous venons de rapporter l'important avantage de donner naissance à des bandes beaucoup plus vives. Il fait concourir deux faisceaux de rayons partant d'un même foyer et régulièrement réfléchis par deux miroirs métalliques légèrement inclinés entre eux, et dont les surfaces sont presque sur le même plan : dès lors la portion commune des deux champs lumineux est parsemée de bandes brillantes et obscures, également espacées et perpendiculaires à la ligne qui joint les deux images réfléchies, quelle que soit d'ailleurs la position de cette ligne relativement aux bords des miroirs.

Les *longueurs* des chemins parcourus par les rayons lumineux depuis leur point de départ jusqu'à celui de leur croisement déterminent l'espèce d'influence que ces rayons exercent les uns sur les autres. Si l'on reçoit les faisceaux sur un écran, on trouvera une frange brillante là où deux rayons auront parcouru précisément le même chemin : si la frange brillante voisine correspond à une différence de routes représentée par d, la 3^e, la 4^e, la 5^e frange de même espèce s'observeront sur le carton dans des points pour lesquels les différences de routes seront $2d$, $3d$, $4d$, etc. Quant aux bandes obscures, elles correspondront toutes à des différences comprises dans la série arithmétique $\frac{1}{2}d$, $\frac{3}{2}d$, $\frac{5}{2}d$, etc. Ajoutons que la quantité d n'est pas la même pour les rayons de différentes couleurs, et qu'elle varie dans le même rapport que les longueurs des accès. Cette quantité, pour chaque espèce de rayons, est précisément le double de celle qui, d'après Newton, détermine le retour d'une molécule lumineuse au même accès de facile réflexion ou de facile transmission.

En se fondant sur les principes que nous venons d'énoncer, et dont on est redevable au docteur Thomas Young, l'auteur du Mémoire examine d'abord si les franges intérieures ne seraient pas le résultat de l'influence mutuelle de deux faisceaux infléchis dans l'ombre, *sur les bords mêmes* du corps opaque.

Dans cette hypothèse, les bandes intérieures devraient toujours être également espacées; leurs largeurs varieraient, pour des distances données, en raison inverse des diamètres des corps; ces largeurs, enfin, seraient indépen-

II. dantes de la position du point éclairant. (*Annales de chimie et de physique*, t. I, p. 261 [a].) Tant que les bandes extrêmes sont suffisamment éloignées des limites de l'ombre géométrique, ces résultats s'accordent assez bien avec l'observation; dans les autres cas on trouve quelque différence entre la position calculée de chaque bande et sa place réelle : or ces discordances, toutes légères qu'elles sont, surpassent sensiblement les petites incertitudes que comportent les observations de l'auteur.

Quant aux bandes extérieures, si on les suppose formées, comme il paraît d'abord naturel de le faire, par la rencontre de la lumière directe et des rayons réfléchis *sur le bord* du corps opaque, on trouve une bande brillante là où le calcul donne une bande obscure, et réciproquement. Pour que les lois déduites de l'expérience des deux miroirs s'appliquassent au cas que nous examinons ici, il faudrait donc admettre que les rayons réfléchis obliquement sur le bord du corps opaque se comportent comme si les chemins parcourus étaient plus courts qu'ils ne le sont en effet de la moitié de la quantité que nous avons désignée précédemment par d.

Telle est l'hypothèse sur laquelle MM. Young et Fresnel avaient fondé l'explication des bandes extérieures; mais l'auteur du Mémoire prouve qu'elle ne suffit pas; et en effet, dans quelques circonstances qu'il indique, la place réelle de la bande est distante de la place calculée de $\frac{17}{100}$ de millimètre, c'est-à-dire, d'une quantité six ou sept fois plus grande que l'incertitude des observations. Il fait en outre remarquer, indépendamment de toute mesure, que si les franges extérieures résultaient de la rencontre de la lumière directe et *des seuls rayons réfléchis* sur le bord du corps opaque, l'étendue et la courbure de ce bord auraient quelque influence sur leur intensité; ce qui est, comme nous l'avons déjà dit, contraire à l'expérience, puisque le tranchant et le dos d'un rasoir forment des franges parfaitement semblables. Il faut donc admettre que des rayons qui passent à une distance sensible du corps sont écartés de leur direction primitive, et concourent aussi à la production du phénomène. Ce résultat important est confirmé d'ailleurs par plusieurs autres expériences que le Mémoire renferme (C).

Comment arrive-t-il maintenant que le faisceau continu et d'une largeur sensible qui passe dans le voisinage d'un corps, au lieu de donner sur l'écran

---

[a] N° VIII, § 17.

qui le reçoit une lumière uniforme, produise une série de bandes brillantes séparées par des intervalles obscurs? Les bornes dans lesquelles nous devons nous renfermer ne nous permettront pas de suivre l'auteur dans cette recherche épineuse. Nous essayerons, toutefois, de donner une idée nette de l'hypothèse sur laquelle se fonde l'intégrale qu'il présente comme l'expression générale de tous les phénomènes de la diffraction.

L'auteur conçoit sur les bords du corps opaque une portion de sphère dont le centre serait dans le foyer rayonnant, et il suppose que de chaque point de cette surface partent des rayons lumineux élémentaires, dans toutes sortes de directions et avec des intensités sensiblement égales tant qu'ils s'écartent peu de la normale; il ne tient pas compte des rayons très-inclinés qui, dans son hypothèse, se détruisent mutuellement; il détermine enfin l'intensité de la lumière résultante du concours et des influences réciproques de tous les rayons peu inclinés sur la normale, en les assimilant à des forces qui feraient entre elles des angles proportionnels aux différences des chemins parcourus, la différence *d*, dont nous avons déjà parlé, répondant à une circonférence entière. Par là, l'intensité de la lumière, dans tous les points de l'espace situés derrière le corps relativement au foyer rayonnant, se trouve représentée par une formule intégrale qui embrasse chaque cas particulier [1].

Cette formule, appliquée aux bandes extérieures, indique d'abord des variations périodiques dans l'intensité de la lumière qui avoisine l'ombre géométrique; elle montre que dans aucun point la lumière n'est tout à fait nulle; que la différence d'intensité entre une frange brillante et la frange obscure contiguë va continuellement en diminuant à mesure qu'on s'éloigne du corps, et qu'elle est déjà presque insensible dès le 9^e ou le 10^e ordre; ce qui est conforme aux observations. Elle fait voir aussi pourquoi les franges extérieures sont beaucoup moins nombreuses et moins vives que celles qui résultent de la rencontre de deux faisceaux lumineux partant d'un même foyer, et réfléchis, comme dans l'expérience que nous avons déjà citée, par deux miroirs légèrement inclinés l'un sur l'autre.

Le seul élément indéterminé que l'intégrale renferme est la quantité que nous avons désignée par *d*. L'auteur trouve, par diverses méthodes, que, dans

[1] Nous donnerons, dans un de nos plus prochains cahiers, le chapitre entier du Mémoire de M. Fresnel dans lequel cette théorie, aussi neuve que délicate, se trouve exposée avec tous les détails convenables.

II. la lumière rouge homogène transmise par son verre coloré, la valeur de d est égale à $\frac{64}{100000}$ de millimètre (D). Substituant ensuite cette valeur dans la formule générale, il en déduit aisément la largeur des franges, pour toutes les positions du foyer lumineux et de l'écran.

L'auteur a réuni dans un seul tableau les résultats comparatifs du calcul et de vingt-cinq séries d'expériences renfermant chacune les observations de cinq ordres de franges; ce qui donne en somme cent vingt-cinq mesures : la différence entre l'observation et sa théorie a atteint *une* seule fois $\frac{5}{100}$ de millimètre, *trois* fois $\frac{3}{100}$ et *six* fois $\frac{2}{100}$. Dans tous les autres cas, au nombre de cent quinze, la discordance n'a jamais dépassé $\frac{1}{100}$ de millimètre, quoique les quantités mesurées se soient élevées jusqu'à 760 centièmes. Ajoutons, pour montrer combien dans toutes ces observations les circonstances ont été dissemblables, que la distance du point rayonnant au corps opaque a varié entre *un* décimètre et *six* mètres, et la distance de ce même corps à l'écran entre *deux* millimètres et *quatre* mètres.

Les franges produites par une ouverture étroite, celles qu'on observe dans l'intérieur de l'ombre géométrique d'un corps opaque, naissent et se propagent suivant les mêmes lois. Les mesures consignées dans le Mémoire sont représentées par les formules avec la précision des observations elles-mêmes.

L'un de vos commissaires, M. Poisson, avait déduit des intégrales rapportées par l'auteur le résultat singulier que le centre de l'ombre d'un écran circulaire opaque devait, lorsque les rayons y pénétraient sous des incidences peu obliques, être aussi éclairé que si l'écran n'existait pas. Cette conséquence a été soumise à l'épreuve d'une expérience directe, et l'observation a parfaitement confirmé le calcul (E). Tout porte donc à croire que les mêmes formules qui ont si fidèlement donné la place des *maxima* et des *minima* de lumière représenteront également les intensités comparatives des franges. Des observations de ce genre seraient d'un grand intérêt : nous convenons qu'elles sont très-délicates; mais le physicien plein de sagacité dont nous venons d'analyser le travail a fait déjà de trop grands pas sur cette route pour qu'on ne doive pas espérer qu'il cherchera encore à confirmer sa théorie par des mesures d'intensité.

L'auteur du Mémoire inscrit sous le n° 1 est certainement un physicien exercé; mais les moyens d'observation qu'il a employés n'étant pas suffisamment précis, quelques-uns des phénomènes que la lumière présente en pas-

sant par de petites ouvertures, ou seulement dans le voisinage des corps opaques, ont échappé à son attention. L'auteur paraît n'avoir connu ni les travaux dont on est redevable au docteur Thomas Young, ni le Mémoire que M. Fresnel avait inséré, en 1816, dans les Annales de chimie et de physique : aussi la partie de son travail qui se rapporte aux influences que les rayons de lumière exercent ou semblent exercer les uns sur les autres en se mêlant, loin de rien ajouter à ce qui était déjà connu, renferme plusieurs erreurs évidentes : d'après cela, la commission s'est déterminée à accorder le prix au Mémoire inscrit sous le n° 2, et portant pour épigraphe : *Natura simplex et fecunda.*

(A) TABLEAU RENFERMANT LES TRAJECTOIRES DES BANDES DE DIVERS ORDRES, RAPPORTÉES AUX CORDES QUI PASSENT PAR DEUX POSITIONS EXTRÊMES DE CES BANDES.

On a vu plus haut, dans le rapport, que les lignes qui passent par les positions successives d'une même bande ne sont pas droites. Le tableau suivant, extrait du Mémoire de M. Fresnel, fait connaître, pour les bandes de divers ordres, la distance qui sépare les positions observées des positions calculées. Celles-ci sont déduites de la supposition que la bande est toujours située sur la droite qui joint le bord du corps opaque et la position observée la plus distante. Les mesures de M. Fresnel prouvent, en effet, qu'on peut, dans tous les cas et sans erreur sensible, admettre que les bandes partent du bord même du corps. On remarquera, du reste, que les résultats de la 4e série (*a*) sont entièrement indépendants de cette hypothèse, et que, pour ce cas, les cordes auxquelles les flèches de courbure sont rapportées partent des positions observées des divers ordres de bandes, à la distance de $1^{mm},7$ du corps opaque. On a réuni, dans chaque groupe séparé, toutes les observations pour lesquelles la distance du point radieux au corps opaque restait toujours la même.

DISTANCES du point radieux au corps opaque.	DISTANCES du corps opaque au micromètre.	FLÈCHES DE COURBURE POUR LES BANDES DE DIVERS ORDRES. 1er ordre.	2e ordre.	3e ordre.	4e ordre.	5e ordre.
		1re SÉRIE.				
$0^{m},510$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},110$	$0^{mm},19$	$0^{mm},29$	$0^{mm},35$	$0^{mm},40$	$0^{mm},44$
	0 ,501	0 ,14	0 ,21	0 ,25	0 ,30	0 ,34
	1 ,005	0	0	0	0	0
		2e SÉRIE.				
$1^{m},011$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},116$	$0^{mm},23$	$0^{mm},35$	$0^{mm},42$	$0^{mm},49$	$0^{mm},55$
	0 ,502	0 ,27	0 ,40	0 ,51	0 ,57	0 ,65
	0 ,996	0 ,21	0 ,30	0 ,38	0 ,42	0 ,49
	2 ,010	0	0	0	0	0
		3e SÉRIE.				
$2^{m},008$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},118$	$0^{mm},26$	$0^{mm},38$	$0^{mm},47$	$0^{mm},54$	$0^{mm},60$
	0 ,999	0 ,34	0 ,48	0 ,60	0 ,68	0 ,76
	2 ,998	0	0	0	0	0
		4e SÉRIE (*a*), RAPPORTÉE À LA CORDE QUI JOINT LES OBSERVATIONS EXTRÊMES.				
$3^{m},018$	$0^{m},0017$	0	0	0	0	0
	0 ,253	$0^{mm},30$	$0^{mm},45$	$0^{mm},56$	″	″
	0 ,500	0 ,38	0 ,53	0 ,65	″	″
	1 ,003	0 ,38	0 ,56	0 ,68	″	″
	1 ,998	0 ,31	0 ,45	0 ,54	″	″
	3 ,002	0 ,17	0 ,23	0 ,28	″	″
	3 ,995	0	0	0	0	0
		4e SÉRIE (*b*), RAPPORTÉE À LA CORDE QUI PART DU BORD DU CORPS OPAQUE.				
$3^{m},018$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},0017$	$0^{mm},04$	$0^{mm},06$	$0^{mm},08$	″	″
	0 ,253	0 ,34	0 ,50	0 ,63	$0^{mm},73$	$0^{mm},83$
	0 ,500	0 ,41	0 ,58	0 ,72	0 ,85	0 ,94
	1 ,003	0 ,41	0 ,60	0 ,74	0 ,87	0 ,97
	1 ,998	0 ,32	0 ,48	0 ,57	0 ,67	0 ,75
	3 ,002	0 ,18	0 ,25	0 ,30	0 ,38	0 ,39
	3 ,995	0	0	0	0	0
		5e SÉRIE.				
$4^{m},507$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},131$	$0^{mm},27$	$0^{mm},40$	$0^{mm},50$	$0^{mm},58$	$0^{mm},66$
	1 ,018	0 ,32	0 ,48	0 ,59	0 ,71	0 ,81
	2 ,506	0	0	0	0	0
		6e SÉRIE.				
$6^{m},007$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},117$	$0^{mm},23$	$0^{mm},33$	$0^{mm},42$	$0^{mm},49$	$0^{mm},53$
	0 ,999	0	0	0	0	0

(B) Voici deux des expériences que rapporte l'auteur pour prouver que la nature et la forme du corps n'influent pas sur la position des bandes diffractées. « J'ai recouvert une glace non étamée d'une couche d'encre de Chine unie à une « feuille mince de papier formant ensemble une épaisseur d'un dixième de milli- « mètre. Avec la pointe d'un instrument tranchant, j'ai tracé deux lignes parallèles, « et j'ai enlevé soigneusement la portion de papier et d'encre comprise entre ces « deux traits, et qui adhérait à la surface du verre. Cette ouverture, mesurée au « micromètre, s'est trouvée de $1^{mm},17$. J'ai pressé ensuite l'un contre l'autre deux « cylindres de cuivre de $14^{mm},5$ de diamètre, et en introduisant entre eux une lame « graduée en forme de coin, je les ai écartés jusqu'à ce que l'intervalle qui les « séparait fût aussi de $1^{mm},17$. Ces cylindres, posés à côté de la glace noircie, « étaient comme elle à $4^{m},015$ du point lumineux et à $1^{m},663$ du micromètre. J'ai « mesuré la largeur des franges produites par ces deux ouvertures, et, comme on « va le voir, elles se sont trouvées parfaitement égales. Ces observations ont été « faites dans la lumière blanche.

« Intervalle compris entre les points les plus sombres des deux bandes obscures « du 1^{er} ordre, à la séparation du rouge bistre et du violet :

« Sur le verre, $1^{mm},49$; sur les cylindres, $1^{mm},49$.

« Intervalle compris entre les limites des deux franges du 2^{e} ordre, à la sépa- « ration du rouge et du vert :

« Sur le verre, $3^{mm},22$; sur les cylindres, $3^{mm},22$.

« Il serait difficile de trouver, quant à la masse et à la nature des bords d'une « ouverture, des circonstances plus dissemblables que celles de l'expérience pré- « cédente. Dans un des cas, la diffraction était produite par une couche mince « d'encre de Chine; dans l'autre, deux cylindres de cuivre, de quatorze millimètres « et demi de diamètre, et qui présentaient dès lors aux rayons, sur les bords de « l'ouverture, des masses et des surfaces considérables; et l'on voit cependant qu'il « y a eu, dans les deux expériences, parité parfaite de dilatation du faisceau lu- « mineux. »

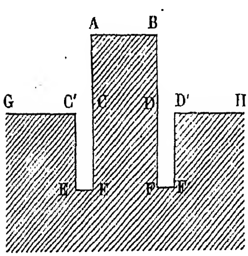
L'expérience qui suit montre d'une manière non moins évidente qu'on peut changer la *forme* du corps sans altérer pour cela, en aucune manière, la position des bandes diffractées.

« J'ai fait passer, dit l'auteur, un faisceau lumineux entre deux plaques d'acier « très-rapprochées, dont les bords verticaux, bien dressés sur toute leur longueur, « étaient tranchants dans une partie, arrondis dans une autre, et disposés de ma- « nière que le bord arrondi d'une des plaques répondait au tranchant de l'autre, « et réciproquement. Il en résultait que le tranchant se trouvant à droite, par « exemple, dans la partie supérieure de l'ouverture, était à gauche dans la partie

II. « inférieure. Par conséquent, pour peu que la différence d'action des deux bords « eût porté les rayons plus d'un côté que de l'autre, je m'en serais aperçu aux posi- « tions relatives des parties supérieures et inférieures de l'intervalle clair du milieu, « et surtout à celles des franges qui l'accompagnent, et qui auraient paru brisées « dans la partie correspondante au point où le tranchant supérieur s'arrondissait « et où commençait le tranchant inférieur de l'autre plaque. Mais en observant « attentivement ces bandes, je n'ai remarqué aucun point de rupture ni d'inflexion « dans toute leur longueur; elles étaient droites et continues comme si les plaques « avaient été disposées de manière que les parties de même forme fussent opposées « l'une à l'autre. On pourrait varier l'expérience, ajoute M. Fresnel, en composant « ces plaques de deux parties de natures différentes, et l'on obtiendrait le même « résultat. » Je me rappelle, en effet, avoir vu, il y a quelques années, dans le cabinet de physique d'Arcueil, des lames ainsi composées de corps de diverses natures, et qui cependant déviaient également la lumière dans toute leur étendue, comme MM. Berthollet et Malus l'avaient reconnu par des mesures multipliées et très-précises.

(C) Les expériences qui suivent démontrent également qu'on ne peut pas attribuer les phénomènes de la diffraction aux seuls rayons qui touchent les bords des corps, et qu'une infinité de rayons séparés de ces bords par des intervalles sensibles sont écartés de leurs directions primitives, et concourent aussi à la production des franges.

« Ayant découpé, dit M. Fresnel, une feuille de cuivre dans la forme représentée « par la figure ci-jointe, je la plaçai devant un point lu- « mineux dans une chambre obscure, et j'examinai son « ombre avec une loupe : or voici ce que j'observai, en « m'en éloignant graduellement : lorsque les franges pro- « duites par chacune des ouvertures très-étroites CEE'C' « et DFF'D' étaient sorties de l'ombre géométrique de « CDEF, qui ne recevait plus alors qu'une lumière sensi- « blement blanche de chaque fente considérée séparé- « ment, les franges intérieures provenant du croisement « de ces deux faisceaux lumineux présentaient des couleurs beaucoup plus vives et « plus pures que celles des franges intérieures de l'ombre ABDC, et avaient en « même temps plus d'éclat. En m'éloignant davantage, je voyais la lumière di- « minuer dans toute l'étendue de l'ombre de ABFE, mais plus rapidement dans « EFDC que dans la partie supérieure; en sorte qu'il y avait un instant où l'inten- « sité de la lumière était la même du haut en bas, après lequel les franges deve-



« naient plus obscures dans la partie inférieure[1], quoique leurs couleurs fussent « toujours beaucoup plus pures.

« S'il n'y avait de lumière infléchie que celle qui a rasé les bords mêmes du corps « opaque, les franges de la partie supérieure devraient être plus nettes que celles « de la partie inférieure, et présenter des couleurs plus pures; car les premières « proviendraient du concours de deux systèmes d'ondes ayant leurs centres sur les « deux côtés AC et BD, tandis que les autres seraient formées par le concours de « quatre systèmes d'ondes ayant leurs centres sur les bords C'E', CE, DF, D'F' : « ce qui diminuerait nécessairement la différence d'intensité des bandes obscures « et brillantes dans la lumière homogène, ou la pureté des couleurs dans la lumière « blanche, puisque les franges produites par les rayons réfléchis et infléchis sur « C'E' et DF ne coïncideraient pas parfaitement avec celles qui proviendraient du « concours des rayons partis de CE et de D'F' : or, comme je viens de le dire, « l'expérience prouve le contraire. On pourrait expliquer, dans la même hypothèse, « comment il se fait que l'ombre de ECDF est mieux éclairée que celle de ABDC « par la double source de lumière que fournissent les deux bords de chaque fente; « mais il résulterait de cette explication même que la partie inférieure devrait tou- « jours conserver sa supériorité d'éclat, et nous venons de voir qu'il n'en est pas ainsi.

« Il résulte des expériences que je viens de rapporter qu'on ne peut pas attri- « buer les phénomènes de la diffraction aux seuls rayons qui touchent les bords « des corps, et qu'il faut admettre qu'une infinité d'autres rayons, séparés de ces « corps par des intervalles sensibles, se trouvent néanmoins écartés de leur pre- « mière direction, et concourent aussi à la formation des franges.

« La dilatation qu'éprouve un faisceau lumineux en passant par une ouverture « très-étroite démontre d'une manière encore plus directe que l'inflexion de la « lumière s'étend à une distance sensible des bords du diaphragme. C'est en réflé- « chissant sur ce phénomène que j'ai reconnu l'erreur dans laquelle j'étais tombé « d'abord. Lorsqu'on approche beaucoup l'une de l'autre deux lames opaques « placées devant un point lumineux dans une chambre obscure, on voit l'espace « éclairé par l'ouverture qui les sépare s'élargir considérablement : ce sont les deux « couteaux de Newton. Je suppose que, comme dans son expérience, les bords de « l'ouverture soient tranchants et parfaitement affilés, non que cela influe sur le « phénomène, mais seulement pour rendre plus évidente la conséquence qu'on doit « en tirer. La petite quantité de rayons qui ont touché les tranchants étant répandue « dans un espace aussi étendu ne pourrait produire qu'une lumière insensible, ou

[1] Pour que cette différence d'éclat entre les deux parties de l'ombre puisse être bien prononcée, il faut que les fentes CE et DF soient très-étroites, et que la feuille de cuivre soit suffisamment éloignée du point lumineux.

II. «du moins extrêmement faible, et au milieu de laquelle on devrait distinguer une «bande brillante tracée par le pinceau des rayons directs. Il n'en est pas ainsi «cependant, et la teinte blanche paraît d'une intensité à peu près uniforme dans «un espace beaucoup plus grand que la projection de l'ouverture [1]; elle s'affaiblit «ensuite, mais par degrés, jusqu'aux bandes obscures du 1er ordre. C'était sans «doute pour rendre raison de la quantité considérable de lumière infléchie que «Newton avait supposé que l'action des corps sur les rayons lumineux s'étendait à «des distances très-sensibles; mais cette hypothèse ne peut soutenir un examen «approfondi.»

(D) L'auteur détermine d'abord la longueur d'une ondulation, pour l'espèce particulière de verre coloré qu'il employait, à l'aide d'une méthode dont l'explication trouvera naturellement sa place dans le chapitre du Mémoire que nous nous proposons de publier prochainement.

Cette valeur, par une moyenne entre cinq déterminations très-peu différentes, s'est trouvée égale à $0^{mm},000638$. Voici maintenant comment M. Fresnel confirme l'exactitude de ce résultat.

On peut appliquer aux franges formées par la rencontre de deux faisceaux lumineux réfléchis sur deux miroirs légèrement inclinés l'un sur l'autre la formule à l'aide de laquelle M. Fresnel avait déterminé la largeur des franges qui s'observent dans l'ombre d'un corps étroit. Lorsqu'on suppose que ces dernières franges proviennent uniquement de la lumière infléchie dans l'ombre sur les bords mêmes du corps, leur largeur, ou l'intervalle compris entre deux *minima* consécutifs se calcule par la formule $\frac{b\lambda}{c}$ (*Annales de chimie et de physique*, t. I, p. 261) [a]. λ est la longueur de l'onde lumineuse, b la distance du corps au micromètre. Quant à c, il représente la largeur du corps opaque; par conséquent, dans le phénomène produit par deux miroirs, il doit représenter la distance entre les deux images du point lumineux.

«N'ayant pas pu me procurer des miroirs métalliques assez exactement plans, «je me suis servi, dit M. Fresnel, de deux glaces non étamées travaillées avec une «grande perfection, que j'ai fait enduire d'un vernis noir, par derrière, pour éteindre

[1] «L'espace éclairé est d'autant plus grand «par rapport à la projection conique de l'ouverture, qu'on éloigne davantage du diaphragme «le carton blanc sur lequel on reçoit son ombre, «et que ce diaphragme est lui-même plus éloigné «du point lumineux; de sorte qu'en augmentant «suffisamment ces deux distances, on pourrait «obtenir le même effet avec une ouverture d'une «largeur quelconque.»

[a] N° VIII, § 17.

«la seconde réflexion. Je les ai fixées l'une à côté de l'autre sur un support, avec de «la cire molle, en ne les pressant que très-légèrement pour éviter les flexions. Un «inconvénient qui résulte de cette manière de les fixer, c'est qu'il arrive souvent «qu'elles changent un peu de position pendant l'expérience, et les moindres varia-«tions rendent l'opération inexacte. Pour éviter les erreurs de ce genre, j'ai eu «soin de mesurer les franges avant et après la mesure de l'intervalle compris entre «les deux images du point lumineux, afin de m'assurer qu'elles n'avaient point «changé de largeur pendant cette opération. J'ai déterminé l'intervalle compris «entre les deux images du point lumineux au moyen d'un écran placé à une cer-«taine distance du micromètre, et percé d'un petit trou circulaire, qui avait assez «de largeur cependant pour que le centre de son ombre, au lieu d'être clair et «dilaté, comme cela a lieu quand on se sert d'une ouverture très-étroite, fût occupé «par un cercle obscur d'une très-petite étendue; ce qui rend les mesures plus pré-«cises. Cet écran était assez éloigné des deux miroirs pour que les bords du trou «fussent suffisamment distants des limites de la partie commune des deux champs «lumineux, de façon qu'elles n'eussent pas d'influence sensible sur les franges «centrales de ce petit trou. Je mesurais la distance entre les centres des deux pro-«jections lumineuses du petit trou, qui étaient disposées d'une manière symétrique «relativement aux franges produites par les deux miroirs, et se trouvaient à la «hauteur du micromètre, de sorte que je n'étais point obligé de changer sa posi-«tion; ce qui est indispensable, parce qu'il n'arrive presque jamais que ces franges «aient la même largeur dans toute leur étendue. Connaissant d'ailleurs la distance «du petit trou au micromètre et aux deux images du point lumineux, je pouvais, «par une simple proportion, déterminer l'intervalle compris entre ces deux images.
«Voici les résultats de mes observations : chaque mesure micrométrique a été prise «au moins quatre fois.»

PREMIÈRE OBSERVATION.

Distance du point lumineux aux miroirs.	2^{m},323
——— des miroirs au petit trou.	3 ,171
——— du petit trou au micromètre.	1 ,522
Distance totale ou valeur de b.	7 ,016

Intervalle entre les centres des deux projections lumineuses du petit trou. . . . . 3^{mm},370

On en déduit pour l'intervalle entre les deux images du point lumineux. . . . . 12 ,16

D'après ces données, on trouve, pour la largeur de onze franges, au moyen de la formule $\frac{11 b \lambda}{c}$ et de la valeur précédente de λ......	$4^{mm},05$
L'observation m'avait donné.........................	4 ,06
Différence...............	— 0 ,01

DEUXIÈME OBSERVATION.

Distance du point lumineux aux miroirs.....................	$2^{m},321$
——— des miroirs au petit trou........................	3 ,105
——— du petit trou au micromètre....................	1 ,533
Distance totale ou valeur de b................	6 ,959

Intervalle entre les centres des deux projections lumineuses du petit trou...	$4^{mm},14$
On en déduit pour l'intervalle entre les deux images du point lumineux...	14 ,65
D'après ces données, on trouve, pour la largeur de onze franges, au moyen de la formule $\frac{11 b \lambda}{c}$...........................	3 ,33
L'observation m'avait donné........................	3 ,35
Différence..................	— 0 ,02

« On produit un phénomène absolument semblable à celui que présentent deux « miroirs légèrement inclinés entre eux, en se servant d'un verre plan d'un côté, « et dont l'autre surface est composée de deux plans formant un angle saillant très-« obtus, afin que les deux images du point lumineux produites par ce verre soient « assez rapprochées pour que les franges aient une largeur suffisante et puissent « être aperçues. L'interposition de ce verre fait naître, comme la réflexion sur deux « miroirs, deux systèmes d'ondes lumineuses, dont les intersections produisent des « bandes obscures ou brillantes, selon l'accord ou la discordance de leurs mouve-« ments vibratoires. Il est évident que les mêmes formules doivent s'appliquer aux « deux phénomènes. Voici les résultats d'une expérience faite avec un verre prisma-« tique, en suivant, du reste, les mêmes procédés que dans les observations précé-« dentes sur les franges produites par deux miroirs. »

Distance du point lumineux au petit trou....................	$5^{m},877$
——— du petit trou au micromètre....................	$1\ ,265$
Distance totale ou valeur de b................	$7\ ,142$

Intervalle entre les centres des projections lumineuses du petit trou.	$4^{mm},66$
On en déduit pour l'intervalle entre les deux images du point lumineux..	$21\ ,65$
D'après ces données, on trouve, pour la largeur de onze franges, au moyen de la formule $\frac{11b\lambda}{c}$........................	$2\ ,31$
L'observation m'avait donné..........................	$2\ ,30$
Différence..................	$+0\ ,01$

« D'après les observations de Newton sur les anneaux colorés, la longueur d'on- « dulation des rayons rouges extrêmes est $0^{mm},000645$; celle des rayons à la sépa- « ration du rouge et de l'orangé $0^{mm},000596$, et par conséquent celle des rayons « rouges moyens $0^{mm},000620$. Ainsi, la longueur $0^{mm},000638$ répondrait à un « point du spectre solaire un peu plus voisin de l'extrémité que du milieu du rouge, « si toutefois les résultats de Newton ne sont pas un peu trop faibles, comme je « serais porté à le croire. »

(E) M. Poisson, depuis le rapport de la commission, ayant fait remarquer à M. Fresnel que l'intégrale qui représente l'intensité de la lumière diffractée peut aisément s'obtenir pour le centre de l'ombre d'un écran ou d'une ouverture circulaires, celui-ci fit le calcul pour ce dernier cas, et trouva que l'expression générale d'intensité devenait alors semblable à celle de la lumière réfléchie dans le phénomène des anneaux colorés; que ses *minima* étaient tout à fait nuls et devaient présenter ainsi un noir à peu près parfait dans une lumière sensiblement homogène; du moins pour les trois premiers ordres, où le défaut d'homogénéité de la lumière rouge employée ne se faisait pas encore trop sentir : c'est aussi ce que l'expérience a confirmé. En plaçant le foyer de la loupe du micromètre aux distances calculées, on apercevait comme une tache d'encre au centre de l'ouverture circulaire.

En observant le phénomène dans la lumière blanche, et en se rapprochant graduellement de l'ouverture, on voyait le centre de sa projection présenter successivement toutes les teintes qu'on observe dans les franges produites par le concours de deux faisceaux lumineux réfléchis sur deux miroirs, et avec le même degré de viva-

cité. M. Fresnel, après avoir calculé, pour une distance donnée et pour une ouverture circulaire dont il avait mesuré le diamètre, l'intensité de chacune des sept principales espèces de rayons simples, substitua les nombres qu'il avait ainsi obtenus, dans la formule empirique de Newton qui sert à déterminer la teinte produite par un mélange quelconque de rayons colorés, et trouva un résultat conforme à l'observation. On peut regarder cette expérience comme une vérification des formules de M. Fresnel, sous le rapport de l'intensité de la lumière diffractée; on voit, du moins, qu'elles représentent les intensités relatives des différentes espèces de rayons.

N° XIV.

MÉMOIRE

SUR

LA DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE[a],

COURONNÉ PAR L'ACADÉMIE DES SCIENCES [1].

Natura simplex et fecunda.

INTRODUCTION.

1. Avant de m'occuper spécialement des phénomènes nombreux et variés compris sous la dénomination commune de *diffraction*, je crois

[1] En publiant ce Mémoire, qui a été couronné par l'Académie en 1819, on a fait quelques changements à la rédaction du manuscrit déposé à l'Institut, le 29 juillet 1818, mais sans apporter aucune modification à la théorie et aux expériences qu'il contient. Désirant y ajouter quelques expériences nouvelles et quelques développements théoriques, on les a placés dans des notes à la suite du Mémoire.

[a] Nous reproduisons ici le texte du Mémoire sur la diffraction, publié en 1826, par ordre de l'Académie des sciences, et inséré dans le tome V de son recueil, pour les années 1821 et 1822.

L'auteur fait observer lui-même que sa rédaction primitive a subi quelques changements, et qu'il a ajouté, à la suite du Mémoire, deux notes. La seconde, relative à la réfraction, avait déjà paru dans le Bulletin de la Société philomathique de 1821, p. 152, et dans les Annales de chimie et de physique, t. XXI, p. 225, cahier de novembre 1822.

Nous avons comparé le texte imprimé au texte manuscrit du Mémoire couronné, conservé au secrétariat de l'Institut, et, sans nous occuper des modifications ou de pure forme,

XIV. devoir présenter quelques considérations générales sur les deux systèmes qui ont partagé jusqu'à présent les savants relativement à la nature de la lumière. Newton a supposé que les molécules lumineuses lancées des corps qui nous éclairent arrivent directement jusqu'à nos yeux, où elles produisent par leur choc la sensation de la vision. Descartes, Hooke, Huyghens, Euler, ont pensé que la lumière résultait des vibrations d'un fluide universel extrêmement subtil, agité par les mouvements rapides des particules des corps lumineux, de la même façon que l'air est ébranlé par les vibrations des corps sonores; de sorte que, dans ce système, ce ne sont plus les molécules du fluide en contact avec les corps lumineux qui parviennent à l'organe de la vue, mais seulement le mouvement qui leur a été imprimé.

La première hypothèse a l'avantage de conduire à des conséquences plus évidentes, parce que l'analyse mécanique s'y applique plus aisément : la seconde, au contraire, présente sous ce rapport de grandes difficultés. Mais, dans le choix d'un système, on ne doit avoir égard qu'à la simplicité des hypothèses; celle des calculs ne peut être d'aucun poids dans la balance des probabilités. La nature ne s'est pas embarrassée des difficultés d'analyse; elle n'a évité que la complication des

---

ou seulement grammaticales, nous avons indiqué toutes les additions notables, et rétabli au bas des pages, comme variantes, tous les passages supprimés de quelque importance.

On trouve au tome XI des Annales de chimie et de physique (cahiers de juillet et d'août 1819) une première édition incomplète de ce Mémoire, qui porte le titre d'*Extrait*, mais qui n'est en réalité qu'une reproduction textuelle de la deuxième section du Mémoire complet, sauf une suppression et des variantes de peu d'importance. L'introduction, la première section et les premières lignes de la deuxième sont remplacées par un court préambule que nous reproduisons plus loin à titre de variante. Nous indiquons également le passage supprimé de la deuxième section, mais nous avons cru inutile de relever d'insignifiantes différences de rédaction qui se rencontrent çà et là.

Voici ce que Fresnel lui-même écrivait à Young au sujet de cette première publication.

« J'ai l'honneur de vous adresser deux exemplaires de mon Mémoire sur la diffraction, tel « qu'il vient d'être imprimé dans les Annales de physique et de chimie. Il ne pouvait pas y être « inséré en totalité, à cause de son étendue; mais la partie supprimée, ne contenant guère « que des objections contre le système newtonien, vous aurait présenté peu d'intérêt, etc. » (Lettre au docteur Thomas Young, du 19 septembre 1819.) — (Voy. N° LVI.)

moyens. Elle paraît s'être proposé de faire beaucoup avec peu : c'est un principe que le perfectionnement des sciences physiques appuie sans cesse de preuves nouvelles[1]. L'astronomie, l'honneur de l'esprit humain, en présente surtout une confirmation frappante; toutes les lois de Kepler ont été ramenées par le génie de Newton à la seule loi de la gravitation, qui a servi ensuite à expliquer et même à découvrir les perturbations les plus compliquées et les moins apparentes des mouvements planétaires.

2. Si l'on s'est quelquefois égaré en voulant simplifier les éléments d'une science, c'est qu'on a établi des systèmes avant d'avoir rassemblé un assez grand nombre de faits. Telle hypothèse, très-simple quand on ne considère qu'une classe de phénomènes, nécessite beaucoup d'autres hypothèses lorsqu'on veut sortir du cercle étroit dans lequel on s'était d'abord renfermé. Si la nature s'est proposé de produire le *maximum* d'effets avec le *minimum* de causes, c'est dans l'ensemble de ses lois qu'elle a dû résoudre ce grand problème.

Il est sans doute bien difficile de découvrir les bases de cette admirable économie, c'est-à-dire les causes les plus simples des phénomènes envisagés sous un point de vue aussi étendu. Mais, si ce principe général de la philosophie des sciences physiques ne conduit pas immédiatement à la connaissance de la vérité, il peut néanmoins diriger les efforts de l'esprit humain, en l'éloignant des systèmes qui rapportent les phénomènes à un trop grand nombre de causes différentes, et en lui faisant adopter de préférence ceux qui, appuyés sur le plus petit nombre d'hypothèses, sont les plus féconds en conséquences.

3. Sous ce rapport, le système qui fait consister la lumière dans les vibrations d'un fluide universel a de grands avantages sur celui de l'émission. Il permet de concevoir comment la lumière est susceptible

[1] Si la chimie, dans ses progrès, paraît faire une exception à cet égard, cela tient sans doute à ce qu'elle est encore peu avancée, malgré les pas rapides qu'elle a faits depuis trente ans. Mais on peut déjà remarquer que les proportions des nombreuses combinaisons qu'elle présente, qui avaient paru d'abord soumises chacune à des lois particulières, sont embrassées maintenant dans des règles générales d'une grande simplicité.

de recevoir tant de modifications diverses. Je n'entends pas ici celles qu'elle éprouve momentanément dans les corps qu'elle traverse et qu'on peut toujours rapporter à la nature de ces milieux, mais je veux parler de ces modifications permanentes qu'elle emporte avec elle et qui lui impriment des caractères nouveaux. On conçoit qu'un fluide, assemblage d'une infinité de molécules mobiles soumises à une dépendance mutuelle, est susceptible d'un grand nombre de modifications différentes, en raison des mouvements relatifs qui leur sont imprimés. Les vibrations de l'air et la variété des sensations qu'elles produisent sur l'organe de l'ouïe en offrent un exemple remarquable.

Dans le système de l'émission, au contraire, la marche de chaque molécule lumineuse étant indépendante de celle des autres, le nombre des modifications diverses dont elles sont susceptibles paraît extrêmement borné. On peut ajouter un mouvement de rotation à celui de transmission; mais voilà tout. Quant aux mouvements oscillatoires, leur existence n'est concevable que dans des milieux qui les entretiendraient par une action inégale de leurs parties sur les divers côtés des molécules lumineuses, supposés doués de propriétés différentes. Dès que cette action cesse, les oscillations doivent cesser aussi ou se transformer en mouvements de rotation. Ainsi, le mouvement de rotation et la diversité des faces d'une même molécule lumineuse sont les seules ressources mécaniques de la théorie de l'émission pour représenter toutes les modifications permanentes de la lumière [1]. Elles pa-

[1] A moins qu'on ne suppose les molécules lumineuses susceptibles d'une sorte d'aimantation ou de modification interne résultant de la décomposition ou distribution inégale d'un fluide plus subtil renfermé dans chacune d'elles. Mais ce serait, à notre avis, abuser de l'analogie, que de supposer des phénomènes aussi compliqués dans les dernières molécules du fluide le plus subtil que l'on connaisse [a].

---

[a] Note primitivement rédigée de la manière suivante :

Var. En supposant que les molécules lumineuses, au lieu d'être sphériques, ont des faces de formes et de dimensions inégales, sont par exemple des ellipsoïdes, il semblerait au premier coup d'œil qu'on pourrait expliquer ainsi les phénomènes de la polarisation; car il serait naturel d'en conclure que l'action des corps sur la lumière varierait selon les faces que leur présenteraient les

raîtront bien insuffisantes, si l'on fait attention à la multitude de phénomènes qu'offre l'optique. On s'en convaincra davantage en lisant le Traité de physique expérimentale et mathématique de M. Biot, dans lequel sont développées, avec beaucoup de détail et de clarté, les principales conséquences du système de Newton. On y verra que, pour rendre compte des phénomènes, il faut accumuler sur chaque particule lumineuse un grand nombre de modifications diverses, souvent très-difficiles à concilier entre elles.

4. Suivant le système des ondulations, la variété infinie des rayons de diverses couleurs qui composent la lumière blanche provient tout simplement de la différence de longueur des ondes lumineuses, comme les divers tons musicaux, de celle des ondes sonores. Dans la théorie newtonienne, on ne peut attribuer cette diversité de couleurs ou de sensations produites sur l'organe de la vue à des différences de masse ou de vitesse initiale des molécules lumineuses, car il en résulterait que la dispersion devrait toujours être proportionnelle à la réfraction, et l'expérience prouve le contraire. Alors il faut *nécessairement* admettre que les molécules des rayons diversement colorés ne sont pas de même nature[1]. Voilà donc autant de molécules lumineuses différentes qu'il y a de couleurs, de nuances diverses, dans le spectre solaire[a].

[1] Les géomètres, dans leurs recherches sur les vibrations des fluides élastiques, ont été conduits à cette conséquence, que les ondulations de diverses longueurs se propagent avec la même vitesse. Mais, en admettant ce résultat pour un fluide homogène, on ne doit pas en conclure que la même chose ait lieu lorsque ce fluide est

molécules lumineuses. Mais, pour concevoir la régularité du phénomène dans cette hypothèse, il faudrait supposer en outre qu'un des trois axes reste constamment dans la direction du rayon, ce qui n'est pas admissible. La théorie des vibrations n'a pas encore donné l'explication de la polarisation. Mais on conçoit que cette modification de la lumière consiste dans des mouvements transversaux de ses ondes, quoiqu'on ne puisse pas encore les définir avec précision.

[a] Le manuscrit ajoute au paragraphe 4 :

Var. Newton, ayant supposé pour expliquer la réfraction que les corps attiraient la lumière, fut obligé d'admettre que leur surface possédait en même temps une puissance répulsive qui produisait la réflexion. Tout porte à penser que la répulsion s'exerce entre les molécules des corps à des distances plus petites que celles

V. 5. Après avoir expliqué la réflexion et la réfraction par l'action de forces répulsives et attractives émanant de la surface des corps, Newton,

interposé entre les particules d'un corps beaucoup plus dense et d'une élasticité toute différente. Il est très-possible que le retard apporté par ces obstacles dans la marche des ondes lumineuses varie avec leurs longueurs, comme avec la forme, la masse et les intervalles des particules du milieu. Et si la dispersion, le phénomène le plus irrégulier de l'optique, n'a point encore été expliquée dans la théorie des vibrations, on ne peut pas dire cependant qu'elle est en contradiction avec ce système. La théorie newtonienne n'en fait pas mieux connaître les lois; elle suppose que les attractions que les corps exercent sur la lumière varient avec leur nature et suivant des rapports différents pour les diverses espèces de molécules lumineuses; mais peut-on appeler explication ce qui ne simplifie en rien la science et remplace les faits par un nombre égal d'hypothèses particulières?

Nota. Depuis la rédaction de ce Mémoire, j'ai remarqué que, dans le cas même où l'on pourrait considérer le milieu vibrant comme homogène, pour simplifier l'hypothèse qui sert de base aux calculs, le résultat obtenu par les géomètres ne serait exact qu'autant que la sphère d'action réciproque des molécules du fluide élastique serait très-petite relativement à la longueur d'une ondulation. Dès que l'étendue de cette sphère d'activité n'est plus négligeable relativement à la longueur d'ondulation, il n'est plus vrai de dire que les ondes de différentes longueurs ou largeurs se propagent avec la même vitesse. J'ai montré, par un raisonnement très-simple, dans mon Mémoire sur la double réfraction, qu'alors les ondes étroites doivent se propager un peu moins vite que les ondes plus larges, conformément à ce qu'on observe dans le phénomène de la dispersion, considéré sous le point de vue de la théorie des ondes[a].

---

auxquelles l'attraction commence; car sans cela on ne voit pas ce qui pourrait empêcher le rapprochement complet de leurs particules. Newton a été conduit à une hypothèse absolument opposée relativement à la lumière. Dans son système, la répulsion succède à l'attraction, qui décroît rapidement et ne se fait sentir que très-près de la surface. La force répulsive, au contraire, s'étend suivant lui à des distances sensibles, et il explique de cette manière comment il se fait que les surfaces polies réfléchissent régulièrement la lumière malgré la multitude de petites aspérités dont elles sont hérissées[1]. Mais, d'un autre côté, ce grand géo-

[1] «Car il n'est pas concevable qu'avec du grès, «de la potée et du tripoli, matières dont on se sert «pour travailler les verres, on puisse donner à «leurs plus petites parties un assez beau poli pour «qu'elles ne fassent toutes qu'une surface parfai«tement lisse. Il est clair, au contraire, que ces «matières ne peuvent que sillonner le verre, puis «user ses aspérités. Plus elles seront réduites en «poudre fine, plus ces sillons seront petits; mais «quelque fine que soit cette poudre, jamais elle «ne parviendra à les effacer totalement.» (*Optique de Newton*, p. 93 du tome II de la traduction française de Marat, dite de Beauzée.)

[a] Voyez n° XLIII, § 32.

pour concevoir le phénomène des anneaux colorés, imagina, dans les molécules lumineuses, des accès de facile réflexion et de facile transmission, revenant périodiquement à des intervalles égaux. Il était naturel de supposer que ces intervalles, comme la vitesse de la lumière, étaient toujours les mêmes dans les mêmes milieux, et que, par conséquent, sous des incidences plus obliques, le diamètre des anneaux devait diminuer, le chemin parcouru ayant augmenté. L'expérience apprend, au contraire, que le diamètre des anneaux augmente avec l'obliquité de l'incidence, et Newton fut obligé d'en conclure que les accès augmentaient alors de longueur, et dans un bien plus grand rapport que les chemins parcourus [a]. Il devait s'attendre aussi à trouver

---

mètre, en démontrant par ses belles expériences sur les anneaux colorés l'égalité périodique des accès, a supposé que les rayons réfléchis dans la lame d'air comprise entre deux objectifs étaient réfléchis à la surface même du verre, ou du moins à une distance très-petite relativement à la longueur d'un accès, qui n'est guère pour les rayons jaunes que le quart d'un millième de millimètre. Ainsi, dans le système de Newton, il faut admettre que les inégalités de la surface du verre sont extrêmement petites relativement à une quantité qui est elle-même très-petite par rapport à un quart de millième de millimètre; tandis qu'en adoptant la théorie des ondulations, il suffit de supposer que ces inégalités sont très-petites relativement à la longueur d'une ondulation ou d'un accès, pour concevoir nettement la régularité de la réflexion et de la réfraction exercées par les corps polis; ce qui s'accorde mieux, ce me semble, avec l'idée qu'on doit avoir du poli, d'après les procédés employés pour le produire.

[a] Le manuscrit ajoute ici la note suivante.

Var. Pour que le système de l'émission ait le même avantage que celui des ondulations, il faudrait expliquer comment les molécules lumineuses éprouvent ces modifications périodiques que Newton a appelées *accès*. L'explication que ce grand géomètre en a donnée dans les questions qui terminent son Traité d'optique me paraît la plus simple et la plus satisfaisante qu'on puisse imaginer, et elle est loin cependant d'être à l'abri des objections. Il suppose que les molécules lumineuses sont précédées par les vibrations que leur mouvement fait naître dans l'éther, et que les différents degrés de dilatation ou de condensation de ce fluide au point où se trouve la molécule lumineuse accélèrent ou retardent son mouvement. Mais, dans un même corps, la longueur de ces ondulations devrait toujours être la même, quel que fût l'angle d'incidence, et comme la vitesse des molécules lumineuses est constante dans le même milieu, la longueur des accès ne devrait pas varier avec l'inclinaison du rayon.

les accès plus longs dans les milieux que la lumière traverse avec le plus de vitesse, qui, selon lui, sont les corps les plus denses; car il était naturel de supposer que leurs durées restaient isochrones dans les différents milieux. L'expérience lui prouva le contraire : il reconnut que l'épaisseur des lames d'air et d'eau, par exemple, qui réfléchissent la même teinte sous l'incidence perpendiculaire, est exactement dans le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, pour le passage de la lumière de l'air dans l'eau; ce qui est précisément une des confirmations les plus frappantes de la théorie des ondulations. Il lui fallut donc supposer que la longueur des accès était en raison inverse de la vitesse de la lumière, ou, ce qui revient au même, que le temps de leur durée diminuait suivant le même rapport que le carré de sa vitesse augmentait.

Ainsi le système de l'émission suffit si peu à l'explication des phénomènes, que chaque phénomène nouveau nécessite une nouvelle hypothèse.

6. Si l'hypothèse des accès est déjà improbable par sa complication, elle le paraît bien davantage encore lorsqu'on la suit dans ses conséquences.

Il faut d'abord remarquer qu'elle n'était pas seulement nécessaire à l'intelligence du phénomène des anneaux colorés, dans le système de l'émission, mais qu'elle était encore indispensable pour expliquer comment une partie des molécules lumineuses, qui arrivent à la surface d'un corps transparent, pénètre dans son intérieur, tandis que les autres sont repoussées et réfléchies. Comme les circonstances sont semblables et constantes de la part du milieu réfringent, il est clair qu'elles doivent être variables et différentes dans les molécules lumineuses, ou, en d'autres termes, que celles-ci doivent apporter avec elles certaines dispositions physiques en vertu desquelles elles sont tantôt attirées et tantôt repoussées par le même corps. La réflexion partielle de la lumière qui a déjà traversé une plaque diaphane, sur la surface d'une seconde plaque de même nature et semblablement inclinée, démontre que ces dispositions physiques ne restent pas cons-

tantes, mais varient dans la même molécule lumineuse; et les belles observations de Newton sur les anneaux colorés font connaître la périodicité de leurs variations. Il devient facile alors, à l'aide de ces hypothèses, d'expliquer pourquoi une partie des molécules lumineuses est réfléchie à la surface d'un corps transparent, tandis que les autres sont transmises; c'est que les premières se trouvent, à leur arrivée, dans un accès de facile réflexion, tandis que les autres sont dans un accès de facile transmission. Mais, en arrivant à la surface, toutes les molécules transmises ne sont pas au milieu ou au *maximum* de l'accès de facile transmission, comme toutes les molécules réfléchies ne sont pas au *maximum* de leur accès de facile réflexion. En raison de la multitude des chances, elles doivent se trouver à tous les différents degrés de ces deux sortes d'accès, et le nombre des molécules lumineuses qui, en cet instant, sont à un même période de l'accès de facile transmission, est beaucoup moindre nécessairement que celui des molécules lumineuses qui se trouvent à des périodes différents. Mais cette différence de leurs dispositions physiques, au moment où elles sont réfractées, doit en apporter une dans l'intensité de la force attractive; car on a supposé que ces dispositions périodiques modifiaient l'action exercée par le corps réfringent, au point de changer souvent l'attraction en répulsion. Or, quelle que soit la fonction qui représente les modifications qu'éprouve l'action du milieu réfringent en raison des variations des dispositions physiques des molécules lumineuses, il est clair qu'elle ne peut point passer ainsi du positif au négatif, sans passer par zéro et tous les autres degrés intermédiaires. On ne peut donc supposer que toutes les molécules transmises soient attirées avec la même énergie; il faut admettre, au contraire, que cette énergie varie beaucoup en raison de la diversité de leurs dispositions physiques, et que le nombre des molécules pour lesquelles la force accélératrice se trouve sensiblement la même est beaucoup moindre que le nombre de celles pour lesquelles elle est différente. Ainsi, puisque c'est l'intensité de la force attractive qui détermine la direction des rayons réfractés, ils devraient affecter des directions diverses : ce qui contre-

V. dirait l'expérience; car on sait que, lorsque le milieu réfringent est bien diaphane, et sa surface parfaitement polie, il y a très-peu de lumière diffuse, c'est-à-dire, irrégulièrement réfractée, et que presque tous les rayons de même nature éprouvent exactement le même degré d'inflexion. Il me paraît donc très-difficile de concilier la régularité de la réfraction avec ces dispositions variables et périodiques des molécules lumineuses, qui, d'un autre côté, sont indispensables, dans le système de l'émission, pour expliquer comment une partie de la lumière incidente est réfléchie par un corps transparent, tandis que l'autre est transmise [a].

---

[a] Le paragraphe 6 était primitivement rédigé ainsi :

Var. Si le système des accès est déjà improbable par sa complication, il le paraît bien davantage encore lorsqu'on le suit dans ses conséquences.

Pour concevoir la régularité de la réflexion, il faut supposer que les deux branches de la petite courbe décrite par la molécule lumineuse dans le voisinage de la surface polie sont parfaitement symétriques par rapport à la normale; autrement l'angle de réflexion ne serait plus égal à l'angle d'incidence. Mais les accès de facile réflexion et de facile transmission, augmentant et diminuant alternativement la force répulsive, doivent nécessairement altérer cette symétrie toutes les fois que la molécule lumineuse ne se trouve pas précisément dans la même période du même accès aux points correspondants des deux branches de la trajectoire, c'est-à-dire presque toujours. Ainsi, il n'y aurait qu'une très-petite partie de la lumière réfléchie régulièrement, et le reste serait dispersé dans une foule de directions différentes, ce qui serait contraire à l'expérience, car on sait que la lumière régulièrement réfléchie sur une surface bien polie est beaucoup plus abondante que la lumière diffuse, et que c'est là la cause de la netteté des images.

Il est aussi difficile de faire concorder le système des accès avec la régularité de la réfraction. En effet, comment ces dispositions périodiques des molécules lumineuses, assez puissantes pour les enlever à la réflexion ou les retenir dans sa sphère d'activité, ne feraient-elles pas varier, en raison de leur différence d'intensité, la force attractive qui détermine l'angle de réfraction? Car on ne peut pas supposer, ainsi que l'a remarqué M. Biot, que les rayons transmis se trouvent tous au même degré de leur accès à l'instant de leur immersion; et, comme ce n'est que dans un intervalle très-court par rapport à la longueur des accès que l'attrac-

7. Non-seulement l'hypothèse des accès est improbable par sa complication, et difficile à concilier avec les faits dans ses conséquences, mais elle ne suffit pas même à l'explication du phénomène des anneaux colorés, pour lequel elle a été imaginée. Elle fait bien voir comment l'intensité de la lumière réfléchie sur la seconde surface de la lame d'air dépend du chemin parcouru dans cette lame, mais elle n'explique pas les variations de la réflexion produite par la première surface : or l'expérience démontre que les parties obscures des anneaux ne résultent pas seulement de l'affaiblissement de la seconde réflexion, mais encore de celui de la première. Pour s'en convaincre, il suffit de placer un prisme sur une glace dont la surface inférieure a été noircie, de sorte que l'œil ne reçoive de lumière sensible que celle qui est réfléchie par les deux surfaces de la lame d'air comprise entre ces deux verres. Si on les dispose de façon que le prisme dépasse la glace, et que le point de contact se trouve vers l'extrémité de celle-ci, on pourra alors comparer aisément les anneaux obscurs à la partie de la base du prisme qui dépasse la glace, et n'envoie à l'œil que le produit d'une seule réflexion : or l'on verra, en se servant de lumière homogène, que cette partie du prisme est beaucoup plus éclairée que les anneaux obscurs, qui ne peuvent plus ainsi être considérés comme résultant seulement de la suppression de la réflexion inférieure, mais encore d'une diminution considérable de la réflexion supérieure, particulièrement dans les points les plus sombres du premier et du second an-

---

tion se fait sentir [1], sa force dépend de l'intensité de l'accès au moment où la molécule lumineuse traverse la surface qui sépare les deux milieux. Ainsi les mêmes espèces de rayons devraient être réfractés dans une infinité de directions différentes.

[1] En déduisant de ses observations sur les diamètres des anneaux colorés le chemin parcouru dans la lame d'air par les molécules lumineuses, Newton l'a compté d'une surface à l'autre; il a donc supposé que les rayons étaient réfléchis, sinon à la surface même, du moins à une distance peu sensible par rapport à l'épaisseur de la lame d'air. La force attractive ne commençant à se faire sentir que là où finit la réflexion, il s'ensuit que la sphère d'activité, d'après Newton, n'a qu'une étendue très-petite par rapport à la longueur des accès.

neau, où toute réflexion paraît éteinte, lorsque les verres sont bien polis, et que la lumière incidente est suffisamment simplifiée. Il est évident que, s'il n'en est pas de même des autres anneaux, cela tient uniquement au défaut d'homogénéité de la lumière. Mais, si l'on ne parvient pas à y produire un noir complet, on peut aisément, jusqu'au sixième ordre même, les rendre assez obscurs pour mettre en évidence l'affaiblissement de la réflexion supérieure.

Ce phénomène me paraît difficile à expliquer dans la théorie newtonienne. Dira-t-on que les molécules lumineuses, en arrivant à la surface du prisme, se trouvent attirées par la glace? On pourrait admettre à la rigueur cette hypothèse pour la tache noire centrale, où le contact des deux verres est très-intime; mais il n'en est pas de même pour les anneaux obscurs qui l'entourent. Outre qu'il n'est pas probable que l'attraction des corps sur les molécules lumineuses s'exerce à des distances aussi sensibles, comment concevoir que le même verre qui les attire à une distance deux, les repousse à une distance trois, les attire à une distance quatre, et ainsi de suite?

Il est bien plus naturel de supposer que ce phénomène résulte de l'influence que la lumière réfléchie à la seconde surface de la lame d'air exerce sur celle qui l'a été à la première, et que cette influence varie avec la différence des chemins parcourus. Ainsi les anneaux colorés conduisent au principe de l'influence mutuelle des rayons lumineux, comme les phénomènes de la diffraction, quoiqu'ils ne le démontrent pas avec la même évidence.

8. Dans la théorie des ondulations ce principe est une conséquence de l'hypothèse fondamentale. On conçoit en effet que, lorsque deux systèmes d'ondes lumineuses tendent à produire des mouvements absolument opposés au même point de l'espace, ils doivent s'affaiblir mutuellement, et même se détruire complétement, si les deux impulsions sont égales, et que les oscillations doivent s'ajouter, au contraire, lorsqu'elles s'exécutent dans le même sens. L'intensité de la lumière dépendra donc des positions respectives des deux systèmes d'ondes, ou, ce qui revient au même, de la différence des chemins parcourus,

quand ils émanent d'une source commune [1] [a]. Dans le cas contraire, les perturbations qu'éprouvent nécessairement les vibrations des deux points éclairants, et qui doivent se succéder avec une grande rapidité, n'ont plus lieu simultanément et de la même manière, puisqu'ils sont indépendants; en conséquence, les effets de l'influence des deux systèmes d'ondes qu'ils engendrent variant à chaque instant, l'œil ne peut plus les apercevoir [2].

9. Dans l'hypothèse de l'émission, on ne peut pas admettre d'influence mutuelle entre les molécules lumineuses; car leur indépendance est indispensable pour expliquer la régularité de leur marche :

[1] A l'aide du principe des interférences, on explique aisément la loi des anneaux colorés, lorsque l'incidence est perpendiculaire; et, sans supposer que l'obliquité de la lame d'air apporte aucun changement dans la longueur des ondes lumineuses qui la traversent, on voit pourquoi le diamètre des anneaux augmente avec l'angle d'incidence. Ce principe conduit à une formule très-simple, qui représente fort bien le phénomène, excepté pour les grandes obliquités; du moins, dans ce cas, les résultats qu'elle donne diffèrent sensiblement des observations de Newton. Mais il est très-possible que cette différence entre la théorie et l'expérience tienne à des modifications qu'éprouve la loi ordinaire de la réfraction, lorsque les rayons passent très-obliquement entre deux verres aussi rapprochés que ceux qui réfléchissent les anneaux colorés [b].

[2] On trouvera une explication plus détaillée de la théorie élémentaire du phénomène des interférences dans l'article sur la lumière du Supplément à la traduction française de la cinquième édition de la Chimie de Thomson par Riffault [c].

---

[a] Le paragraphe 8 du manuscrit se termine de la manière suivante.

Var. Dans le cas contraire, les instants de leur départ n'étant plus liés entre eux, puisque la cause quelconque qui les engendre n'opère pas des changements simultanés dans les deux points lumineux, les effets de leur influence mutuelle varieront à chaque instant, et l'œil ne les apercevra plus.

[b] La note se termine ainsi sur le manuscrit :

Var. Je suis très-porté à croire que cette différence entre la théorie et l'expérience provient de ce que les rayons en se réfractant ne se brisent pas brusquement à la surface de séparation des deux milieux, comme on le suppose dans le calcul, mais décrivent une petite courbe dont les dimensions sont sensibles par rapport à la longueur des ondes lumineuses, et qui a d'autant plus de développement que l'obliquité est plus considérable. Je me propose de vérifier cette conjecture par des expériences qui, quoique extrêmement délicates, ne me paraissent pas impraticables.

[c] Voyez N° XXXI.

V. mais il semble qu'on pourrait se rendre compte des mêmes phénomènes, d'une manière analogue, en supposant que les vibrations du nerf optique, occasionnées par les chocs des molécules lumineuses sur la rétine, varient d'intensité, selon la manière dont ils se succèdent[1]. On conçoit en effet que, lorsque deux molécules viennent frapper successivement le même point de la rétine, l'intensité de l'ébranlement qui en résulte doit dépendre du rapport de la durée d'une vibration du nerf optique à l'intervalle de temps qui s'est écoulé entre les deux chocs; car le second peut affaiblir aussi bien qu'augmenter les vibrations produites par le premier, selon qu'il conspire avec elles, ou qu'il les contrarie. Mais cette hypothèse ne suffit pas; il faut encore admettre que les molécules lumineuses qui sont situées sur une même surface sphérique, ayant pour centre le point radieux, sont toutes parties en même temps de cette source commune, et que les diverses rangées qui se succèdent sont lancées périodiquement à des intervalles égaux, comme si leur émission résultait de ses vibrations. Dans le système des ondulations, on ne peut aussi concevoir d'effets sensibles produits par l'influence mutuelle des rayons lumineux qu'autant qu'ils partent d'une source commune; mais alors le départ simultané des rayons est une conséquence immédiate du système adopté, tandis qu'il exige une nouvelle hypothèse dans la théorie de l'émission. Dans celle des ondulations, la couleur des rayons lumineux, ou la sensation qu'ils produisent sur l'œil, dépendant de la durée des oscillations, ou de la longueur des ondes, il est évident que l'intervalle d'accord et de discordance entre ces vibrations, qui détermine les épaisseurs de la lame d'air aux points où se peignent les anneaux obscurs et brillants, doit varier avec l'espèce de lumière qu'on emploie. Dans le système de l'émission, où la diversité de couleur résulte de la différence de nature

[1] Cette explication des phénomènes d'interférence, adaptée au système de l'émission, est due à M. Young[a].

---

[a] Art. *Chromatics* from the Supplement to the Encyclopedia Britannica, art. 2 (sect. IV A) (*Miscellaneous Works*, p. 328).

des molécules lumineuses, il faut supposer que les intervalles de départ des molécules lumineuses qui s'échappent d'une particule éclairante, ou, si l'on aime mieux, les vibrations de cette particule, varient avec la nature des molécules lumineuses qu'elle envoie, et qu'elles sont toujours les mêmes pour les molécules de même espèce. Cette dernière hypothèse paraît tout à fait gratuite, tant il est difficile d'en concevoir la raison. Cependant il serait indispensable de l'ajouter au système de l'émission, pour y introduire le principe si fécond des interférences.

10. La multiplicité et la complication des hypothèses n'est pas le seul défaut du système de l'émission. En admettant même toutes celles que je viens d'énoncer, je ferai voir, dans la suite de ce Mémoire, qu'on ne parviendrait pas à l'explication complète des phénomènes, et que la seule théorie des ondulations peut rendre compte de tous ceux que présente la diffraction de la lumière.

DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE.

SECTION PREMIÈRE.

11. Dans le système de l'émission, il semble que rien ne devrait être plus simple que le phénomène des ombres portées, surtout quand l'objet éclairant est réduit à un point lumineux; et cependant rien n'est plus compliqué. En supposant que la surface des corps possède une propriété répulsive capable de changer la direction des rayons lumineux qui en passent très-près, on doit s'attendre seulement à voir les ombres augmenter de largeur et se fondre un peu vers leur contour avec la partie éclairée. Cependant elles sont bordées de trois franges colorées très-distinctes, quand on se sert de lumière blanche, et d'un bien plus grand nombre encore de bandes obscures et brillantes, lorsque la lumière qu'on emploie est sensiblement homogène. Nous appellerons ces franges, *extérieures*, et nous donnerons le nom de

IV. *franges intérieures*, à celles qu'on aperçoit au milieu des ombres étroites.

En adoptant la théorie newtonienne, la première idée qui se présente, c'est que les franges extérieures sont produites par une force alternativement attractive et répulsive, qui émane de la surface du corps. Je vais d'abord suivre cette hypothèse dans ses conséquences, et montrer qu'elle ne peut pas s'accorder avec l'expérience; mais auparavant je dois faire connaître le moyen d'observation que j'ai employé.

12. On sait que l'effet d'une loupe placée devant l'œil est de peindre fidèlement sur la rétine l'objet ou l'image qui se trouve à son foyer, du moins toutes les fois que la totalité des rayons qui composent l'image vient tomber sur la surface de la loupe. On peut donc, au lieu de recevoir des franges sur un carton blanc ou un verre dépoli, les observer directement avec une loupe, et on les verra telles qu'elles sont à son foyer. Il suffit de la tourner vers le point lumineux, en la plaçant entre son œil et le corps opaque, de manière que le point de réunion des rayons réfractés tombe au milieu de la pupille; ce qu'on reconnaît à l'illumination totale de la surface de la loupe. Ce procédé, très-préférable aux deux autres, en ce qu'il permet d'étudier commodément les phénomènes de la diffraction, même dans une lumière très-affaiblie, a encore l'avantage de donner le moyen de suivre les franges extérieures presque jusqu'à leur naissance. Avec une lentille de deux millimètres de foyer, et dans une lumière sensiblement homogène, en observant ces franges très-près de leur origine, mais de manière à pouvoir distinguer encore la bande obscure du 5^e ordre, l'intervalle qui la séparait du bord de l'ombre, que je comparais aux divisions d'un micromètre, me paraissait plus petit qu'un centième de millimètre et demi, et je voyais les trois premières franges comprises dans un espace qui n'excédait pas un centième de millimètre : en se servant d'une lentille plus convexe on le diminuerait sans doute encore davantage. Ainsi l'on peut regarder les bandes obscures et brillantes comme partant du bord même du corps opaque, quand on ne pousse l'exactitude des mesures que jusqu'aux centièmes de millimètre,

exactitude suffisante, et qu'on ne peut pas même dépasser, dès que les franges sont un peu larges, comme celles qu'on observe le plus ordinairement.

13. Cela posé, lorsqu'en mesurant les franges extérieures à la même distance de l'écran on le rapproche du point lumineux, on les voit s'élargir beaucoup. Cependant l'angle que font les rayons incidents qui passent par leur origine avec la tangente menée du point lumineux au bord de l'écran doit être presque nul, puisqu'à leur naissance elles n'en sont pas éloignées de plus d'un centième de millimètre, et ses variations ne peuvent, en conséquence, avoir aucune influence sensible sur la largeur des franges : il faudrait donc admettre, pour expliquer cette dilatation, que la force répulsive augmente à mesure que le corps opaque se rapproche du point lumineux; ce qui serait inconcevable, puisque l'intensité de cette force ne doit dépendre évidemment que de la distance à laquelle la molécule lumineuse passe du corps opaque, de l'étendue et de la forme de la surface de ce corps, de sa densité, de sa masse ou de sa nature, et que, par hypothèse, toutes ces choses restent constantes.

Mais, en supposant même que les origines des bandes obscures et brillantes soient beaucoup plus éloignées des bords de l'écran, ce qui paraîtrait expliquer l'accroissement de leur divergence, à mesure qu'il se rapproche du point lumineux, il est impossible d'accorder les résultats de l'expérience avec la formule déduite de l'hypothèse que nous discutons.

14. Le tableau suivant présente les intervalles entre le point le plus sombre de la bande obscure du 4e ordre, et le bord de l'ombre géométrique [1], pour différentes distances du corps opaque au point lumineux. Ces mesures ont été prises avec un micromètre composé d'une lentille portant à son foyer un fil de soie [a], et d'une vis micro-

[1] J'appelle *ombre géométrique* l'espace compris entre les lignes droites menées par le point lumineux tangentiellement aux bords de l'écran; ce serait l'ombre qu'il projetterait si la lumière n'éprouvait aucune inflexion.

[a] Var. Ou un verre sur lequel est gravé un trait très-fin. (Manuscrit.)

IV. métrique qui la fait marcher. A l'aide d'un cadran divisé en cent parties, que parcourt une aiguille fixée à la vis, on peut évaluer le déplacement du fil de soie à un centième de millimètre près.

Ces expériences ont été faites dans une lumière rouge, sensiblement homogène, obtenue au moyen d'un verre coloré, qui a la propriété de ne laisser passer que les rayons rouges et une petite partie des rayons orangés. On aurait pu obtenir une lumière plus homogène avec un prisme; mais on n'aurait pas été aussi sûr de son identité dans les diverses observations, condition la plus essentielle à remplir.

NUMÉROS des observations.	DISTANCE du point lumineux au corps opaque.	DISTANCE du corps opaque au micromètre.	INTERVALLE compris entre le bord de l'ombre géométrique et le milieu de la bande obscure du 4^{e} ordre.
1	$0^{m},100$	$0^{m},7985$	$5^{mm},96$
2	0 ,510	1 ,005	3 ,84
3	1 ,011	0 ,996	3 ,12
4	2 ,008	0 ,999	2 ,71
5	3 ,018	1 ,003	2 ,56
6	4 ,507	1 ,018	2 ,49
7	6 ,007	0 ,999	2 ,40

15. En représentant par a et b les distances respectives du corps opaque au point lumineux et au micromètre, par d la distance du bord de ce corps à l'origine de la bande obscure du 4^{e} ordre, et par r la tangente du petit angle d'inflexion résultant de l'action de la force répulsive, on a pour l'expression de l'intervalle compris entre le bord de l'ombre géométrique et le point le plus sombre de la bande obscure,

$$br + \frac{d(a+b)}{a}.$$

Or, r et d restant toujours les mêmes, quelles que soient les distances

respectives du point lumineux, du corps opaque et du micromètre, deux observations suffisent pour déterminer leur valeur. En combinant la première et la dernière, on trouve $d = 0^{mm},5019$ et $r = 1,8164$: ainsi il faudrait supposer qu'à son origine la bande obscure du 4e ordre est éloignée d'un demi-millimètre du bord du corps opaque. En substituant ces valeurs dans la formule, et l'appliquant aux observations intermédiaires, on obtient les nombres suivants, dont plusieurs diffèrent beaucoup, comme on le voit, des résultats de l'expérience.

NUMÉROS des observations.	DISTANCE du point lumineux au corps opaque.	DISTANCE du corps opaque au micromètre.	INTERVALLE compris entre le bord de l'ombre géométrique et le point le plus sombre de la quatrième bande, d'après l'observation.	d'après la formule $br + \frac{d(a+b)}{a}$	DIFFÉRENCES.
1	$0^m,1000$	$0^m,7985$	$5^{mm},96$	//	//
2	0 ,510	1 ,005	3 ,84	$3^{mm},32$	$-0^{mm},52$
3	1 ,011	0 ,996	3 ,12	2 ,81	-0 ,31
4	2 ,008	0 ,999	2 ,71	2 ,57	-0 ,14
5	3 ,018	1 ,003	2 ,56	2 ,49	-0 ,07
6	4 ,507	1 ,018	2 ,49	2 ,46	-0 ,03
7	6 ,007	0 ,999	2 ,40	//	//

16. En attribuant la formation des franges à des dilatations et condensations alternatives des rayons qui passent dans le voisinage du corps opaque, on est encore conduit à une autre conséquence contraire aux faits; c'est que les centres des bandes obscures et brillantes devraient se propager suivant des lignes droites, qui seraient les axes des faisceaux dilatés ou condensés. Or l'expérience démontre que leurs trajectoires sont des hyperboles dont la courbure devient très-

IV. sensible pour les franges extérieures, dès que le corps qui porte ombre est suffisamment éloigné du point lumineux.

L'écran étant à $3^{m},018$ du point lumineux, j'ai mesuré successivement l'écartement du point le plus sombre de la bande obscure du 3^{e} ordre, d'abord à $0^{m},0017$ de l'écran, ensuite à $1^{m},003$, enfin à $3^{m},995$, et j'ai trouvé pour sa distance au bord de l'ombre géométrique : 1° $0^{mm},08$; 2° $2^{mm},20$; 3° $5^{mm},83$. Si l'on joint par une ligne droite les deux points extrêmes, on trouvera, pour l'ordonnée qui répond au point intermédiaire, $1^{mm},52$, au lieu de $2^{mm},20$, et la différence est de $0^{mm},68$, c'est-à-dire, une fois et demie environ l'intervalle compris entre les milieux des bandes du 3^{e} ordre et du second; car cet intervalle, à $1^{m},003$ du corps opaque, n'était que de $0^{mm},42$: ainsi il est bien évident que la différence de $0^{mm},68$ ne peut pas être attribuée à une inexactitude résultant du vague des franges dans cette observation. On ne pourrait pas l'expliquer davantage en supposant une inexactitude dans l'observation faite à $3^{m},995$ du corps opaque. A la vérité, les franges étant plus larges, les mesures ont dû avoir moins de précision; mais d'abord, en les prenant plusieurs fois, je n'ai remarqué que des variations de trois ou quatre centièmes de millimètre au plus. D'ailleurs, en supposant même qu'il y eût une erreur d'un demi-millimètre sur cette mesure, il n'en résulterait qu'une différence de $0^{mm},13$, à la distance de $1^{m},003$; ainsi cette expérience démontre complétement que les franges extérieures suivent des lignes courbes, dont la convexité est tournée en dehors.

Le tableau suivant présente ces trajectoires rapportées à leurs cordes pour différentes séries d'observations, dans chacune desquelles la distance du corps opaque au point lumineux restait constante. J'ai supposé d'abord, pour la quatrième série, que la corde joignait les deux observations extrêmes, et je l'ai fait partir ensuite du bord même du corps opaque, dont les franges s'écartent fort peu à leur origine, comme on l'a vu précédemment. Dans les autres séries, la corde joint aussi le bord du corps opaque, et le point qui en est le plus éloigné.

DISTANCE du point lumineux au corps opaque, ou valeur de *a*.	DISTANCE du corps opaque au micromètre, ou valeur de *b*.	ORDONNÉES DES TRAJECTOIRES des bandes obscures rapportées à leurs cordes.				
		1er ordre.	2^{e} ordre.	3^{e} ordre.	4^{e} ordre.	5^{e} ordre.
1re SÉRIE.						
$0^{m},510$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},110$	$0^{mm},19$	$0^{mm},29$	$0^{mm},35$	$0^{mm},40$	$0^{mm},44$
	0,501	0,14	0,21	0,25	0,30	0,34
	1,005	0	0	0	0	0
2^{e} SÉRIE.						
$1^{m},011$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},116$	$0^{mm},23$	$0^{mm},35$	$0^{mm},42$	$0^{mm},49$	$0^{mm},55$
	0,502	0,27	0,40	0,51	0,57	0,63
	0,996	0,21	0,30	0,38	0,42	0,49
	2,010	0	0	0	0	0
3^{e} SÉRIE.						
$2^{m},008$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},118$	$0^{mm},26$	$0^{mm},38$	$0^{mm},47$	$0^{mm},54$	$0^{mm},60$
	0,999	0,34	0,48	0,60	0,68	0,76
	2,998	0	0	0	0	0
4^{e} SÉRIE RAPPORTÉE À LA CORDE QUI JOINT LES OBSERVATIONS EXTRÊMES.						
$3^{m},018$	$0^{m},0017$	0	0	0	0	0
	0,253	$0^{mm},30$	$0^{mm},45$	$0^{mm},56$	//	//
	0,500	0,38	0,53	0,65	//	//
	1,003	0,38	0,56	0,68	//	//
	1,998	0,31	0,45	0,54	//	//
	3,002	0,17	0,23	0,28	//	//
	3,995	0	0	0	0	0
4^{e} SÉRIE RAPPORTÉE À LA CORDE QUI PART DU BORD DU CORPS OPAQUE.						
$3^{m},018$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},0017$	$0^{mm},04$	$0^{mm},06$	$0^{mm},08$	//	//
	0,253	0,34	0,50	0,63	$0^{mm},73$	$0^{mm},83$
	0,500	0,41	0,58	0,72	0,85	0,94
	1,003	0,41	0,60	0,74	0,87	0,97
	1,998	0,32	0,48	0,57	0,67	0,75
	3,002	0,18	0,25	0,30	0,38	0,39
	3,995	0	0	0	0	0
5^{e} SÉRIE.						
$4^{m},507$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},131$	$0^{mm},27$	$0^{mm},40$	$0^{mm},50$	$0^{mm},58$	$0^{mm},66$
	1,018	0,32	0,48	0,59	0,71	0,81
	2,506	0	0	0	0	0
6^{e} SÉRIE.						
$6^{m},007$	0	0	0	0	0	0
	$0^{m},117$	$0^{mm},23$	$0^{mm},33$	$0^{mm},42$	$0^{mm},49$	$0^{mm},53$
	0,999	0	0	0	0	0

IV. On voit donc que l'hypothèse de condensations et dilatations produites par l'action des corps sur les rayons lumineux est insuffisante pour expliquer les phénomènes de la diffraction. A l'aide du principe des *interférences*, au contraire, on peut concevoir non-seulement les variations de largeur que les franges extérieures éprouvent lorsqu'on rapproche ou qu'on éloigne l'écran du point lumineux, mais encore la marche curviligne de leurs bandes obscures et brillantes. La loi des interférences, ou de l'influence mutuelle des rayons lumineux, est une conséquence immédiate du système des ondes; d'ailleurs elle est démontrée ou confirmée par tant d'expériences diverses, que c'est actuellement un des principes de l'optique les plus incontestables.

17. Grimaldi a reconnu le premier l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres. Dans ces derniers temps, le célèbre docteur Thomas Young a prouvé, par une expérience simple et ingénieuse, que les franges intérieures résultent de la rencontre des rayons infléchis de chaque côté du corps opaque, en interceptant avec un écran un des deux faisceaux lumineux; ce qui fait toujours évanouir complétement les franges intérieures, quelles que soient la forme, la masse et la nature de l'écran, et soit qu'on intercepte le faisceau lumineux avant ou après son immersion dans l'ombre.

18. On produit des franges plus vives et plus tranchées, en faisant, dans un carton ou une feuille métallique, deux fentes parallèles très-fines et suffisamment rapprochées, et plaçant cet écran ainsi percé devant un point lumineux; alors, si on en observe l'ombre avec une loupe placée entre le corps opaque et l'œil, on voit un grand nombre de franges colorées bien distinctes, lorsque la lumière arrive par les deux ouvertures à la fois, et qui disparaissent dès que la lumière d'une des fentes est interceptée.

19. Quand on fait concourir sous un très-petit angle deux faisceaux lumineux, provenant toujours d'une source commune et régulièrement réfléchis par deux miroirs métalliques, on obtient encore des franges semblables, et dont les couleurs sont même plus pures et plus bril-

lantes. Pour les produire, il faut avoir grand soin que dans l'endroit où se touchent les deux miroirs, ou du moins dans une partie des arêtes en contact, la surface de l'un ne dépasse pas sensiblement celle de l'autre, afin que la différence des chemins parcourus soit très-petite pour les rayons réfléchis qui se réunissent sur la portion commune des deux champs lumineux [1]. Je remarquerai en passant que la théorie seule des interférences pouvait donner l'idée de cette expérience, et qu'une telle expérience exigeait des précautions assez délicates et des tâtonnements assez longs pour qu'il fût presque impossible que le hasard y conduisît.

Si l'on enlève un des miroirs, ou qu'on intercepte la lumière qu'il réfléchit, soit avant, soit après la réflexion, on fait disparaître les franges, comme dans les cas précédents. Ce qui prouve bien encore que ces franges sont produites par le concours des deux faisceaux lumineux, et non par l'action des bords des miroirs, c'est qu'elles sont toujours perpendiculaires à la ligne qui joint les deux images du point lumineux, quelle que soit son inclinaison par rapport à ces bords, du moins dans l'étendue du champ commun des deux faisceaux régulièrement réfléchis [2].

20. Les franges qu'on observe dans l'intérieur de l'ombre d'un corps étroit, ou celles qu'on obtient avec deux miroirs, résultant évi-

[1] Dans la lumière blanche, et même dans une lumière aussi homogène que possible, on n'aperçoit jamais qu'un nombre de franges assez limité, parce que, la lumière parvenue au plus grand degré de simplicité qu'on puisse atteindre sans en diminuer trop l'intensité, étant encore composée de rayons hétérogènes, les bandes obscures et brillantes qu'ils produisent, et qui n'ont pas la même largeur, empiètent les unes sur les autres à mesure qu'elles s'éloignent de celles du 1er ordre, et finissent par s'effacer complétement; c'est pourquoi l'on n'aperçoit plus de franges dès que la différence des chemins parcourus devient un peu sensible. On peut consulter, sur les détails de cette expérience et de son explication par le principe des interférences, l'article sur la lumière du Supplément à la traduction française de la Chimie de Thomson, que nous avons déjà cité [a].

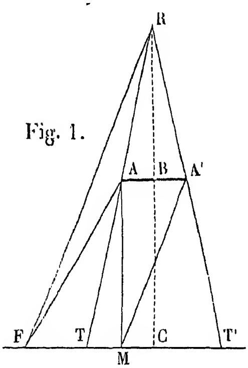
[2] Lorsque les franges se prolongent au delà, leurs parties extérieures résultant du

[a] Voyez N° XXXI.

IV. demment de l'influence mutuelle des rayons lumineux, l'analogie indique qu'il doit en être de même pour les franges extérieures qui bordent les ombres des corps éclairés par un point lumineux. La première hypothèse qui se présente à la pensée, c'est qu'elles sont produites par la rencontre des rayons directs et des rayons réfléchis sur les bords du corps opaque, tandis que les franges intérieures résultent de l'action réciproque des rayons infléchis dans l'ombre, des deux côtés du corps opaque, ces rayons infléchis partant également de sa surface, ou de points infiniment voisins. Telle paraît être l'opinion de M. Young, et c'est aussi celle que j'avais adoptée d'abord, avant qu'un examen plus approfondi des phénomènes m'en eût fait reconnaître l'inexactitude. Je vais néanmoins la suivre dans ses conséquences, et rappeler les formules que j'en avais déduites, pour faciliter la comparaison de cette théorie avec celle que je lui ai substituée.

Soit R le point radieux, AA′ le corps opaque, FT′ le carton blanc sur lequel on reçoit son ombre, ou le plan focal de la loupe avec laquelle on observe les franges. RT et RT′ sont les rayons tangents au bord du corps opaque, et T et T′ les limites de l'ombre géométrique. Je représente par a la distance RB du point lumineux au corps opaque, par b la distance BC de ce corps au carton, et par c sa largeur AA′, que je suppose assez petite relativement aux distances a et b, pour qu'on puisse indifféremment mesurer la largeur des franges dans un plan perpendiculaire à RT ou à la ligne RC qui passe par le milieu de l'ombre.

Fig. 1.



Cela posé, occupons-nous d'abord des franges extérieures. Soit F

concours des rayons régulièrement réfléchis par un des miroirs et des rayons infléchis près du bord de l'autre, leur direction doit être différente. En observant le phénomène avec attention, on voit que, dans un cas comme dans l'autre, la forme et la position des franges sont toujours d'accord avec la théorie des interférences.

un point pris sur le carton en dehors de l'ombre : la différence des chemins parcourus par les rayons directs et les rayons réfléchis sur le bord du corps opaque qui concourent en ce point est RA + AF — RF. Représentant FT par x, réduisant en séries les valeurs de RF, AR et AF, en négligeant tous les termes multipliés par une puissance de x ou de c plus élevée que le carré, à cause de la petitesse de ces quantités par rapport aux distances a et b, les termes qui contiennent c se détruisent mutuellement, et l'on trouve, pour la différence des chemins parcourus,

$$d = \frac{a}{2b(a+b)}x^2,$$

d'où l'on tire

$$x = \sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}.$$

21. Si l'on représente par λ la longueur d'une onde lumineuse, c'est-à-dire, l'intervalle compris entre deux points de l'éther où les mêmes oscillations s'exécutent simultanément et dans le même sens, $\frac{1}{2}\lambda$ sera l'intervalle compris entre les molécules éthérées dont les vitesses sont aussi pareilles au même instant, mais dirigées en sens contraires. Ainsi deux systèmes d'ondes séparés par un intervalle égal à λ s'accorderont parfaitement dans leurs vibrations; ils se contrarieront complétement lorsque l'intervalle des points correspondants sera égal à $\frac{1}{2}\lambda$. En conséquence, d'après la formule ci-dessus, la valeur de x qui correspond au point le plus sombre de la bande obscure du 1^{er} ordre devrait être

$$\sqrt{\frac{\lambda b(a+b)}{a}}.$$

Mais il résulte au contraire de l'observation que c'est à peu près l'endroit le plus brillant de la première frange. D'après la même théorie. le bord de l'ombre géométrique où la différence des chemins parcourus est nulle devrait être plus brillant que le reste de la frange, et c'est précisément le point le plus sombre en dehors de l'ombre géométrique. En général, la position des bandes obscures et brillantes déduite de cette formule est presque exactement inverse de celle que

IV. donne l'expérience. C'est là la première difficulté que présente cette théorie. Pour la lever, il faut supposer que les rayons réfléchis sur le bord de l'écran éprouvent un retard d'une demi-ondulation; alors on doit ajouter $\frac{1}{2}\lambda$ à la différence d des chemins parcourus, et la formule générale devient

$$x=\sqrt{\frac{(2d+\lambda)\,b\,(a+b)}{a}}.$$

En substituant successivement à la place de d dans cette formule, $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda$, $\frac{7}{2}\lambda$, etc. on a, pour les valeurs de x qui répondent aux bandes obscures du 1[er] ordre, du 2[e], du 3[e], du 4[e], etc.

$$\sqrt{\frac{2\lambda b\,(a+b)}{a}},\quad \sqrt{\frac{4\lambda b\,(a+b)}{a}},\quad \sqrt{\frac{6\lambda b\,(a+b)}{a}},\quad \sqrt{\frac{8\lambda b\,(a+b)}{a}},\ \text{etc.}$$

Ces formules paraissent s'accorder assez bien avec l'observation; cependant on reconnaît par des mesures très-précises que les rapports qu'elles établissent entre les largeurs des franges ne sont pas tout à fait exacts, comme nous le verrons bientôt.

22. Je passe maintenant aux franges intérieures formées dans l'ombre par le concours des deux faisceaux lumineux infléchis en A et A'.

Soit M un point quelconque pris dans l'intérieur de l'ombre : l'intensité de la lumière en ce point dépend du degré d'accord ou de discordance entre les vibrations des rayons AM et A'M qui s'y réunissent, ou de la différence des chemins parcourus A'M — AM. Je représente par x la distance MC du point M au milieu de l'ombre, et par d la différence entre les chemins parcourus, et je trouve

$$d=\sqrt{b^2+\left(\tfrac{1}{2}c+x\right)^2}-\sqrt{b^2+\left(\tfrac{1}{2}c-x\right)^2},$$

où, développant les radicaux en séries, et négligeant les puissances supérieures de x, à cause de la petitesse de cette quantité par rapport à b, on a

$$d=\frac{cx}{b};$$

d'où

En substituant successivement à la place de d dans cette formule, $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda$, $\frac{7}{2}\lambda$, etc. on a, pour les valeurs de x qui répondent aux bandes obscures du 1er ordre, du 2e, du 3e, du 4e, etc.

$$\frac{b\lambda}{2c}, \quad \frac{3b\lambda}{2c}, \quad \frac{5b\lambda}{2c}, \quad \frac{7b\lambda}{2c},$$

et, par conséquent, pour l'intervalle compris entre les milieux de deux bandes obscures consécutives, $\frac{b\lambda}{c}$.

L'expression générale d'un nombre n quelconque de ces intervalles est donc $\frac{nb\lambda}{c}$.

23. Tant que les bandes extrêmes sont suffisamment éloignées des bords de l'ombre, cette formule s'accorde assez bien avec l'observation; mais lorsqu'elles s'en approchent beaucoup, ou les dépassent, on reconnaît une petite différence entre leur position réelle et celle qui se déduit de la formule. En général ce calcul donne toujours des largeurs un peu plus grandes que l'observation. J'en ferai voir la raison en exposant la véritable théorie de la diffraction.

Il résulte aussi de cette formule que la largeur des franges intérieures devrait être entièrement indépendante de la distance a du point lumineux au corps opaque; mais cette loi n'est pas parfaitement d'accord avec l'expérience, surtout lorsque les franges occupent toute la largeur de l'ombre; alors leur position varie sensiblement avec la distance a.

24. D'après la formule

$$\sqrt{\frac{2n\lambda b\,(a+b)}{a}},$$

que nous venons de trouver pour les franges extérieures, leur position dépend de a aussi bien que de b. L'expérience démontre en effet que leur largeur augmente ou diminue selon que le corps opaque est plus ou moins rapproché du point lumineux, et les rapports entre les différentes largeurs d'une même frange, déduits de la formule, sont précisément ceux que donne l'observation. Mais la conséquence la plus remarquable de cette formule, c'est que, a restant constant, la distance de la bande obscure ou brillante que l'on considère au bord de l'ombre

IV. géométrique, n'est pas proportionnelle à b, comme pour les franges intérieures; de sorte que cette bande ne parcourt point, comme celles-ci, une ligne droite, mais une hyperbole dont la courbure doit être sensible. C'est aussi ce que l'expérience confirme, ainsi qu'on l'a vu par les observations rapportées plus haut.

En considérant l'accord frappant de ces formules avec l'expérience, il était naturel de les regarder comme l'expression fidèle de la loi des phénomènes, et d'attribuer les petites différences entre le calcul et les observations aux inexactitudes inséparables de mesures aussi délicates [1]. Mais lorsqu'on examine attentivement l'hypothèse sur laquelle

[1] Il paraîtrait au premier abord qu'on pourrait adapter cette théorie au système de l'émission, en y introduisant le principe des interférences, comme je l'ai indiqué plus haut. Mais, outre la complication des hypothèses fondamentales et le peu de probabilité de quelques-unes, ce principe conduirait, ce me semble, à des conséquences contraires au système de l'émission.

M. Arago a remarqué que l'interposition d'une lame mince transparente sur les bords d'un corps opaque assez étroit pour produire des franges dans l'intérieur de son ombre déplaçait ces franges et les portait du côté de l'écran transparent [a]. Or il résulte de ce phénomène, en adoptant le principe des interférences, que les rayons qui ont traversé la lame ont été retardés dans leur marche, puisque les mêmes franges, dans tous les cas, doivent répondre à des intervalles égaux entre les instants d'arrivée des rayons. Cette conséquence, qui confirme si bien le système des ondulations, est en opposition manifeste avec celui de l'émission, où l'on est obligé d'admettre que la lumière marche plus vite dans les corps denses que dans les milieux rares.

On ne peut éviter cette objection qu'en substituant la différence des accès des molécules lumineuses à leur différence de marche; mais on perdrait ainsi tous les avantages du principe des interférences, en remplaçant une idée nette par une idée vague, une explication satisfaisante par une autre qui ne facilite pas l'intelligence des phénomènes. Car on conçoit bien comment deux molécules lumineuses qui viennent frapper le même point de la rétine produisent des sensations plus ou moins vives, selon l'intervalle de temps qui sépare ces deux chocs consécutifs, en raison des accords ou des discordances qui en résultent entre les vibrations qu'ils tendent à produire dans le nerf optique; tandis qu'on ne voit pas aussi clairement, à beaucoup près, ce qui peut résulter de la différence d'accès des deux molécules lumineuses, et comment, en frappant simultanément le nerf optique, elles ne produisent plus aucun effet dès qu'elles sont dans des accès contraires, quoiqu'il y ait d'ailleurs un accord parfait entre leurs chocs mécaniques.

[a] Voyez n° VI.

elles reposent, et qu'on la suit dans ses conséquences, on reconnaît qu'elle est en contradiction avec les faits.

25. Si les franges qui bordent les ombres résultaient effectivement du concours des rayons directs et des rayons réfléchis sur le bord de l'écran, leur intensité dépendrait nécessairement de l'étendue et de la courbure de sa surface, et les franges produites par le dos d'un rasoir, par exemple, devraient être beaucoup plus apparentes que celles qui partent du fil; or, quand on les observe avec une loupe, à une distance de quelques centimètres seulement, on n'aperçoit entre elles aucune différence sensible d'intensité. Pour faciliter cette comparaison, on peut se servir d'une plaque d'acier qui présente à la fois sur le même bord une partie arrondie et une partie tranchante, dont les arêtes extrêmes soient sur le prolongement l'une de l'autre. Alors on pourra s'assurer aisément que les franges ont la même intensité dans toute leur étendue.

26. On sait que, sous des incidences très-obliques, des surfaces mates réfléchissent presque aussi bien la lumière que les miroirs les mieux polis; la raison en est facile à donner dans le système de l'émission et dans celui des ondulations [a]. Mais, si l'on conçoit que de grandes obliquités doivent faire disparaître la différence de poli, on ne voit pas comment l'intensité de la lumière réfléchie pourrait devenir indépendante du degré de courbure de la surface réfléchissante, car il est clair que plus son rayon de courbure sera petit, et plus les

---

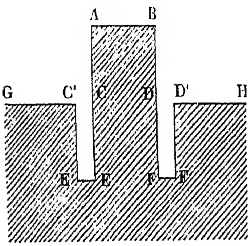
[a] Le paragraphe 26 se terminait primitivement ainsi :

Var. Mais, si l'on conçoit que de grandes obliquités doivent faire disparaître les différences de poli, on ne voit pas comment la quantité de lumière réfléchie pourrait être indépendante de l'étendue de la surface réfléchissante; et de quelque façon qu'on suppose que s'opère cette réflexion dans le phénomène de la diffraction, il est évident que la quantité de lumière envoyée par le bord du corps qui porte ombre, dans un point quelconque de l'espace éclairé, dépend de l'étendue et de la forme de sa surface.

V. rayons réfléchis devront diverger, quelle que soit d'ailleurs leur obliquité relativement à la surface.

27. Je me suis encore assuré, par une autre expérience bien simple, de l'inexactitude de l'hypothèse que j'avais adoptée d'abord, et que je combats actuellement. Ayant découpé une feuille de cuivre dans la forme représentée par la figure 2, je la plaçai devant un point lumineux, à quatre mètres de distance environ, dans une chambre obscure, et j'examinai son ombre avec une loupe. Or, voici ce que j'observai, en m'en éloignant graduellement. Lorsque les larges franges produites par chacune des ouvertures très-étroites CEE'C' et DFF'D' étaient sorties, en se dilatant, de l'ombre géométrique de CDFE, qui ne recevait plus alors qu'une lumière sensiblement blanche de chaque fente en particulier, les franges intérieures provenant de la rencontre des deux faisceaux de lumière présentaient des couleurs beaucoup plus vives et plus pures que celles des franges intérieures de l'ombre de ABDC, et avaient en même temps plus d'éclat. En m'éloignant davantage, je voyais la lumière diminuer dans toute l'étendue de l'ombre de ABFE, mais plus rapidement derrière EFDC que dans la partie supérieure; en sorte qu'il y avait un instant où l'intensité de la lumière paraissait la même de haut en bas, après lequel les franges devenaient plus obscures dans la partie inférieure [1], quoique leurs couleurs fussent toujours beaucoup plus pures.

Fig. 2.



S'il n'y avait de lumière infléchie que celle qui a rasé les bords mêmes du corps opaque, les franges de la partie supérieure devraient être plus nettes que celles de la partie inférieure, et présenter des couleurs plus pures, car les premières proviendraient du concours de deux

[1] Pour que cette différence d'obscurité entre les deux parties de l'ombre puisse être bien prononcée, il faut que les fentes CE et DF soient très-étroites par rapport à l'intervalle qui les sépare, et que la feuille de cuivre soit suffisamment éloignée du point lumineux.

systèmes d'ondes ayant leurs centres sur les deux côtés AC et BD, tandis que les autres seraient formées par le concours de quatre systèmes d'ondes ayant leurs centres sur les bords C'E', CE, DF, DF'; ce qui diminuerait nécessairement la différence d'intensité des bandes obscures et brillantes dans la lumière homogène, ou la pureté des couleurs dans la lumière blanche, puisque les franges produites par les rayons réfléchis et infléchis sur C'E' et DF ne coïncideraient pas parfaitement avec celles qui proviendraient du concours des rayons partis de CE et de D'F' : or, comme je viens de le dire, l'expérience présente le contraire. On pourrait expliquer, dans la même hypothèse, comment il se fait que l'ombre de ECDF est mieux éclairée que celle de ABDC, par la double source de lumière que fournissent les deux bords de chaque fente; mais il résulterait de cette explication même que la partie inférieure devrait toujours conserver sa supériorité d'éclat, et nous venons de voir qu'il n'en est pas ainsi.

28. Il résulte des expériences que je viens de rapporter, qu'on ne peut pas attribuer les phénomènes de la diffraction aux seuls rayons qui touchent les bords des corps, et qu'il faut admettre qu'une infinité d'autres rayons séparés de ces corps par des intervalles sensibles se trouvent néanmoins écartés de leur première direction, et concourent aussi à la formation des franges.

29. La dilatation qu'éprouve un faisceau lumineux en passant par une ouverture très-étroite démontre, d'une manière encore plus directe, que l'inflexion de la lumière s'étend à une distance sensible des bords du diaphragme. C'est en réfléchissant sur ce phénomène que j'ai reconnu l'erreur dans laquelle j'étais tombé d'abord. Lorsqu'on rapproche beaucoup l'une de l'autre deux lames opaques placées devant un point lumineux dans une chambre obscure, on voit l'espace éclairé par l'ouverture qui les sépare s'élargir considérablement. Ce sont les deux couteaux de Newton. Je suppose que, comme dans son expérience, les bords de l'ouverture soient tranchants et parfaitement affilés : non que cela influe sur le phénomène, mais seulement pour rendre plus évidente la conséquence qu'on doit en tirer. La petite quantité

IV. de rayons qui ont touché les tranchants, étant répandue dans un espace aussi étendu, ne pourrait produire qu'une lumière insensible, ou du moins extrêmement faible, et au milieu de laquelle on devrait distinguer une bande brillante tracée par le pinceau des rayons directs. Il n'en est pas ainsi cependant, et la teinte blanche paraît d'une intensité à peu près uniforme dans un espace beaucoup plus grand que la projection de l'ouverture [1]; elle s'affaiblit ensuite, mais par degrés, jusqu'aux bandes obscures du 1er ordre. C'était sans doute pour rendre raison de la quantité considérable de lumière infléchie que Newton avait supposé que l'action des corps sur les rayons lumineux s'étendait à des distances très-sensibles. Mais cette hypothèse ne peut soutenir un examen approfondi.

30. Si la dilatation d'un faisceau lumineux qui passe à travers une ouverture étroite était occasionnée par des forces attractives ou répulsives émanant des bords de l'ouverture, l'intensité de ces forces et, par conséquent, leur action sur la lumière devraient varier *nécessairement* avec la nature, la masse et la surface des bords de l'écran. Toute force produite par un corps, qui agit à une distance sensible, prenant sa source dans une étendue sensible de sa masse ou de sa surface, dépend des positions relatives et de la quantité de particules que le corps présente dans cette sphère d'activité, ou, ce qui revient au même, de la forme de sa surface. Si donc le phénomène dont il s'agit provenait de l'action de pareilles forces, on devrait, en opposant un corps arrondi à un tranchant, voir les rayons lumineux s'infléchir plus d'un côté que de l'autre : or c'est ce qui n'a pas lieu, comme je m'en suis assuré par une expérience fort simple. J'ai fait passer un faisceau lumineux entre deux plaques d'acier très-rapprochées, dont les bords verticaux, bien dressés sur toute leur longueur, étaient tranchants

[1] L'espace éclairé est d'autant plus grand par rapport à la projection conique de l'ouverture qu'on éloigne davantage du diaphragme le carton blanc sur lequel on reçoit son ombre, et que ce diaphragme est lui-même plus éloigné du point lumineux; de telle sorte qu'en augmentant suffisamment ces deux distances on pourrait obtenir le même effet avec une ouverture d'une largeur quelconque.

dans une partie et arrondis dans une autre, et disposés de telle sorte que le bord arrondi d'une des plaques répondait au tranchant de l'autre, et réciproquement. Il en résultait que le tranchant, se trouvant à droite, par exemple, dans la partie supérieure de l'ouverture, était à gauche dans sa partie inférieure. Par conséquent, pour peu que la différence d'action des deux bords eût porté les rayons plus d'un côté que de l'autre, je m'en serais aperçu aux positions relatives des parties supérieure et inférieure de l'intervalle clair du milieu, et surtout à celles des franges qui l'accompagnent, qui se seraient brisées vis-à-vis du point de passage des tranchants aux bords arrondis. Mais, en les observant attentivement, j'ai remarqué qu'elles étaient parfaitement droites sur toute leur longueur, ainsi que l'intervalle brillant du milieu, comme lorsque les deux plaques étaient disposées de façon que les bords de même forme fussent opposés l'un à l'autre. On pourrait varier cette expérience en composant ces plaques de deux parties de natures différentes, et l'on obtiendrait certainement le même résultat [1].

31. Toutes les observations que j'ai faites jusqu'à présent m'ont démontré que la nature des corps interposés n'avait pas plus d'influence que leur masse et la forme de leurs bords sur l'inflexion des rayons lumineux. Je n'en citerai qu'une, dans laquelle j'ai pris toutes les précautions nécessaires pour me bien assurer de l'exactitude de ce principe, qui d'ailleurs serait déjà suffisamment établi par l'expérience précédente.

J'ai recouvert une glace non étamée d'une couche d'encre de Chine unie à une feuille mince de papier, formant ensemble une épaisseur d'un dixième de millimètre. Avec la pointe d'un instrument tranchant

[1] MM. Berthollet et Malus avaient reconnu depuis longtemps que la nature des corps n'a aucune influence sur la diffraction de la lumière, en employant pour écran des plaques ainsi composées de matières différentes, et qui présentaient sur le même bord un métal très-dense, par exemple, à la suite d'un morceau d'ivoire : mais ils n'avaient pas un moyen d'observation aussi commode et aussi précis que celui dont je me suis servi, de sorte qu'on pouvait craindre que de petites différences leur eussent échappé.

IV. j'ai tracé deux lignes parallèles, et j'ai enlevé soigneusement, entre ces deux traits, le papier et l'encre de Chine qui adhéraient à la surface du verre. Cette ouverture, mesurée au micromètre, avait $1^{mm},17$. J'ai placé l'un contre l'autre deux cylindres de cuivre de $14^{mm},5$ de diamètre, et, en introduisant entre eux une lame graduée, en forme de coin, je les ai écartés jusqu'à ce que l'intervalle qui les séparait eût aussi $1^{mm},17$ de largeur. Ces cylindres, posés à côté de la glace noircie, étaient à $4^{m},015$ du point lumineux, et à $1^{m},663$ du micromètre : j'ai mesuré la largeur des franges produites par ces deux ouvertures, et j'ai trouvé qu'elle était absolument la même. Voici les résultats de ces deux observations, qui ont été faites dans la lumière blanche.

Intervalle entre les points les plus sombres des deux bandes obscures du 1er ordre à la séparation du rouge bistre et du violet.	1re observation. . . .	$1^{mm},49$
	2e observation. . . .	1 ,49
Intervalle entre les limites des deux franges du second ordre à la séparation du rouge et du vert.	1re observation. . . .	$3^{mm},22$
	2e observation. . . .	3 ,22

Il est difficile que les circonstances soient plus différentes quant à la masse et à la nature des bords de l'ouverture. Dans un cas, ce n'est qu'une couche d'encre de Chine qui produit les franges, puisque la glace à laquelle elle est unie remplit aussi l'ouverture; dans l'autre, ce sont deux cylindres de cuivre massif de $14^{mm},5$ de diamètre, et qui présentent ainsi, sur les bords de l'ouverture, des masses et des surfaces considérables. On voit cependant qu'il n'y a pas de différence dans la dilatation du faisceau lumineux.

32. [a] Il est donc certain que les phénomènes de la diffraction ne dépendent point de la nature, de la masse ou de la forme des corps

---

[a] Le paragraphe 32 était primitivement rédigé ainsi :

VAR. Il est donc certain que les phénomènes de la diffraction ne dépendent point de la nature, de la masse ou de la forme des corps qui interceptent la

qui interceptent la lumière [1], mais seulement des dimensions de l'espace dans lequel elle est interceptée, ou de la largeur de l'ouverture par laquelle elle est introduite. On doit, en conséquence, rejeter l'hypothèse qui attribuerait ces phénomènes à des forces attractives ou répulsives, dont l'action s'étendrait à une distance des corps aussi sensible que celle à laquelle les rayons peuvent être infléchis : on ne peut pas admettre davantage que la diffraction est occasionnée par de petites atmosphères de la même étendue que la sphère d'activité de

[1] Du moins tant qu'on ne reçoit pas l'ombre trop près du bord de l'écran, ou que la surface rasée par les rayons lumineux n'a pas trop d'étendue relativement à cette distance; car il pourrait se faire, dans ce cas, que les rayons réfléchis eussent une influence sensible sur l'aspect du phénomène, comme cela arrive lorsque la surface rasée par les rayons lumineux est celle d'un miroir plan d'un ou de deux décimètres de largeur, par exemple, et qu'on en observe les franges à une petite distance. D'ailleurs il y aurait alors des diffractions *successives* sur une étendue trop considérable pour qu'on pût en faire abstraction.

---

lumière [*], mais seulement de l'étendue de l'espace dans lequel elle est interceptée, ou de l'ouverture par laquelle elle est introduite. On doit en conséquence rejeter l'hypothèse qui attribuerait ces phénomènes à des forces attractives ou répulsives s'étendant à une distance sensible de la surface des corps. D'un autre côté, il n'est pas possible de concevoir autrement, dans le système de l'émission, la dilatation d'un faisceau lumineux passant par une ouverture étroite, et cette dilatation est parfaitement démontrée. Il en résulte donc que les phénomènes de la diffraction sont inexplicables dans le système de l'émission.

[*] Lorsque la surface du corps rasé par les rayons lumineux est assez étendue, il peut arriver cependant que la lumière régulièrement réfléchie ait une influence sensible dans le phénomène. Si l'on se sert, par exemple, d'une glace d'un ou deux décimètres de largeur, et qu'on l'incline beaucoup, de manière que sa surface soit presque toujours parallèle aux rayons incidents, alors on voit un nouveau système de petites bandes obscures et brillantes se mêler avec les franges ordinaires produites par l'arête du miroir. Ces nouvelles franges, beaucoup plus vives que les premières, proviennent évidemment du concours des rayons directs avec les rayons régulièrement réfléchis par le miroir, qui ont alors parcouru un chemin très-peu différent.

Quand on observe les franges très-près de leur origine, la forme et l'étendue du corps opaque doivent influer sur leur intensité et leur position, lors même que c'est un cylindre d'un très-petit rayon, parce que l'intensité de la lumière réfléchie par un miroir convexe augmente rapidement à mesure que la distance à laquelle on la reçoit diminue.

IV. ces forces, et d'un pouvoir réfringent différent de celui du milieu environnant; car il résulterait de la seconde hypothèse, comme de la première, que l'inflexion des rayons devrait varier avec la forme ou la nature des bords de l'écran, et ne pourrait être la même, par exemple, près du fil et près du dos d'un rasoir. Or il est impossible de concevoir autrement, dans le système de l'émission, la dilatation d'un faisceau lumineux passant par une ouverture étroite, et cette dilatation est parfaitement démontrée [1]. Il en résulte donc que *les phénomènes de la diffraction sont inexplicables dans le système de l'émission.*

SECTION II [a].

33. Après avoir démontré, dans la première section de ce Mémoire, que le système de l'émission, et même le principe des interférences, quand on ne l'applique qu'aux rayons directs et aux rayons *réfléchis ou infléchis sur les bords mêmes de l'écran*, sont insuffisants pour expliquer les phénomènes de la diffraction, je vais faire voir maintenant qu'on peut en donner une explication satisfaisante et une théorie générale,

[1] Les phénomènes des tubes capillaires présentent l'élévation d'un liquide au-dessus de son niveau entre deux surfaces séparées par un intervalle très-sensible, quoique l'attraction exercée par ces surfaces sur le liquide ne s'étende qu'à une distance infiniment petite. La raison en est que les molécules liquides attirées par la surface du tube capillaire attirent à leur tour les molécules liquides situées dans leur sphère d'activité, et ainsi de suite de proche en proche. Mais, dans la théorie de l'émission, on ne peut pas appliquer aux phénomènes de la diffraction une explication analogue; car, d'après l'hypothèse fondamentale, les molécules lumineuses n'exercent point d'influence sensible sur la marche des molécules voisines : on n'admet aucune dépendance mutuelle entre leurs mouvements; autrement ce serait rentrer dans la supposition d'un fluide.

[a] Les matières qui composent la section II étaient disposées autrement dans la rédaction primitive.

Cette section commençait par l'*Application du principe de Huyghens aux phénomènes de la diffraction* (§ 43 à 57); venait ensuite la *Solution du problème des interférences* (§ 35 à 42).

Le préambule (§ 33 à 34) a été ajouté à l'impression, et divers passages ont éprouvé des changements qu'on reconnaîtra dans les variantes.

dans le système des ondulations, sans le secours d'aucune hypothèse secondaire, et en s'appuyant seulement sur le principe d'Huyghens et sur celui des interférences, qui sont l'un et l'autre des conséquences de l'hypothèse fondamentale.

En admettant que la lumière consiste dans des vibrations de l'éther, semblables à celles des ondes sonores, il est aisé de se rendre raison de l'inflexion des rayons lumineux à des distances sensibles de l'écran[a].

---

[a] C'est ici que commence l'Extrait publié dans les Annales de chimie et de physique, dont il a été question dans la note de l'éditeur placée au commencement de ce Mémoire. Tout ce qui précède est remplacé dans l'Extrait par le passage suivant :

« THÉORIE DE LA DIFFRACTION.

« Avant d'exposer la théorie de la diffraction à laquelle j'ai été conduit par le système des « ondulations, je crois devoir rappeler le résultat de mes observations qui me paraît le plus « difficile à concilier avec l'hypothèse de l'émission.

« Tous les phénomènes de la diffraction s'accordent à démontrer que les rayons lumineux « qui passent auprès des corps ne sont pas seulement infléchis à leur surface même, mais « encore à des distances très-sensibles de cette surface, et qui peuvent être d'autant plus con- « sidérables que le point lumineux est plus éloigné. Ainsi, par exemple, s'il est à une distance « infinie, comme une étoile, quelle que soit la largeur d'une ouverture par laquelle on fait « passer le faisceau lumineux, en s'en éloignant suffisamment on le verra toujours se dilater « et répandre une lumière à peu près uniforme dans un espace beaucoup plus large que la « projection de l'ouverture. On a vu, dans les notes jointes au rapport de M. Arago, que cet « effet ne pouvait se concevoir qu'en supposant que les rayons s'infléchissent à des distances « très-sensibles des bords de l'ouverture, puisque, s'il n'y avait que les rayons qui ont rasé ses « bords qui éprouvassent cette inflexion, la quantité de lumière infléchie, beaucoup moindre « que celle qu'on observe, ne présenterait qu'une teinte obscure sur laquelle se détacherait « vivement la projection brillante de l'ouverture formée par le pinceau des rayons directs.

« Mais si les molécules lumineuses sont dérangées de leur direction primitive par l'influence « des corps en passant à des distances très-sensibles de leur surface, il faut supposer, d'après « le système de l'émission, que cet effet est produit par des forces attractives et répulsives « qui émanent des corps, et dont la sphère d'activité embrasse les mêmes intervalles, ou bien « l'attribuer à de petites atmosphères aussi étendues que ces sphères d'activité, et dont le « pouvoir réfringent différerait de celui du milieu environnant. Mais il résulterait également « de ces deux hypothèses que l'inflexion des rayons varierait avec la forme ou la nature « des bords de l'ouverture : or l'on peut s'assurer, par des expériences variées et des me- « sures précises, que ces circonstances n'exercent aucune influence appréciable sur le phé-

IV. En effet, quand une petite partie d'un fluide élastique a éprouvé une condensation, par exemple, elle tend à se dilater dans toutes les directions; et si, dans une onde entière, les molécules ne se meuvent que parallèlement à la normale, cela tient à ce que toutes les parties de l'onde situées sur la même surface sphérique éprouvent simultanément la même condensation ou dilatation, et qu'ainsi les pressions transversales se font équilibre. Mais, dès qu'une portion de l'onde lumineuse se trouve interceptée ou retardée dans sa marche par l'interposition d'un écran opaque ou transparent, on conçoit que cet équilibre transversal est détruit, et qu'il doit en résulter pour les différents points de l'onde la faculté d'envoyer des rayons suivant de nouvelles directions.

Il serait sans doute bien difficile de suivre par l'analyse mécanique toutes les modifications que l'onde lumineuse éprouve successivement depuis l'instant où la rencontre de l'écran en a intercepté une partie : aussi n'est-ce pas de cette manière que nous allons essayer de déterminer les lois de la diffraction. Nous ne chercherons pas à découvrir ce qui se passe dans le voisinage du corps opaque, où ces lois sont sans doute extrêmement compliquées, et où la forme des bords de l'écran doit avoir encore une influence notable sur la position et l'intensité

«nomène(*), et que la dilatation du faisceau lumineux dépend uniquement de la largeur de «l'ouverture. Les phénomènes de la diffraction sont donc inexplicables dans le système de «l'émission.

«Dans celui des ondulations, au contraire, il est aisé de se rendre raison de l'inflexion «des rayons lumineux à des distances sensibles de l'écran. En effet, quand une petite partie «d'un fluide élastique a éprouvé une condensation, par exemple, elle tend à se dilater, etc.»

Le reste de l'Extrait est une reproduction pure et simple du Mémoire, sauf une suppression qui sera indiquée en son lieu.

(*) Du moins, tant qu'on ne reçoit pas l'ombre trop près du bord de l'écran, ou que la surface du corps opaque rasée par les rayons lumineux n'a pas trop d'étendue relativement à cette distance; car il pourrait se faire, dans ce cas, que les rayons réfléchis eussent une influence sensible sur l'aspect des phénomènes, comme cela arrive lorsque la surface rasée par les rayons lumineux est celle d'un miroir suffisamment étendu, et qu'on en observe les franges à une petite distance. D'ailleurs il y aurait des diffractions *successives* sur une étendue trop considérable pour qu'on pût en faire abstraction.

des franges. Nous nous proposons de calculer les intensités relatives des différents points de l'onde lumineuse seulement après qu'elle a dépassé l'écran d'un grand nombre d'ondulations. Ainsi les positions de l'onde que nous considérerons seront toujours censées éloignées de l'écran d'une quantité très-considérable par rapport à la longueur d'une ondulation lumineuse.

34. Nous n'envisagerons pas le problème des vibrations d'un fluide élastique sous le même point de vue que les géomètres l'ont fait ordinairement, c'est-à-dire, en ne considérant qu'un seul ébranlement. Dans la nature, les vibrations ne sont jamais isolées; elles se répètent toujours un grand nombre de fois, comme on peut le remarquer dans les oscillations d'un pendule ou les vibrations des corps sonores. Nous supposerons que les vibrations des particules lumineuses s'exécutent de la même manière, en se succédant régulièrement par séries nombreuses; hypothèse où nous conduit l'analogie, et qui d'ailleurs paraît une conséquence des forces qui tiennent les molécules des corps en équilibre. Pour concevoir une succession nombreuse d'oscillations à peu près égales de la même particule éclairante, il suffit de supposer que sa densité est beaucoup plus grande que celle du fluide dans lequel elle oscille. C'est ce qu'on devait déjà conclure de la régularité des mouvements planétaires au travers de ce même fluide, qui remplit les espaces célestes. Il est très-probable aussi que le nerf optique n'est ébranlé, de manière à produire la sensation de la vision, qu'après un certain nombre de chocs successifs.

Quelque étendus qu'on suppose tous les systèmes d'ondes lumineuses, il est clair qu'ils ont des limites, et qu'en envisageant leurs interférences on ne peut pas dire de leurs extrémités ce qui est vrai pour l'espace dans lequel ils se superposent. Ainsi, par exemple, deux systèmes d'ondes d'égale longueur et de même intensité, différant dans leur marche d'une demi-ondulation, ne se détruisent mutuellement que dans les points de l'éther où ils se rencontrent, et les deux demi-ondes extrêmes échappent à l'interférence.

Nous supposerons néanmoins que les systèmes d'ondes éprouvent la

IV. même modification dans toute leur étendue, la différence entre cette hypothèse et la réalité devant être inappréciable pour nos sens; ou, ce qui revient au même, nous considérerons ces séries d'ondulations lumineuses comme indéfinies et comme des vibrations générales de l'éther, dans le calcul de leurs interférences.

SOLUTION DU PROBLÈME DES INTERFÉRENCES.

35. *Étant données les intensités et les positions relatives d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes lumineuses de même longueur* [1], *et qui se propagent suivant la même direction, déterminer l'intensité des vibrations résultant du concours de ces différents systèmes d'ondes, c'est-à-dire, la vitesse oscillatoire des molécules éthérées* [2].

D'après le principe général de la coexistence des petits mouvements, la vitesse totale imprimée à une molécule quelconque du fluide est égale à la somme des vitesses que l'onde de chaque système lui aurait imprimée séparément. Comme ces ondes ne coïncident pas, ces différentes vitesses ne dépendent pas seulement de l'intensité de chaque onde, mais encore de sa position par rapport à la molécule, dans l'instant que l'on considère. Il faut donc connaître la loi suivant laquelle les vitesses d'oscillation varient dans la même onde, et, pour

[1] Nous ne nous occuperons pas des interférences des ondes lumineuses de longueurs différentes, qu'on doit considérer en général comme émanant de sources différentes, et qui, n'étant pas en conséquence assujetties à la simultanéité dans leurs perturbations, ne sauraient présenter des effets constants par leur influence mutuelle. D'ailleurs, en supposant même que ces effets fussent constants, la succession régulière de renforcements et d'affaiblissements de vibration qui résulterait des interférences des deux espèces d'ondes, et que l'on peut exactement comparer aux battements que font entendre deux sons discordants; cette succession, dis-je, serait infiniment trop rapide pour être appréciable, et ne produirait qu'une sensation continue.

[2] C'est M. Thomas Young qui le premier a introduit le principe des interférences en optique, où il en a fait beaucoup d'applications ingénieuses. Mais, dans les problèmes d'optique qu'il a résolus de cette manière il n'a considéré, je crois, que les cas extrêmes d'accord ou de discordance complète entre deux systèmes d'ondes, sans calculer l'intensité de la lumière pour les cas intermédiaires et pour un nombre quelconque de systèmes d'ondes, comme je me propose de le faire ici.

cela, remonter à la cause qui l'a produite et dont elle tient tous ses caractères.

36. Il est naturel de supposer que les vibrations des particules éclairantes qui produisent la lumière s'exécutent comme celles des corps sonores, c'est-à-dire, suivant les mêmes lois que les petites oscillations d'un pendule, ou, ce qui revient au même, que la force accélératrice qui tend à ramener les molécules dans leurs positions d'équilibre est proportionnelle à la distance dont elles se sont écartées. Quelque fonction qu'elle soit de cette distance, que je représente par x, elle peut toujours être mise sous la forme $Ax+Bx^2+Cx^3+$ etc. puisqu'elle doit être nulle quand $x=0$: or, si l'on suppose les excursions des molécules très-petites par rapport à l'étendue des sphères d'activité des forces attractives et répulsives, on pourra négliger devant Ax tous les autres termes du développement, et regarder la force accélératrice comme sensiblement proportionnelle à la distance x. Cette hypothèse, indiquée par l'analogie, et la plus simple que l'on puisse faire sur les vibrations des particules éclairantes, doit nous conduire à des résultats exacts, puisqu'on ne remarque pas que les lois de la lumière varient avec son intensité.

Si l'on représente par v la vitesse d'oscillation d'une molécule éclairante au bout d'un temps t, on aura donc $dv=-Axdt$; mais $v=\frac{dx}{dt}$, ou $dt=\frac{dx}{v}$. Substituant dans la première équation, on trouve, $vdv=-Axdx$. Intégrant, on a, $v^2=C-Ax^2$; d'où

$$x=-\sqrt{\frac{C-v^2}{A}}.$$

Substituant cette valeur de x dans la première équation, on a

$$dt=\frac{dv}{\sqrt{A(C-v^2)}};$$

$$\text{intégrant, } t=C'+\frac{1}{\sqrt{A}}\text{ arc }\left(\sin=\frac{v}{\sqrt{C}}\right).$$

Si donc on prend pour origine du temps celle du mouvement, la constante C' devra être nulle, et l'on aura :

$$t=\frac{1}{\sqrt{A}}\text{ arc }\left(\sin=\frac{v}{\sqrt{C}}\right),\qquad \text{ou } v=\sqrt{C}\sin\left(t\sqrt{A}\right).$$

IV. Si l'on prend pour unité de temps celui qui s'écoule depuis le départ de la molécule jusqu'à son retour, on aura, $v = \sqrt{C} \sin(2\pi t)$. Ainsi, dans des oscillations isochrones, les vitesses correspondant à la même valeur de t seront toujours proportionnelles à la constante $\sqrt{C}$, qui représente en conséquence l'intensité du mouvement vibratoire.

37. Considérons maintenant l'ondulation produite dans l'éther par les oscillations de cette molécule. L'énergie du mouvement de l'éther à chaque point de l'onde dépend de la vitesse de la molécule motrice au moment où elle a produit l'impulsion qui se fait sentir actuellement dans ce point. La vitesse des molécules éthérées en un point quelconque de l'espace, après un temps t, est proportionnelle à celle qui animait la molécule motrice à l'instant $t - \frac{x}{\lambda}$, x représentant la distance de ce point à la source du mouvement, et λ la longueur de l'ondulation lumineuse. On a donc, en représentant par u la vitesse des molécules éthérées,

$$u = a \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)\right].$$

On sait que l'intensité a des vibrations du fluide est en raison inverse de la distance de l'onde au centre d'ébranlement; mais, vu la petitesse des ondes relativement à l'éloignement où nous les supposons du point lumineux, nous pouvons faire abstraction, dans l'étendue d'une et même de plusieurs ondulations, de la variation de a, et considérer cette quantité comme constante.

38. On peut, à l'aide de cette formule, calculer l'intensité des vibrations produites par le concours d'un nombre quelconque de faisceaux lumineux, quand on connaît l'intensité de ces différents systèmes d'ondes et leurs positions respectives.

Je suppose d'abord qu'il s'agisse de déterminer les vitesses des molécules lumineuses dans les vibrations résultant du concours de deux systèmes d'ondes distants l'un de l'autre d'un quart d'ondulation, et dont les intensités sont a et a'. Je compte le temps t, à partir du moment où ont commencé les vibrations du premier faisceau lumineux. Soient u et u' les vitesses que le premier et le second système d'ondes

tendent à imprimer à la même molécule lumineuse distante de la source du mouvement d'une quantité égale à x, on aura :

$$u = a \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)\right] \quad \text{et} \quad u' = a' \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x + \frac{1}{4}\lambda}{\lambda}\right)\right],$$

ou

$$u' = -a' \cos\left[2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)\right].$$

Par conséquent, la vitesse totale U sera égale à

$$a \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)\right] - a' \cos\left[2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)\right];$$

mais, en faisant $a = \mathrm{A} \cos i$ et $a' = \mathrm{A} \sin i$, on peut toujours mettre cette expression sous la forme :

$$\mathrm{A}\left[\cos i \sin 2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)\right] - \sin i \cos\left[2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)\right],$$

ou

$$\mathrm{A} \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right) - i\right].$$

Ainsi l'onde résultant du concours des deux autres sera de même nature, mais aura une position et une intensité différentes. Les équations $\mathrm{A} \cos i = a$ et $\mathrm{A} \sin i = a'$ donnent, pour la valeur de A, c'est-à-dire, pour l'intensité de l'onde résultante, $\sqrt{a^2 + a'^2}$. C'est précisément la valeur de la résultante de deux forces rectangulaires égales à a et à a'.

Il est aisé de voir aussi, d'après les mêmes équations, que la position de la nouvelle onde répond exactement à la situation angulaire de la résultante des deux forces rectangulaires a et a', car, d'après la formule

$$\mathrm{U} = \mathrm{A} \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right) - i\right],$$

l'intervalle qui sépare cette onde de la première est égal à $\frac{i\lambda}{2\pi}$: or i est l'angle que la force a fait avec la résultante A, puisque $\mathrm{A} \cos i = a$. Ainsi la similitude est complète entre la résultante de deux forces rectangulaires et celle de deux systèmes d'ondes distants d'un quart d'ondulation.

39. La solution du problème que je viens de donner dans le cas particulier où il s'agit de trouver la résultante de deux ondes séparées

IV. par un intervalle d'un quart d'ondulation, suffit pour le résoudre dans tous les autres cas. En effet, quels que soient le nombre des différents systèmes d'ondes et les intervalles qui les séparent, on peut toujours substituer à chacun d'eux ses composants rapportés à deux points communs distants d'un quart d'ondulation; alors, en ajoutant ou retranchant, selon leurs signes, les intensités des composants rapportés au même point, on ramènera le mouvement total à deux systèmes d'ondes séparés par un intervalle d'un quart d'ondulation, et la racine carrée de la somme des carrés de leurs intensités sera l'intensité de leur résultante. C'est absolument le procédé qu'on emploie en statique pour trouver la résultante d'un nombre quelconque de forces : ici la longueur de l'ondulation répond à la circonférence dans le problème de statique, et l'intervalle d'un quart d'ondulation entre les systèmes d'ondes, à l'intervalle angulaire d'un quart de circonférence qui sépare les composantes.

40. Il arrive le plus souvent, dans les problèmes d'optique, que les intensités de lumière, ou les teintes que l'on veut calculer, ne résultent que du concours de deux systèmes d'ondes seulement, comme dans les anneaux colorés et les phénomènes de coloration les plus ordinaires que présentent les lames cristallisées; en sorte qu'il est bon de connaître la formule générale qui donne la résultante de deux systèmes d'ondes séparés par un intervalle quelconque. On prévoit déjà le résultat que l'on obtiendrait en appliquant à ce cas la méthode générale que je viens d'exposer. Mais je ne crois pas inutile de m'appesantir encore sur la théorie de ces mouvements vibratoires, et de prouver directement que l'onde résultant du concours des deux autres, quelles que soient leurs positions relatives, répond exactement, pour son intensité et pour sa situation, à la résultante de deux forces égales aux intensités des deux faisceaux lumineux, et faisant entre elles un angle qui soit à la circonférence entière comme l'intervalle qui sépare les deux systèmes d'ondes est à la longueur d'une ondulation.

Soient x la distance du centre du premier système d'ondes à la molécule lumineuse que l'on considère, et t l'instant où l'on veut

calculer sa vitesse; celle que lui imprime l'onde du premier système est égale à

$$a \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right],$$

a étant l'intensité de ce faisceau lumineux. Si l'on représente par a' l'intensité du second et par c l'intervalle qui sépare les points correspondants des deux systèmes d'ondes, la vitesse résultant du second sera

$$a' \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x+c}{\lambda}\right)\right],$$

et, par conséquent, la vitesse totale imprimée à la molécule

$$a \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right] + a' \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x+c}{\lambda}\right)\right],$$

ou

$$\left[a + a' \cos\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right)\right] \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right] - a' \sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right) \cos\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right];$$

expression qui peut toujours se mettre sous la forme :

$$\mathrm{A} \cos i \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right] - \mathrm{A} \sin i \cos\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right],$$

ou

$$\mathrm{A} \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right) - i\right],$$

en faisant

$$a + a' \cos\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right) = \mathrm{A} \cos i \qquad \text{et} \qquad a' \sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right) = \mathrm{A} \sin i.$$

Élevant chaque membre de ces équations au carré et les ajoutant, on a

$$\mathrm{A}^2 = a^2 + a'^2 + 2aa' \cos\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right);$$

d'où

$$\mathrm{A} = \pm\sqrt{a^2 + a'^2 + 2aa' \cos\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right)}.$$

C'est la valeur de la résultante de deux forces a et a', faisant entre elles un angle égal à $2\pi\frac{c}{\lambda}$.

41. Il résulte de cette formule générale que l'intensité des vibrations de la lumière totale est égale à la somme de celles des deux faisceaux constituants dans le cas de l'accord parfait, à leur différence

IV. quand ils discordent complétement, et enfin à la racine carrée de la somme de leurs carrés lorsque leurs vibrations correspondantes sont à un quart d'ondulation les unes des autres; ce qu'on avait déjà démontré.

Il est facile de voir que la position de l'onde répond exactement à la situation angulaire de la résultante des deux forces a et a'. En effet, la distance de la première onde à la seconde est c, et à l'onde résultante $\frac{i}{2\pi}\lambda$, et la distance de celle-ci à la seconde $c-\frac{i}{2\pi}\lambda$; par conséquent, les angles correspondants sont $2\pi\frac{c}{\lambda}$, i et $2\pi\frac{c}{\lambda}-i$; or, en multipliant par $\sin i$ l'équation

$$a+a'\cos\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right)=\mathrm{A}\cos i,$$

et par $\cos i$ l'équation

$$a'\sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right)=\mathrm{A}\sin i,$$

et les retranchant l'une de l'autre, on trouve,

$$a\sin i=a'\sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda}-i\right),$$

qui, avec l'équation

$$a'\sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right)=\mathrm{A}\sin i,$$

donne la proportion

$$\sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda}-i\right):\sin i:\sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right)::a:a':\mathrm{A}.$$

42. L'expression générale $\mathrm{A}\sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)-i\right]$ de la vitesse des molécules dans l'onde résultant du concours de deux autres démontre que cette onde a la même longueur que ses composantes, et que les vitesses des points correspondants sont proportionnelles; en sorte que l'onde résultante est toujours de même nature que ses composantes, et n'en diffère que par l'intensité, c'est-à-dire, par la quantité constante qui multiplie les rapports des vitesses de toutes les molécules auxquelles elle s'étend. En la combinant successivement avec de nouvelles ondes, on retrouverait toujours des expressions de même forme; propriété remarquable de cette sorte de fonctions. Ainsi, dans la résul-

tante d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes de même longueur, les molécules lumineuses sont toujours animées de vitesses proportionnelles à celles des composantes, aux points situés à la même distance de l'extrémité de chaque onde.

APPLICATION DU PRINCIPE D'HUYGHENS AUX PHÉNOMÈNES DE LA DIFFRACTION.

43. Après avoir indiqué la manière de déterminer la résultante d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes lumineuses, je vais faire voir comment, à l'aide de ces formules d'interférence et du seul principe d'Huyghens, il est possible d'expliquer et même de calculer tous les phénomènes de la diffraction. Ce principe, qui me paraît une conséquence rigoureuse de l'hypothèse fondamentale, peut s'énoncer ainsi : *Les vibrations d'une onde lumineuse dans chacun de ses points peuvent être regardées comme la somme des mouvements élémentaires qu'y enverraient au même instant, en agissant isolément, toutes les parties de cette onde considérée dans une quelconque de ses positions antérieures* [1].

Il résulte du principe de la coexistence des petits mouvements, que les vibrations produites en un point quelconque d'un fluide élastique par plusieurs ébranlements sont égales à la résultante de toutes les agitations envoyées au même instant dans ce point par ces différents centres d'ondulation, quels que soient leur nombre, leurs positions respectives, la nature et l'époque des ébranlements divers. Ce principe, étant général, doit s'appliquer à tous les cas particuliers. Je supposerai que tous ces ébranlements, en nombre infini, sont de même espèce, ont lieu simultanément, sont contigus et placés sur un même plan ou sur une même surface sphérique. Je ferai encore une hypothèse relativement à la nature de ces ébranlements ; je supposerai que les vitesses impri-

[1] Je considère toujours la succession d'une infinité d'ondulations, ou une vibration générale du fluide. Ce n'est que dans ce sens qu'on peut dire que deux ondes lumineuses se détruisent lorsqu'elles sont à une demi-ondulation l'une de l'autre. Les formules d'interférence que je viens de donner ne sont point applicables au cas d'une ondulation isolée, qui d'ailleurs n'est pas celui de la nature.

IV. mées aux molécules sont toutes dirigées dans le même sens, perpendiculairement à la surface sphérique[1], et sont en outre proportionnelles aux condensations ; en sorte que les molécules ne puissent pas avoir de mouvement rétrograde. J'aurai ainsi reconstitué une onde dérivée par l'ensemble de ces ébranlements partiels. Il est donc vrai de dire que les vibrations d'une onde lumineuse dans chacun de ses points peuvent être regardées comme la résultante de tous les mouvements élémentaires qu'y enverraient au même instant, en agissant isolément, toutes les parties de cette onde considérée dans une quelconque de ses positions antérieures[a].

[1] Il peut y avoir des ondes dérivées dans lesquelles la direction des vitesses absolues imprimées aux molécules ne soit pas perpendiculaire à la surface de l'onde. En réfléchissant aux lois particulières de l'interférence des rayons polarisés, je me suis convaincu, depuis la rédaction de ce Mémoire, que les vibrations lumineuses s'exécutent perpendiculairement aux rayons ou parallèlement à la surface de l'onde. Les raisonnements et les calculs contenus dans ce Mémoire s'accordent aussi bien avec cette nouvelle hypothèse qu'avec la précédente, puisqu'ils sont indépendants de la direction réelle des vibrations, et supposent seulement qu'elles s'exécutent dans le même sens pour tous les rayons partis du même système d'ondes qui concourent à la formation des franges.

---

[a] Le paragraphe 43 était primitivement rédigé de la manière suivante.

Var. Après avoir démontré dans la première section de ce Mémoire que le système de l'émission et même le principe des interférences, quand on ne l'applique qu'aux rayons directs et aux rayons *réfléchis*, sont insuffisants pour expliquer les phénomènes de la diffraction, je vais faire voir maintenant qu'on peut en donner une explication satisfaisante et une théorie générale dans le système des ondulations, sans le secours d'aucune hypothèse secondaire, et en s'appuyant seulement sur le principe d'Huyghens, qui est une conséquence presque évidente de l'hypothèse fondamentale.

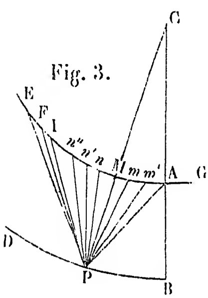
Voici comment on peut l'énoncer.

Les vibrations d'une onde lumineuse dans chacun de ses points peuvent être regardées comme la résultante de tous les mouvements élémentaires qu'y enverraient au même instant, en agissant isolément, toutes les parties de cette onde considérée dans une quelconque

44. L'intensité de l'onde primitive étant uniforme, il résulte de cette considération théorique, comme de toutes les autres, que cette uniformité se conservera pendant sa marche, si aucune partie de l'onde n'est interceptée ou retardée relativement aux parties contiguës, parce que la résultante des mouvements élémentaires dont je viens de parler sera la même pour tous les points. Mais si une portion de l'onde est arrêtée par l'interposition d'un corps opaque, alors l'intensité de chaque point variera avec sa distance au bord de l'ombre, et ces variations seront surtout sensibles dans le voisinage des rayons tangents.

Soient C le point lumineux, AG l'écran, AME l'onde arrivée en A et interceptée en partie par le corps opaque. Je la suppose divisée en une infinité de petits arcs Am', $m'm$, mM, Mn, nn', $n'n''$, etc. Pour avoir son intensité au point P dans une quelconque de ses positions suivantes BPD, il faut chercher la résultante de toutes les ondes élémentaires que chacune de ces portions de l'onde primitive y enverrait en agissant isolément.

Fig. 3.



L'impulsion qui a été communiquée à toutes les parties de l'onde primitive étant dirigée suivant la normale, les mouvements qu'elles tendent à imprimer à l'éther doivent être plus intenses dans cette direc-

---

de ses positions antérieures. Ce n'est autre chose que substituer au mouvement ou à la pression normale toutes les pressions directes et obliques dont elle se compose (*).

(*) Un ébranlement quelconque dans un fluide élastique tend en général à se propager suivant toutes les directions. S'il ne se forme pas en avant des petites ondes autour de chaque point de l'onde principale, c'est à cause de l'équilibre qui s'établit entre les mouvements simultanés de ses parties. Mais, de même qu'en statique on emploie souvent dans le calcul des forces qui se détruisent, on peut ici rétablir les mouvements qui se font équilibre, et considérer l'effet produit par chaque partie de l'onde indépendamment de l'influence qu'exercent sur lui les autres ébranlements, et l'ensemble de toutes ces ondes élémentaires doit équivaloir au système primitif. Tel est le principe d'Huyghens.

IV. tion que dans toute autre; et les rayons qui en émaneraient, si elles agissaient isolément, seraient d'autant plus faibles qu'ils s'écarteraient davantage de cette direction [a].

45. La recherche de la loi suivant laquelle leur intensité varierait autour de chaque centre d'ébranlement présenterait sans doute de grandes difficultés; mais heureusement nous n'avons pas besoin de la connaître, car il est aisé de voir que les effets produits par ces rayons se détruisent presque complétement dès qu'ils s'inclinent sensiblement sur la normale, en sorte que ceux qui influent d'une manière appréciable sur la quantité de lumière que reçoit chaque point P peuvent être regardés comme d'égale intensité [1].

[1] Lorsque le centre d'ébranlement a éprouvé une condensation, la force expansive tend à pousser les molécules dans toutes directions; et si elles n'ont pas de mouvements rétrogrades, cela tient uniquement à ce que leurs vitesses initiales en avant détruisent celles que la dilatation tend à leur imprimer en arrière; mais il ne s'ensuit pas que l'ébranlement ne puisse se propager que suivant la direction des vitesses initiales, car la force expansive dans un sens perpendiculaire, par exemple, se combine avec l'impulsion primitive sans que ses effets en soient affaiblis. Il est clair que l'intensité de l'onde ainsi produite doit varier beaucoup dans les différents points de sa circonférence, non-seulement à cause de l'impulsion initiale, mais encore parce que les condensations ne sont pas assujetties à la même loi, autour du centre de la partie ébranlée. Mais les variations d'intensité de l'onde dérivée doivent suivre nécessairement une loi de continuité, et peuvent par conséquent être considérées comme insensibles dans un intervalle angulaire très-petit, surtout auprès de la normale à l'onde génératrice; car, les vitesses initiales des molécules rapportées à une direction quelconque étant proportionnelles au

[a] La même conclusion subsiste si l'on admet l'hypothèse des vibrations transversales, car l'éther étant constitué de manière que les vibrations transversales puissent seules s'y propager, à l'exclusion des vibrations normales, le mouvement le plus intense devra être transmis suivant la direction qui est perpendiculaire à toute vibration comprise dans la surface de l'onde primitive, c'est-à-dire suivant le rayon même de cette onde. La seule différence c'est que l'intensité du mouvement transmis suivant diverses directions également inclinées sur ce rayon ne sera pas la même si la lumière est polarisée. Dans ces dernières années, on a cherché à déduire de cette remarque un moyen de reconnaître si les vibrations de la lumière polarisée sont parallèles ou perpendiculaires au plan de polarisation. [E. Verdet.]

En effet, considérons les rayons sensiblement inclinés EP, FP, IP, concourant au point P, que je suppose distant de l'onde EA d'un grand nombre d'ondulations. Prenons les deux arcs EF et FI d'une longueur telle que les différences EP—FP et FP—IP soient égales à une demi-ondulation. A cause de l'obliquité prononcée des rayons et de la petitesse d'une demi-ondulation par rapport à leur longueur, ces deux arcs seront presque égaux, et les rayons qu'ils envoient au point P sensiblement parallèles; en sorte qu'en raison de la différence d'une demi-ondulation qui existe entre les rayons correspondants des deux arcs, leurs effets se détruiront mutuellement.

On peut donc supposer que tous les rayons que les diverses parties de l'onde primitive AE envoient au point P sont d'égale intensité, puisque les seuls rayons pour lesquels cette hypothèse soit inexacte, n'ont pas d'influence sensible sur la quantité de lumière qu'il reçoit. On peut aussi, par la même raison, pour simplifier le calcul de la résultante de toutes ces ondes élémentaires, considérer leurs mouvements vibratoires comme s'exécutant suivant une même direction, vu la petitesse des angles que les rayons font entre eux; en sorte que le problème se trouve ramené à celui-ci, que nous avons déjà résolu : *Trouver la résultante d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes lumineuses parallèles, de même longueur, dont les intensités et les positions relatives sont connues.* Les intensités sont ici proportionnelles à la longueur des arcs éclairants, et les positions relatives sont données par les différences de chemins parcourus.

46. Nous n'avons considéré, à proprement parler, que la section de l'onde faite par un plan perpendiculaire au bord de l'écran projeté en A. Envisageons-la maintenant dans toute son étendue, et concevons-la divisée en fuseaux infiniment minces par des méridiens équi-

cosinus de l'angle que cette direction fait avec la normale, ces composantes varient dans un rapport beaucoup moindre que l'intervalle angulaire quand il est peu considérable[a].

[a] Note ajoutée à l'impression.

IV. distants perpendiculaires au plan de la figure ; on pourra leur appliquer les raisonnements que nous venons de faire pour une section de l'onde, et démontrer ainsi que les rayons d'une obliquité prononcée se détruisent mutuellement.

Ces fuseaux parallèles au bord de l'écran étant tous indéfiniment étendus dans le cas dont nous nous occupons, où l'onde lumineuse n'est interceptée que d'un seul côté, l'intensité de la résultante de toutes les vibrations qu'ils envoient en P sera la même pour chacun d'eux; car les rayons qui émanent de ces fuseaux doivent être considérés comme d'égale intensité, du moins dans la partie très-peu étendue de l'onde génératrice qui a une influence sensible sur la lumière envoyée en P, à cause de l'extrême petitesse de la différence entre les chemins parcourus. De plus, chaque résultante élémentaire sera évidemment en arrière de la même quantité par rapport au rayon parti du point du fuseau le plus voisin de P, c'est-à-dire du point où ce fuseau rencontre le plan de la figure. Ainsi les intervalles entre ces résultantes élémentaires seront égaux aux différences des chemins parcourus par les rayons AP, m'P, mP, etc. compris dans le plan de la figure, et leurs intensités seront proportionnelles aux arcs Am', $m'm$, mM, etc. Pour avoir l'intensité de leur résultante générale, il faut donc faire le même calcul auquel nous avions déjà été conduit, en ne considérant que la section de l'onde par un plan perpendiculaire au bord de l'écran [1] [a].

47. Avant de calculer l'expression analytique de cette résultante, je

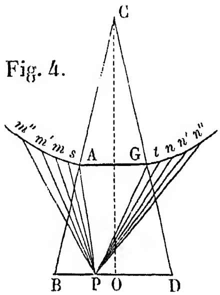
[1] Tant que le bord de l'écran est rectiligne, il suffit, pour déterminer les positions des bandes obscures et brillantes et leurs intensités relatives, de considérer la section de l'onde faite par un plan perpendiculaire au bord de l'écran; mais lorsqu'il est courbe ou composé de lignes droites faisant entre elles des angles quelconques, il devient nécessaire d'intégrer suivant les deux sens rectangulaires, ou circulairement autour du point que l'on considère. Cette dernière méthode est plus simple dans quelques cas particuliers, comme lorsqu'il s'agit, par exemple, de calculer l'intensité de la lumière dans la projection du centre d'un écran ou d'une ouverture circulaire.

[a] Le paragraphe 46 et la note ont été ajoutés à l'impression.

vais d'abord tirer du principe d'Huyghens les conséquences qu'on peut en déduire par de simples considérations géométriques.

Soit AG un corps opaque assez étroit pour qu'on puisse distinguer des franges dans l'intérieur de son ombre à la distance AB. Soient C le point éclairant, BD le carton blanc sur lequel on reçoit les franges, ou le plan du foyer de la loupe avec laquelle on les observe.

Fig. 4.



Concevons l'onde primitive divisée en petits arcs, Am, mm', $m'm''$, etc. Gn, nn', $n'n''$, $n''n'''$, etc. de façon que les rayons menés du point P que l'on considère dans l'intérieur de l'ombre, à deux points de division consécutifs diffèrent d'une demi-ondulation. Toutes les petites ondes envoyées en P par les éléments de chacun de ces arcs seront en discordance complète avec les ondes élémentaires qui émanent des parties correspondantes des deux arcs entre lesquels il est compris; en sorte que, si tous ces arcs étaient égaux, les rayons qu'ils envoient en P se détruiraient mutuellement, à l'exception de l'arc extrême mA, dont les rayons conserveraient la moitié de leur intensité, la moitié de la lumière envoyée par l'arc mm', avec lequel il se trouve en discordance complète, étant détruite par la moitié de celle de l'arc précédent $m''m'$.

Ces arcs sont sensiblement égaux lorsque les rayons qui concourent au point P sont suffisamment inclinés par rapport à la normale. Alors l'onde résultante répond à peu près au milieu de mA, le seul arc qui produise un effet sensible, et se trouve ainsi en arrière d'un quart d'ondulation par rapport à l'onde élémentaire partie du bord A du corps opaque. La même chose ayant lieu relativement à l'autre partie Gn de l'onde incidente, le degré d'accord ou de discordance entre les vibrations lumineuses qui se manifeste au point P se trouve déterminé par la différence de longueur entre les deux rayons sP et tP qui émanent des milieux des arcs Am et Gn, ou, ce qui revient au même, par la différence entre les deux rayons AP et GP partis des bords mêmes du corps opaque. Ainsi, lorsque les franges intérieures que l'on consi-

IV. dère sont suffisamment éloignées des bords de l'ombre géométrique, on peut leur appliquer sans erreur sensible la formule basée sur l'hypothèse que les ondes infléchies ont leurs centres aux bords mêmes du corps opaque. Mais, à mesure que le point P se rapproche de B, l'arc A*m* devient plus grand par rapport à l'arc *mm'*, l'arc *mm'* par rapport à l'arc *m'm''*, etc. [a]; et de même, dans l'arc *m*A, les éléments qui avoisinent le point A deviennent sensiblement plus grands que ceux situés vers le point *m*, et répondant à des différences égales de chemins parcourus. Il en résulte que le rayon *efficace* *s*P [1] ne doit plus être la moyenne entre les rayons extrêmes *m*P et AP, mais se rapprocher davantage de la longueur de celui-ci. De l'autre côté du corps opaque, au contraire, la différence entre le rayon GP et le rayon efficace *t*P approche d'autant plus d'être exactement égale à un quart d'ondulation, que le point P s'éloigne davantage de D. Ainsi la différence des chemins parcourus varie plus rapidement entre les rayons efficaces *s*P et *t*P qu'entre les rayons AP et GP; par conséquent les franges qui avoisinent le point B doivent être un peu moins éloignées du centre de l'ombre que ne l'indique la formule fondée sur la première hypothèse.

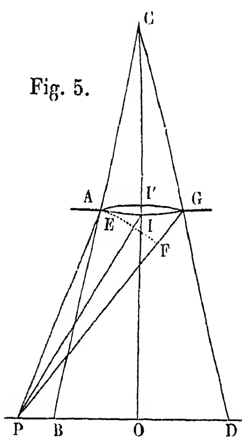


Fig. 5.

48. Après avoir examiné le cas où les franges sont produites par un corps étroit, je passe à celui où elles le sont par une petite ouverture.

Soit AG l'ouverture par laquelle on fait passer la lumière. Je la suppose d'abord assez étroite pour que les bandes obscures du 1er ordre soient dans l'intérieur de l'ombre géométrique de l'écran et suffisamment éloignées des bords B et D. Soit P le point le plus sombre d'une de ces deux bandes; il est aisé de voir qu'il doit répondre à une différence d'une ondulation entre les deux

[1] J'appelle ainsi celui qui mesure la distance de l'onde résultante à l'onde primitive, parce que la situation des bandes obscures et brillantes est la même que si ces rayons *efficaces* concouraient seuls à leur production.

[a] Voyez sur la loi du décroissement des arcs élémentaires successifs n° XII (G), § 5, note [1].

rayons extrêmes AP et PG. En effet, si l'on conçoit un autre rayon PI mené de façon que sa longueur soit moyenne entre celle des deux autres, en conséquence de leur obliquité prononcée sur l'arc AIG, le point I en sera à peu près le milieu. Cet arc se trouvera donc composé de deux autres, dont les éléments correspondants seront sensiblement égaux, et enverront au point P des vibrations contraires, qui devront par conséquent se détruire mutuellement.

Il est aisé de voir, par des raisonnements semblables, que les points les plus sombres des autres bandes obscures répondent à des différences d'un nombre pair de demi-ondulations entre les rayons partant des deux bords du diaphragme, et les points les plus éclairés des bandes brillantes, à des différences d'un nombre impair de demi-ondulations, c'est-à-dire qu'elles doivent être situées dans des positions absolument inverses de celles que l'on déduirait des accords ou des discordances des rayons extrêmes, dans l'hypothèse où ils concourraient seuls à la production des franges, à l'exception cependant de la bande du milieu, qui doit être brillante dans un système comme dans l'autre. L'expérience confirme les conséquences déduites de celui où l'on considère les franges comme résultant du concours des vibrations de tous les points de l'arc AG, et contredit par conséquent le système d'après lequel on les regarderait comme produites uniquement par les rayons infléchis et réfléchis sur les bords mêmes du diaphragme. Ce sont aussi les premiers phénomènes qui m'ont fait reconnaître l'inexactitude de cette hypothèse, et m'ont conduit à la théorie dont je viens d'exposer le principe fondamental, qui n'est autre que celui d'Huyghens, combiné avec le principe des interférences [a].

49. Dans le cas que nous venons de considérer, où les bandes obscures du premier ordre sont rejetées par la petitesse de l'ouverture à une distance assez considérable des bords de l'ombre géométrique, il

---

[a] Le manuscrit ajoute après ces mots :

Var. Que l'on doit au docteur Young.

IV. résulte de la théorie, comme de l'expérience, que l'espace compris entre leurs points les plus sombres est à très-peu près le double des autres intervalles entre les milieux de deux bandes obscures consécutives, et d'autant plus exactement que l'ouverture est plus étroite ou le diaphragme plus éloigné du point lumineux et du foyer de la loupe avec laquelle on observe les franges, car, en augmentant suffisamment ces distances, on peut produire les mêmes effets avec une ouverture d'une largeur quelconque.

Mais lorsque ces distances ne sont pas assez considérables, et que l'ouverture est trop large pour que les rayons qui concourent à la formation des franges soient suffisamment inclinés sur l'onde lumineuse AG, il arrive que les éléments correspondants des arcs dans lesquels nous l'avons supposée divisée ne peuvent plus être considérés comme égaux entre eux, mais sont sensiblement plus larges du côté le plus voisin de la bande que l'on considère. Alors on ne peut plus déduire rigoureusement de la théorie la position des *maxima* ou *minima* d'intensité de lumière qu'en calculant la résultante de toutes les petites ondes élémentaires qui émanent de l'onde incidente.

50. Mais il est un cas très-remarquable où la connaissance de cette intégrale n'est pas nécessaire pour déterminer la loi des franges produites par une ouverture d'une largeur beaucoup plus considérable : c'est lorsqu'on place devant le diaphragme une lentille qui porte le foyer des rayons réfractés sur le plan dans lequel on observe les franges. Alors le centre de courbure de l'onde émergente se trouve dans ce plan, au lieu d'être au point lumineux [a], ce qui simplifie beaucoup le problème.

---

[a] Le principe fécond que Fresnel énonce sans le démontrer peut être déduit, soit de la théorie générale des caustiques, soit d'une formule qu'on a vue plus haut (n° IV, § 5 et 6, et n° VIII, § 28). Si deux rayons parallèles, vibrant d'accord et réfractés, l'un au sommet, l'autre vers le bord d'une surface sphérique convexe, ont, au point où ils se coupent, une différence de marche égale à $-\frac{r(p-1)}{8p^3}\sin^4 i$, r étant le rayon de la surface, p l'indice de réfraction, i l'angle d'incidence du rayon réfracté vers les bords, il est clair qu'ils arri-

Soit O la projection du milieu de l'ouverture sur ce plan. Si du point O comme centre, et d'un rayon égal à AO, on décrit l'arc AI'G, il représentera l'onde incidente telle qu'elle se trouve modifiée par l'interposition de la lentille. Maintenant, si du point P comme centre, et d'un rayon égal à AP, on décrit l'arc AEF, les parties des rayons lumineux qui concourent au point P comprises entre l'arc AI'G et l'arc AEF seront les différences des chemins parcourus par les ondes élémentaires. Or, ces deux arcs ayant des courbures égales et tournées dans le même sens, il s'ensuit qu'à des intervalles égaux sur l'onde AI'G répondront des différences égales dans les chemins parcourus. Si donc on suppose cette onde divisée de manière que deux rayons consécutifs menés par les points de division diffèrent d'une demi-ondulation, lorsque le point P sera placé de façon que le nombre de ces arcs soit pair, il ne recevra plus de lumière, puisque les effets produits par ces arcs se détruiront deux à deux, les vibrations de leurs éléments correspondants étant à la fois d'égale intensité et en discordance complète. La lumière envoyée au point P parviendra, au contraire, à son *maximum* d'intensité quand ces arcs seront en nombre impair. Il en résulte que les points les plus éclairés des bandes

---

veront en même temps aux deux points qu'on déterminera en prenant, à partir du point de concours, sur la direction du rayon réfracté au sommet une longueur arbitraire l, et sur la direction du rayon réfracté vers les bords une longueur égale à $l - \frac{r(p-1)}{8p^3}\sin^4 i$. Mais si l est très-grand par rapport à $\frac{r(p-1)}{8p^3}\sin^4 i$, le deuxième de ces points sera très-peu éloigné de la sphère qui passerait par le premier et qui aurait pour centre le point de concours des deux rayons ou même le foyer des rayons centraux qui en est très-voisin. On peut donc regarder les mouvements vibratoires qui ont lieu à chaque instant sur la surface de cette sphère comme presque exactement concordants. On peut faire des calculs analogues sur la réfraction par une deuxième surface sphérique, et admettre, en conséquence, que des rayons parallèles et concordants réfractés par une lentille arrivent en même temps sur une surface qui diffère très-peu de la sphère ayant pour centre le foyer principal et tangente à la surface postérieure de la lentille. Les vibrations de l'éther étant concordantes en tous les points de cette surface, elle peut recevoir le nom d'*onde réfractée*, et dans la théorie de la diffraction on doit la traiter comme la surface de l'onde. On peut sans difficulté étendre ces considérations au cas où les rayons incidents viennent d'un point situé à distance finie ; le centre de l'onde réfractée est alors au foyer conjugué du point lumineux. [E. VERDET.]

IV. brillantes répondront à une différence d'un nombre impair de demi-ondulations entre les rayons partis des deux bords du diaphragme, et les points les plus sombres des bandes obscures à une différence d'un nombre pair de demi-ondulations. Par conséquent toutes les bandes obscures seront également espacées entre elles, à l'exception des deux premières, dont l'intervalle sera exactement double de celui qui sépare les autres. Ce résultat, que la théorie m'avait indiqué d'avance, se trouve parfaitement confirmé par l'expérience. Je ne rapporterai qu'une observation de ce genre faite dans une lumière rouge homogène. Pour porter le centre de l'onde incidente sur le micromètre, au lieu d'une lentille ordinaire, j'ai employé un verre à surface cylindrique [a], que j'ai placé de manière que la droite génératrice fût parallèle aux bords de l'ouverture du diaphragme, afin de conserver aux franges toute leur longueur.

Largeur de l'ouverture.	$2^{mm},00$
Distance du point lumineux au diaphragme, ou *a*. . .	$2^{m},507$
Distance du diaphragme au micromètre, ou *b*.	$1^{m},140$
Intervalle entre les milieux des deux bandes obscures du 1^{er} ordre.	$0^{mm},72$
Entre la bande du 1^{er} ordre et celle du 3^{e}.	$0^{mm},73$
Entre celle du 3^{e} et celle du 5^{e}.	$0^{mm},72$

On voit que le premier intervalle est égal aux doubles intervalles suivants.

J'observai la même loi, et à des distances aussi peu considérables, avec des ouvertures beaucoup plus larges, par exemple d'un centimètre et même d'un centimètre et demi. Mais, en augmentant davantage l'ouverture du diaphragme, les franges devenaient confuses, quel-

---

[a] Cette substitution ne modifie en rien d'essentiel les conséquences de la note précédente. L'onde réfractée a la forme d'un cylindre qui a pour base une courbe très-peu différente du cercle dont le centre est au foyer, et la considération d'une onde cylindrique se ramène à celle d'une onde circulaire plus aisément encore que celle d'une onde sphérique. [E. Verdet.]

que soin que je misse à bien placer le micromètre au foyer du v
cylindrique ; ce qui tenait à ce que les rayons réfractés par ce verr
vibraient sensiblement d'accord qu'entre des limites assez rapproch
comme cela a lieu pour les lentilles ordinaires.

51. Lorsque l'ouverture du diaphragme ainsi combiné avec un v
cylindrique n'est pas trop considérable, les bandes obscures et b
lantes sont aussi prononcées que les franges produites par le conc
des rayons réfléchis sur deux miroirs. Mais dans celles-ci l'intensit
la lumière reste la même pour toutes les franges, ou du moins les
férences qu'on aperçoit tiennent uniquement à ce que la lumière
ployée n'est jamais d'une homogénéité parfaite ; et si, d'une part
bandes brillantes perdent par degrés une partie de leur éclat,
bandes obscures deviennent moins sombres ; en sorte que la somm
lumière d'une frange entière reste sensiblement la même. Dans l'a
phénomène, au contraire, on observe, en s'éloignant du centre,
diminution rapide de la lumière, dont il est aisé de se rendre co
par la théorie que nous venons d'exposer. En effet, tous les ra
émanés de l'onde AI'G qui concourent au milieu de la bande brill
du premier ordre se trouvent avoir parcouru des chemins égaux
sorte que toutes les petites ondes élémentaires qu'ils apportent e
point coïncident et se fortifient mutuellement. Il n'en est pas de m
des autres bandes brillantes. Le point le plus éclairé de celles du se
ordre, par exemple, répond à la division de l'onde AI'G en trois
dont les rayons extrêmes diffèrent d'une demi-ondulation ; les
produits par deux de ces arcs se neutralisant mutuellement, ce p
ne reçoit de lumière que du troisième, dont les vibrations se détru
même en partie, à cause de la différence d'une demi-ondulation e
ses rayons extrêmes. Un raisonnement semblable fait voir que le m
de la bande brillante du troisième ordre ne doit être éclairé que
un cinquième de l'onde AI'G, dont la lumière est encore affaibli
la discordance des rayons partis des points voisins des extrémités

52. Reprenons le cas général des franges qui proviennent d'une
verture étroite, sans que la courbure de l'onde incidente soit cha

IV. par l'interposition d'une lentille. Parmi les principaux phénomènes de diffraction, aucun ne présente des effets plus variés et plus compliqués. Néanmoins, sans connaître la nature de l'intégrale qui nous servira bientôt à déterminer la position et l'intensité des bandes obscures et brillantes, nous pouvons déjà résoudre un problème intéressant. *L'ouverture du diaphragme variant, quelles sont les variations que doivent éprouver les distances du diaphragme au point lumineux et au micromètre, pour que les franges conservent les mêmes largeurs et les mêmes rapports d'intensité?*

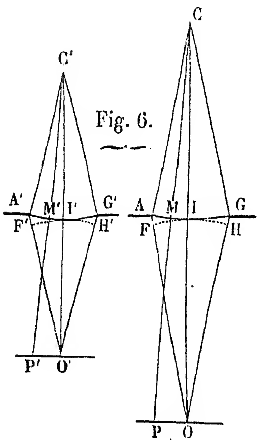


Fig. 6.

Soient AG et A′G′ les deux petites ouvertures inégales par lesquelles on fait passer la lumière. Je suppose que les points lumineux C et C′ et les plans d'observation PO et P′O′ se trouvent placés aux distances convenables pour que les franges soient absolument pareilles dans les deux cas. Soient P et P′ deux points correspondants de la même frange; on doit avoir PO = P′O′, O et O′ étant les projections des milieux des deux ouvertures sur les plans PO et P′O′. Si des points C et C′ comme centres, avec des rayons égaux à CA et C′A′, on décrit des arcs de cercle AIG et A′I′G′, et si l'on décrit ensuite des points O et O′ comme centres les arcs tangents FIH, F′I′H′, les intervalles entre les premiers et les seconds seront les différences des chemins parcourus par les rayons qui concourent aux points O et O′; or, pour que la résultante des ondes élémentaires qui émanent des différents points de l'onde incidente présente les mêmes variations d'intensité, il faut qu'elle soit composée d'éléments semblables; et cette condition sera remplie si l'on a AF = A′F′. En effet, il en résulte d'abord que pour O et O′ les différences des chemins parcourus par les rayons qui émanent des points correspondants des ondes AIG et A′I′G′ seront égales; par conséquent, si l'on conçoit les deux ondes divisées en petits arcs proportionnels, les vibrations qu'ils enverront en O et O′ auront précisément entre elles les mêmes degrés d'accord et de discordance, et les

deux résultantes seront ainsi composées d'éléments pareils. On voit aisément qu'il doit en être de même pour tous les autres points correspondants P et P′, situés de façon que les droites CP et C′P′ divisent les ondes AG et A′G′ en parties proportionnelles. Par conséquent, la résultante des ondes élémentaires suit la même loi dans les deux cas.

Cela posé, je représente les largeurs AG et A′G′ des deux ouvertures par c et c', les distances CI et C′I′ par a et par a', et IO et I′O′ par b et b'. Les droites CP et C′P′ divisant les arcs AG et A′G′ en parties proportionnelles, on a,

$$\mathrm{AG} : \mathrm{A'G'} \text{ ou } c : c' :: \mathrm{MI} : \mathrm{M'I'}, \text{ d'où } \frac{c}{c'} = \frac{\mathrm{MI}}{\mathrm{M'I'}}.$$

Mais on a en outre les deux proportions,

$$\mathrm{CI} : \mathrm{CO} \text{ ou } a : a+b :: \mathrm{MI} : \mathrm{PO},$$

$$\text{et } \mathrm{C'I'} : \mathrm{C'O'} \text{ ou } a' : a'+b' :: \mathrm{M'I'} : \mathrm{P'O'};$$

d'où l'on tire

$$\mathrm{PO} = \frac{\mathrm{MI}\,(a+b)}{a}, \text{ et } \mathrm{P'O'} = \frac{\mathrm{M'I'}\,(a'+b')}{a'}.$$

Ces deux largeurs étant égales par hypothèse, on a

$$\frac{\mathrm{MI}\,(a+b)}{a} = \frac{\mathrm{M'I'}\,(a'+b')}{a'},$$

ou

$$\frac{\mathrm{MI}}{\mathrm{M'I'}} = \frac{a\,(a'+b')}{a'\,(a+b)}.$$

Or

$$\frac{\mathrm{MI}}{\mathrm{M'I'}} = \frac{c}{c'};$$

on a donc

$$\frac{c}{c'} = \frac{a\,(a'+b')}{a'\,(a+b)},$$

ou

$$a\,c'\,(a'+b') = a'\,c\,(a+b).$$

Telle est la première équation de condition.

Il en faut encore une autre pour exprimer l'égalité des intervalles AF et A′F′. A cause de la petitesse des arcs AG et FH, A′G′ et F′H′, on a

$$\mathrm{AF} = \frac{\mathrm{AI}^2}{2\mathrm{CI}} + \frac{\mathrm{AI}^2}{2\mathrm{OI}} = \frac{1}{8}\left(\frac{c^2}{a} + \frac{c^2}{b}\right) = \frac{1}{8}\,\frac{c^2\,(a+b)}{ab};$$

de même

$$\mathrm{A'F'} = \frac{1}{8}\,\frac{c'^2(a'+b')}{a'b'};$$

par conséquent la seconde équation de condition est

$$\frac{c^2(a+b)}{ab} = \frac{c'^2(a'+b')}{a'b'}.$$

En combinant ces deux équations, on trouve les formules

$$b' = \frac{bc'}{c} \quad \text{et} \quad a' = \frac{ab'^2}{b(a+b) - ab'},$$

ou

$$a' = \frac{abc'^2}{c^2(a+b) - acc'},$$

au moyen desquelles on peut calculer les distances a' et b', la largeur c' de la seconde ouverture étant donnée.

Il est à remarquer que l'équation $b' = \frac{bc'}{c}$ donne la proportion

$$b : b' :: c : c';$$

c'est-à-dire qu'une des conditions de l'égalité des franges est que les distances du diaphragme au micromètre soient proportionnelles aux largeurs des ouvertures.

53. J'ai vérifié l'exactitude de cette loi par l'expérience suivante : la largeur de l'ouverture étant d'abord de 2 millimètres, sa distance au point lumineux de $3^{m},008$, et sa distance au micromètre de $1^{m},236$, je me suis proposé de produire les mêmes franges avec une ouverture de $1^{mm},50$. D'après les formules ci-dessus sa distance au point lumineux devait être de $1^{m},052$, et sa distance au micromètre, de $0^{m},927$.

Le tableau suivant présente à la fois les résultats de la première et de la seconde observation. On voit qu'ils s'accordent parfaitement.

NUMÉROS des bandes obscures en partant du centre.	NOTES COMMUNES aux deux observations.	DISTANCES du centre aux points les plus sombres des bandes obscures. 1re observation.	2e observation.	DIFFÉRENCES.
1	Grosse bande.	0^{mm}	0^{mm}	0^{mm}
	Brillant.			
2	Très-pâle.	0,63	0,63	0
	Brillant.			
3	*Minimum* peu prononcé.	1,11	1,11	0
	Sombre.			
4	*Minimum* peu prononcé.	1,53	1,54	+ 0,01
	Obscur.			
5	Très-obscur.	1,96	1,96	0

54. On peut faire sur les franges produites par des corps opaques très-étroits des raisonnements analogues à ceux que nous venons de faire pour les petites ouvertures. En représentant les mêmes distances par les mêmes lettres, et la largeur du corps étroit par c, comme celle de la petite ouverture, on est conduit aux mêmes formules,

$$b' = \frac{bc'}{c} \qquad \text{et } a' = \frac{abc'^2}{(a+b)c^2 - acc'}.$$

J'ai encore vérifié la loi dans ce cas par l'expérience. Après avoir employé un fil d'acier de $1^{mm},325$ de diamètre, placé à $3^m,047$ du point lumineux, et à $3^m,526$ du micromètre, je me suis servi d'un autre fil d'acier qui avait seulement $0^{mm},78$ de diamètre, et j'ai disposé ce fil et le micromètre par rapport au point lumineux, de façon que a' fût égal à $0^m,779$, et b' à $2^m,078$, valeurs calculées d'après les formules ci-dessus. Voici les résultats de ces deux observations.

NUMÉROS des bandes obscures en partant du centre.	NOTES COMMUNES aux deux observations.	DISTANCES du centre aux points les plus sombres des bandes obscures.		DIFFÉRENCES.
		1re observation.	2e observation.	
Bandes intérieures.				
1	Très-noire.	$0^{mm},76$	$0^{mm},74$	$+0^{mm},02$
2	....	2 ,12	2 ,13	−0 ,01
3	Extrêmement pâle.	3 ,37	3 ,40	−0 ,03
Bandes extérieures.				
4 (1re)	Étroite.	4 ,31	4 ,32	−0 ,01
5 (2e)	*Idem.*	5 ,75	5 ,77	−0 ,02
6 (3e)	Très-vague.	//	//	//
7 (4e)	....	7 ,54	7 ,58	−0 ,04

Ces deux observations ne s'accordent pas aussi bien que celles du tableau précédent; mais les différences n'excèdent pas cependant les limites des inexactitudes que comportent les mesures, en raison de la largeur des franges.

55. Les franges produites par une ouverture ou un corps opaque très-étroit ne varient pas seulement de grandeur absolue lorsqu'on fait varier a ou b, mais encore de positions et d'intensités relatives ; en sorte que l'aspect du phénomène change entièrement. Cela vient de ce que la résultante des vibrations envoyées par l'onde lumineuse n'est plus composée d'éléments semblables. Au contraire, les bandes obscures et brillantes qui bordent l'ombre d'un écran indéfiniment étendu sont toujours disposées de la même façon, et présentent les mêmes rapports dans leurs intensités et les intervalles qui les séparent. La raison en est facile à apercevoir.

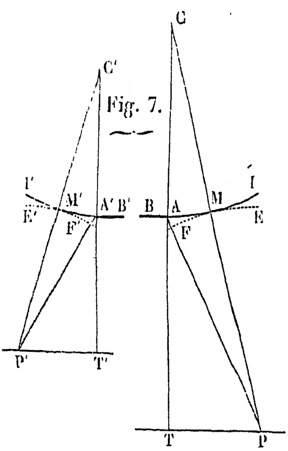


Fig. 7.

Soit AB et A'B' le corps opaque dans deux positions différentes relativement au point lumineux et au micromètre, ou au plan sur lequel on reçoit les franges. Le point lumineux et ce plan sont en C et TP dans le premier cas, je suppose, et en C' et T'P' dans le second. Soit P un point quelconque pris sur le plan TP; on peut toujours, dans l'autre plan P'T', trouver un point P' pour lequel la résultante des vibrations envoyées par l'onde incidente soit composée d'éléments semblables. Des points C et C' comme centres, et avec des rayons égaux à CA et C'A', je décris les arcs AMI et A'M'I', qui représentent l'onde incidente; et des points P et P' comme centres, je décris les arcs tangents EMF, E'M'F'; les intervalles entre ceux-ci et les précédents donnent les différences des chemins parcourus par les rayons qui concourent en P et P'. Pour que les mouvements lumineux qui se manifestent aux points P et P' soient composés de vibrations élémentaires semblables, ayant entre elles les mêmes degrés d'accord ou de discordance, il suffit que les intervalles AF et A'F' soient égaux; car, si l'on conçoit les deux ondes incidentes divisées en parties proportionnelles aux arcs AM et A'M', la différence des chemins parcourus sera la même alors pour tous les rayons partis des points de divisions cor-

respondants. En raison de la petitesse des arcs AM et MF, A'M' et M'F', on a

$$AF = \frac{AM^2}{2MC} + \frac{AM^2}{2MP},$$

ou

$$AF = AM^2\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b}\right),$$

et

$$A'F' = A'M'^2\left(\frac{1}{2a'} + \frac{1}{2b'}\right).$$

On a donc

$$AM^2\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b}\right) = A'M'^2\left(\frac{1}{2a'} + \frac{1}{2b'}\right);$$

mais les triangles semblables CAM et CTP donnent

$$AM = \frac{a \times TP}{a+b}.$$

On trouve de même

$$A'M' = \frac{a' \times T'P'}{a'+b'}.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation précédente, on a pour l'équation de condition, entre TP et T'P',

$$T'P' = TP \times \frac{\sqrt{\dfrac{2b'(a'+b')}{a'}}}{\sqrt{\dfrac{2b(a+b)}{a}}}.$$

Il en résulte que les variations de T'P' seront proportionnelles à celles de TP, et que, par conséquent, les parties correspondantes des franges seront situées d'une manière absolument semblable dans les deux cas. Voilà pourquoi les intervalles entre les bandes obscures ou brillantes et leurs intensités conservent toujours les mêmes rapports, quelles que soient les valeurs de a et de b [1].

[1] En regardant les franges extérieures d'un fil de soie aussi près que possible de leur origine avec une lentille d'une ligne de foyer, il m'a semblé que les rapports des intervalles étaient un peu changés ; mais il est clair que cette loi doit changer lorsque b ou a deviennent très-petits, puisque les rayons qui concourent à la production des franges ayant alors des inclinaisons très-sensibles, l'hypothèse sur laquelle elle repose n'est plus exacte. Il est possible encore qu'à une distance aussi petite la lumière réfléchie par le fil influe d'une manière sensible sur le phénomène et en altère la loi.

IV. Je suppose que le point P, que l'on considère, soit, par exemple, le point le plus sombre de la bande obscure du premier ordre, et qu'on représente par δ l'intervalle AF, qui répond à ce *minimum;* on aura

$$\delta = \mathrm{AM}^2\left(\frac{1}{2a}+\frac{1}{2b}\right);$$

mais

$$\mathrm{AM} = \frac{a\times \mathrm{TP}}{a+b}.$$

Substituant cette valeur dans l'équation précédente, on en tire

$$\mathrm{TP} = \sqrt{\frac{2b\,(a+b)\,\delta}{a}}.$$

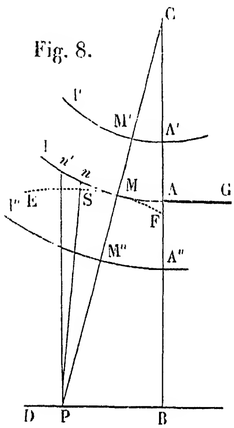
Cette formule est absolument semblable à celle que nous avons trouvée, en supposant que les franges extérieures sont produites par le concours des rayons directs et des rayons réfléchis sur le bord de l'écran. On voit qu'il résulte de la nouvelle théorie, comme de la première hypothèse, que les valeurs de TP correspondantes aux différentes valeurs de b ne leur sont pas proportionnelles, mais sont les ordonnées d'une hyperbole dont celles-ci seraient les abscisses.

56. Je viens d'exposer les rapports généraux qui existent entre les largeurs d'une même frange, lorsqu'on donne au corps opaque des positions diverses par rapport au point lumineux ou au micromètre. Nous avons vu que ces lois pouvaient se déduire de la théorie, indépendamment de la connaissance de l'intégrale qui doit représenter dans chaque point la résultante de toutes les vibrations élémentaires; mais, pour trouver la largeur absolue de ces franges, il est indispensable de calculer cette résultante; car on ne peut déterminer la position des *maxima* et *minima* d'intensité de lumière que par la comparaison de ses différentes valeurs, ou du moins par la connaissance de la fonction qui la représente. Pour y parvenir nous allons appliquer au principe de Huyghens la méthode que nous avons indiquée pour calculer la résultante d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes lumineuses, dont les intensités et les positions relatives sont données.

APPLICATION DE LA THÉORIE DES INTERFÉRENCES AU PRINCIPE DE HUYGHENS.

57. Soit C un point lumineux dont les ondes se trouvent interceptées en partie par le corps opaque AG. Je suppose d'abord que cet écran soit assez étendu pour que la lumière qui vient du côté G soit sensiblement nulle; en sorte que l'on n'ait à considérer que la partie de l'onde située à gauche du point A. DB représente le plan sur lequel on reçoit l'ombre et les franges dont elle est bordée; il s'agit de trouver l'expression de l'intensité de la lumière dans un point quelconque P de ce plan.

Fig. 8.



Si du point C comme centre, et d'un rayon égal à CA, on décrit l'arc de cercle AMI, il représentera l'onde lumineuse au moment où elle se trouve interceptée en partie par le corps opaque. C'est dans cette position que je la considère pour calculer la résultante des vibrations élémentaires envoyées en P. Si l'on partait d'une position antérieure A′M′I′, il faudrait déterminer l'effet produit par l'interposition du corps AG sur chacune des ondes élémentaires émanées de l'arc A′M′I′, et si l'on considérait l'onde dans une situation postérieure A″M″I″, il faudrait d'abord déterminer les intensités relatives de ses différents points, dont l'égalité aurait déjà été altérée par l'interposition de l'écran, ce qui rendrait les calculs beaucoup plus compliqués et peut-être impraticables. En prenant l'onde, au contraire, au moment où elle arrive en A, les éléments du calcul sont très-simples, parce que toutes ses parties ont encore la même intensité, et qu'en outre les ondes élémentaires qui en émanent ne peuvent plus éprouver d'altération de la part du corps opaque. Quelque nombreuses que soient les subdivisions que l'on peut encore imaginer dans ces ondes élémentaires, il est clair qu'elles seront alors les mêmes pour chacune, puisqu'elles se propagent librement dans toutes les directions. Il suffit donc de considérer les axes de

IV. ces faisceaux de rayons brisés, c'est-à-dire les lignes droites menées en P des divers points de l'onde AMI, et les différences de longueurs de ces rayons directs donneront les différences des chemins parcourus par les résultantes élémentaires qui concourent au point P [1].

Cela posé, pour calculer leur résultante totale, je les rapporte à

[1] Par des raisonnements semblables on peut démontrer mathématiquement, sans effectuer les calculs, que le résultat doit toujours être le même, soit que l'on considère l'onde génératrice à l'instant où elle atteint le bord de l'écran, soit qu'on l'envisage dans une position antérieure ou postérieure, en ayant égard, dans le premier cas, aux modifications que les ondes élémentaires éprouvent de la part de l'écran, et, dans le second, à celles que l'onde génératrice a déjà éprouvées. En y réfléchissant un peu, on reconnaîtra que ces diverses manières de calculer la résultante ne diffèrent que par la manière de grouper les vibrations élémentaires dans lesquelles on divise l'ébranlement primitif, et qu'on doit toujours arriver à la même valeur de l'intensité de la lumière au point P, s'il résulte de cette théorie, comme de toutes les autres, que la vitesse d'oscillation des molécules du fluide est en raison inverse de la distance au centre d'ébranlement. Or c'est ce que nous pouvons déjà vérifier sans connaître l'expression de l'intégrale qui représente cette vitesse.

Prenons pour unité de distance celle du point lumineux à l'onde génératrice dans une première position, et pour unité d'intensité d'oscillation celle de l'onde dans la même position. Considérons maintenant un point situé au delà, à une distance x du point lumineux, et par conséquent à une distance $x-1$ de l'onde génératrice, et un autre à une distance x' du point lumineux, et par conséquent à une distance $x'-1$ de l'onde génératrice, et cherchons successivement la résultante de toutes les vibrations élémentaires envoyées dans ces deux points par l'onde génératrice. Nous ne savons pas quelle est leur intensité pour un élément $dz\,dy$ de cette onde; mais nous savons que leur vitesse d'oscillation doit diminuer comme la distance augmente, et que, si elle est $\frac{1}{x-1}$, par exemple, dans le premier point, elle sera $\frac{1}{x'-1}$ dans le second. Cela posé, pour comparer plus aisément les deux résultantes, concevons successivement, dans les deux cas, l'onde génératrice divisée en éléments qui répondent pour les deux points à des différences égales entre les chemins parcourus : alors leurs degrés d'accord ou de discordance seront les mêmes. Dans les petites obliquités où ces rayons peuvent produire des effets sensibles la différence de longueur de chacun d'eux avec le rayon normal est proportionnelle au carré de l'intervalle entre les points dont ils émanent : ainsi les éléments correspondants des deux divisions seront proportionnels entre eux. On trouve, par un calcul géométrique fort simple, que les dimensions des éléments de la division relative au premier point sont aux dimensions des éléments relatifs au second, comme

$$\sqrt{\frac{x-1}{x}} : \sqrt{\frac{x'-1}{x'}}.$$

Les surfaces des éléments correspondants seront donc entre elles comme

$$\frac{x-1}{x} : \frac{x'-1}{x'};$$

l'onde émanée du point M situé sur la droite CP, et à une autre onde distante de celle-ci d'un quart d'ondulation, d'après le procédé que j'ai indiqué, en donnant la solution du problème des interférences. Je représente par dz une quelconque des petites parties nn' de l'onde primitive, et par z sa distance au point M, ne considérant que la section de l'onde dans le plan perpendiculaire au bord de l'écran; ce qui suffit pour déterminer la position et les intensités *relatives* des bandes obscures et brillantes, ainsi que je l'ai démontré. L'intervalle nS compris entre l'onde AMI et l'arc tangent EMF, décrit du point P comme centre, sera égal à $\frac{1}{2}\frac{z^2(a+b)}{ab}$, a et b exprimant toujours les distances CA et AB. Si l'on représente par λ la longueur d'une ondulation, on aura, pour la composante de l'onde que l'on considère, rapportée à l'onde émanée du point M,

$$dz\cos\left(\pi\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right);$$

et pour l'autre composante, rapportée à une onde distante d'un quart d'ondulation de la première,

$$dz\sin\left(\pi\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right).$$

En faisant la somme des composantes semblables de toutes les autres ondes élémentaires, on a donc

$$\int dz\cos\left(\pi\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) \text{ et } \int dz\sin\left(\pi\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right);$$

et par conséquent les deux résultantes seraient dans le même rapport si les rayons avaient une intensité égale dans les deux cas; mais nous venons de remarquer que la vitesse d'oscillation des rayons envoyés dans le premier point est à celle des rayons envoyés dans le second, comme

$$\frac{1}{x-1} : \frac{1}{x'-1};$$

ainsi la première résultante sera à la seconde comme

$$\frac{x-1}{x}\times\frac{1}{x-1} : \frac{x'-1}{x'}\times\frac{1}{x'-1},$$

ou comme

$$\frac{1}{x} : \frac{1}{x'},$$

c'est-à-dire en raison inverse des distances de ces deux points au point lumineux. C. Q. F. D. [a].

[a] Note ajoutée à la rédaction primitive.

IV. et par conséquent la résultante générale de tous ces petits mouvements, ou l'intensité des vibrations lumineuses au point P, est égale à

$$\sqrt{\left[\int dz \cos\left(\pi \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 + \left[\int dz \sin\left(\pi \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2}.$$

Quant à l'intensité de la sensation, comme elle doit être proportionnelle au carré des vitesses qui animent les molécules du fluide, son expression sera

$$\left[\int dz \cos\left(\pi \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 + \left[\int dz \sin\left(\pi \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2.$$

C'est ce que j'appellerai l'*intensité de la lumière*, pour me conformer à l'acception la plus ordinaire de ce mot, réservant l'expression *intensité des vibrations* pour désigner le degré de vitesse des molécules éthérées dans leurs oscillations.

58. Dans le cas que nous considérons, où le corps AG est assez étendu pour qu'on puisse négliger la lumière qui vient du côté G, les intégrales doivent être prises depuis A jusqu'à l'infini du côté I. Elles se divisent naturellement en deux parties, l'une comprise entre A et M, et l'autre entre M et l'infini. Celle-ci reste constante, tandis que la première varie avec la position du point P; ce sont ces variations qui déterminent la largeur et les intensités relatives des bandes obscures et brillantes.

L'analyse donne l'expression finie des intégrales

$$\int dz \cos\left(\pi \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) \qquad \text{et} \qquad \int dz \sin\left(\pi \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right),$$

prises depuis $z = 0$ jusqu'à $z = \infty$; mais on ne peut avoir leur valeur entre d'autres limites que par le moyen des séries ou des intégrations partielles. C'est par ce dernier procédé, qui m'a paru le plus commode, que j'ai calculé la table suivante, en rapprochant assez les limites de chaque intégrale partielle pour pouvoir négliger le carré de la moitié de l'arc qu'elles comprennent[1]. Cet arc est ici d'un dixième de quadrans; ce qui donne dans les résultats une exactitude plus grande que

[1] i et $i + t$ étant les limites très-rapprochées entre lesquelles il faut intégrer $dv \cos qv^2$

celle à laquelle peuvent atteindre les observations. J'ai substitué, pour plus de simplicité, aux intégrales ci-dessus, $\int dv \cos qv^2$ et $\int dv \sin qv^2$,

et $dv \sin qv^2$, on trouve, pour les formules approximatives qui donnent ces intégrales, en négligeant le carré de $\frac{1}{2}t$,

$$\int dv \cos qv^2 = \frac{1}{2q\left(i+\frac{t}{2}\right)}\left[\sin q\left(i+\frac{t}{2}\right)\left(i+3\frac{t}{2}\right) - \sin q\left(i+\frac{t}{2}\right)\left(i-\frac{t}{2}\right)\right],$$

$$\int dv \sin qv^2 = \frac{1}{2q\left(i+\frac{t}{2}\right)}\left[-\cos q\left(i+\frac{t}{2}\right)\left(i+3\frac{t}{2}\right) + \cos q\left(i+\frac{t}{2}\right)\left(i-\frac{t}{2}\right)\right].$$

Ce sont ces formules que j'ai employées dans le calcul de la table [a].

---

[a] Le Mémoire imprimé au tome V du Recueil de l'Académie des sciences et l'extrait publié dans les Annales de chimie et de physique donnent l'un et l'autre, au lieu des formules qu'on vient de lire, les formules

$$\int dv \cos qv^2 = \frac{1}{2q(i+t)}\left[\sin q\,(i+t)(i+3t) - \sin q\,(i+t)(i-t)\right],$$

$$\int dv \cos qv^2 = \frac{1}{2q(i+t)}\left[-\cos q\,(i+t)(i+3t) + \sin q\,(i+t)(i-t)\right];$$

dont il est facile de reconnaître l'inexactitude, soit en essayant de les employer au calcul des nombres de la table de Fresnel, soit en remarquant qu'en y faisant $i = v$, $t = dv$ elles ne se réduisent pas à

$$dv \cos qv^2 \quad \text{et} \quad dv \sin qv^2,$$

mais à

$$2dv \cos qv^2 \quad \text{et} \quad 2dv \sin qv^2.$$

La même erreur se retrouve dans le manuscrit de la main de Fulgence Fresnel, déposé au secrétariat de l'Institut, et même dans le manuscrit entièrement autographe qui a servi à l'impression de l'extrait inséré aux Annales. Mais un brouillon de calcul, conservé dans les papiers de l'auteur, donne en même temps les véritables formules et leur démonstration. Nous le reproduisons textuellement :

$$\int dv \cos qv^2 \begin{pmatrix} v = a \\ v = a+2p \end{pmatrix}; \qquad v = a + p + u;$$

$$\text{d'où } u = v - p - a,\ du = dv; \qquad \begin{pmatrix} v = a,\ u = -p \\ v = a+2p,\ u = +p \end{pmatrix};$$

$$\int dv \cos qv^2 = \int du \cos q\left[u^2 + 2(a+p)u + (a+p)^2\right];$$

les valeurs de u étant comprises entre $-p$ et $+p$, lorsque p est suffisamment petit, égal à $\frac{1}{10}$ par exemple, on peut négliger son carré u^2 et l'on a

$$\int dv \cos qv^2 \begin{pmatrix} v = a \\ v = a+2p \end{pmatrix} = \int du \cos q\left[2u(a+p) + (a+p)^2\right] \begin{pmatrix} u = -p \\ u = +p \end{pmatrix},$$

$$= \frac{1}{2q(a+p)} \sin q\left[2u(a+p) + (a+p)^2\right] + C \begin{pmatrix} u = p \\ u = -p \end{pmatrix},$$

$$= \frac{1}{2q(a+p)}\left[\sin q\,(a+p)(a+3p) - \sin q\,(a+p)(a-p)\right].$$

IV. q représentant le quadrans ou $\frac{1}{2}\pi$, vu qu'il est très-facile de passer des unes aux autres.

Lorsque t est assez petit pour qu'on puisse négliger son carré, au lieu de négliger seulement le carré de sa moitié, on peut se servir des formules suivantes, qui sont plus simples:

$$\int dv \cos qv^2 \begin{pmatrix} v=i \\ v=i+t \end{pmatrix} = \frac{1}{2iq}[\sin qi\,(i+2t) - \sin qi^2].$$

$$\int dv \sin qv^2 \begin{pmatrix} v=i \\ v=i+t \end{pmatrix} = \frac{1}{2iq}[-\cos qi(i+2t) + \cos qi^2]\text{[a]}.$$

$$\int dv \sin qv^2 \begin{pmatrix} v=a \\ v=a+p \end{pmatrix};\ v=u+a+p,$$

$$\text{d'où } u=v-a-p \quad \text{et} \quad dv=du.$$

$$v=a,\ u=-p$$

$$v=a+2p,\ u=+p$$

$$\int dv \sin qv^2 = \int du \sin q\,[u^2+2u(a+p)+(a+p)^2]\ldots\ldots$$

$$\int du \sin q\,(a+p)\,[2u+(a+p)] = C - \frac{1}{2q\,(a+p)}\cos q\,(a+p)(2u+a+p),$$

$$= \frac{1}{2q\,(a+p)}\,[\cos q\,(a+p)\,(a-p) - \cos q\,(a+p)\,(a+3p)].$$

Il est évident qu'en rédigeant son Mémoire Fresnel a écrit par inadvertance t au lieu de $2t$ dans la définition des limites de ses intégrales.

Le brouillon du tableau des valeurs numériques des intégrales porte d'ailleurs en tête l'indication suivante, qui ne laisse aucun doute sur la manière dont les calculs ont été faits :

Intégrations prises entre deux limites très-rapprochées qa et $q\,(a+2p)$; je suppose $p=\frac{1}{10}$.

$$\int dv \cos qv^2 = \frac{1}{2q\,(a+p)}[\sin q\,(a+p)(a+3p) - \sin q\,(a+p)\,(a-p)],$$

$$\int dv \sin qv^2 = \frac{1}{2q\,(a+p)}[\cos q\,(a+p)(a-p) - \cos q\,(a+p)\,(a+3p)].$$

Enfin, une partie assez notable du manuscrit des calculs numériques de Fresnel existe encore, et ces deux formules y sont rappelées à chaque instant. [E. Verdet.]

(a) Ces deux formules sont données exactement dans les écrits imprimés de Fresnel comme dans ses divers manuscrits. Elles sont d'ailleurs démontrées un peu plus loin, § 59, en note. [E. Verdet.]

TABLEAU

DES VALEURS NUMÉRIQUES DES INTÉGRALES $\int dv \cos qv^2$ ET $\int dv \sin qv^2$ [a].

LIMITES des intégrales.	$\int dv \cos qv^2$	$\int dv \sin qv^2$	LIMITES des intégrales.	$\int dv \cos qv^2$	$\int dv \sin qv^2$
de $v = 0^q$			de $v = 0^q$		
à $v = 0^q,10$	0,0999	0,0006	à $v = 2^q,90$	0,5627	0,4098
à $v = 0,20$	0,1999	0,0042	à 3,00	0,6061	0,4959
0,30	0,2993	0,0140	3,10	0,5621	0,5815
0,40	0,3974	0,0332	3,20	0,4668	0,5931
0,50	0,4923	0,0644	3,30	0,4061	0,5191
0,60	0,5811	0,1101	3,40	0,4388	0,4294
0,70	0,6597	0,1716	3,50	0,5328	0,4149
0,80	0,7230	0,2487	3,60	0,5883	0,4919
0,90	0,7651	0,3391	3,70	0,5424	0,5746
1,00	0,7803	0,4376	3,80	0,4485	0,5654
1,10	0,7643	0,5359	3,90	0,4226	0,4750
1,20	0,7161	0,6229	4,00	0,4986	0,4202
1,30	0,6393	0,6859	4,10	0,5739	0,4754
1,40	0,5439	0,7132	4,20	0,5420	0,5628
1,50	0,4461	0,6973	4,30	0,4497	0,5537
1,60	0,3662	0,6388	4,40	0,4385	0,4620
1,70	0,3245	0,5492	4,50	0,5261	0,4339
1,80	0,3342	0,4509	4,60	0,5674	0,5158
1,90	0,3949	0,3732	4,70	0,4917	0,5668
2,00	0,4886	0,3432	4,80	0,4340	0,4965
2,10	0,5819	0,3739	4,90	0,5003	0,4347
2,20	0,6367	0,4553	5,00	0,5638	0,4987
2,30	0,6271	0,5528	5,10	0,5000	0,5620
2,40	0,5556	0,6194	5,20	0,4390	0,4966
2,50	0,4581	0,6190	5,30	0,5078	0,4401
2,60	0,3895	0,5499	5,40	0,5573	0,5136
2,70	0,3929	0,4528	5,50	0,4785	0,5533
2,80	0,4678	0,3913			

$\int dv \cos qv^2$ et $\int dv \sin qv^2$, prises depuis zéro jusqu'à l'infini sont égales l'une et l'autre à $\frac{1}{2}$. Ainsi, pour avoir à l'aide de cette table

[a] Il peut sembler, d'après le texte du Mémoire et d'après les indications de la première

V. l'intensité de lumière qui répond à une position donnée du point P, ou, ce qui revient au même, à une valeur déterminée de v considéré comme une des limites de l'intégration poussée de l'autre part jusqu'à l'infini, il faut chercher dans la table les valeurs de $\int dv \cos qv^2$ et $\int dv \sin qv^2$ qui répondent à cette valeur de v, les augmenter de $\frac{1}{2}$ l'une et l'autre, et faire la somme de leurs carrés.

59. La seule inspection de cette table indique des variations périodiques d'intensité dans la lumière, à mesure qu'on s'éloigne du bord de l'ombre géométrique. Pour avoir les valeurs de v qui répondent aux *maxima* et *minima*, c'est-à-dire aux points les plus éclairés et les plus sombres des bandes obscures et brillantes, j'ai d'abord cherché dans la table les nombres qui en approchaient le plus, en calculant les intensités de lumière correspondantes; ensuite, au moyen de ces données et à l'aide d'une formule approximative très-simple, j'ai déterminé avec une exactitude suffisante les valeurs de v qui répondent aux *maxima* et *minima*.

---

colonne du tableau, que la deuxième et la troisième colonne du tableau contiennent les valeurs des intégrales

$$\int_0^v dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 \text{ et } \int_0^v dv \sin \frac{\pi}{2} v^2$$

pour le système suivant de valeurs de v

$$v = \frac{1}{10} \frac{\pi}{2},$$
$$v = \frac{2}{10} \frac{\pi}{2},$$
$$v = \frac{3}{10} \frac{\pi}{2} \ldots\ldots$$

Mais il suffit de calculer, à l'aide des formules d'approximation de Fresnel, la différence d'un couple quelconque de valeurs consécutives de l'une ou de l'autre des intégrales, pour reconnaître qu'il n'en est pas ainsi, et que les valeurs successives de la variable v indiquées dans la première colonne sont réellement

$$v = 0,1$$
$$v = 0,2$$
$$v = 0,3\ldots\ldots$$

La même remarque s'applique à tous les tableaux suivants. [E. Verdet.]

Si l'on représente par i la valeur approchée de v que donne immédiatement la table, par I et Y celles de $\frac{1}{2}+\int dv \cos qv^2$ et $\frac{1}{2}+\int dv \sin qv^2$ qui lui correspondent, et par t, enfin, le petit arc qu'il faut ajouter à v pour atteindre le *maximum* ou le *minimum* de lumière, en négligeant dans le calcul le carré de t, on trouve, pour la formule qui donne la valeur de t répondant au *maximum* ou au *minimum* :

$$\sin\left[q\left(i^2+2it\right)\right]=\frac{2qi\,\mathrm{I}-\sin qi^2}{\sqrt{(qi\,\mathrm{I}-\sin qi^2)^2+(2qi\,\mathrm{Y}+\cos qi^2)^2}}\ ^{(1)}.$$

(1) Je crois devoir placer ici le calcul qui m'a conduit à cette formule, pour faire voir que les inexactitudes qu'elle comporte sont aussi petites que celles de la table.

$$\ldots s\, qv^2\begin{pmatrix}v=-\infty\\ v=i+t\end{pmatrix}=\int dv\cos qv^2\begin{pmatrix}v=-\infty\\ v=i\end{pmatrix}+\int dv\cos qv^2\begin{pmatrix}v=i\\ v=i+t\end{pmatrix}=\mathrm{I}+\int dv\cos qv^2\left(\ldots\right.$$

pour intégrer $\int dv \cos qv^2$ depuis $v=i$ jusqu'à $v=i+t$, je fais $v=i+u$, et j'ai.

$$\int dv\cos qv^2\begin{pmatrix}v=i\\ v=i+t\end{pmatrix}=\int du\cos q\left(i^2+2iu+u^2\right)\begin{pmatrix}u=0\\ u=t\end{pmatrix}.$$

Or, i étant le nombre de la table le plus voisin de l'arc cherché $i+t$, t est plus petit que la moitié de l'intervalle qui sépare deux nombres consécutifs, et l'on peut par conséquent négliger son carré dans l'intégration sans commettre d'erreur plus grande que celles de la table. Ainsi, puisque l'intégrale dont il s'agit doit être prise seulement depuis $u=0$ jusqu'à $u=t$, on peut négliger u^2 dans la parenthèse, et elle devient

$$\int du\cos q\left(i^2+2iu\right)\begin{pmatrix}u=0\\ u=t\end{pmatrix},$$

qui est égale à

$$\frac{1}{2qi}\left[\sin q\left(i^2+2it\right)-\sin qi^2\right];$$

on a donc,

$$\int dv\cos qv^2\begin{pmatrix}v=-\infty\\ v=i+t\end{pmatrix}=\mathrm{I}+\frac{1}{2qi}\left[\sin q\left(i^2+2it\right)-\sin qi^2\right].$$

On trouve de même,

$$\int dv\sin qv^2\begin{pmatrix}v=-\infty\\ v=i+t\end{pmatrix}=\mathrm{Y}+\frac{1}{2qi}\left[-\cos q\left(i^2+2it\right)+\cos qi^2\right];$$

par conséquent, l'expression de l'intensité de la lumière au point que l'on considère est

$$\left[\mathrm{I}+\frac{1}{2qi}\left(\sin q\left(i^2+2it\right)-\sin qi^2\right)\right]^2+\left[\mathrm{Y}+\frac{1}{2qi}\left(-\cos q\left(i^2+2it\right)+\cos qi^2\right)\right]^2.$$

Pour trouver la valeur de t qui répond au *maximum* ou au *minimum* de cette expression, il faut égaler à zéro son coefficient différentiel pris par rapport à t; ce qui donne l'équation de condition,

$$\ldots\frac{1}{2qi}\left(\sin q\left(i^2+2it\right)-\sin qi^2\right)\Big]\cos q\left(i^2+2it\right)+\left[\mathrm{Y}+\frac{1}{2qi}\left(-\cos q\left(i^2+2it\right)+\cos qi^2\right)\right]\sin q\left(\ldots\right.$$

IV. En substituant dans cette formule les nombres tirés de la table, on obtient les résultats suivants :

TABLEAU

DES *MAXIMA* ET *MINIMA* POUR LES FRANGES EXTÉRIEURES, ET DES INTENSITÉS DE LUMIÈRE CORRESPONDANTES.

	VALEURS de v.	INTENSITÉS de lumière.
Maximum du 1er ordre	1,2172	2,7413
Minimum du 1er ordre	1,8726	1,5570
Maximum du 2e ordre	2,3449	2,3990
Minimum du 2e ordre	2,7392	1,6867
Maximum du 3e ordre	3,0820	2,3022
Minimum du 3e ordre	3,3913	1,7440
Maximum du 4e ordre	3,6742	2,2523
Minimum du 4e ordre	3,9372	1,7783
Maximum du 5e ordre	4,1832	2,2206
Minimum du 5e ordre	4,4160	1,8014
Maximum du 6e ordre	4,6369	2,1985
Minimum du 6e ordre	4,8479	1,8185
Maximum du 7e ordre	5,0500	2,1818
Minimum du 7e ordre	5,2442	1,8317

Il est à remarquer qu'aucun *minimum* n'est égal à zéro, comme dans les anneaux colorés, ou dans les franges produites par le concours

Effectuant les multiplications et réduisant, elle devient

$$0 = \cos q\,(i^2 + 2it)\left(I - \frac{1}{2qi}\sin qi^2\right) + \sin q\,(i^2 + 2it)\left(Y + \frac{1}{2qi}\cos qi^2\right).$$

Si l'on représente, pour abréger, $\sin q\,(i^2 + 2it)$ par x, $\cos q\,(i^2 + 2it)$ sera égal à $\sqrt{1 - x^2}$: substituant et faisant disparaître les radicaux, on trouve

$$x^2\left(Y + \frac{1}{2qi}\cos qi^2\right)^2 = (1 - x)^2\left(-I + \frac{1}{2qi}\sin qi^2\right)^2;$$

d'où l'on tire

$$x,\ \text{ou}\ \sin q\,(i^2 + 2it) = \frac{2qi\,I - \sin qi^2}{\sqrt{(2qi\,I - \sin qi^2)^2 + (2qi\,Y + \cos qi^2)^2}}.$$

de deux faisceaux lumineux d'égale intensité, et que la différence entre les *maxima* et les *minima* diminue à mesure qu'on s'éloigne de la tangente au bord du corps opaque; ce qui explique très-bien pourquoi les franges qui bordent les ombres sont beaucoup moins vives et moins nombreuses que les anneaux colorés, ou celles qu'on obtient par la réflexion d'un point lumineux sur deux miroirs légèrement inclinés entre eux.

60. Pour calculer la largeur des franges extérieures à l'aide de ces nombres, il faut se rappeler que nous avons substitué les intégrales $\int dv \cos qv^2$ et $\int dv \sin qv^2$ aux intégrales du problème

$$\int dz \cos\left(2q\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) \qquad \text{et} \qquad \int dz \sin\left(2q\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right),$$

en faisant

$$2q\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda} = qv^2;$$

d'où l'on tire

$$z = v\sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}};$$

par conséquent,

$$\int dz \cos\left(2q\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}}\int dv \cos qv^2,$$

et

$$\int dz \sin\left(2q\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}}\int dv \sin qv^2;$$

ainsi,

$$\cos\left(2q\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\Big]^2 + \left[\int dz \sin\left(2q\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 = \frac{ab\lambda}{2a(a+b)}\left[\left(\int dv \cos qv^2\right)^2 + \left(\int dv \sin\right.\right.$$

Or, $\frac{ab\lambda}{2a(a+b)}$ étant un facteur constant, il en résulte que les deux quantités

$$\left[\int dz \cos\left(2q\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 + \left[\int dz \sin\left(2q\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2$$

$$\text{et } \left(\int dv \cos qv^2\right)^2 + \left(\int dv \sin qv^2\right)^2$$

atteindront en même temps leur *maximum* ou leur *minimum*; et, si l'on

IV. représente par n la valeur de v qui répond à un *maximum* ou à un *minimum*, la valeur correspondante de z sera donnée par l'équation

$$z=n\sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}}.$$

On en déduit ensuite la largeur x de la frange par la proportion

$$a:z::a+b:x,$$

d'où l'on tire $x=\frac{z(a+b)}{a}$, ou, substituant à la place de z sa valeur,

$$x=n\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}}\ ^{(a)}.$$

Il est à remarquer que le radical est précisément la distance entre le bord de l'ombre géométrique et le point qui répond à une différence d'un quart d'ondulation entre le rayon direct et le rayon parti du bord du corps opaque. Ce résultat était facile à prévoir, car c'est précisément la valeur correspondante de v qui a été prise pour unité dans la table des valeurs numériques des intégrales $\int dv \cos qv^2$ et $\int dv \sin qv^2$.

Si l'on substitue dans la formule

$$x=n\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}},$$

---

[a] En élevant cette formule au carré on obtient

$$ax^2-n^2\frac{\lambda}{2}b^2-an^2\frac{\lambda}{2}b=0,$$

équation qui, si l'on regarde x et b comme des coordonnées variables, représente une hyperbole ayant pour *sommets* et non pour *foyers* le point lumineux et le bord du corps opaque. Cette conclusion paraît contraire à une assertion du rapport d'Arago; mais la contradiction est facile à lever, et il est rigoureusement vrai que le point lumineux et le bord du corps opaque sont les foyers des hyperboles suivant lesquelles se propagent les diverses franges. En effet, ce qui détermine la production d'un *maximum* ou d'un *minimum* en un point donné de l'espace extérieur à l'ombre géométrique, c'est qu'en ce point la limite finie des intégrales

$$\int dv \cos qv^2 \quad \text{et} \quad \int dv \sin qv^2$$

a une valeur déterminée. Mais la variable v ne dépend en définitive que de la différence entre les chemins parcourus par le rayon direct et par le rayon qui a suivi la ligne brisée dont le sommet est sur le bord du corps opaque. Les diverses positions d'une même frange répondent donc à une valeur constante de cette différence et se trouvent par conséquent sur l'hyperbole dont il est question dans le rapport d'Arago. La formule du texte, en apparence contraire à cette conclusion, s'obtient en négligeant des quantités que l'observation ne peut apprécier en aucune manière. [E. Verdet.]

à la place de n, la valeur qui correspond au *minimum* du premier ordre, c'est-à-dire au point le plus sombre de la bande obscure du premier ordre, on a

$$x = 1,873\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}}.$$

61. En partant de l'hypothèse que les franges sont produites par le concours des rayons directs et des rayons réfléchis sur le bord du corps opaque, et en supposant en outre que les rayons réfléchis éprouvent un retard d'une demi-ondulation, nous avons trouvé pour la même bande,

$$x = \sqrt{\frac{2(a+b)b\lambda}{a}} \quad \text{ou} \quad x = 2\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}};$$

ainsi ces deux valeurs sont entre elles comme 2 à 1,873. Le second résultat est sensiblement plus petit que le premier, puisqu'il y a près d'un quinzième de différence, et l'on peut en conséquence, par des observations très-précises, décider laquelle des deux théories s'accorde le mieux avec l'expérience, en se servant d'une lumière homogène dont la longueur d'ondulation soit bien connue.

62. La méthode qui m'avait d'abord paru la plus commode pour déterminer la longueur des ondes était de mesurer la largeur des franges produites par deux miroirs légèrement inclinés l'un sur l'autre, en mesurant en même temps la distance entre les deux images du point lumineux; mais, les moindres courbures dans les miroirs pouvant altérer l'exactitude des résultats, j'ai préféré me servir des franges produites par une ouverture étroite combinée avec le verre à surface cylindrique dont j'ai déjà parlé. Nous avons vu qu'alors l'intervalle entre les milieux de deux bandes obscures consécutives quelconques, à droite ou à gauche du centre de l'ouverture, est égal à $\frac{b\lambda}{c}$, λ représentant toujours la longueur d'ondulation, et c et b la largeur de l'ouverture et sa distance au micromètre; tandis que la distance entre les points les plus sombres des deux bandes du premier ordre est précisément le double de cet intervalle. Avec ces données il est aisé de déduire la valeur de λ de la mesure des franges.

IV. Le tableau ci-dessous présente les résultats de cinq observations de ce genre, et les longueurs d'ondes qui s'en déduisent. J'y ai introduit les différentes valeurs de a, ou de la distance du point lumineux au diaphragme, quoiqu'elles soient inutiles pour le calcul, afin de présenter toutes les circonstances de l'expérience. Ces mesures ont été prises dans une lumière rouge sensiblement homogène, obtenue au moyen du verre coloré dont j'ai déjà parlé, et dont je me suis servi dans toutes mes observations, afin qu'elles fussent parfaitement comparables. Chacune de ces mesures a été prise au moins quatre fois, et ce sont les moyennes que j'ai portées dans ce tableau.

DISTANCES du point lumineux au diaphragme ou valeurs de a.	DISTANCES du diaphragme au micromètre ou valeurs de b.	LARGEURS de l'ouverture.	NOMBRES des intervalles $\frac{b\lambda}{c}$ compris dans chaque mesure.	MOYENNES des mesures micrométriques.	LONGUEURS d'ondes déduites de ces mesures.
$2^{\text{m}},507$	$1^{\text{m}},140$	$2^{\text{mm}},00$	6	$2^{\text{mm}},185$	$0^{\text{mm}},000639$
2 ,010	1 ,302	4 ,00	10	2 ,075	0 ,000637
2 ,010	1 ,302	3 ,00	8	2 ,222	0 ,000640
1 ,304	2 ,046	3 ,00	8	3 ,466	0 ,000635
1, 304	2 ,046	2 ,00	6	3 ,922	0 ,000639
		Somme des cinq résultats			0 ,003190
		Cinquième de la somme, ou moyenne			0 ,000638

On voit que ces résultats s'accordent assez bien entre eux, puisque les moins concordants ne diffèrent pas d'un centième. Leur moyenne $0^{\text{mm}},000638$ est la longueur d'onde que j'ai adoptée, et dont je me suis servi dans tous mes calculs pour comparer la théorie à l'expérience [1].

[1] D'après les observations de Newton sur les anneaux colorés, la longueur d'ondulation des rayons rouges extrêmes est $0^{\text{mm}},000645$; celle des rayons à la séparation du rouge et de l'orangé, $0^{\text{mm}},000596$; et par conséquent celle des rayons rouges moyens, $0^{\text{mm}},000620$: ainsi la longueur $0^{\text{mm}},000638$ répondrait à un point du spectre solaire un

63. [a] Avant d'employer cette valeur de λ dans le calcul des franges extérieures et intérieures des ombres des corps, j'ai voulu encore la vérifier sur les franges produites par deux miroirs formant entre eux un angle très-obtus. C'est le cas le plus simple des interférences, puisqu'on n'a à considérer que deux systèmes d'ondes qui ont leurs centres aux deux images du point lumineux[1]. On peut appliquer à ce phénomène la formule $\frac{b\lambda}{c}$ donnant l'intervalle compris entre deux *minima* consécutifs, que nous avons trouvée pour les franges intérieures de l'ombre d'un corps étroit, dans l'hypothèse où toute la lumière infléchie partait des bords mêmes de l'écran, dont c représentait la largeur. Dans le phénomène d'interférences produit par deux miroirs, c représente la distance entre les deux images du point lumineux.

peu plus voisin de l'extrémité que du milieu du rouge, si toutefois les résultats de Newton ne sont pas un peu faibles.

Dans les premières expériences de diffraction que j'ai faites avec une lumière homogène, et qui ont été publiées dans les Annales de chimie et de physique, je n'avais pas employé le même verre rouge que pour celles-ci; mais je pense que la lumière qu'il donne doit différer très-peu de celle du verre rouge dont je me suis servi en dernier lieu. Si l'on emploie la longueur d'ondulation $0^{mm},000638$ pour calculer les observations de mon premier Mémoire, on trouvera cependant des différences assez notables entre l'expérience et la théorie, comme M. Babinet me l'a fait remarquer. Mais elles tiennent à l'inexactitude de mes premières observations, qui avaient été faites dans la chambre obscure de l'École polytechnique, dont le plancher, quoique solide, n'avait pas toute la stabilité nécessaire, comme je m'en suis aperçu depuis, en remarquant que le fil du micromètre changeait un peu de position quand on portait le poids du corps à gauche ou à droite du pied de l'instrument. Les nouvelles observations dont je présente ici les résultats méritent beaucoup plus de confiance, parce que le pied du micromètre reposait sur une voûte, et que j'avais acquis plus d'expérience en général sur toutes les précautions qu'il est nécessaire de prendre pour obtenir des mesures exactes [b].

[1] Si l'on subdivisait chacune des deux ondes incidentes en petites ondes élémentaires, comme nous l'avons fait pour les autres phénomènes de diffraction, il est clair qu'on arriverait au même résultat, puisque les intégrales de ces deux systèmes d'ondes élémentaires fictives sont précisément les deux ondes réelles réfléchies par les miroirs.

---

[a] Les paragraphes 63 et 64 ont été supprimés dans l'Extrait de ce Mémoire, inséré au tome XI des Annales de chimie et de physique (cahiers de juillet et août 1819).

[b] La seconde partie de cette note a été ajoutée à l'impression.

V. Je ne rapporterai que deux expériences de ce genre, les seules dans lesquelles je n'aie oublié aucune des précautions nécessaires pour éviter les erreurs. N'ayant pas pu me procurer des miroirs métalliques assez exactement plans, je me suis servi de deux glaces non étamées, travaillées avec une grande perfection, que j'ai fait enduire d'un vernis noir par derrière pour éteindre la seconde réflexion. Je les ai fixées l'une à côté de l'autre sur un support avec de la cire molle, en ne les pressant que très-légèrement pour éviter les flexions. Un inconvénient qui résulte de cette manière de les fixer, c'est qu'il arrive souvent qu'elles changent un peu de position pendant l'expérience, et les moindres variations rendent l'opération fausse. Pour éviter les erreurs de ce genre, j'ai eu soin de mesurer les franges avant et après la mesure de l'intervalle compris entre les deux images du point lumineux, afin de m'assurer qu'elles n'avaient point changé de largeur pendant cette opération. J'ai déterminé l'intervalle compris entre les deux images du point lumineux, au moyen d'un écran placé à une certaine distance du micromètre, et percé d'un petit trou circulaire qui avait cependant assez de largeur pour que le centre de son ombre, au lieu d'être clair et dilaté, comme cela a lieu quand on se sert d'une ouverture très-étroite, fût occupé par un cercle obscur d'une très-petite étendue; ce qui rend les mesures plus précises. Cet écran était assez éloigné des deux miroirs pour que les bords du trou fussent suffisamment distants des limites de la partie commune des deux champs lumineux, de façon qu'elles n'eussent pas d'influence sensible sur les franges centrales du petit trou. Je mesurais la distance entre les centres des deux projections lumineuses du petit trou, qui étaient disposées d'une manière symétrique relativement aux franges produites par les deux miroirs, et se trouvaient à la hauteur du micromètre, en sorte que je n'étais point obligé de changer sa position, condition indispensable, parce qu'il n'arrive presque jamais que ces franges aient exactement la même largeur dans toute leur étendue. Connaissant d'ailleurs la distance du petit trou au micromètre et aux deux images du point lumineux, je pouvais, par une simple proportion, déterminer

l'intervalle compris entre ces deux images. Voici les résultats de mes observations : chaque mesure micrométrique a été prise au moins quatre fois.

PREMIÈRE OBSERVATION.

Distance du point lumineux aux miroirs....................	$2^{m},323$
——— des miroirs au petit trou........................	3 ,171
——— du petit trou au micromètre....................	1 ,522
Distance totale ou valeur de b...................	7 ,016
Intervalle entre les centres des deux projections lumineuses du petit trou..	$3^{mm},370$
On en déduit pour l'intervalle entre les deux images du point lumineux..	$12^{mm},16$
D'après ces données, on trouve, pour la largeur de onze franges, au moyen de la formule $\frac{11 b\lambda}{c}$........................	$4^{mm},05$
L'observation m'avait donné............................	4 ,06
Différence................	—0 ,01

DEUXIÈME OBSERVATION.

Distance du point lumineux aux miroirs....................	$2^{m},321$
——— des miroirs au petit trou........................	3 ,105
——— du petit trou au micromètre....................	1 ,533
Distance totale ou valeur de b...................	6 ,959
Intervalle entre les centres des deux projections lumineuses du petit trou..	$4^{mm},140$
On en déduit pour l'intervalle entre les deux images du point lumineux..	$14^{mm},65$
D'après ces données, on trouve, pour la largeur de onze franges, au moyen de la formule $\frac{11 b\lambda}{c}$........................	$3^{mm},33$
L'observation m'avait donné............................	3 ,35
Différence................	—0 ,02

IV. 64. On produit un phénomène absolument semblable à celui que présentent les deux miroirs en se servant d'un verre plan d'un côté, et dont l'autre surface est composée de deux plans formant entre eux un angle saillant très-obtus, afin que les deux images du point lumineux produites par ce verre soient assez rapprochées pour que les franges aient une largeur suffisante et puissent être aperçues. L'interposition de ce verre fait naître, comme la réflexion sur deux miroirs, deux systèmes d'ondes lumineuses, dont les intersections produisent des bandes obscures ou brillantes, selon l'accord ou la discordance de leurs mouvements vibratoires. Il est évident que les mêmes formules doivent s'appliquer aux deux phénomènes [a]. Voici les résultats d'une expérience faite avec un verre prismatique, en suivant du reste les mêmes procédés que dans les observations précédentes sur les franges produites par deux miroirs.

Distance du point lumineux au petit trou	$5^{m},877$
——— du petit trou au micromètre	$1\ ,265$
Distance totale ou valeur de b	$7\ ,142$
Intervalle entre les centres des projections lumineuses du petit trou.	$4^{mm},66$
On en déduit pour l'intervalle entre les deux images du point lumineux	$21\ ,65$
D'après ces données, on trouve, pour la largeur de onze franges, au moyen de la formule $\dfrac{11b\lambda}{c}$	$2^{mm},31$
L'observation m'avait donné	$2\ ,30$
Différence	$+0\ ,01$

[a] Chacune des deux moitiés de ce *biprisme* donne une image virtuelle du point lumineux, où vont très-approximativement concourir les prolongements de tous les rayons réfractés. Suivant le mode de raisonnement qu'on a appliqué plus haut au cas d'une lentille sphérique ou cylindrique (voir la note de l'éditeur sur le § 50), on démontrerait aisément que les ondes réfractées diffèrent très-peu des deux systèmes d'ondes sphériques ayant pour centres les deux images virtuelles dont il s'agit. On peut donc traiter ces deux images comme celles

65. [a] Après avoir ainsi vérifié sur les phénomènes dont les lois théoriques sont les plus simples et les plus évidentes, la longueur d'ondulation que j'avais déduite de la mesure des franges produites par une ouverture étroite combinée avec une lentille cylindrique, j'ai appliqué cette même longueur d'ondulation au calcul des franges extérieures des ombres, au moyen de la formule

$$x = n\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}},$$

dans laquelle j'ai substitué à la place de n les différentes valeurs tirées du tableau des *maxima* et *minima*.

Le tableau suivant présente les résultats du calcul comparés à ceux de l'observation. J'ai déterminé seulement la position des *minima* dans mes expériences (ce qui est suffisant pour la vérification de la théorie), parce que mon œil assignait mieux en général le point le plus sombre d'une bande obscure que le point le plus éclairé d'une bande brillante.

---

qui sont fournies par deux miroirs inclinés, et faire usage pour le calcul de la longueur d'ondulation de la formule simple $\frac{b\lambda}{c}$. [E. Verdet.]

[a] Ici s'arrête la coupure faite pour l'Extrait de ce Mémoire inséré au tome XI des Annales de chimie et de physique. La première phrase du § 65 est modifiée comme il suit dans cette première publication :

« Après l'avoir vérifiée sur les franges produites par deux miroirs, qui présentent le cas « le plus simple des interférences, j'ai appliqué cette même longueur d'ondulation au calcul « des franges extérieures des ombres au moyen de la formule

$$x = n\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}},$$

« dans laquelle j'ai substitué, etc. »

XIV.

TABLEAU COMPARATIF

DES RÉSULTATS DE L'OBSERVATION ET DE CEUX DE LA THÉORIE
SUR LES FRANGES EXTÉRIEURES DES OMBRES DANS UNE LUMIÈRE ROUGE HOMOGÈNE,
POUR LAQUELLE LA LONGUEUR D'ONDULATION EST ÉGALE À $0^{mm},000638$.

NUMÉROS des observations.	DISTANCES du point lumineux au corps opaque, ou valeurs de *a*.	DISTANCES du corps opaque au micromètre, ou valeurs de *b*.	ORDRES des bandes obscures.	DISTANCES du point le plus obscur de chaque bande au bord de l'ombre géométrique. Observation.	Calcul.	DIFFÉRENCES.
			1	$2^{mm},84$	$2^{mm},83$	— 1
			2	4 ,14	4 ,14	0
1	$0^{m},1000$	$0^{m},7985$	3	5 ,14	5 ,13	— 1
			4	5 ,96	5 ,96	0
			5	6 ,68	6 ,68	0
			1	1 ,73	1 ,73	0
			2	2 ,54	2 ,53	— 1
2	0 ,1985	0 ,637	3	3 ,14	3 ,14	0
			4	3 ,65	3 ,64	— 1
			5	4 ,06	4 ,08	+ 2
			1	1 ,72	1 ,73	+ 1
			2	2 ,50	2 ,53	+ 3
3	0 ,202	0 ,640	3	3 ,13	3 ,13	0
			4	3 ,62	3 ,63	+ 1
			5	4 ,07	4 ,07	0
			1	0 ,39	0 ,39	0
			2	0 ,58	0 ,57	— 1
4	0 ,510	0 ,110	3	0 ,71	0 ,70	— 1
			4	0 ,82	0 ,81	— 1
			5	0 ,91	0 ,91	0
			1	1 ,05	1 ,05	0
			2	1 ,54	1 ,54	0
5	0 ,510	0 ,501	3	1 ,90	1 ,91	+ 1
			4	2 ,21	2 ,22	+ 1
			5	2 ,49	2 ,49	0
			1	1 ,82	1 ,83	+ 1
			2	2 ,66	2 ,67	+ 1
6	0 ,510	1 ,005	3	3 ,30	3 ,31	+ 1
			4	3 ,84	3 ,84	0
			5	4 ,31	4 ,31	0

NUMÉROS des observations.	DISTANCES du point lumineux au corps opaque, ou valeurs de a.	DISTANCES du corps opaque au micromètre, ou valeurs de b.	ORDRES des bandes obscures.	DISTANCES du point le plus obscur de chaque bande au bord de l'ombre géométrique. Observation.	Calcul.	DIFFÉRENCES.
			1	0mm,38	0mm,38	0
			2	0 ,57	0 ,56	— 1
7	1m,011	0m,116	3	0 ,69	0 ,69	0
			4	0 ,80	0 ,80	0
			5	0 ,90	0 ,90	0
			1	0 ,92	0 ,92	0
			2	1 ,35	1 ,34	— 1
8	1 ,011	0 ,502	3	1 ,68	1 ,66	— 2
			4	1 ,93	1 ,93	0
			5	2 ,15	2 ,16	+ 1
			1	1 ,49	1 ,49	0
			2	2 ,18	2 ,18	0
9	1 ,011	0 ,996	3	2 ,70	2 ,69	— 1
			4	3 ,12	3 ,13	+ 1
			5	3 ,51	3 ,51	0
			1	2 ,59	2 ,59	0
			2	3 ,79	3 ,79	0
10	1 ,011	2 ,010	3	4 ,68	4 ,69	+ 1
			4	5 ,45	5 ,45	0
			5	6 ,10	6 ,11	+ 1
			1	0 ,37	0 ,37	0
			2	0 ,55	0 ,55	0
11	2 ,008	0 ,118	3	0 ,68	0 ,68	0
			4	0 ,78	0 ,79	+ 1
			5	0 ,87	0 ,88	+ 1
			1	1 ,30	1 ,29	— 1
			2	1 ,89	1 ,89	0
12	2 ,008	0 ,999	3	2 ,34	2 ,34	0
			4	2 ,71	2 ,72	+ 1
			5	3 ,03	3 ,05	+ 2
			1	2 ,89	2 ,89	0
			2	4 ,23	4 ,23	0
13	2 ,008	2 ,998	3	5 ,22	5 ,24	+ 2
			4	6 ,08	6 ,08	0
			5	6 ,80	6 ,82	+ 2

NUMÉROS des observations.	DISTANCES du point lumineux au corps opaque, ou valeurs de *a*.	DISTANCES du corps opaque au micromètre, ou valeurs de *b*.	ORDRES des bandes obscures.	DISTANCES du point le plus obscur de chaque bande au bord de l'ombre géométrique. Observation.	Calcul.	DIFFÉRENCES.
			1	0mm,04	0mm,04	0
14	3m,018	0m,0017	2	0 ,06	0 ,06	0
			3	0 ,08	0 ,08	0
			1	0 ,54	0 ,55	+ 1
			2	0 ,80	0 ,81	+ 1
15	3 ,018	0 ,253	3	1 ,00	1 ,00	0
			4	1 ,16	1 ,16	0
			5	1 ,31	1 ,31	0
			1	0 ,81	0 ,81	0
			2	1 ,17	1 ,18	+ 1
16	3 ,018	0, 500	3	1 ,45	1 ,46	+ 1
			4	1 ,69	1 ,70	+ 1
			5	1 ,89	1 ,90	+ 1
			1	1 ,21	1 ,22	+ 1
			2	1 ,78	1 ,79	+ 1
17	3 ,018	1 ,003	3	2 ,20	2 ,21	+ 1
			4	2 ,56	2 ,57	+ 1
			5	2 ,87	2 ,88	+ 1
			1	1 ,92	1 ,93	+ 1
			2	2 ,83	2 ,82	— 1
18	3 ,018	1 ,998	3	3 ,49	3 ,49	0
			4	4 ,04	4 ,05	+ 1
			5	4 ,54	4 ,55	+ 1
			1	2 ,58	2 ,59	+ 1
			2	3 ,78	3 ,79	+ 1
19	3 ,018	3 ,002	3	4 ,68	4 ,69	+ 1
			4	5 ,44	5 ,44	0
			5	6 ,09	6 ,10	+ 1
			1	3 ,19	3 ,22	+ 3
			2	4 ,70	4 ,71	+ 1
20	3 ,018	3, 995	3	5 ,83	5 ,84	+ 1
			4	6 ,73	6 ,78	+ 5
			5	7 ,58	7 ,60	+ 2

NUMÉROS des observations.	DISTANCES du point lumineux au corps opaque, ou valeurs de a.	DISTANCES du corps opaque au micromètre, ou valeurs de b.	ORDRES des bandes obscures.	DISTANCES du point le plus obscur de chaque bande au bord de l'ombre géométrique.		DIFFÉRENCES.
				Observation.	Calcul.	
			1	$0^{mm},38$	0 ,39	+ 1
			2	0 ,56	0 ,57	+ 1
21	$4^{m},507$	$0^{m},131$	3	0 ,70	0 ,70	0
			4	0 ,81	0 ,82	+ 1
			5	0 ,92	0 ,92	0
			1	1 ,18	1 ,18	0
			2	1 ,73	1 ,73	0
22	4 ,507	1 ,018	3	2 ,13	2 ,14	+ 1
			4	2 ,49	2 ,48	− 1
			5	2 ,80	2 ,79	− 1
			1	2 ,11	2 ,09	− 2
			2	3 ,07	3 ,05	− 2
23	4 ,507	2 ,506	3	3 ,78	3 ,78	0
			4	4 ,39	4 ,39	0
			5	4 ,90	4 ,93	+ 3
			1	0 ,36	0 ,37	+ 1
			2	0 ,53	0 ,53	0
24	6 ,007	0 ,117	3	0 ,66	0 ,66	0
			4	0 ,77	0 ,77	0
			5	0 ,85	0 ,86	+ 1
			1	1 ,13	1 ,14	+ 1
			2	1 ,67	1 ,67	0
25	6 ,007	0, 999	3	2 ,06	2 ,07	+ 1
			4	2 ,40	2 ,40	0
			5	2 ,69	2 ,69	0

On ne pouvait pas s'attendre à un accord plus frappant entre l'expérience et la théorie. Si l'on compare la petitesse des différences à l'étendue des largeurs mesurées, et si l'on fait attention aux grandes variations que a et b ont éprouvées dans ces observations diverses, on se refusera difficilement à regarder l'intégrale qui nous a conduit à ces résultats comme l'expression fidèle de la loi des phénomènes. Mais

IV. ce qui augmente encore beaucoup les probabilités en faveur de la nouvelle théorie, c'est que la longueur d'ondulation employée dans ces calculs a été déduite de phénomènes très-différents, et dont la loi se laissait apercevoir aisément.

Si l'on substituait cette longueur d'ondulation dans les formules auxquelles nous avions été conduit par la première hypothèse, on trouverait des résultats qui différeraient sensiblement de ceux de l'expérience. Je ne présente ici qu'une application de ces formules, qui me paraît suffisante pour faire voir qu'elles ne s'accordent pas aussi bien avec les mesures. J'ai choisi l'observation n° 23, qui est une des plus favorables à la première théorie.

NUMÉRO de l'observation.	DISTANCE du point lumineux au corps opaque, ou valeur de a.	DISTANCE du corps opaque au micromètre, ou valeur de b.	ORDRES des bandes obscures.	DISTANCES du point le plus obscur de chaque bande au bord de l'ombre géométrique.		DIFFÉRENCES.
				Observation.	Calcul.	
23	$4^{m},507$	$2^{m},506$	1	$2^{mm},11$	$2^{mm},23$	$+0^{mm},12$
			2	3 ,07	3 ,15	+0 ,08
			3	3 ,78	3 ,86	+0 ,08
			4	4 ,39	4 ,46	+0 ,07
			5	4 ,90	4 ,99	+0 ,09

66. On ne pourrait pas expliquer ces discordances en supposant que la longueur d'ondulation employée $0^{mm},000638$ est trop faible; car, si on l'augmente de façon à faire concorder le calcul avec la théorie pour la bande obscure du premier ordre, elle sera évidemment trop forte pour celle du quatrième. En effet, il résulte de ces formules que la distance du bord de l'ombre géométrique à la bande du quatrième ordre doit être le double de la distance du même point à la bande du premier ordre ; or, en doublant $2^{mm},11$, on trouve $4^{mm},22$ au lieu de $4^{mm},39$, que donne l'observation. Par conséquent, en partant de la plus grande quantité pour calculer la plus petite, d'après la distance observée pour la bande du quatrième ordre, celle de la bande du premier ordre de-

vrait être $2^{mm},19$ au lieu de $2^{mm},11$, et la différence est de $0^{mm},08$. En faisant des calculs semblables sur toutes les observations comprises dans le tableau ci-dessus, on trouve :

NUMÉROS des OBSERVATIONS.	DISTANCES du bord de l'ombre géométrique au point le plus obscur de la bande du 1er ordre, d'après l'observation.	MOITIÉ de la distance du bord de l'ombre géométrique au point le plus obscur de la bande du 4e ordre.	DIFFÉRENCES.
1	$2^{mm},84$	$2^{mm},98$	$+0^{mm},14$
2	1 ,73	1 ,82	+0 ,09
3	1 ,72	1 ,81	+0 ,09
4	0 ,39	0 ,41	+0 ,02
5	1 ,05	1 ,10	+0 ,05
6	1 ,82	1 ,92	+0 ,10
7	0 ,38	0 ,40	+0 ,02
8	0 ,92	0 ,96	+0 ,04
9	1 ,49	1 ,56	+0 ,07
10	2 ,59	2 ,72	+0 ,13
11	0 ,37	0 ,39	+0 ,02
12	1 ,30	1 ,35	+0 ,05
13	2 ,89	3 ,04	+0 ,15
14	//	//	//
15	0 ,54	0 ,58	+0 ,04
16	0 ,81	0 ,84	+0 ,03
17	1 ,21	1 ,28	+0 ,07
18	1 ,92	2 ,02	+0 ,10
19	2 ,58	2 ,72	+0 ,14
20	3 ,19	3 ,36	+0 ,17
21	0 ,38	0 ,40	+0 ,02
22	1 ,18	1 ,24	+0 ,06
23	2 ,11	2 ,19	+0 ,08
24	0 ,36	0 ,38	+0 ,02
25	1 ,13	1 ,20	+0 ,07

On voit que toutes les observations s'accordent à donner pour le

IV. *minimum* du premier ordre une distance plus petite que la moitié de celle du *minimum* du quatrième ordre, et que les différences entre les résultats de l'observation et du calcul dans ce dernier tableau sont plus sensibles que dans le précédent. Ainsi, indépendamment des considérations théoriques et des expériences qui m'ont servi à déterminer la longueur d'ondulation, il est évident que les rapports de largeur des franges sont plus fidèlement représentés par les distances répondant aux *minima* de l'intégrale déduite du principe d'Huyghens, que par les formules calculées d'après la première hypothèse.

67. Pour reconnaître ainsi laquelle des deux théories conduisait aux résultats les plus exacts, malgré la petitesse de leurs différences, il fallait pousser la précision des mesures presque aussi loin que le comporte ce genre d'observations ; car, en raison du vague des franges, cette limite est assez rapprochée. Je crois devoir donner ici quelques détails sur le procédé que j'ai suivi et les précautions que j'ai prises dans ces expériences.

Il n'est peut-être pas inutile de rappeler d'abord aux physiciens qui voudraient répéter ces expériences, que l'observateur doit regarder le point lumineux en tenant son œil derrière la loupe du micromètre, et à une distance telle que sa surface lui paraisse entièrement illuminée quand elle est hors de l'ombre ; c'est dans cette position réciproque de l'œil et de la loupe qu'il faut chercher et mesurer les franges : alors elles se peignent sur la rétine telles qu'elles sont réellement au foyer de la loupe, comme l'image aérienne produite par l'objectif d'une lunette est transmise fidèlement à l'œil par l'oculaire, qui en augmente seulement les dimensions apparentes.

[a] Au lieu d'un fil de soie, je me suis ordinairement servi d'un verre fixé devant la lentille du micromètre et sur lequel était gravé un trait fin, qui ne se prolongeait pas dans toute l'étendue du champ de la lentille, mais s'arrêtait au milieu, de sorte que je pouvais voir

---

[a] Cette seconde partie du paragraphe 67 a été ajoutée à l'impression.

au delà de l'extrémité du trait le prolongement de la bande obscure devant laquelle je l'avais amené; ce qui est plus commode pour bien juger s'il est vis-à-vis l'endroit le plus sombre, surtout lorsque les franges ont peu de largeur. Pour déterminer la position du bord de l'ombre géométrique par rapport aux bandes obscures, au lieu d'un corps opaque d'une largeur connue, j'ai employé deux plaques d'acier, que je pouvais écarter ou rapprocher à volonté l'une de l'autre, et dont j'évaluais l'intervalle à moins d'un centième de millimètre près, à l'aide d'un vernier fixé au coursier de ce petit instrument. Ces deux plaques étaient terminées par un double biseau légèrement arrondi. Je mesurais avec le micromètre les distances entre les bandes obscures produites par les bords des deux plaques, et, connaissant d'ailleurs l'intervalle qui séparait ces deux bords, ainsi que leur distance au point lumineux et au micromètre, je trouvais, par un calcul très-simple, la largeur comprise entre les limites des ombres géométriques des deux écrans. Il suffisait alors d'en retrancher l'intervalle entre deux bandes correspondantes, et de prendre la moitié du reste pour avoir la distance d'une de ces bandes au bord de l'ombre géométrique la plus voisine. Chaque mesure a été prise au moins deux fois.

J'avais soin que les plaques fussent séparées par un intervalle assez grand pour que l'une n'eût aucune influence sur les franges produites par l'autre. Dans presque toutes mes observations cet intervalle était d'un centimètre.

Je me servais, pour former le point lumineux, de lentilles d'autant plus convexes que le corps opaque en était plus rapproché. Dans les expériences 1, 2 et 3, la lentille que j'ai employée n'avait qu'un demi-millimètre de foyer, afin que les franges fussent moins vagues en raison de la finesse du point lumineux, et surtout afin de pouvoir mesurer avec une exactitude suffisante la distance de ce point au corps opaque; ce qui est plus facile quand le foyer de la lentille est plus court. Pour que la petite image du soleil qui formait le point lumineux au foyer de la lentille ne changeât pas de position par l'effet du mouvement diurne pendant la mesure des franges, les rayons solaires étaient

IV. réfléchis dans une direction constante par le miroir d'un héliostat, que M. Berthollet avait eu la bonté de me prêter, et qui m'a été du plus grand secours dans mes expériences. C'est un instrument presque indispensable pour ce genre d'observations.

68. Nous venons de voir qu'on pouvait expliquer d'une manière satisfaisante la formation et la position des franges extérieures, en les considérant comme produites par le concours d'une infinité d'ondes élémentaires qui émanent de la partie de l'onde non interceptée par le corps opaque. Il résulte de la même théorie que la lumière infléchie dans l'ombre ne doit produire aucune bande obscure et brillante, mais diminuer continuellement d'intensité lorsque l'écran est assez étendu pour qu'il ne vienne point de lumière sensible de l'autre côté, quoique cette lumière infléchie résulte du concours d'une infinité d'ondes élémentaires, comme celles qui donnent naissance aux franges extérieures; c'est ce que l'on reconnaît à l'inspection du tableau ci-dessous, qui représente l'intensité de la lumière répandue dans l'ombre pour différentes inclinaisons des rayons infléchis. Ces intensités ont été calculées au moyen de la table des valeurs numériques des intégrales

$$\int dv \cos qv^2 \qquad \text{et} \qquad \int dv \sin qv^2,$$

en faisant la somme des carrés des nombres correspondants diminués de $\frac{1}{2}$. Malgré les inexactitudes qui proviennent de ce que les limites des intégrations partielles n'avaient pas été assez rapprochées dans la première table, on voit que l'intensité de la lumière s'affaiblit rapidement à mesure que v augmente, sans qu'il se présente aucun de ces *maxima* ou *minima* que nous avons observés à l'extérieur de l'ombre.

INTENSITÉS DE LA LUMIÈRE INFLÉCHIE DANS L'OMBRE SOUS DIFFÉRENTES OBLIQUITÉS.

VALEURS de v.	INTENSITÉS correspondantes.	VALEURS de v.	INTENSITÉS correspondantes.
0^{q},10	0,4095	2^{q},90	0,0121
0 ,20	0,3359	3 ,00	0,0113
0 ,30	0,2765	3 ,10	0,0105
0 ,40	0,2284	3 ,20	0,0098
0 ,50	0,1898	3 ,30	0,0092
0 ,60	0,1586	3 ,40	0,0087
0 ,70	0,1334	3 ,50	0,0083
0 ,80	0,1129	3 ,60	0,0079
0 ,90	0,0962	3 ,70	0,0074
1 ,00	0,0825	3 ,80	0,0069
1 ,10	0,0711	3 ,90	0,0066
1 ,20	0,0618	4 ,00	0,0064
1 ,30	0,0540	4 ,10	0,0061
1 ,40	0,0474	4 ,20	0,0057
1 ,50	0,0418	4 ,30	0,0054
1 ,60	0,0372	4 ,40	0,0052
1 ,70	0,0332	4 ,50	0,0051
1 ,80	0,0299	4 ,60	0,0048
1 ,90	0,0271	4 ,70	0,0045
2 ,00	0,0247	4 ,80	0,0044
2 ,10	0,0226	4 ,90	0,0043
2 ,20	0,0207	5 ,00	0,0041
2 ,30	0,0189	5 ,10	0,0038
2 ,40	0,0173	5 ,20	0,0037
2 ,50	0,0159	5 ,30	0,0036
2 ,60	0,0147	5 ,40	0,0035
2 ,70	0,0137	5 ,50	0,0033
2 ,80	0,0129	//	//

a et b représentant toujours les distances de l'écran au point lumineux et au plan sur lequel on reçoit son ombre, et x la distance du bord de l'ombre géométrique au point que l'on considère dans ce plan, on a

$$x = v\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)\,b\,\lambda}{a}};$$

et par conséquent

$$x \quad \sqrt{\tfrac{1}{2}(a+b)\lambda}$$

IV. 69. A l'aide de ces formules, on peut calculer les valeurs de la distance x ou de l'inclinaison $\frac{x}{b}$ du rayon infléchi qui correspond aux différentes valeurs de v; et réciproquement, étant donné x ou l'obliquité $\frac{x}{b}$, on peut en déduire v, et déterminer l'intensité de la lumière infléchie. Une conséquence remarquable de la formule

$$x = v\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)\,b\lambda}{a}},$$

c'est que les valeurs de x ne sont pas proportionnelles aux valeurs de b, mais aux ordonnées d'une hyperbole dont celles-ci seraient les abscisses. Ainsi il résulte de cette théorie que les points de même intensité par rapport au bord de l'ombre géométrique ne suivent pas une ligne droite quand on fait varier b, mais une hyperbole qui a une courbure sensible, comme les trajectoires des franges extérieures.

70. Je n'ai pas encore vérifié par des expériences directes les rapports d'intensité de la lumière infléchie que j'ai déduits de la théorie des interférences appliquée au principe d'Huyghens. Ce genre d'observations présente de grandes difficultés [1], et j'ai peine à croire qu'on puisse y porter autant d'exactitude que dans la détermination des

[1] Il est très-difficile de mesurer avec précision l'intensité de la lumière, même dans les circonstances les plus favorables, lorsque les espaces éclairés qu'il s'agit de comparer sont suffisamment étendus et présentent chacun une lumière uniforme; à plus forte raison lorsque ces espaces varient de clarté d'un point à un autre, et ne peuvent être considérés comme ayant une intensité uniforme que dans un intervalle extrêmement étroit, ou, pour ainsi dire, une seule ligne lumineuse. Je crois cependant qu'on pourrait parvenir à vérifier les formules d'intensité de lumière dans les phénomènes de diffraction, d'une manière suffisante, quoique toujours indirecte, à l'aide d'un procédé très-simple, auquel j'ai songé depuis que mon Mémoire a été déposé à l'Institut : ce serait de superposer, à l'aide de la double réfraction, des franges différentes les unes sur les autres, celles de l'intérieur d'une ombre étroite, par exemple, sur celles de l'extérieur, et d'observer la position des nouveaux *maxima* et *minima* résultant de ce mélange. Si, comme j'en suis persuadé, les formules appliquées à ces superpositions de franges diverses s'accordaient encore avec l'observation sur la position des nouveaux *maxima* et *minima*, on ne pourrait plus douter qu'elles ne représentassent effectivement les intensités relatives des différents points des franges [a].

[a] Note ajoutée à l'impression.

points les plus sombres et les plus brillants des franges, dont les résultats me paraissent aussi des vérifications (à la vérité indirectes) de ces mêmes rapports d'intensité; car la position des *maxima* et *minima* étant déduite de l'expression générale de l'intensité de la lumière, si l'expérience s'accorde à cet égard avec le calcul, toutes les fois du moins que les observations peuvent être faites avec précision, il devient bien probable que cette intégrale représente réellement toutes les variations d'intensité de la lumière infléchie.

71. A l'aide du tableau des *maxima* et *minima* des franges extérieures, on peut calculer aisément, comme nous l'avons vu, les positions des points les plus sombres et les plus éclairés de leurs bandes obscures et brillantes pour toutes les valeurs de a et de b. Il n'en est pas de même à l'égard des franges intérieures de l'ombre d'un corps étroit, ou de celles qui sont produites par une petite ouverture. Les deux limites de l'intégrale variant à la fois, il n'est plus possible de présenter des résultats généraux applicables à tous les cas; et l'on est obligé de déterminer les *maxima* et les *minima* dans chaque cas particulier, à l'aide de la table qui donne les valeurs numériques de

$$\int dv \cos qv^2 \qquad \text{et} \qquad \int dv \sin qv^2.$$

Je vais présenter le résultat de tous les calculs de cette espèce que j'ai faits jusqu'à présent pour la vérification de la théorie. Comme ils sont très-longs[1], je n'ai pas pu les multiplier autant que je l'aurais désiré; mais j'ai tâché de compenser ce défaut par la variété des cas auxquels je les ai appliqués, et en vérifiant la théorie de préférence sur les observations qui m'avaient présenté les dispositions de franges les plus extraordinaires.

72. Je vais d'abord m'occuper des franges produites par une petite

[1] Il est très-possible qu'il y ait des procédés plus courts, que mon peu d'usage de l'analyse m'aura empêché d'apercevoir[a].

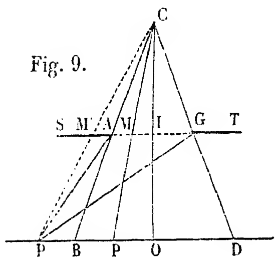
---

[a] M. Cauchy a effectivement trouvé des procédés plus courts, qu'on peut étudier dans le Mémoire de M. Quet sur la diffraction. (*Annales de chimie et de phys.* 3e série, t. XLIX.) [E. Verdet.]

IV. ouverture, qui tiennent à la fois des franges extérieures et de celles qu'on observe dans l'ombre d'un corps étroit.

Soit C le point lumineux, AG une ouverture étroite dont les bords A et G sont rectilignes et parallèles, BD sa projection conique sur le plan où l'on observe les franges, et P un point pris dans ce plan, dont on veut connaître l'intensité. Pour cela, il faut intégrer

Fig. 9.



$$\int dz \cos\left(2q\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) \quad \text{et} \quad \int dz \sin\left(2q\frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)$$

entre les limites A et G, et faire la somme des carrés de ces intégrales : ce sera l'intensité de la lumière en P. Mais il faut se rappeler que l'origine des z est sur le rayon direct CP, et qu'en conséquence les deux limites A et G répondent à

$$z = \mathrm{MG} \quad \text{et} \quad z = -\mathrm{AM}.$$

Après avoir calculé les valeurs correspondantes de v avec la formule

$$v = z\sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}} \quad \text{ou} \quad v = x\sqrt{\frac{2a}{(a+b)b\lambda}},$$

dans laquelle x représente la distance du point P au bord de l'ombre géométrique, on cherchera dans la table des intégrales

$$\int dv \cos qv^2 \quad \text{et} \quad \int dv \sin qv^2$$

les nombres qui approchent le plus de ces valeurs de v.

Je suppose que t soit la différence entre la valeur calculée et le nombre i de la table, on trouvera les intégrales correspondantes au moyen des formules approximatives

$$\int_0^{i+t} dv \cos qv^2 = \int_0^i dv \cos qv^2 + \frac{1}{2iq}\left(\sin qi(i+2t) - \sin qi^2\right),$$

$$\int_0^{i+t} dv \sin qv^2 = \int_0^i dv \sin qv^2 + \frac{1}{2iq}\left(-\cos qi(i+2t) + \cos qi^2\right).$$

Après avoir fait le même calcul pour les deux valeurs de v qui répondent aux limites A et G de l'ouverture, on ajoutera ensemble les intégrales homologues, si le point M est en dedans ; on les retranchera au contraire l'une de l'autre s'il est en dehors, et l'on fera enfin la somme des carrés des deux nombres trouvés. On aura de même les intensités

de lumière pour tous les autres points dont la position sera donnée, et en comparant ces différents résultats, on reconnaîtra entre lesquels sont placés les *maxima* et les *minima*. Étant données les intensités lumineuses de trois points assez rapprochés entre lesquels se trouve un *maximum* ou un *minimum*, on peut aisément déterminer sa position avec une exactitude suffisante par la méthode des interpolations, en supposant que, dans ce petit espace, la courbe qui aurait pour ordonnées les intensités de ces points, et pour abscisses leurs distances à une origine commune, coïncide sensiblement avec une courbe du second degré. Cette hypothèse conduit à la formule

$$z = \frac{p' z''^2 - p'' z'^2}{2(p' z'' - p'' z')},$$

dans laquelle z' et z'' représentent les distances d'un des points extrêmes aux deux autres, p' et p'' les différences de leurs intensités, et enfin z la distance du même point au *maximum* ou au *minimum*. J'ai essayé cette formule sur les *maxima* et les *minima* des franges extérieures, déjà calculés par un autre procédé; et, sans employer des nombres plus rapprochés que ceux de la table, j'ai obtenu des résultats d'une exactitude suffisante, même pour le *minimum* du 7^e ordre, quoique la différence de deux valeurs consécutives de v dans la table soit une partie considérable de l'intervalle qui sépare le *minimum* et le *maximum* du 7^e ordre.

73. Pour appliquer cette méthode de calcul aux observations, j'ai d'abord déterminé la valeur tabulaire de c, c'est-à-dire de la largeur de l'ouverture, au moyen de la formule

$$v = c\sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}},$$

qui m'a donné ainsi l'intervalle tabulaire des deux limites. Par des tâtonnements faciles, j'ai cherché entre quels nombres de la table se trouvaient les *maxima* ou les *minima*; j'ai ensuite déterminé leur position d'une manière plus exacte par le procédé que je viens d'indiquer. Ayant ainsi calculé les valeurs de v répondant aux *maxima* ou aux *minima*, je les ai retranchées de la moitié de la valeur tabulaire de c, pour les rapporter au milieu de l'ouverture. Enfin la formule

$$x = v\sqrt{\frac{(a+b)b\lambda}{2a}}$$

IV. m'a donné la distance des mêmes *minima* ou *maxima* au milieu de la projection lumineuse de l'ouverture, origine que j'avais adoptée dans mes observations.

TABLEAU COMPARATIF

DES RÉSULTATS DE LA THÉORIE ET DE L'EXPÉRIENCE SUR LA POSITION DES *MAXIMA* ET DES *MINIMA* DANS LES FRANGES PRODUITES PAR UNE OUVERTURE ÉTROITE.

NUMÉROS des bandes brillantes et obscures comptés à partir du milieu.	VALEURS approchées de v comptées du bord de l'ouverture.	INTENSITÉS correspondantes.	VALEURS de v répondant aux *maxima* ou *minima*, comptées du bord de l'ouverture.	DISTANCES des *maxima* ou *minima* à la projection du milieu de l'ouverture. Calcul.	Observations.	DIFFÉRENCES.
			1re OBSERVATION.			
			$a = 2^{m},010$; $b = 0^{m},617$; $c = 0^{mm},50$; valeur tabulaire de $c = 1,288$.			
1. Minimum.	+ 0,812	0,03495				
	+ 0,912	0,01645	+ 0,913	$0^{mm},79$	$0^{mm},77$	$+ 0^{mm},02$
	+ 1,012	0,03406				
2. Minimum.	+ 2,412	0,00238				
	+ 2,512	0,00235	+ 2,463	1 ,58	1 ,58	0 ,00
	+ 2,612	0,00541				
			2e OBSERVATION.			
			$a = 2^{m},010$; $b = 1^{m},503$; $c = 1^{mm},00$; valeur tabulaire de $c = 1,910$.			
1. Minimum.	0	0,2978				
	+ 0,100	0,2765	+ 0,106	$0^{mm},97$	$0^{mm},86$	$+ 0^{mm},11$
	+ 0,200	0,2933				
2. Minimum.	+ 1,000	0,04451				
	+ 1,100	0,02608	+ 1,142	1 ,92	1 ,88	+ 0 ,04
	+ 1,200	0,02771				
			3e OBSERVATION.			
			$a = 2^{m},010$; $b = 0^{m},401$; $c = 1^{mm},00$; valeur tabulaire de $c = 3,062$.			
1. Minimum.	− 1,262	2,2578				
	− 1,162	2,2153	− 1,181	$0^{mm},14$	$0^{mm},16$	$- 0^{mm},02$
	− 1,100	2,2577				
2. Minimum.	− 0,300	0,7135				
	− 0,262	0,6925	− 0,215	0 ,51	0 ,48	+ 3
	− 0,162	0,6950				
3. Minimum.	+ 0,400	0,1501				
	+ 0,438	0,1477	+ 0,431	0 ,77	0, 76	+ 1
	+ 0,500	0,1604				

NUMÉROS des bandes brillantes et obscures comptés à partir du milieu.	VALEURS approchées de v comptées du bord de l'ouverture.	INTENSITÉS correspondantes.	VALEURS de v répondant aux *maxima* ou *minima*, comptées du bord de l'ouverture.	DISTANCES des *maxima* ou *minima* à la projection du milieu de l'ouverture. Calcul.	Observations.	DIFFÉRENCES.
	+ 0,938	0,0799				
4. Minimum.	+ 1,038	0,0417	+ 1,084	1^{mm},02	1^{mm},01	+ 1
	+ 1,138	0,0432				
	+ 1,800	0,0170				
5. Minimum.	+ 1,738	0,0128	+ 1,736	1 ,28	1 ,28	0
	+ 1,700	0,0141				
	4ᵉ OBSERVATION.					
	$a = 3^m,008$; $b = 1^m,236$; $c = 2^{mm},00$; valeur tabulaire de $c = 3,783$.					
	− 1,983	1,2813				
1. Minimum.	− 1,892	1,1753	− 1,892	0	0	0
	− 1,800	1,2813				
	− 1,013	2,2164				
2. Minimum.	− 1,000	2,2139	− 0,998	0^{mm},67	0^{mm},63	+ 0^{mm},04
	− 0,980	2,2172				
	− 0,323	0,8465				
3. Minimum.	− 0,303	0,8451	− 0,303	1 ,18	1 ,11	+ 7
	− 0,283	0,8465				
	+ 0,117	0,3183				
4. Minimum.	+ 0,217	0,2516	+ 0,239	1 ,59	1 ,53	+ 6
	+ 0,317	0,2770				
	+ 0,617	0,1422				
5. Minimum.	+ 0,717	0,0838	+ 0,739	1 ,96	1 ,96	0
	+ 0,817	0,0909				
	5ᵉ OBSERVATION.					
	$a = 2^m,010$; $b = 0^m,492$; $c = 1^{mm},50$; valeur tabulaire de $c = 4,224$.					
	− 1,300	2,7239				
1. Maximum.	− 1,200	3,0466	− 1,168	0^{mm},42	0^{mm},43	− 0^{mm},01
	− 1,100	2,9780				
	6ᵉ OBSERVATION.					
	$a = 2^m,010$; $b = 0^m,276$; $c = 1^{mm},50$; valeur tabulaire de $c = 5,391$.					
	− 2,791	1,6110				
1. Minimum.	− 2,695	1,4474	− 2,695	0	0	0
	− 2,600	1,6110				
	− 2,091	1,7500				
2. Minimum.	− 1,991	1,4408	− 1,951	0^{mm},24	0^{mm},24	0
	− 1,891	1,4770				

IV. On voit que les mesures et la théorie s'accordent, en général, assez bien, excepté dans la deuxième et la quatrième observation, où les différences sont très-sensibles, et beaucoup plus que ne le comporte la largeur des franges; car, dans la seconde observation, les mesures partielles ne différaient au plus que de $0^{mm},04$; et la quatrième observation, que j'ai déjà rapportée, s'accordait parfaitement, comme on l'a vu, avec une autre expérience qui devait présenter les mêmes franges. Ainsi l'on ne peut expliquer ces différences qu'en supposant que la théorie est inexacte, ou qu'une illusion d'optique occasionne ici des erreurs constantes dans les observations.

74. La théorie repose sur une hypothèse si simple et si probable en elle-même, et elle se trouve d'ailleurs déjà vérifiée d'une manière si frappante par des expériences variées et nombreuses, qu'on ne peut guère douter de l'exactitude du principe fondamental. Il est très-vraisemblable que cette anomalie n'est qu'apparente, et qu'elle tient à un faux jugement de l'œil sur la position des *minima* dont il s'agit. Il est à remarquer d'abord qu'ils étaient peu prononcés, et se trouvaient compris chacun entre deux bandes brillantes d'intensités très-différentes. Or, pour juger de la position du *minimum*, mon œil embrassant une partie de ces deux bandes, la moitié de la bande obscure, située du côté de la plus brillante, devait me paraître plus sombre par l'effet de son voisinage, ce qui en rapprochait le *minimum* apparent; et c'est effectivement dans ce sens que se trouvent toutes les différences. Ce qui prouve bien que l'œil embrasse une étendue assez considérable des franges pour juger de la position des *minima* ou des *maxima*, c'est qu'ayant essayé, en répétant la quatrième observation, de détruire l'illusion dont je viens de parler au moyen d'un diaphragme d'une ouverture très-étroite placé au foyer du micromètre, et qui ne laissait voir que la bande obscure, elle me paraissait d'une teinte uniforme, et je ne pouvais plus en assigner le *minimum*.

Si j'ai déterminé avec assez d'exactitude les *minima* des franges extérieures, même dans des bandes très-vagues, c'est sans doute parce que les bandes brillantes entre lesquelles elles sont comprises diffèrent peu

d'intensité; et si les résultats de l'expérience se sont encore très-bien accordés avec ceux de la théorie pour les franges produites par une ouverture étroite combinée avec un verre cylindrique, malgré les grandes différences d'intensité entre deux bandes brillantes consécutives, surtout entre celles du premier et du second ordre, c'est que la bande obscure qui les sépare est d'un noir presque complet à son *minimum*. En général, toutes les fois que le *minimum* ou le *maximum* était très-prononcé, j'ai trouvé que l'expérience s'accordait parfaitement avec le calcul. Dans la cinquième observation, par exemple, j'ai mesuré la distance du centre au *maximum* du premier ordre, parce que cette bande brillante était très-fine, et que je pouvais en déterminer le point le plus éclairé avec beaucoup de précision. Or on voit que la différence entre le calcul et la mesure n'est ici que d'un centième de millimètre.

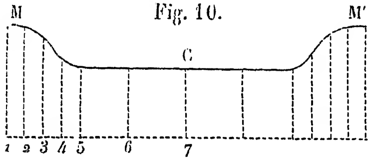
75. La théorie représente avec fidélité non-seulement la position des *maxima* et des *minima*, mais encore toutes les apparences des phénomènes, autant qu'on peut en juger du moins sans déterminer par des mesures précises les variations d'intensité de la lumière. Ainsi, par exemple, dans la cinquième observation, la partie correspondante au centre de l'ouverture était occupée par une large bande obscure, d'une teinte qui me paraissait sensiblement uniforme jusqu'à deux limites distantes du centre d'environ $0^{mm},26$, après lesquelles l'intensité de la lumière augmentait brusquement pour former la bande brillante du premier ordre, dont je viens de parler. Or, en calculant l'intensité de la lumière entre ces limites, on trouve qu'effectivement elle varie fort peu, et que son accroissement est, au contraire, très-rapide dans le passage de ces limites à la bande brillante. Voici les résultats du calcul pour différents points de la bande obscure et des deux bandes brillantes entre lesquelles elle est comprise. La position de chaque point est désignée ici par la valeur correspondante de v, comptée toujours à partir d'un des bords de l'ouverture.

	NUMÉROS.	VALEURS DE v.	INTENSITÉS.
	1	1,100	2,9780
	2	1,200	3,0466
	3	1,300	2,7239
	4	1,400	2,2843
Limite de la teinte plate d'après l'observation...............	5	1,524	1,9671
	6	1,824	1,9100
	7	2,112	1,9802

Les mêmes intensités de l'autre côté du centre.

En prenant pour abscisses les distances de ces points à une origine commune, et pour ordonnées les intensités correspondantes, j'ai construit la courbe MCM′, qui présente bien, en effet, l'image du phénomène, comme on peut s'en assurer en répétant l'expérience. J'aurais désiré faire des constructions semblables pour toutes les autres observations, afin de faciliter la comparaison de la théorie avec l'expérience; mais la longueur des calculs et le peu de temps qui me restait pour terminer mon Mémoire ne me l'ont pas permis.

Fig. 10.



76. C'est par la même raison que je ne puis présenter qu'un petit nombre de résultats sur les franges produites par un corps étroit. J'ai suivi, dans la détermination de leurs *maxima* et *minima*, une marche absolument analogue à celle que j'ai indiquée pour les franges qui proviennent d'une petite ouverture; seulement, au lieu de prendre l'intégrale entre A et G (fig. 9), AG représentant maintenant la largeur du corps qui intercepte la lumière, je l'ai prise depuis A jusqu'à l'infini du côté S, et depuis G jusqu'à l'infini du côté T, ou, ce qui revient au même, j'ai retranché de 1 l'intégrale tabulaire prise entre les limites A et G.

N° XIV.

TABLEAU COMPARATIF

DES RÉSULTATS DE LA THÉORIE ET DE L'EXPÉRIENCE SUR LA POSITION DES *MAXIMA* ET DES *MINIMA* DANS LES FRANGES PRODUITES PAR L'INTERPOSITION D'UN CORPS OPAQUE ÉTROIT.

NUMÉROS des bandes brillantes et obscures comptés à partir du milieu.	VALEURS approchées de v comptées du bord du corps opaque.	INTENSITÉS correspondantes.	VALEURS de v répondant aux *maxima* ou aux *minima*, comptées du bord du corps opaque.	DISTANCES des *maxima* ou *minima* à la projection du milieu de l'ouverture. Calcul.	Observations.	DIFFÉRENCES.
1re OBSERVATION.						
$a = 5^{m},049$; $b = 0^{m},615$; $c = 0^{mm},78$; valeur tabulaire de $c = 1,865$.						
1er minimum, bande intérieure du 1er ordre.	− 0,565	0,08541				
	− 0,465	0,05519	− 0,481	$0^{mm},21$	$0^{mm},23$	− 2
	− 0,365	0,11333				
4e minimum, bande extérieure du 1er ordre.	+ 1,735	1,5834				
	+ 1,835	1,3669	+ 1,835	1 ,30	1 ,30	0
	+ 1,935	1,5797				
5e minimum, bande extérieure du 2e ordre.	+ 2,635	1,9025				
	+ 2,735	1,5395	+ 2,755	1 ,73	1 ,72	+ 1
	+ 2,835	1,6959				
2e OBSERVATION.						
$a = 3^{m},047$; $b = 1^{m},213$; $c = 1^{mm},326$; valeur tabulaire de $c = 2,520$.						
1er minimum, bande intérieure du 1er ordre.	− 1,000	0,05937				
	− 0,900	0,01568	− 0,895	$0^{mm},27$	$0^{mm},27$	0
	− 0,800	0,05127				
2e minimum, bande intérieure du 2e ordre.	− 0,300	0,2649				
	− 0,200	0,2147	− 0,203	0 ,78	0 ,81	− 3
	− 0,100	0,2722				

NUMÉROS des bandes brillantes et obscures comptés à partir du milieu.	VALEURS approchées de v comptées du bord du corps opaque.	INTENSITÉS correspondantes.	VALEURS de v répondant aux *maxima* ou aux *minima*, comptées du bord du corps opaque.	DISTANCES des *maxima* ou *minima* à la projection du milieu de l'ouverture. Calcul.	Observations.	DIFFÉRENCES.
6^e maximum, bande brillante extérieure du 2^e ordre.	+ 2,200 + 2,300 + 2,400	2,1547 2,5708 2,4681	+ 2,330	2^{mm},64	2^{mm},64	0
3^e OBSERVATION.						
$a = 6^m,598$; $b = 0^m,553$; $c = 1^{mm},322$; valeur tabulaire de $c = 3,277$.						
3^e minimum, bande intérieure du 3^e ordre.	— 0,300 — 0,200 — 0,100	0,2725 0,2332 0,3293	— 0,221	0^{mm},62	0^{mm},63	— 1
5^e minimum, bande intérieure du 5^e ordre.	+ 0,723 + 0,760 + 0,800	1,9753 1,9514 1,9737	+ 0,762	1 ,05	1 ,10	— 5
4^e OBSERVATION.						
$a = 0^m,778$; $b = 0^m,553$; $c = 1^{mm},322$; valeur tabulaire de $c = 4,117$.						
3^e minimum, bande intérieure du 3^e ordre.	— 1,000 — 0,900 — 0,800	0,10815 0,05264 0,07836	— 0,882	0^{mm},65	0^{mm},65	0
5^e minimum, bande intérieure du 5^e ordre.	— 0,100 0,000 + 0,083	0,4813 0,4368 0,4843	— 0,010	1 ,13	1 ,16	— 3

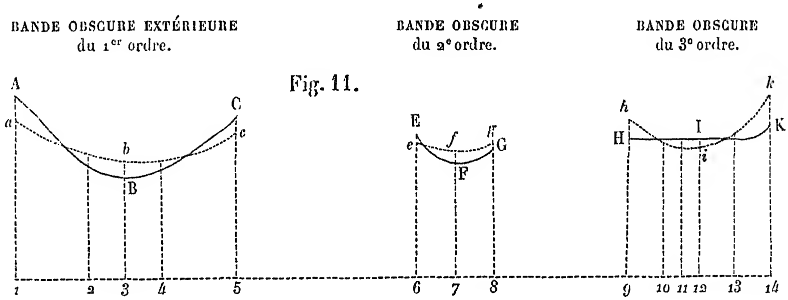
On voit que le calcul s'accorde bien avec l'expérience, excepté au cinquième *minimum* de la troisième observation, où la différence est trop sensible, relativement à la largeur des franges, pour qu'on puisse l'attribuer à l'incertitude ordinaire des mesures. Mais il est à remarquer que ce *minimum* est très-peu prononcé, et qu'il se trouve d'ailleurs entre deux bandes brillantes d'intensité très-différentes : le *mi-*

nimum doit donc paraître plus voisin de la bande la plus brillante, ou plus éloigné du centre de l'ombre qu'il ne l'est effectivement; et c'est aussi dans ce sens que le calcul diffère de l'observation.

Les observations 3 et 4 confirment ce que la théorie nous avait appris relativement à l'influence des variations de a sur la position des franges intérieures. Nous voyons que leurs largeurs ne restent pas constantes, quoique c et b soient les mêmes dans les deux expériences : elles sont sensiblement plus larges dans la seconde. La différence de position donnée par l'observation pour le *minimum* du cinquième ordre est $0^{mm},06$, et celle déduite de la théorie $0^{mm},08$. On voit qu'elles sont à peu près égales.

77. Dans la première observation, les franges extérieures étaient singulièrement altérées par le peu de largeur du corps opaque; les bandes obscures du premier et du deuxième ordre étaient beaucoup plus fines qu'elles ne le sont ordinairement, et la troisième bande obscure se trouvait presque effacée. J'ai voulu vérifier la théorie relativement à ce caractère remarquable du phénomène. J'ai calculé les intensités de la lumière pour différents points de ces franges, et, en les comparant à celles des mêmes points, dans le cas d'un écran indéfiniment étendu, j'ai trouvé qu'en effet les variations d'intensité étaient plus rapides pour les bandes obscures du premier et du deuxième ordre, et plus lentes pour celles du troisième, dans le premier cas que dans le second. Les courbes ABCEFGHIK et *abcefghik* (fig. 11) ont été

Fig. 11.



construites d'après les résultats de mon calcul réunis dans le tableau ci-dessous. La première représente les variations de la lumière pour le

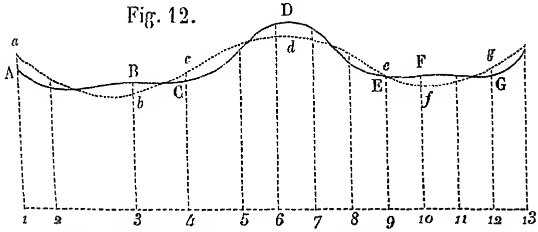
IV. cas de l'observation n° 1, et l'autre ces mêmes variations dans le cas ordinaire d'un écran très-large.

NUMÉROS des ordonnées.	ABSCISSES.	ORDONNÉES pour l'observation n° 1.	ORDONNÉES pour le cas ordinaire.
1	1,535	2,5202	2,2327
2	1,735	1,5834	1,7042
3	1,835	1,3669	1,5689
4	1,935	1,5797	1,5894
5	2,135	2,1851	2,0323
6′	2,535	2,2772	2,0743
6	2,635	1,9025	1,8091
7	2,735	1,5395	1,6870
8	2,835	1,6959	1,7934
8′	2,935	2,2098	2,0544
9	3,200	1,9532	2,1296
10	3,300	1,8984	1,8596
11	3,350	1,8907	1,7693
12	3,400	1,8999	1,7451
13	3,500	1,8303	1,9037
14	3,600	2,0319	2,1683

78. L'observation n° 2 offrait aussi une altération singulière des franges extérieures. La bande obscure du premier ordre présentait une teinte à peu près uniforme entre deux limites, la première située à $2^{mm},16$ environ du centre de l'ombre, la deuxième à $2^{mm},44$, après laquelle l'intensité de la lumière augmentait brusquement. La bande brillante du second ordre était plus vive et beaucoup plus fine qu'à l'ordinaire, et la bande obscure du même ordre était, au contraire, devenue plus vague et plus étendue. La théorie s'accorde encore ici avec l'observation, comme on le reconnaîtra en jetant les yeux sur la figure 12, qui représente les variations d'intensité des différents points de ces franges, pour le cas de l'observation n° 2,

BANDE OBSCURE EXTÉRIEURE du 1er ordre. BANDE OBSCURE du 2e ordre. BANDE OBSCURE du 3e ordre.

Fig. 12.



et celui d'un écran indéfiniment étendu. Cette figure a été construite d'après les résultats du calcul réunis dans le tableau ci-dessous :

	NUMÉROS des ordonnées.	ABSCISSES ou valeurs de v.	ORDONNÉES pour l'observation n° 2.	ORDONNÉES pour le cas ordinaire.
	1	1,600	1,9304	2,0472
Limite observée.	2	1,677	1,6378	1,8369
	3	1,900	1,7466	1,5633
Limite observée.	4	2,057	1,6907	1,8187
	5	2,200	2,1547	2,2047
	6	2,300	2,5708	2,3787
	7	2,400	2,4681	2,3673
	8	2,500	2,0166	2,0511
	9	2,600	1,8093	1,8935
	10	2,700	1,8532	1,7051
	11	2,800	1,7789	1,7310
	12	2,900	1,7981	1,9571
	13	3,000	2,2184	2,2153

79. Je viens d'appliquer le principe d'Huyghens aux trois classes principales de phénomènes que présente la diffraction, savoir : 1° aux franges produites par le bord rectiligne et indéfini d'un seul écran assez large pour qu'il ne vienne pas de lumière sensible de l'autre côté; 2° aux franges qui résultent du système de deux écrans semblables très-rapprochés l'un de l'autre; 3° à celles enfin qui accompagnent et subdivisent l'ombre d'un écran très-étroit [1]. En comparant aux observations les résultats déduits de ce principe par la théorie des interférences, j'ai fait voir qu'il suffisait à l'explication des phénomènes dans ces différentes circonstances, et que l'expression générale de l'intensité de la lumière à laquelle il conduisait les représentait fidèlement jusque dans leurs aspects les plus bizarres et en apparence les plus irréguliers.

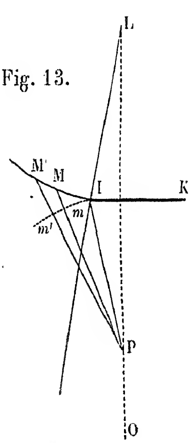
Mais, outre ces trois cas généraux, on peut en imaginer une infinité d'autres résultant de leur combinaison. La théorie s'y appliquerait avec la même facilité, et sans doute avec le même succès; les calculs seraient

[1] Je ne comprends pas ici les franges produites par un verre prismatique ou par deux miroirs formant un angle rentrant très-obtus; à proprement parler elles n'appartiennent pas à la diffraction, puisqu'elles ne sont point formées par des rayons diffractés ou infléchis, mais par deux faisceaux lumineux régulièrement réfléchis ou réfractés.

seulement plus longs en raison de la multiplicité des limites des intégrales. Les expériences exigeraient aussi des appareils plus compliqués.

80. Dans la première section de ce Mémoire, j'ai décrit un phénomène qui présente la combinaison de deux des cas principaux de la diffraction : ce sont les franges que la lumière engendre en passant par deux ouvertures très-étroites et suffisamment rapprochées. Ayant découpé une feuille de cuivre dans la forme représentée par la figure 2, j'ai remarqué que, lorsque les larges franges produites par chacune des fentes CEC′E′ et DFD′F′ se trouvaient assez dilatées, en raison de la distance à laquelle je me plaçais de l'écran, pour que l'ombre de CDFE ne contînt plus que la bande brillante du premier ordre, les franges qui résultaient du concours des deux faisceaux lumineux étaient beaucoup plus nettes et plus vives que les franges intérieures de ABCD. La partie inférieure CEDF, d'abord plus éclairée que l'autre, devenait plus obscure lorsque je m'éloignais assez de l'écran ; mais ses franges continuaient à présenter des couleurs plus pures dans la lumière blanche, et des bandes obscures et brillantes plus tranchées dans la lumière homogène. L'appareil fort simple dont je me servais n'étant point susceptible de mesures exactes, je n'ai pas appliqué le calcul à cette expérience ; je me bornerai à indiquer par des considérations générales comment on peut se rendre compte du phénomène.

Fig. 13.



Soit L le point lumineux, IK la projection horizontale de la partie AEBF (fig. 2) de l'écran, et P un point que l'on considère dans l'intérieur de son ombre, sur la ligne milieu LO, par exemple. Du point L comme centre, et d'un rayon égal à LI, je décris l'arc IMM′, qui représente l'onde incidente. Si du point P comme centre, et d'un rayon égal à IP, je décris l'arc Imm', les intervalles entre ces deux arcs donneront les différences des chemins parcourus par les ondes élémentaires qui concourent au point P. Considérons d'abord le cas de la partie supérieure de l'écran, c'est-à-dire, celui où l'onde IMM′

n'est plus interceptée au delà du point I. Concevons cette onde divisée en une infinité de petits arcs IM, MM', etc. de façon que les droites menées en P par deux points de division consécutifs diffèrent de la longueur d'une demi-ondulation; et supposons, pour fixer et simplifier les idées, que le point P soit assez éloigné du bord de l'ombre, ou le rayon IP assez incliné sur l'onde incidente, pour que ces arcs soient sensiblement égaux; alors chacun d'eux se trouvera compris entre deux autres, qui détruiront l'effet qu'il tend à produire au point P, excepté l'arc extrême IM, dont les rayons ne perdront que la moitié de leur intensité par leur discordance avec les vibrations de l'arc voisin MM'. Si l'on intercepte cet arc et tout le reste de l'onde, on augmentera donc la lumière au point P[1]; c'est l'effet que produit à une certaine distance la partie GC'E' de l'écran (fig. 2). Mais à mesure que le point P (fig. 13) s'éloigne du corps opaque, l'arc I*mm'* se rapproche de l'onde IMM', et il peut même s'en rapprocher indéfiniment si le point lumineux L est à une distance infinie. Les divisions M, M', etc. étant déterminées par les intervalles entre ces deux arcs, s'écarteront du point I à mesure qu'ils se rapprocheront; il en résultera donc une augmentation continuelle de la portion MI de l'onde incidente, dont les rayons envoyés au point C conserveront toujours au moins la moitié de leur intensité derrière la partie supérieure de l'écran. Mais, dans la partie inférieure, l'ouverture CEC'E' (fig. 2) n'augmentant pas de largeur, si le point lumineux est suffisamment éloigné, l'arc éclairant IM (fig. 13) deviendra à la fin assez grand, par rapport à cette ouverture, pour que le point P reçoive plus de lumière dans la partie supérieure de l'ombre que dans la partie inférieure.

Considérons maintenant les franges produites par le concours des rayons lumineux qui viennent des deux côtés de l'écran AEBF (fig. 2). Derrière la partie supérieure ABCD, la lumière infléchie diminuant rapidement d'intensité à mesure qu'elle s'éloigne du bord de l'ombre géométrique, toutes les franges, excepté celles qui sont très-voisines du

[1] Elle serait augmentée bien davantage encore, si l'écran était percé vis-à-vis tous les arcs de rang pair, et interceptait seulement les rayons de ceux de rang impair.

centre, sont formées par deux faisceaux lumineux qui diffèrent beaucoup d'intensité; par conséquent les bandes obscures doivent être peu prononcées quand on se sert de lumière homogène, et les couleurs mêlées de gris lorsqu'on emploie la lumière blanche. Derrière la partie inférieure CEDF, les deux faisceaux lumineux introduits par les fentes CEC′E′ et DFD′F′ ont une intensité à peu près uniforme dans une étendue assez considérable de la bande brillante du premier ordre de chacune de ces ouvertures; et si elles sont assez étroites, par rapport à l'intervalle qui les sépare, pour que l'espace dans lequel la lumière infléchie est sensiblement uniforme comprenne toutes les franges qui proviennent du concours des deux faisceaux lumineux, alors les vibrations lumineuses se détruiront presque entièrement dans les points de discordance complète; les bandes obscures seront en conséquence bien plus prononcées que dans la partie supérieure de l'ombre, lorsqu'on emploiera de la lumière homogène, et la lumière blanche y fera naître des couleurs beaucoup plus pures.

Quand on observe ces franges près de l'écran, avant que les franges plus larges produites par chaque fente soient sorties de l'ombre de AEBF, le phénomène présente un aspect très-compliqué, et qui change rapidement avec la distance de la loupe, surtout lorsque l'intervalle entre les deux fentes n'est pas très-considérable relativement à leur largeur. Il serait intéressant de déterminer par le calcul la position des *maxima* et *minima* des bandes obscures et brillantes, et de comparer ces résultats avec ceux de l'observation. Je ne doute pas que la théorie n'en reçût encore une nouvelle confirmation.

81. Jusqu'à présent j'ai supposé que toutes les ondes émanaient d'un centre unique. Les points lumineux, dans les expériences de diffraction, sont toujours un assemblage d'une infinité de centres de vibration, et c'est à chacun d'eux en particulier qu'on doit appliquer tout ce qui a été dit précédemment. Tant qu'ils sont très-peu éloignés les uns des autres, les franges qu'ils produisent coïncident sensiblement; mais les bandes obscures des uns se mêlent avec les bandes brillantes des autres à mesure qu'on augmente les dimensions du point éclairant,

et elles finissent par s'effacer complétement. Cet effet est d'autant plus sensible sur les franges extérieures, qu'on s'éloigne davantage de l'écran, parce qu'il augmente comme cette distance, tandis que la largeur des bandes obscures et brillantes croît dans un rapport plus lent. Voilà pourquoi un point lumineux assez fin pour produire des franges très-nettes dans le voisinage du corps opaque peut n'en donner que de très-confuses à une distance plus considérable.

82. Il n'est pas nécessaire que le corps interposé soit opaque pour que cette interposition produise sur ses bords des phénomènes de diffraction; il suffit qu'une partie de l'onde soit retardée par rapport aux parties contiguës. C'est l'effet que produisent les corps transparents dont le pouvoir réfringent diffère sensiblement du milieu qui les entoure; aussi font-ils naître des franges qui bordent en dedans et en dehors l'ombre de leur contour. Elles sont même tout à fait semblables aux franges extérieures des corps opaques, lorsque la différence de marche entre les rayons qui ont traversé l'écran transparent et les rayons extérieurs contient un nombre d'ondulations un peu considérable; parce qu'alors les effets de leur influence mutuelle ne sont plus sensibles, et qu'il ne résulte de leur mélange qu'une simple addition de lumière uniforme. Mais il n'en est pas ainsi quand l'écran transparent est très-mince, ou que son pouvoir réfringent diffère très-peu de celui du milieu dans lequel il est plongé; alors les franges sont sensiblement altérées par l'influence mutuelle des rayons lumineux qui ont traversé la lame transparente et de ceux qui ont passé à côté. C'est par une raison semblable que les stries des lames de mica résultant de légères variations d'épaisseur font naître des franges qui se colorent dans la lumière blanche d'une façon toute particulière, ainsi que M. Arago l'a remarqué.

83. Quant aux franges du genre de celles que nous avons appelées *intérieures*, on ne peut pas les obtenir avec un corps transparent suffisamment étroit, parce que la lumière directe qui le traverse, beaucoup plus vive que les rayons infléchis, masque les effets de leur influence mutuelle, et que d'ailleurs les bandes obscures et brillantes que ce corps

transparent tend à faire naître, comme ouverture étroite, ne coïncident pas avec celles qu'il tend à produire comme écran d'une petite étendue.

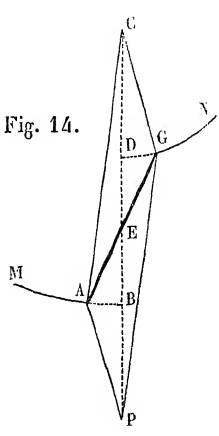
84. Les phénomènes de la diffraction, une fois expliqués pour le cas d'une lumière homogène, sont faciles à concevoir dans la lumière blanche. Les franges résultent alors de la superposition de toutes les bandes obscures et brillantes de diverses largeurs produites par les différentes espèces d'ondes dont se compose la lumière blanche. Ainsi, après avoir calculé l'intensité de chaque espèce principale de rayons dans le point que l'on considère, d'après leur longueur d'ondulation et au moyen de la théorie que je viens d'exposer, on trouvera la teinte qui s'y manifeste en substituant ces valeurs dans la formule empirique que Newton a donnée pour déterminer le résultat d'un mélange quelconque de rayons colorés.

85. Les surfaces polies éclairées par un point lumineux présentent des phénomènes de diffraction tout à fait semblables à ceux qu'on observe dans la lumière directe. Le champ lumineux réfléchi par un miroir est bordé de franges pareilles à celles qui entourent les ombres des corps. Quand sa surface est très-étroite, ou qu'on la noircit en y conservant seulement une ligne brillante, ou qu'on l'incline beaucoup, de manière à diminuer suffisamment la largeur du champ lumineux [1],

[1] L'aspect du phénomène est rigoureusement le même que si les rayons émanaient de l'image du point lumineux, et qu'on remplaçât le miroir par un écran percé d'une ouverture égale à la surface réfléchissante et semblablement inclinée. Mais les franges ainsi produites ne sont pas tout à fait pareilles à celles que formerait une ouverture dont le plan n'aurait pas la même inclinaison, serait, par exemple, perpendiculaire au faisceau lumineux, quoique d'ailleurs sa distance au point radieux et son ombre géométrique fussent égales à celles de l'ouverture inclinée. La différence est d'autant plus sensible que la largeur de l'ouverture ou du miroir incliné est plus considérable par rapport à leur distance au point lumineux. Il en est de même des franges intérieures produites par un écran incliné, comparées à celles d'un écran perpendiculaire.

La raison de cette différence est facile à saisir. Soient A et G les deux bords de l'écran incliné, et C le point lumineux. Considérons l'onde incidente, d'un côté, au moment où elle arrive en A; de l'autre, au moment où elle n'a

Fig. 14.



on reproduit le phénomène singulier d'un faisceau lumineux dilaté par une ouverture très-étroite. Deux lignes brillantes, suffisamment rapprochées sur la surface d'un miroir noirci dans le reste de son étendue, font naître les mêmes franges que deux fentes pareilles dans un écran. Si, au lieu de noircir une grande partie de la surface réfléchissante, on n'y trace, au contraire, qu'une ligne noire d'une largeur peu considérable, elle produira des franges semblables à celles qu'on observe dans l'ombre d'un écran étroit. Enfin les phénomènes se passent absolument comme si, la surface du miroir étant transparente, les rayons émanaient réellement de l'image du point lumineux. La raison en est bien simple : on sait que l'image, placée sur la perpendiculaire abaissée du point lumineux et à une distance égale de la surface du miroir, jouit de cette propriété remarquable, que sa distance à un point

point encore dépassé le point G; de sorte que les ondes élémentaires ne se trouvent modifiées ni antérieurement ni postérieurement par l'interposition de l'écran. Supprimons-le pour un instant, et prolongeons les arcs GN et AM jusqu'à leur rencontre D et B avec une droite commune CP menée par le point lumineux. Il est clair que la résultante de toutes les vibrations qui émanent de la demi-onde DGN et concourent au point P doit être pareille de grandeur et de position à la résultante des ondes élémentaires parties de la demi-onde BAM, et concourant au même point P. Cela posé, s'agit-il de déterminer le milieu de la bande brillante du 1^er^ ordre dans l'ombre de l'écran AG; il faut chercher pour quelle position du point P il y a coïncidence parfaite entre la résultante des ondes élémentaires qui émanent de GN, et celle des ondes élémentaires qui prennent leur source dans l'onde MA. Il est clair que cette condition est satisfaite quand les arcs DG et AB, supprimés par l'écran, répondent à la même différence de chemins parcourus, c'est-à-dire, lorsque

$$CG + GP - CP = CA + AP - CP,$$

ou

$$CG + GP = CA + AP;$$

parce qu'alors les intégrales qui donnent les deux résultantes sont composées des mêmes éléments. Mais la ligne CP, qui satisfait à l'équation $CG + GP = CA + AP$, n'est point celle qui divise l'angle ACG en deux parties égales; elle s'approche davantage du côté A le plus voisin de la loupe, ce qui détruit la symétrie des franges intérieures par rapport aux bords de l'ombre géométrique; et cet effet se trouve encore augmenté, dans ses apparences, par la plus grande extension des franges extérieures qui viennent de l'autre côté de l'écran.

On démontrerait, par des raisonnements semblables, que les franges produites par un diaphragme incliné ne doivent pas être disposées d'une manière symétrique relativement à la ligne qui divise en deux parties égales l'angle des deux rayons tangents aux bords de l'ouverture, ainsi que cela a lieu lorsque le plan du diaphragme est perpendiculaire au faisceau lumineux.

IV. quelconque de cette surface est égale à celle du même point au point lumineux : en considérant donc les rayons comme partis de l'image du point lumineux, on ne change rien à la différence des chemins parcourus par les ondes élémentaires qui concourent à la formation des franges, et, par conséquent, à la largeur et aux intensités relatives de leurs bandes brillantes et obscures.

A cette occasion, je remarquerai que la position de la résultante des ondes élémentaires pour un endroit quelconque, dépendant uniquement de ces différences de chemins parcourus, doit être, après la réflexion, la même que si les rayons émanaient effectivement du point dont je viens de parler; par conséquent, dans le cas d'une surface polie indéfiniment étendue, toutes les résultantes partielles seront situées à la même distance de ce point, qui se trouvera ainsi le centre de l'onde réfléchie.

86. C'est par la considération de ces ondes élémentaires que Huyghens a expliqué d'une manière si simple les lois de la réflexion et de la réfraction, en ramenant ces phénomènes aux mêmes principes que la propagation de la lumière dans un milieu homogène. Mais son explication laissait quelque chose à désirer. Il n'avait pas montré comment il ne résulte qu'un seul système d'ondes de cette multitude de systèmes d'ondes élémentaires, parce qu'il n'avait point fait entrer en considération le principe des interférences. Il supposait que la lumière n'est sensible que dans les points où les ondes élémentaires coïncident parfaitement; tandis que l'absence totale du mouvement lumineux ne peut tenir qu'à l'opposition des mouvements élémentaires. C'est sans doute ce qui lui a fait croire qu'il ne s'infléchissait pas de lumière sensible dans les ombres, et l'a empêché de deviner les phénomènes de la diffraction, dont sa théorie pouvait lui dévoiler les lois sans le secours de l'expérience.

Cette théorie, aidée du principe des interférences, indique donc la marche des rayons réfléchis, non-seulement dans le cas particulier d'une surface polie indéfiniment étendue, mais encore dans ceux d'une surface très-étroite ou discontinue; elle fait voir comment le peu de lar-

geur de la surface occasionne la dilatation de la lumière réfléchie, et comment un système de miroirs très-étroits, placés l'un à côté de l'autre, et séparés seulement par de très-petits intervalles, peut produire des images colorées, en raison de l'influence mutuelle des faisceaux lumineux ainsi dilatés : c'est le phénomène des surfaces rayées. Elle explique avec la même facilité les images et les anneaux colorés produits par un tissu très-fin et un assemblage irrégulier de fils très-déliés ou d'atomes légers, d'une grosseur à peu près égale, placés entre l'œil du spectateur et un objet lumineux.

Je ne crois pas nécessaire de m'appesantir sur ces phénomènes, qui ne sont que des combinaisons de ceux que j'ai décrits précédemment et dont j'ai essayé de donner une théorie générale[a].

---

[a] Le Mémoire manuscrit se termine ainsi.

Je ne crois pas nécessaire de m'appesantir sur ces phénomènes, qui ne sont que des combinaisons de ceux que j'ai décrits précédemment et dont j'ai essayé de donner une théorie rigoureuse. Je terminerai ce Mémoire par un exposé succinct des principales modifications que la polarisation apporte dans l'influence mutuelle des rayons lumineux, telles qu'elles se déduisent naturellement des phénomènes de la diffraction et de la coloration des lames cristallisées.

Deux systèmes d'ondes polarisées en sens contraire ne s'influencent pas, ou du moins ne manifestent pas les effets de leur influence mutuelle. Elle ne commence à devenir sensible que lorsque leurs plans de polarisation ne sont plus perpendiculaires entre eux, et elle augmente à mesure qu'ils se rapprochent l'un de l'autre jusqu'à leur coïncidence parfaite. C'est alors qu'elle atteint son *maximum* et devient aussi apparente que dans la lumière non modifiée.

Lorsque deux systèmes d'ondes sont polarisés en sens contraire, on ne peut faire naître des effets apparents de leur influence mutuelle, en les ramenant à un plan commun de polarisation, qu'autant qu'ils ont été originairement polarisés dans le même sens.

Deux systèmes d'ondes lumineuses, polarisés primitivement dans le même plan, puis en sens contraire, et enfin ramenés à un plan commun de polarisation, sont séparés par un intervalle égal à celui qui résulte de la différence des chemins parcourus, lorsque les deux plans de polarisation, considérés d'un seul côté de leur axe de rotation, après s'être écartés, se rapprochent l'un de l'autre pour se réunir; et

cet intervalle éprouve un changement d'une demi-ondulation, quand les deux plans de polarisation continuent à s'écarter jusqu'à ce qu'ils se soient placés dans le prolongement l'un de l'autre.

A l'aide de ces trois principes, dont la théorie des ondulations parviendra peut-être à rendre raison, on peut expliquer non-seulement tous les phénomènes que présente la polarisation combinée avec la diffraction, mais encore les couleurs développées par la polarisation dans les lames minces cristallisées, et toutes les modifications qu'elles éprouvent en raison des épaisseurs des lames, de la direction de leurs axes de cristallisation et des azimuts des plans de polarisation extrêmes, sans qu'il soit nécessaire de supposer que la lumière reçoit dans les lames minces un autre genre de polarisation que celui qui se manifeste au sortir des cristaux assez épais pour la diviser en deux faisceaux distincts.

NOTE I.

CALCUL DE L'INTENSITÉ DE LA LUMIÈRE AU CENTRE DE L'OMBRE D'UN ÉCRAN ET D'UNE OUVERTURE CIRCULAIRES ÉCLAIRÉS PAR UN POINT RADIEUX.

1. Après le jugement de l'Académie sur les Mémoires envoyés au concours pour le prix de diffraction, M. Poisson m'ayant fait remarquer que les intégrales définies qui représentent l'intensité de la lumière pouvaient aisément s'obtenir pour le centre de l'ombre d'un écran ou d'une ouverture circulaires, je fis le calcul pour ce dernier cas, et j'y trouvai l'explication des couleurs si vives que j'avais souvent remarquées au centre du pinceau de lumière qui a traversé un petit trou parfaitement rond. M. Poisson m'avait déjà communiqué le théorème singulier auquel il avait été conduit dans le premier cas, savoir : que le centre de l'ombre d'un écran circulaire doit être aussi éclairé que si l'écran n'existait pas, du moins lorsque les rayons y pénètrent sous des incidences peu obliques. Je me propose de donner ici la solution la plus simple de ces deux problèmes, sans employer les intégrales définies qui m'ont servi dans le Mémoire précédent à calculer les autres phénomènes de la diffraction.

Subdivisons l'ouverture par une suite de circonférences concentriques infiniment rapprochées les unes des autres. Si nous supposons que leurs rayons soient proportionnels aux racines carrées des nombres naturels 1, 2, 3, etc. les superficies des cercles suivront la progression 1, 2, 3, 4, etc. et celles des anneaux compris entre les petits intervalles qui séparent les circonférences consécutives seront toutes égales entre elles. Ceci s'applique à la portion de la surface de l'onde incidente qui rencontre l'ouverture du diaphragme, que cette onde soit plane ou sphérique. Nous avons donc subdivisé l'onde incidente en une infinité de petits anneaux concentriques d'égale superficie, et qui envoient par conséquent chacun au centre de la projection de cette ouverture la même quantité de rayons, ayant sensiblement la même intensité, tant que les obliquités ne sont pas trop grandes. Il faut remarquer aussi que, pour chaque anneau, les rayons qu'il envoie au centre de l'ombre sont tous de même longueur, ont ainsi parcouru des chemins égaux, et s'y trouvent en accord parfait. Par conséquent, les systèmes d'ondes résultants sont proportionnels aux superficies de ces anneaux, et, partant, d'égale intensité.

2. Cela posé, considérons le cas particulier où la différence de marche entre le rayon central et ceux qui sont partis des bords de l'ouverture est un nombre

entier de fois la longueur d'une demi-ondulation; et d'abord supposons que ce nombre soit pair : il est aisé de voir qu'alors toutes les ondes élémentaires qui arrivent au centre de l'ombre se détruisent mutuellement. En effet, divisons la portion de la surface de l'onde incidente comprise dans l'ouverture du diaphragme par des circonférences concentriques, espacées de telle manière que les rayons partis de deux circonférences consécutives et concourant au centre de l'ombre diffèrent d'une demi-ondulation; nous aurons partagé cette ouverture en autant d'anneaux, y compris le petit cercle du milieu, qu'il y a de demi-ondulations de différence entre le rayon central et les rayons extrêmes; et comme le nombre de ces demi-ondulations est pair, celui des divisions de l'ouverture le sera aussi. Or il est évident qu'elles auront même superficie, ou, en d'autres termes, qu'elles contiendront chacune le même nombre des anneaux élémentaires dont nous avons parlé précédemment, et que, dans deux divisions consécutives, les anneaux élémentaires correspondants enverront des rayons qui se trouveront en discordance complète au centre de l'ombre. Par conséquent, tous les rayons envoyés en ce point par deux divisions consécutives se détruiront mutuellement; et puisqu'elles sont en nombre pair, il y aura destruction complète de toutes les ondes élémentaires qui émanent de l'onde incidente, et le centre de la projection de l'ouverture sera privé de lumière. Il en recevra au contraire la plus grande quantité possible, quand la différence de marche entre le rayon central et les rayons extrêmes contiendra un nombre impair de demi-ondulations, puisque alors une de ces divisions restera tout entière pour éclairer le centre de l'ombre.

3. Si l'on veut savoir maintenant quel rapport d'intensité il y a entre la lumière reçue dans ce dernier cas et celle qui tombe au même point quand on supprime tout à fait l'écran, il suffit d'appliquer les raisonnements ci-dessus au cas où l'ouverture serait infiniment large. Mais, pour arriver à un résultat exact, il ne faut plus supposer que chaque division de l'ouverture ou anneau principal détruit l'effet produit par l'anneau suivant, dont les rayons diffèrent d'une demi-ondulation; car, quoique la superficie des deux anneaux et l'intensité des rayons qu'ils envoient diffèrent infiniment peu, ces différences, quelque petites qu'elles soient, étant répétées une infinité de fois, peuvent produire une quantité sensible. Il est bien plus rigoureux de dire que les vibrations qui émanent de chaque anneau sont détruites par la moitié des vitesses absolues qu'apportent les rayons de l'anneau qui le précède et de celui qui le suit; car, si les différences dont nous venons de parler sont des infiniment petits du premier ordre entre deux anneaux consécutifs, elles deviennent des infiniment petits du deuxième ordre quand on compare la superficie d'un anneau ou l'intensité de ses rayons avec la demi-somme des superficies ou de l'intensité des rayons des deux anneaux entre lesquels il est compris. On n'a

donc plus à craindre que le résultat du calcul soit affecté d'une erreur sensible par la somme des quantités négligées, quelque nombreuses qu'elles soient.

4. En appliquant cette marche de calcul à une ouverture finie, nous arriverions aux mêmes résultats que nous venons de trouver par une autre combinaison des ondes élémentaires. En effet, les rayons de chaque anneau étant détruits par la moitié des vitesses absolues des ondes des deux divisions contiguës, il ne restera que la moitié des vitesses absolues du petit cercle central et de l'anneau extrême, qui se détruiront aussi mutuellement, si le nombre des divisions est pair, et s'ajouteront s'il est impair, de manière à reproduire la même quantité de lumière qu'aurait fournie un seul anneau, ou le petit cercle central. Cette addition et cette soustraction ne sont exactes, bien entendu, qu'autant que les rayons extrêmes n'ont pas trop d'obliquité.

5. Supposons maintenant que l'ouverture circulaire soit infiniment grande; les ondes élémentaires devenant d'autant plus faibles que les rayons qui les apportent s'écartent davantage de la direction normale à l'onde incidente, on peut regarder comme nulles celles qui viennent de l'anneau extrême, et alors il ne reste plus que la moitié des vitesses absolues imprimées aux molécules éthérées par les rayons du petit cercle central. Ainsi, l'intensité de la lumière étant proportionnelle au carré des vitesses absolues, lorsque l'ouverture est indéfinie, ou qu'il n'y a pas d'écran, le point dont nous nous occupons reçoit quatre fois moins de lumière qu'avec un écran percé d'une ouverture circulaire d'un diamètre tel (relativement à sa position) qu'il y ait une différence d'un nombre impair de demi-ondulations entre l'axe et les rayons extrêmes. Quel que soit le diamètre du diaphragme, on peut toujours satisfaire à cette condition, en faisant varier convenablement la distance du carton sur lequel on reçoit l'ombre, et même, s'il est nécessaire, celle du point lumineux.

En représentant par r le rayon de l'ouverture circulaire, et par a et b les distances de l'écran au point lumineux et au carton, on sait que la différence de marche entre l'axe et les rayons partis de la circonférence est égale à

$$\frac{\frac{1}{2} r^2 (a+b)}{ab}.$$

A l'aide de cette formule on peut aisément calculer les distances auxquelles il faut placer le carton ou le foyer de la loupe servant à observer les franges, pour obtenir un *minimum* ou un *maximum* de lumière au centre de la projection de l'ouverture. Il suffit d'égaler cette expression à un nombre pair ou impair de demi-ondulations : ce qui donne, dans le premier cas,

$$\frac{r^2 (a+b)}{ab} = 2n\lambda;$$

V. et dans le second,

$$\frac{r^2(a+b)}{ab}=(2n+1)\lambda.$$

A l'aide de ces deux équations on calcule, pour toutes les valeurs 1, 2, 3, etc. qu'on aura données à n, la distance de b qui correspond à un *maximum* ou à un *minimum*, dans une lumière homogène dont la longueur d'ondulation λ est connue.

6. J'ai vérifié ces formules par l'observation, avec la même lumière rouge homogène que j'avais déjà employée dans mes autres expériences de diffraction, et j'ai trouvé qu'effectivement, en plaçant le foyer de la loupe aux distances calculées d'après la première équation, on apercevait comme une tache d'encre au centre de l'ouverture circulaire, tandis que ce même point paraissait atteindre son *maximum* de clarté aux distances déduites de la seconde équation.

La tache noire n'était d'une obscurité complète que pour les distances correspondantes aux valeurs de n qui ne passaient pas les nombres 3 ou 4. Au delà, c'est-à-dire plus près de l'écran, le défaut d'homogénéité de la lumière employée commençait à se faire sentir, et la tache centrale n'était plus d'un noir aussi foncé.

7. Les raisonnements que nous avons faits pour le cas d'une ouverture indéfinie peuvent s'appliquer à un écran circulaire, et donner une démonstration bien simple du théorème singulier que M. Poisson avait déduit des intégrales générales. En effet, divisons la surface de l'onde incidente, à partir du contour de l'écran circulaire, en une suite indéfinie d'anneaux principaux dont les rayons correspondants envoyés au centre de l'onde diffèrent encore d'une demi-ondulation. Ces divisions principales contiendront encore le même nombre de petits anneaux élémentaires d'égale superficie, et dont les rayons différeront d'une demi-ondulation d'une division à l'autre. Ainsi on pourra regarder tous les rayons venant de chaque anneau principal comme détruits complétement par la moitié des vibrations des rayons des deux anneaux contigus, excepté celui qui borde l'écran et l'anneau extrême, dont les rayons conservent la moitié de leurs vitesses absolues. Mais, ainsi que nous l'avons déjà remarqué, les rayons de l'anneau extrême peuvent être considérés comme nuls, à cause de leur grande obliquité; en sorte qu'il ne reste plus que la moitié des vibrations des rayons de l'anneau contigu à l'écran. Or cet anneau a la même superficie que le petit cercle central de l'ouverture circulaire; d'un autre côté, les rayons qu'il envoie au centre de l'ombre ont sensiblement la même intensité que ceux qui émanaient de ce petit cercle central, si du moins leur inclinaison n'est pas trop prononcée; donc, dans ce cas, le centre de l'ombre d'un écran circulaire doit être autant éclairé que s'il recevait la lumière par une ouver-

ture circulaire indéfinie, c'est-à-dire que s'il n'y avait pas d'écran. C'est ce que M. Arago a vérifié sur l'ombre d'un écran de 2 millimètres de diamètre [1].

Ce théorème est indépendant, comme on le voit, du diamètre de l'écran et de la distance à laquelle on reçoit son ombre, tant qu'il n'en résulte pas une trop grande obliquité pour les rayons infléchis; il est également indépendant de la longueur d'ondulation, c'est-à-dire que, pour toutes les espèces de rayons colorés, le centre de l'ombre reçoit autant de lumière que s'il n'y avait pas d'écran; par conséquent ce point doit être toujours blanc, quand on emploie de la lumière blanche, et cela à toute distance de l'écran.

8. Il n'en est pas de même du centre de la projection d'une ouverture circulaire éclairée par un point lumineux; elle présente souvent dans la lumière blanche les plus vives couleurs, couleurs qui changent avec le diamètre de cette ouverture et sa distance au point lumineux ou au carton sur lequel on en reçoit l'ombre. La vivacité de ces teintes tient à ce qu'il y a successivement destruction *totale* de chacune des espèces de rayons colorés qui composent la lumière blanche; ce qui laisse mieux dominer la couleur des autres.

Pour calculer ces teintes, il devient nécessaire de trouver l'expression générale de l'intensité de la lumière, lorsque la différence de marche entre le rayon central et ceux qui partent des bords de l'ouverture contient un nombre fractionnaire quelconque de demi-ondulations.

Pour un point de l'ouverture distant du centre d'une quantité égale à z, la différence de longueur entre le rayon qui en émane et l'axe est, ainsi que nous l'avons déjà rappelé,

$$\frac{\frac{1}{2}z^2(a+b)}{ab}.$$

La surface du petit anneau élémentaire qui passe par ce point est égale à $2\pi z dz$, et la résultante élémentaire de toutes les vibrations qu'il envoie au centre de l'ombre est proportionnelle à cette expression. Je décompose ce système d'ondes

[1] Cet écran était collé par son centre, avec un peu de cire molle, sur une plaque de verre à faces parallèles. Dès que le diamètre de l'écran est un peu grand, par exemple d'un centimètre, les moindres défauts de ses bords ou de la plaque de verre sur laquelle il est fixé altèrent la régularité des anneaux obscurs et brillants qui entourent la tache blanche du centre de l'ombre. Il faut que le petit disque métallique soit tourné avec le plus grand soin en forme de cône tronqué, de manière que ses bords soient taillés en biseau. La plaque de verre doit être parfaitement exempte de stries, et avoir ses faces bien planes. En se servant d'un point lumineux extrêmement éloigné, tel qu'une étoile fixe, on pourrait employer des écrans beaucoup plus grands, si l'on s'en éloignait assez pour que le point brillant du centre de l'ombre acquît un diamètre suffisant. Mais peut-être qu'alors il vaudrait mieux suspendre l'écran à deux fils très-fins, que de le coller sur une plaque de verre.

IV. en deux autres, dont l'un soit en accord parfait avec les vibrations envoyées par le centre de l'ouverture, et l'autre en diffère d'un quart d'ondulation : l'intensité du premier sera

$$2\pi z dz \cos\left(\frac{\pi z^2 (a+b)}{ab\lambda}\right),$$

et celle du second,

$$2\pi z dz \sin\left(\frac{\pi z^2 (a+b)}{ab\lambda}\right).$$

Pour avoir la somme de toutes les composantes élémentaires en accord parfait avec le rayon central, il faut intégrer la première expression; l'intégrale de la seconde donnera la somme de toutes les composantes dont les vibrations diffèrent des premières d'un quart d'ondulation. Ces intégrations sont très-faciles, parce que $2zdz$ est précisément la différentielle de z^2. En intégrant depuis $z = 0$ jusqu'à $z = r$, et ajoutant les carrés des deux intégrales, on trouve pour le carré de la résultante définitive,

$$2\left(\frac{ab\lambda}{a+b}\right)^2 \left[1 - \cos\left(\frac{\pi (a+b) r^2}{ab\lambda}\right)\right].$$

Afin de donner plus de clarté et de précision à cette expression de l'intensité de la lumière, il faut la rapporter à une autre intensité fixe prise pour unité, par exemple, à celle de chaque espèce d'ondes à l'unité de distance du point lumineux. Dans ce cas, $a + b = 1$. De plus, nous savons que, quand il n'y a plus d'écran, la résultante générale des ondes élémentaires est égale à la moitié de celle que donnerait une ouverture circulaire qui ne comprendrait que le petit cercle central, c'est-à-dire pour laquelle la différence de chemins parcourus

$$\frac{1}{2}\frac{(a+b) r^2}{ab}$$

serait égale à $\frac{1}{2}\lambda$; en sorte qu'on aurait

$$\frac{(a+b) r^2}{ab\lambda} = 1.$$

Dans ce cas particulier, la formule précédente devient $2(ab\lambda)^2$. Or une pareille ouverture donne un système d'ondes dans lequel les vitesses absolues des molécules éthérées sont doubles de ce qu'elles seraient s'il n'y avait pas d'écran; par conséquent, l'intensité de la lumière est quadruple, et celle qu'on aurait en supprimant le diaphragme se trouve représentée par $\frac{1}{2}(ab\lambda)^2$, en la déduisant de la formule générale ci-dessus. Mais, puisque cette dernière intensité de lumière est celle que nous prenons pour unité, il faut modifier la formule générale de manière à trouver 1 au lieu de $\frac{1}{2}(ab\lambda)^2$, quand il n'y a plus de diaphragme, c'est-à-dire qu'il faut la diviser par $\frac{1}{2}(ab\lambda)^2$. Elle devient alors

$$\frac{2}{(a+b)^2}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi (a+b) r^2}{ab\lambda}\right)\right].$$

9. Cette formule nous conduit aux mêmes équations que nous avons trouvées plus haut pour déterminer les distances b, qui répondent aux *maxima* et *minima* de lumière. En effet, on voit qu'elle devient nulle quand $\cos\left(\frac{\pi(a+b)r^2}{ab\lambda}\right)$ est égal à $+1$, ou $\frac{(a+b)r^2}{ab\lambda}$ égal à un nombre pair, et qu'elle atteint son *maximum*, au contraire, lorsque $\frac{(a+b)r^2}{ab\lambda}$ est un nombre impair. Dans le premier cas, on a

$$\frac{(a+b)r^2}{ab\lambda}=2; \qquad \frac{(a+b)r^2}{ab\lambda}=4, \text{ etc.}$$

d'où l'on tire

$$b=\frac{ar^2}{2a\lambda-r^2}; \qquad b=\frac{ar^2}{4a\lambda-r^2}; \text{ etc.}$$

10. Je ne rapporterai qu'une des expériences par lesquelles j'ai vérifié cette formule. La distance de l'écran au point lumineux était de 4000^{mm} et le diamètre de l'ouverture de $2^{mm},01$, ou son rayon de $1^{mm},005$. En substituant 4000^{mm} à la place de a, et $1^{mm},005$ à la place de r dans la première des valeurs de b, on trouve 987^{mm} pour la distance à laquelle le centre de l'ombre est un noir du 1er ordre dans la lumière rouge, dont la longueur d'ondulation λ est égale à $0^{mm},000638$; et en effet, en plaçant le foyer de la loupe à cette distance, le centre de l'ouverture circulaire me paraissait d'un noir très-foncé.

Dans la lumière blanche sa teinte était d'un bleu clair, moyen entre le bleu et l'indigo, autant que j'en ai pu juger du moins, sans avoir le spectre solaire pour objet de comparaison.

11. L'expression générale de l'intensité de la lumière pour les anneaux colorés réfléchis sous l'incidence perpendiculaire est $1-\cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda}\right)$, e représentant l'épaisseur de la lame d'air. En comparant cette formule à la précédente, on voit que le centre de l'ombre d'une ouverture circulaire doit présenter la même série de teintes que les anneaux réfléchis, et que, dans l'expérience dont il s'agit, la teinte centrale doit être celle que donne une lame d'air d'une épaisseur égale à $0^{mm},000319$, ou à 12,56 en millionièmes de pouce anglais. Or, dans la table de Newton, l'indigo pur est donné par une épaisseur de 12,83 : ainsi 12,56 doit répondre à un indigo légèrement violacé; ce qui ne s'accorde pas très-exactement avec l'observation, qui m'a offert une teinte à peu près moyenne entre l'indigo et le bleu.

Mais, en calculant l'intensité des sept principales espèces de rayons, et déterminant la teinte par la formule empirique de Newton pour les mélanges des rayons colorés, on arrive à un résultat qui s'accorde mieux avec l'observation.

On trouve d'abord pour les intensités des sept principales espèces de couleurs :

u........	violet........	1,998
i........	indigo.......	1,879

IV. b . . . . bleu. 1,836

v . . . . vert. 0,975

j. . . . . jaune. 0,448

o . . . . orangé. 0,169

r . . . . rouge. 0,016

Substituant ces valeurs dans les formules suivantes [1] :

$$X = \frac{(r+u)\,0{,}8228 + (o+i)\,0{,}2074 - (j+b)\,0{,}5140 - v \times 0{,}9538}{r+o+j+v+b+i+u},$$

et

$$Y = \frac{(r-u)\,0{,}4823 + (o-i)\,0{,}9632 + (j-b)\,0{,}8137}{r+o+j+v+b+i+u},$$

on a

$$X = -\frac{0{,}022}{7{,}321} = -0{,}0030, \qquad \text{et} \qquad Y = -\frac{3{,}732}{7{,}321} = -0{,}5098.$$

Mais

$$\operatorname{tang} U = \frac{Y}{X} = \frac{3{,}732}{0{,}022};$$

d'ou il résulte que $U = 269° \, 40'$. Or la séparation du bleu et de l'indigo répond à $265° \, 4'$, angle qui ne diffère du précédent que de $4° \, 36'$. Ainsi la teinte centrale doit être presque exactement moyenne entre le bleu et l'indigo. De plus, on trouve pour Δ, qui est égal à $\frac{Y}{\sin U}$, 0,510, et par conséquent pour $1 - \Delta$, 0,490; c'est-à-dire que ce bleu contient moitié de lumière blanche, ce qui doit le rendre beaucoup plus clair que le bleu du spectre solaire auquel il répond. Ces résultats s'accordent assez bien, comme on voit, avec l'observation, et indiquent en même temps une légère différence entre la table de Newton et les teintes calculées, au moyen de sa formule, d'après les intensités déduites du principe des interférences [a].

[1] Voyez le Traité de physique de M. Biot, t. III, p. 451.

---

[a] Le manuscrit de cette note se termine par le passage suivant:

Var. Cette table a-t-elle été calculée ou déterminée immédiatement par l'observation? La première opinion paraît la plus vraisemblable, en lisant attentivement les remarques qui précèdent cette table dans l'Optique de Newton, et qu'il termine en disant : «C'est sur ce fondement que j'ai dressé la table suivante.»

Il aura sans doute ensuite vérifié soigneusement les résultats de sa théorie par l'expérience, mais il est possible que de légères différences lui aient échappé.

Quoi qu'il en soit, en adoptant les longueurs d'accès que Newton a données pour les sept principales espèces de rayons, et la construction qu'il a imaginée pour trouver la teinte résultant d'un mélange de ces rayons dans des proportions quelconques, on est conduit à des résultats qui ne s'accordent pas toujours parfaitement avec sa table, quand on se sert du principe des interférences, qui a été vérifié par tant de phénomènes divers qu'on ne peut plus douter de son exactitude.

NOTE II.

EXPLICATION DE LA RÉFRACTION DANS LE SYSTÈME DES ONDES[a].

1. La théorie des vibrations lumineuses est encore si peu connue, que nous ne croirons pas déplaire aux lecteurs en leur présentant d'une manière succincte l'explication qu'elle donne des lois de la réfraction.

Les partisans les plus zélés du système de l'émission ne peuvent nier la supériorité de l'autre, quant aux résultats, c'est-à-dire aux formules qui en ont été déduites. C'est la théorie des ondulations qui a révélé au docteur Young des relations numériques si remarquables entre les phénomènes de l'optique les plus différents; c'est elle aussi qui a fait connaître les lois générales de la diffraction, que la simple observation n'aurait pu jamais découvrir, et les véritables principes de la coloration des lames cristallisées. On a reproché à cette théorie le vague de ses explications, qui conduisent cependant à des formules confirmées par les faits; et quoiqu'elle calcule la marche des rayons réfractés dans un grand nombre de cas où ils suivent des lois beaucoup plus compliquées que la loi de Descartes, on a prétendu qu'elle ne pouvait pas encore expliquer celle-ci d'une manière satisfaisante : c'est ce que nous allons tâcher de mettre le lecteur à portée de juger lui-même.

2. Nous rappellerons d'abord en peu de mots les définitions et les principes nécessaires à l'intelligence de la démonstration.

Lorsqu'un ébranlement est excité dans un point d'un fluide dont l'élasticité est uniforme, l'ébranlement se propage avec une égale promptitude en tout sens, et forme ainsi des ondes sphériques dont ce point est le centre. Nous appelons *surface de l'onde* la surface sur tous les points de laquelle l'ébranlement arrive au même instant, ou, en d'autres termes, la réunion de tous les points qui éprouvent simultanément un mouvement correspondant à la même époque de l'oscillation du moteur, telle que celle où sa vitesse est nulle ou atteint son *maximum*. Cette surface est sphérique dans le cas particulier que nous considérons; mais elle peut affecter une autre forme et devenir ellipsoïdale, par exemple, quand l'élasticité du milieu n'est

---

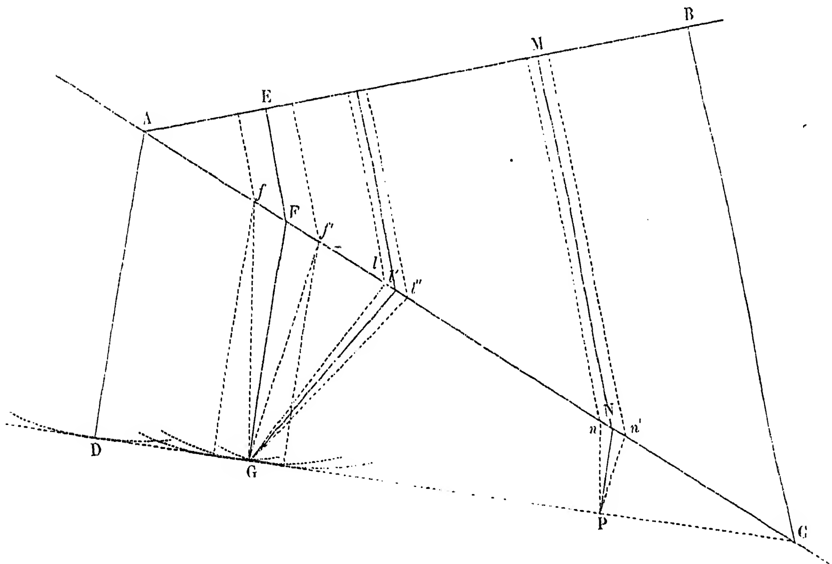
(a) Cette note est la reproduction textuelle, à quelques variantes près, d'un article inséré au Bulletin de la Société philomathique (octobre 1821), et au tome XXI des Annales de chimie et de physique, p. 225 (cahier de novembre 1822).

IV. pas la même dans toutes les directions. On appelle *rayon* la ligne droite menée du centre d'ébranlement à la surface de l'onde; c'est la ligne suivant laquelle se propage l'ébranlement : elle est perpendiculaire à la surface de l'onde, quand celle-ci est sphérique. Cette normale est la direction suivant laquelle s'opère la vision, soit à l'œil nu, soit avec une lunette.

La nature de l'ébranlement est une chose essentielle à considérer dans la question qui nous occupe : nous admettrons qu'il est oscillatoire, et que les oscillations de la molécule vibrante qui agite l'éther se répètent régulièrement un très-grand nombre de fois; il en résultera une suite non interrompue d'ondulations de même longueur. Nous appelons *ondulation entière* toute la partie du fluide ébranlée par une oscillation complète, c'est-à-dire une allée et un retour de la molécule vibrante : l'ondulation entière est composée de deux demi-ondulations qui répondent l'une à l'allée et l'autre au retour de la molécule vibrante; elles sont tout à fait pareilles et symétriques, quant à l'intensité des vitesses absolues des molécules du fluide et des forces accélératrices résultant de leurs déplacements relatifs, mais contraires quant au signe de ces vitesses et de ces forces accélératrices, qui sont positives dans l'une et négatives dans l'autre. C'est une conséquence nécessaire de la nature oscillatoire de l'ébranlement primitif. Il en résulte que, lorsque deux séries d'ondes semblables, ayant la même longueur d'ondulations, se propagent suivant la même direction, et que l'une est en retard sur l'autre d'une demi-ondulation, il y a opposition complète entre les mouvements qu'elles tendent à imprimer aux molécules éthérées, si d'ailleurs ces mouvements sont parallèles dans les deux systèmes d'ondes : car les vitesses et les forces accélératrices qu'ils apportent en chaque point de l'éther seront partout de signes contraires; et si elles sont égales, c'est-à-dire si les deux systèmes d'ondes ont la même intensité, elles se neutraliseront mutuellement dans toute l'étendue de ceux-ci, excepté les deux demi-ondulations extrêmes, qui échappent à l'interférence, mais qui sont une trop petite partie du mouvement total pour affecter l'œil d'une manière sensible. Ainsi, toutes les fois que deux systèmes d'ondes parallèles de même nature et de même intensité diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation, on peut dire qu'ils se détruisent complétement.

3. Cela posé, soit AC la surface de séparation de deux milieux, dans lesquels la marche de la lumière n'a pas le même degré de rapidité. Soit AB une onde incidente, inclinée d'un angle quelconque sur AC et supposée plane, comme la surface réfringente, pour simplifier les raisonnements; c'est supposer le point lumineux infiniment éloigné. Les diverses parties de la surface de cette onde ne rencontreront AC que les unes après les autres : si l'on veut comparer les instants d'arrivée des deux points E et B, par exemple, il faut mener perpendiculairement à l'onde les lignes EF et BC, qui seront les rayons correspondants à ces points,

les lignes suivant lesquelles se propage l'ébranlement et se mesure la vitesse de propagation; la différence entre BC et EF sera celle des chemins parcourus par les points E et B, quelles que soient d'ailleurs les petites inflexions que l'onde et les rayons peuvent éprouver dans le voisinage de AC, puisqu'elles seront les mêmes pour toutes les parties de l'onde qui atteindront successivement AC, à cause de la similitude parfaite des circonstances; si donc on divise BC — EF par la vitesse de propagation de la lumière dans le premier milieu, on aura le temps qui s'écoule entre les arrivées des points E et B à la surface réfringente AC.



D'après le principe de la coexistence des petits mouvements, nous pouvons considérer chaque point ébranlé de cette surface comme étant lui-même un centre d'ébranlement par rapport au second milieu, dans lequel il produirait, s'il agissait seul, une onde sphérique décrite de ce même point comme centre. Cette onde aurait-elle la même intensité dans toute l'étendue de sa surface, c'est-à-dire les oscillations des molécules éthérées y auraient-elles partout la même amplitude, la même vitesse absolue? Non sans doute, et cette vitesse pourrait même être nulle dans une partie de la surface de l'onde. Mais, 1° comme les vitesses absolues des molécules n'ont aucune influence sur la vitesse de propagation, elle sera la même en tout sens, et l'onde dérivée sera sphérique [1]; 2° les vitesses absolues des molé-

[1] On pourrait objecter que, si les ondes propagées par un milieu dont l'élasticité est la même en tout sens sont évidemment sphériques quand le centre d'ébranlement est dans l'intérieur de ce

IV. cules ne changeront brusquement, ni d'intensité, ni de direction d'un point de la surface de l'onde au point suivant, mais graduellement et d'une manière conforme à la loi de continuité. Ainsi, toutes les fois que l'on considérera deux points très-voisins de la surface de l'onde, ou plus généralement deux points dont les rayons font entre eux un très-petit angle, on pourra dire que les vitesses absolues des molécules y sont sensiblement égales et parallèles; 3° Quelles que soient les altérations qu'ait éprouvées l'ébranlement en passant du premier milieu dans le second, il n'a pas pu perdre son caractère de mouvement oscillatoire; et les ondes qui émanent de chaque point de la surface réfringente seront toujours composées chacune de deux demi-ondulations de signes contraires, dans lesquelles les intensités des vitesses absolues et des forces accélératrices seront les mêmes de part et d'autre; car les quantités positives et négatives étant égales dans l'ébranlement primitif, devront l'être encore dans les ondes dérivées. En effet, le déplacement très-petit d'une molécule, soit dans l'intérieur d'un milieu homogène, soit à la surface de contact de deux milieux élastiques différents, s'exécutant avec la même vitesse et suivant la même direction, mais en sens contraires, produit dans les deux cas, sur les molécules voisines, des forces accélératrices de signes contraires, mais dont l'intensité et la direction sont d'ailleurs les mêmes; c'est ce qui a toujours lieu, quelle que soit la loi des forces que les molécules exercent les unes sur les autres, quand le déplacement est très-petit. Ainsi les molécules voisines se mouvront dans les deux cas avec les mêmes vitesses et suivant les mêmes directions, mais en sens opposés. Ce que nous venons de dire de la première molécule déplacée peut s'appliquer à celles qu'elle a ébranlées, et ainsi de suite; d'où l'on voit que les mou-

milieu, il n'est pas également certain que les ondes qui prennent naissance à sa limite conservent encore la forme sphérique. Mais il est aisé d'éviter cette difficulté, en faisant partir les ondes d'un plan inférieur parallèle à la surface réfringente, au lieu de placer leurs centres sur cette surface même. Dans le cas que nous considérons, où, l'onde incidente étant plane, les rayons incidents sont parallèles, il est clair que les différences entre les instants d'arrivée des divers rayons à ce second plan seront les mêmes que les différences entre leurs instants d'arrivée à la surface réfringente, puisqu'ils devront tous employer le même intervalle de temps à parcourir l'espace compris entre ces deux plans, vu la similitude des circonstances. Ainsi rien ne sera changé aux conséquences qu'on déduit de ces différences; et, les centres des ondes élémentaires se trouvant alors situés dans l'intérieur du second milieu et aussi éloignés qu'on voudra de la surface réfringente, on ne pourra plus objecter que ces ondes ne sont pas sphériques, surtout dans la portion de leur surface qui concourra à la formation de l'onde réfractée [a].

[a] Cette note manque dans le Bulletin de la Société philomathique et dans les Annales de chimie et de physique.

vements des molécules et les forces accélératrices résultant de leurs déplacements relatifs seront exactement pareils dans les deux cas, quant à l'intensité et à la direction, et ne différeront que par le signe. Or, dans les deux moitiés de l'onde incidente tout est pareil de part et d'autre, au signe près, et les vitesses des molécules et leurs dérangements relatifs, ainsi que les forces accélératrices qui en résultent; donc les effets produits dans le second milieu, comparés à chaque instant, et molécule à molécule, seront les mêmes quant aux grandeurs de ces quantités, et opposés quant à leurs signes.

4. Quoique le principe dont nous venons de donner la raison fondamentale soit presque évident par lui-même, comme il a paru à un savant géomètre susceptible d'être contesté, nous allons essayer de le démontrer encore d'une autre manière.

D'après le principe général de la composition des petits mouvements, le mouvement total produit en un point, par un nombre quelconque d'ébranlements divers, à un instant déterminé, est la résultante statique de toutes les vitesses absolues que chaque ébranlement aurait envoyées en ce point au même instant, en agissant isolément. Cela posé, concevons dans le premier milieu deux systèmes d'ondes semblables à celui que nous avons considéré d'abord, dont les intensités soient égales, les surfaces parallèles, et qui diffèrent d'une demi-ondulation : il n'y aura plus de vibrations dans le premier milieu. Or l'effet produit dans le second doit être en chaque point la résultante statique des vibrations qu'y produiraient séparément les deux systèmes d'ondes incidents : c'est une conséquence du principe que nous venons d'énoncer; et, d'après le même principe, le mouvement apporté en un point du second milieu par chaque système est la résultante statique de tous les mouvements qu'y apporteraient au même instant les ondes élémentaires produites par les diverses parties ébranlées de la surface AC, si chacun de ces petits centres d'ébranlement agissait isolément. Mais les systèmes d'ondes élémentaires qui émaneraient des mêmes points de la surface auraient la même intensité, comme les deux systèmes incidents qui les ont produits; ils se superposeraient exactement, et différeraient seulement dans leurs vibrations d'une demi-ondulation; or il est évident que, s'ils ne se détruisaient pas mutuellement, si les vitesses positives l'emportaient, par exemple, sur les négatives, il y aurait mouvement dans le second milieu, tandis qu'il n'y en avait pas dans le premier; ce qui serait absurde. On peut donc dire que deux systèmes d'ondes élémentaires réfractées, de même intensité et dont les surfaces ou les rayons sont parallèles, se détruisent mutuellement quand ils diffèrent d'une demi-ondulation. C'est un principe dont nous allons bientôt nous servir.

5. Cherchons maintenant quelles seront les positions respectives de toutes les ondes élémentaires parties des différents points de AC, à un instant déterminé, par

IV. exemple quand l'ébranlement B arrive en C. Si du point A, comme centre, et d'un rayon AD égal à l'espace que la lumière parcourt dans le second milieu pendant le même intervalle de temps qu'elle met à parcourir BC dans le premier, on décrit un arc de cercle, cet arc représentera l'onde partie du point A au moment où le rayon parti de B arrive en C; et si par la droite projetée en C on mène à cette onde le plan tangent CD, il sera tangent aussi, au même instant, à toutes les autres ondes élémentaires envoyées par les différents points de AC. En effet, prenons pour unité de temps celui que la lumière a mis à parcourir BC et AD, ces deux lignes représenteront les vitesses de propagation de la lumière dans les deux milieux : un autre point quelconque E de l'onde incidente parcourra EF dans un intervalle de temps égal à $\frac{EF}{BC}$; et si du point F comme centre on décrit un arc de cercle tangent à CD, le rayon FG sera parcouru par la lumière dans un intervalle de temps égal à $\frac{FG}{AD}$: or, à l'aide des triangles semblables AEF et ABC d'une part, CFG et CAD de l'autre, on démontre aisément que ces deux quotients ajoutés ensemble donnent une somme égale à l'unité, c'est-à-dire au temps que la lumière a mis à aller de B en C ou de A en D; ainsi l'arc décrit du point F comme centre tangentiellement à CD représente bien la position de l'onde partie de F, à l'instant que nous considérons. Pareillement, pour avoir les positions simultanées des ondes parties de tous les autres points f, f', il faut décrire de chacun de ces points comme centre des arcs de cercle tangents à CD, qui sera ainsi le lieu géométrique des premiers ébranlements.

6. L'onde réfractée, ou plus exactement le système des ondes réfractées, doit être formée par la réunion de tous les systèmes d'ondes élémentaires partis de AC. Pour déterminer les mouvements qui s'opèrent en un point quelconque G, il faut chercher la résultante statique de tous les mouvements envoyés en G au même instant par les différents points f, F, f', etc. de la surface AC.

Ce problème serait très-difficile à résoudre si le point G était voisin de AC; il faudrait connaître suivant quelle loi l'intensité des rayons élémentaires varie autour de chaque centre d'ébranlement. Mais cela n'est plus nécessaire quand G est éloigné de la surface réfringente d'une quantité très-grande relativement à la longueur d'une ondulation, parce qu'il arrive alors que tous les rayons lG, l'G, l''G, dont l'obliquité sur FG est un peu prononcée, se détruisent mutuellement; en sorte qu'il n'y a que des rayons fG, f'G, presque parallèles à FG, qui exercent une influence sensible sur l'intensité et la position en G du système d'ondes résultant. Or ces rayons, étant sensiblement parallèles, sont inclinés de la même manière relativement à la surface réfringente, et, se trouvant ainsi dans des circonstances semblables, doivent apporter en G des oscillations parallèles et égales en intensité; la

composition des mouvements se réduit alors à des additions et des soustractions des vitesses absolues apportées par ces rayons.

Il est aisé de voir pourquoi les rayons un peu obliques à FG se détruisent mutuellement. La ligne brisée EFG est celle par laquelle l'ébranlement arrive le plus promptement en G; car, les ondes parties des divers points f, F, f', etc. venant toucher CD au même instant, il est clair que les rayons fG et f'G n'arriveront en G qu'après le rayon FG. Cela posé, divisons AC en petites portions telles que les rayons partis de deux points de division consécutifs diffèrent d'une demi-ondulation en arrivant en G : la géométrie démontre que ces petites parties sont très-inégales près du plus court chemin, c'est-à-dire près de F, mais qu'à mesure qu'on s'en éloigne elles approchent de plus en plus de l'égalité, et qu'elles ne diffèrent presque plus entre elles dès que des lignes menées des points de division en G sont un peu inclinées sur FG (en supposant toujours la longueur de FG très-grande relativement à celle d'une demi-ondulation). Il résulte de cette égalité d'étendue entre deux portions consécutives, qu'elles contiennent le même nombre de centres d'ébranlements égaux, et envoient l'une et l'autre la même quantité de lumière en G; car, en raison du peu de distance entre les points de division relativement à leur éloignement de G, les rayons envoyés sont sensiblement parallèles, et doivent apporter en conséquence des vibrations de même intensité et qui s'exécutent suivant la même direction; et, puisque les rayons correspondants de ces deux parties diffèrent d'ailleurs d'une demi-ondulation, tous les systèmes d'ondes qu'ils apportent se neutraliseront mutuellement. Ainsi les rayons envoyés par deux parties contiguës se détruisent dès qu'ils sont un peu inclinés sur FG; ou, plus exactement, les vitesses absolues excitées par une de ces parties sont détruites par la moitié des vitesses absolues de celle qui la précède et de celle qui la suit; car, si la différence d'intensité est un infiniment petit du 1er ordre entre les rayons de deux parties contiguës, elle n'est plus qu'un infiniment petit du second entre les rayons d'une partie intermédiaire et la demi-somme de ceux des parties qui la comprennent; en sorte que, négligeant dans le calcul une infinité de ces petites différences, nous ne commettons cependant point d'erreur sensible; la même observation s'applique aux petites différences de direction dans les oscillations envoyées par trois divisions consécutives[1]. Ainsi il n'y a de rayons qui concourent

[1] En expliquant le principe des interférences, nous avons remarqué que, lorsque deux systèmes d'ondes diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation, les deux demi-ondes extrêmes échappent à l'interférence. Comme il y a ici une infinité de systèmes d'ondes, on pourrait supposer, au premier abord, qu'une infinité de demi-ondes échappent à l'interférence; mais, en y réfléchissant un peu, on voit qu'elles se détruisent deux à deux, ou, ce qui revient au même, que chaque système élémentaire est détruit sur toute son étendue par celui qui est en avant et celui qui est en arrière d'une demi-ondulation.

IV. efficacement à la formation du système d'ondes résultant en G, que ceux qui sont sensiblement parallèles à FG.

7. Considérons un autre point quelconque P sur la ligne CD; soit MNP la ligne de plus court chemin de ce point à l'onde incidente AB : l'onde résultante en P ne sera pareillement formée que par les ondes élémentaires parties de points tels que n, n', assez rapprochés de N pour que les rayons nP et n'P soient presque parallèles à NP, et les rayons d'une obliquité prononcée se détruiront mutuellement. Or il est évident que les divisions correspondantes à des différences d'une demi-ondulation, et qui seront inégales dans le voisinage du point N, comme dans celui du point F, suivront d'ailleurs la même loi de décroissement; elles seront seulement plus petites dans le rapport de $\sqrt{NP}$ à $\sqrt{FG}$; si donc on les subdivise les unes et les autres en petits éléments respectivement proportionnels à $\sqrt{NP}$ et $\sqrt{FG}$, elles en contiendront le même nombre de part et d'autre, et il y aura les mêmes différences de chemins parcourus entre les rayons envoyés par les éléments correspondants; par conséquent, tous les systèmes d'ondes élémentaires apportés en P se trouveront dans les mêmes positions par rapport au point P que les systèmes d'ondes élémentaires envoyés en G par rapport à G : ainsi les deux systèmes d'ondes résultants en P et en G seront situés de la même manière relativement à ces points. En employant les formules d'interférence données dans le tome XI des Annales de physique et de chimie, pages 255, 256, 286, 287 [a], et intégrant successivement suivant les deux dimensions, c'est-à-dire, parallèlement et perpendiculairement au plan de la figure, qui est ici le plan d'incidence, on trouve que le système d'ondes résultant est en arrière d'un quart d'ondulation relativement au système d'ondes élémentaires qui a suivi le plus court chemin. Mais nous n'avons pas besoin ici de connaître ces intégrales pour déterminer la direction des surfaces des ondes du système résultant, car nous venons de voir qu'il doit se trouver situé de la même manière relativement à tous les points P, G, etc. de DC : donc les surfaces de ses ondes seront parallèles à DC.

Or, sin ACD : sin BAC : : AD : BC; c'est-à-dire que les sinus des angles que les ondes incidentes et réfractées font avec la surface réfringente sont dans le rapport constant des vitesses de propagation de la lumière dans les deux milieux; mais ces angles sont égaux à ceux que les normales aux ondes, c'est-à-dire les rayons, font avec la normale à la surface : donc les sinus des angles d'incidence et de réfraction des rayons sont entre eux dans le rapport constant des vitesses de propagation.

---

[a] Ce renvoi correspond aux paragraphes 37, 38 et 57 du présent Mémoire, N° XIV.

8. Pour compléter cette démonstration et faire voir que la théorie s'accorde avec les lois expérimentales de la réfraction, il nous resterait à prouver que la normale à l'onde, que nous avons appelée *rayon*, est effectivement la direction du rayon visuel; on y parvient aisément par des considérations analogues à celles que nous venons d'employer pour déterminer la direction de l'onde réfractée. Mais nous nous bornerons à ce résultat, ne pouvant donner plus d'étendue aux développements théoriques qui font l'objet de cette note : d'ailleurs, sans approfondir la théorie de la vision, il est presque évident, *a priori*, que l'onde émergente doit peindre au fond de l'œil le point lumineux dont elle émane, dans la même direction, relativement à son plan, que l'onde incidente le fait relativement au sien, et qu'ainsi tout se réduit à déterminer l'inclinaison mutuelle de ces plans.

9. Nous terminerons en observant que non-seulement tous les points de la surface de chaque onde du système résultant se trouvent situés à la même distance de DC, mais, en outre, que si l'onde incidente a une intensité uniforme dans toute son étendue, cette égalité d'intensité doit se maintenir dans l'onde réfractée. En effet, comparons encore les vibrations résultantes qui s'exécutent dans deux points quelconques P et G : nous avons remarqué que les parties de AC assez voisines des rayons de première arrivée NP et FG pour contribuer d'une manière sensible aux effets produits en P et en G, étant divisées en éléments proportionnels aux racines carrées des distances NP et FG, les ondes élémentaires envoyées par les centres d'ébranlement correspondants seraient situées de la même manière relativement aux points P et G : or l'intensité de la résultante ne dépend que des positions respectives des systèmes d'ondes qui la composent et de leur intensité; il suffit donc de prouver que les intensités des ondes élémentaires sont égales de part et d'autre. Les centres d'ébranlement en lesquels nous subdivisons AC près des points F et N ayant, parallèlement et perpendiculairement au plan de la figure, des largeurs proportionnelles aux racines carrées de FG et de NP, les vitesses absolues des molécules dans les ondes élémentaires qu'ils envoient suivront le rapport de FG à NP, à égales distances des centres d'ébranlement; mais l'analyse démontre que les vitesses absolues sont en raison inverse des distances : donc elles seront égales en P et en G.

10. Les raisonnements que nous venons de faire supposent que la surface réfringente est indéfiniment étendue, ou du moins que ses limites sont assez éloignées des points N et F pour que les rayons supprimés n'eussent pu influer d'une manière sensible sur l'intensité de la résultante aux points P et G. Dans le cas contraire, il est clair que l'égalité d'intensité pourrait être altérée, ainsi que la similitude des positions du système d'ondes résultant en P et en G; les formules d'interférences déjà citées donnent les moyens de déterminer les intensités de la

IV. lumière et la marche des faisceaux alternativement obscurs et brillants dans lesquels elle se divise alors; et les résultats du calcul s'accordent avec ceux de l'expérience. C'est en cela surtout que la théorie de la réfraction déduite du système des ondes est bien supérieure à celle de Newton, qui n'explique la marche de la lumière que dans le cas particulier d'une surface continue et indéfinie.

11. La théorie que nous venons d'exposer ne détermine la position des divers points de l'onde réfractée qu'à une distance de la surface réfringente très-grande relativement à la longueur d'ondulation; mais, si l'on se rappelle qu'un seul millimètre contient déjà près de deux mille fois la longueur moyenne des ondulations lumineuses, on sentira que les résultats numériques obtenus dans ce cas peuvent s'appliquer à toutes les expériences qui ont été faites pour mesurer la réfraction et vérifier la loi de Descartes [a].

---

[a] A la suite de l'article inséré au tome XXI des Annales on trouve les lignes suivantes :

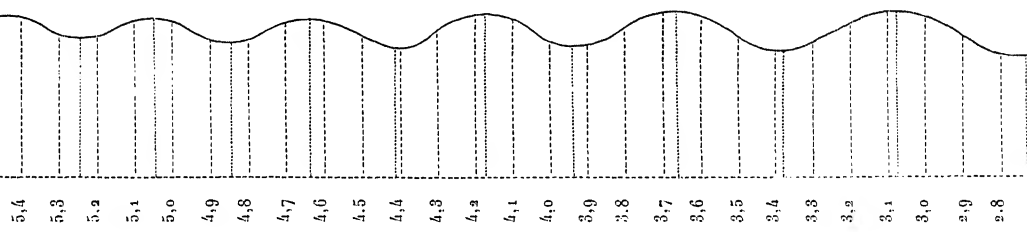
« Nota. Nous n'avons pu exposer ici que très-succinctement le principe des interférences et les autres principes de la théorie des ondes: on trouvera de plus amples développements à ce sujet dans le supplément à la traduction française de la cinquième édition de la Chimie de Thomson, par Riffault. Nous profitons de cette occasion pour indiquer quelques erreurs qui nous ont échappé dans la rédaction un peu précipitée de l'article sur la *lumière*. »

Suit une liste de corrections qu'on a utilisée pour la présente édition.

On a trouvé
La planche n'

COU

NOTA. Les ordonnées (ainsi ponctuées..........) sont celles des *maxima* et des *minima*.



NOTA. Pour la position ou les abscisses des *maxima* et des *minima*, et pour les intensités de lumière correspondantes, voyez le tableau rapporté au Mémoire, page 74. — (N° XIV, § 59.)

[NOTE DES ÉDITEURS.]

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

DEUXIÈME SECTION.

CONSTITUTION

ET

PROPRIÉTÉS DE LA LUMIÈRE POLARISÉE.

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

DEUXIÈME SECTION.

CONSTITUTION
ET
PROPRIÉTÉS DE LA LUMIÈRE POLARISÉE.

N° XV (A).

MÉMOIRE
SUR L'INFLUENCE DE LA POLARISATION
DANS L'ACTION
QUE LES RAYONS LUMINEUX EXERCENT LES UNS SUR LES AUTRES [a].

1. Avant d'avoir l'honneur de rendre compte à l'Académie du résultat de mes recherches sur la polarisation de la lumière, j'aurais désiré ajouter de nouvelles expériences à celles que j'ai déjà faites, et éclaircir les points obscurs de la théorie que je vais exposer. Mais

[a] Fresnel a laissé plusieurs rédactions de ce Mémoire.

Nous avions d'abord songé à en tirer un seul texte accompagné de variantes; mais l'étendue et la complication de ces variantes nous ont déterminé à reproduire intégralement deux textes différents.

Pour établir le premier, N° XV (A), nous avons comparé à un manuscrit (a) autographe, sans date, trouvé dans les papiers de l'auteur, bâtonné et raturé en divers endroits :

1° Une copie autographe (a_1), signée et datée du 30 août 1816. Cette copie a subi, comme

(A). d'autres occupations m'obligent à abandonner ce travail, et, ne sachant pas quand il me sera possible de le reprendre, j'ai cru devoir soumettre à l'Académie les conséquences que j'ai tirées de ces premières observations, qui, tout incomplètes qu'elles sont encore, ne me paraissent pas indignes de son attention.

2. Dans nos expériences sur la diffraction, nous avions cherché, M. Arago et moi, si la polarisation n'aurait pas quelque influence sur la formation des franges intérieures des ombres, et nous n'en avions encore remarqué aucune. Nous avions abandonné ces recherches de-

---

le manuscrit (a), des remaniements qui laissent plusieurs passages incomplets; elle s'est retrouvée dans les papiers de M. Biot. (Voy. ci-après, N° XXI (B), § 6, *Examen des remarques de M. Biot*, par M. Arago.)

2° Une copie (a_2), de même date que la pièce précédente, et trouvée comme elle dans les papiers de M. Biot, dont elle porte plusieurs annotations.

On a conservé les variantes de quelque importance, qui sont désignées par (a_1) ou (a_2), selon leur origine, et on a fait entrer dans le texte les variantes de pure forme, lorsqu'elles ont paru propres à l'améliorer.

Le second texte, N° XV (B), est conforme à un manuscrit autographe (b), qui renvoie pour plusieurs passages assez étendus au manuscrit (a), au moyen duquel il se complète. Quant à la copie authentique, datée du 6 octobre 1816 et remise le 7 à l'Académie des sciences, elle n'a pas été conservée dans son entier. (Voy. ci-après, N° XXI (B), § 2, *Examen des remarques de M. Biot*, par M. Arago.) On n'a retrouvé, dans les archives de l'Institut, que la seconde partie de cette copie, qui commence au paragraphe 23; mais comme elle est dans tout le reste conforme au manuscrit (b), elle lui communique sa propre authenticité.

Cette publication des Mémoires progressivement remaniés de Fresnel aura l'avantage de montrer quelle direction et quel développement d'idées l'avaient conduit à s'occuper de l'influence de la polarisation sur l'action mutuelle des rayons lumineux. On verra clairement dans les Mémoires XV (A) et XV (B), comme dans les Mémoires XVI et XVII, où il en était arrivé par ses propres efforts avant sa collaboration avec Arago; et le lecteur pourra, en toute connaissance de cause, faire à chacun des deux auteurs du Mémoire N° XVIII sa part dans les vues d'ensemble et dans le fond même des découvertes, comme ils ont eu soin de la faire eux-mêmes dans le détail des expériences et des procédés de démonstration.

On remarquera que, dans le rapport académique du 4 juin 1821 (Voy. N° XX), le travail de Fresnel n'a pas conservé le titre qui en définissait d'abord l'objet et en résumait la pensée première; il est devenu : *Mémoire relatif aux couleurs des lames cristallisées douées de la double réfraction.*

puis plusieurs mois, lorsque j'y ai été ramené par de nouvelles observations. N°

3. J'avais essayé vainement de produire des franges au moyen des deux images d'un point lumineux devant lequel j'avais placé un rhomboïde de spath calcaire, malgré l'attention que j'avais eue de faire traverser au faisceau extraordinaire une plaque de verre, dont l'épaisseur était déterminée de manière à compenser à peu près la différence entre les nombres des ondulations formées dans le cristal par les rayons ordinaires et extraordinaires, en sorte qu'en l'inclinant légèrement je pouvais établir une compensation exacte. Mais l'espace dans lequel j'espérais apercevoir des franges étant peu étendu, et occupé d'ailleurs en partie par les bandes que projetait le bord de la plaque de verre, j'avais eu recours à un autre moyen, qui ne présentait plus aucun de ces inconvénients : je recevais les rayons, qui avaient traversé le rhomboïde de chaux carbonatée, sur une petite glace non étamée, dont l'épaisseur avait été calculée de manière que la différence entre les nombres des vibrations des rayons réfléchis par la première et la seconde surface fût un peu plus grande que celle qui résultait de la double réfraction, en sorte que, par un tâtonnement facile, on pouvait trouver une inclinaison telle que ces différences devinssent égales; et cependant ce second essai n'avait pas eu plus de succès que le premier.

4. Je commençai alors à soupçonner qu'il était possible que les deux systèmes d'ondes produites par la lumière dans les cristaux doués de la double réfraction n'eussent aucune influence l'un sur l'autre, ou du moins que leur action mutuelle ne pût pas avoir de résultat apparent. Une réflexion très-simple, que j'aurais dû faire d'abord, ne m'a plus laissé de doute sur cette exception surprenante.

5. La double réfraction étant peu prononcée dans le sulfate de chaux, il est facile de se procurer des lames de cette substance assez minces pour que la différence entre les chemins parcourus au même instant par les rayons ordinaires et extraordinaires n'excède pas deux ou trois ondulations; et, en regardant directement au travers la lumière blanche des nuées, ces lames devraient se colorer fortement de

(A). la teinte pour laquelle il y aurait accord parfait entre les deux systèmes d'ondes s'ils agissaient l'un sur l'autre; mais, au contraire, elles paraissent toujours blanches. Il s'ensuit que les accords ou les discordances des rayons ordinaires et extraordinaires ne peuvent produire aucun effet sensible. Or quelle espèce de modification ont-ils reçue dans le cristal? Ils ont été polarisés dans deux plans rectangulaires. Il faut donc en conclure que des rayons polarisés en sens contraires n'exercent pas l'un sur l'autre la même influence que les rayons non modifiés ou polarisés dans le même sens.

6. M. Arago, à qui j'ai communiqué aussitôt cette conséquence où m'avaient conduit mes réflexions et mes essais infructueux pour produire des franges au moyen de la double réfraction, a pensé qu'il était nécessaire de vérifier encore ce principe par une expérience directe, en s'assurant si, dans les circonstances ordinaires où se forment les franges, elles disparaîtraient par la polarisation en sens contraire des deux faisceaux lumineux qui concourent à leur production. Il me paraissait difficile d'obtenir deux faisceaux lumineux polarisés dans des plans rectangulaires, en remplissant d'ailleurs toutes les conditions nécessaires pour faire naître des franges; mais M. Arago a levé cette difficulté et imaginé un moyen commode pour polariser les deux faisceaux en sens contraire sans changer leur direction; il consiste à leur faire traverser obliquement à chacun une pile de lames très-minces, comme celles de mica, et disposées de manière que les plans d'incidence soient perpendiculaires entre eux. Nous avons construit ainsi deux piles, composées chacune de quinze feuilles de mica prises deux à deux dans la même lame, et disposées de façon à faire correspondre les parties voisines, afin que les épaisseurs traversées par les deux faisceaux lumineux fussent le moins différentes possible.

7. Au lieu d'employer un corps étroit pour produire des franges [a], nous nous sommes servis d'une feuille de cuivre, dans laquelle nous avons pratiqué deux fentes très-fines et peu distantes l'une de l'autre.

---

[a] VAR. Comme nous avions fait lors de nos premiers essais (a_1).

En les éclairant par un point lumineux on peut obtenir, comme je l'ai N°
déjà remarqué dans le dernier Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie [a], des franges plus nettes et beaucoup plus brillantes que celles qu'on voit dans l'ombre d'un corps étroit. Ce procédé a encore sur l'autre l'avantage important de permettre à l'observateur de les suivre beaucoup plus loin, lorsqu'elles sont déplacées par l'interposition d'un corps transparent.

Nous avons donc placé les deux piles devant les deux ouvertures de la feuille de cuivre, de manière qu'elles fussent traversées chacune par un des faisceaux lumineux concourant à la production des franges. Sous une inclinaison de 30° comptée de la surface, ces piles polarisaient presque complétement la lumière, et nous ne découvrions plus aucune trace de franges, lorsqu'elles étaient disposées de manière que les deux plans incidents fussent perpendiculaires entre eux, même en faisant varier lentement l'inclinaison d'une des piles, pour nous assurer si l'absence des bandes ne tenait point à une différence trop sensible dans l'épaisseur des piles [1], tandis qu'on apercevait d'abord les franges quand les deux faisceaux lumineux étaient polarisés dans le même sens. Elles étaient à la vérité très-irrégulières, très-multipliées et inclinées dans toutes sortes de directions, ce qui tenait sans doute aux légères inégalités des lames, et peut-être aussi à la disposition de leurs axes [b].

[1] On pourrait peut-être substituer avec avantage à ces piles les deux moitiés d'une plaque de tourmaline taillée parallèlement à l'axe de cristallisation.

---

[a] Voir N° X, § 41.

[b] Les manuscrits (a_1) et (a_2) portent en note :

Var. M. Arago a cherché à faire reparaître les franges en ramenant les deux faisceaux aux mêmes plans de polarisation, par l'interposition d'une lame de sulfate de chaux placée devant la loupe; mais il n'a jamais pu en découvrir aucune. Je ferai voir bientôt que, pour apercevoir les franges produites par deux faisceaux qui ont éprouvé une polarisation en sens contraires, il faut que le cristal dont on se sert donne deux images distinctes, et qu'en outre les deux faisceaux lumineux aient été polarisés primitivement suivant une même direction.

(A). 8. On pourrait obtenir des franges régulières en polarisant la lumière par réflexion, et s'assurer aussi qu'elles disparaissent lorsque les plans d'incidence sont perpendiculaires entre eux. Je ne ferai qu'indiquer ce procédé, que je n'ai pas encore essayé.

Toute la difficulté se réduit à empêcher la divergence des deux faisceaux réfléchis polarisés en sens contraire, et pour cela il suffit de trouver un moyen de les ramener dans une direction parallèle au rayon incident, et à peu près sur son prolongement; c'est ce qu'il est facile d'obtenir avec un appareil fort simple.

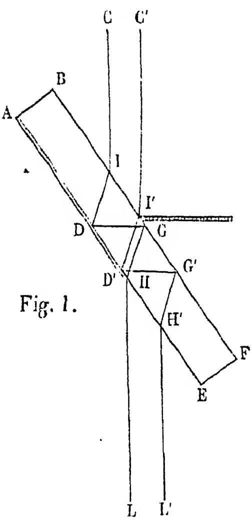


Fig. 1.

Soit ABEF une glace inclinée sur le rayon IC de 35° 25', de manière à polariser complétement la lumière qu'elle réfléchit. Je suppose que la seconde surface de la glace soit étamée jusqu'à une très-petite distance du point H, par lequel le rayon incident sort du verre, après avoir été réfléchi deux fois aux points D et G. La première réflexion s'opérant sur le tain l'affaiblira peu, et la seconde le polarisera complétement. Au moyen d'un écran placé au-devant du point G, on empêchera la lumière directe de se mêler à la lumière réfléchie. Cet écran étant suffisamment rapproché du point G, pour peu que la glace soit épaisse, il restera encore entre le point I et l'écran un espace assez grand pour laisser passer une lumière abondante, qui, après avoir été arrêtée d'abord par le tain et réfléchie une seconde fois par l'autre surface de la glace, ira fortifier le rayon HL. Le faisceau lumineux CC'II' produira ainsi, après une double réflexion, un faisceau émergent HH'LL', dont l'épaisseur dépendra de celle de la glace, et dont la direction différera fort peu de celle du faisceau incident.

9. En plaçant une autre plaque de verre également inclinée sur le rayon incident, mais dans un sens perpendiculaire au premier, on conçoit que, par une disposition semblable, on pourra obtenir un second

faisceau émergent très-voisin du premier et complétement polarisé en sens contraire. Si les deux glaces sont d'une épaisseur bien égale, du moins dans la partie traversée par les rayons lumineux (ce qu'il est toujours aisé d'obtenir en coupant en deux une plaque de verre à faces parallèles), on aura rempli toutes les conditions nécessaires à la production des franges, excepté la condition relative au sens de la polarisation; et en faisant varier légèrement et très-lentement l'inclinaison d'une des glaces par rapport au rayon incident, on pourra s'assurer par cette expérience que l'apparition des franges est impossible lorsque les deux faisceaux lumineux qui doivent concourir à leur production sont polarisés en sens contraire. N°

10. Avant de vérifier ce principe avec M. Arago, par l'expérience que j'ai rapportée plus haut, j'en avais déjà fait une autre d'une exécution plus facile, qui le prouve d'une manière moins directe, à la vérité, mais en présente une confirmation frappante [a].

Quand on place au-devant d'un corps étroit, ou mieux d'une feuille de cuivre préparée comme je l'ai déjà expliqué, une lame de sulfate de chaux [b], on n'aperçoit qu'un seul groupe de franges, qui occupe le milieu de l'ombre. Cependant chacun des faisceaux lumineux étant composé de deux systèmes de rayons, qui ne comptent pas le même nombre d'ondulations en sortant du cristal, si les rayons ordinaires d'un des faisceaux pouvaient agir d'une manière

---

[a] Var. Quelques instants avant de faire cette expérience avec M. Arago, j'en avais fait une autre d'une exécution plus facile, qui démontre encore, d'une manière moins directe, mais non pas moins frappante, l'impossibilité de produire des franges par le croisement de rayons lumineux polarisés en sens contraires [1].

[1] Cette expérience, antérieure à celle de M. Arago pour la conception, lui est postérieure quant à l'exécution. (a_1) et (a_2).

[b] Var. ou de cristal de roche assez mince pour que les rayons ordinaires et extraordinaires ne diffèrent pas d'un grand nombre d'ondulations à la sortie du cristal. (a_1) et $(a_2.)$

(A). sensible sur les rayons extraordinaires de l'autre, et réciproquement, il en résulterait deux systèmes de franges situées de chaque côté de celles qu'on voit au milieu de l'ombre, qui proviennent de la rencontre des rayons de même espèce des deux faisceaux lumineux. Mais puisqu'on n'aperçoit pas d'autres franges que celles-ci, même lorsque le cristal est assez mince pour que les deux autres systèmes en dussent être peu éloignés, on peut en conclure que les rayons qui ont éprouvé la réfraction ordinaire n'ont pas d'action sensible sur ceux qui ont été réfractés extraordinairement [a]; car il doit y avoir deux systèmes d'ondes lumineuses dans les lames minces des cristaux jouissant de la double réfraction, comme dans les plaques épaisses.

11. Pour démontrer le contraire et mettre en évidence ces deux systèmes d'ondulations lumineuses, j'ai détaché avec soin d'un cristal de chaux sulfatée très-limpide une lame ayant à peu près un millimètre d'épaisseur, et je l'ai coupée en deux parties, que j'ai fixées sur chacune des fentes de la feuille de cuivre, en disposant leurs axes dans des directions rectangulaires. Alors, en observant avec une loupe l'ombre de cet appareil, j'ai vu deux systèmes de franges séparés par un intervalle blanc assez considérable, comme la théorie l'annonçait d'avance [1]. Ils provenaient évidemment de l'action des

[1] Il arrive toujours qu'une partie plus ou moins considérable de la lumière solaire qui forme le point lumineux est polarisée par le miroir extérieur qui la renvoie sur la lentille; alors, quand un des axes des lames cristallisées se trouve à peu près dans ce plan de polarisation, un des groupes de franges devient sensiblement plus faible que l'autre. Il disparaîtrait même tout à fait si la lumière incidente était complétement polarisée; mais il suffirait, pour le faire reparaître et rétablir l'égalité d'intensité entre les deux systèmes, de changer de 45° l'azimut des axes, en faisant tourner la feuille de cuivre dans son plan.

[a] Var. Autrement il faudrait admettre qu'il ne se forme qu'un seul système d'ondes dans les cristaux jouissant de la double réfraction, tant qu'il ne sont pas assez épais du moins pour diviser la lumière en deux faisceaux. (a_1.)

rayons ordinaires de gauche sur les rayons extraordinaires de droite, et des rayons ordinaires de droite sur les rayons extraordinaires de gauche, qui se trouvaient alors polarisés dans le même sens. On voit encore par cette expérience que les rayons polarisés en sens contraire ne peuvent pas produire des franges, puisque celles du milieu avaient disparu.

12. L'intervalle compris entre les deux groupes de franges dépend de la différence entre le nombre des ondulations ordinaires et celui des ondulations extraordinaires dans la lame cristallisée, et l'expérience que je viens de décrire fournit par conséquent un moyen facile de la déterminer, en mesurant au micromètre la distance entre les milieux des deux bandes brillantes du 1er ordre de chaque système : en la divisant par le double de la largeur d'une des franges, on aura le nombre d'ondulations qui résulte de la différence de vitesse entre les rayons ordinaires et extraordinaires et de l'épaisseur de la lame cristallisée, qu'on peut mesurer très-exactement à l'aide du sphéromètre. Si l'on connaît de plus le pouvoir réfringent du cristal, on aura toutes les données nécessaires pour calculer le rapport entre ces deux vitesses. On pourra le déterminer ainsi avec une grande précision, même dans les cristaux où la double réfraction est à peine sensible, et peut-être la découvrir dans plusieurs de ceux où elle n'a pas encore été reconnue, en employant des plaques d'une épaisseur suffisante. En les taillant suivant des directions diverses, ce même procédé pourra servir, comme M. Arago me l'a fait remarquer, à vérifier dans tous les cristaux susceptibles de poli la loi d'Huyghens, dont on n'a encore pu démontrer l'exactitude que pour le carbonate de chaux.

13. Après avoir placé dans des directions rectangulaires les axes des deux lames qui recouvraient les fentes de la feuille de cuivre, je les ai disposées de manière que ces axes fissent entre eux un angle de 45° environ, et alors j'ai aperçu trois systèmes de franges, celles du milieu ayant reparu. Elles étaient même plus vives que les autres, comme étant la réunion des deux systèmes provenant du croisement des

(A). rayons homologues des deux faisceaux lumineux. On voit par cette expérience qu'il n'est pas nécessaire que les plans de polarisation soient parallèles pour que les deux faisceaux produisent des franges : elles ne disparaissent complétement que lorsqu'ils sont à peu près perpendiculaires entre eux.

14. J'ai cherché en vain à m'expliquer comment cette dernière disposition empêchait la formation des franges; je n'ai pas encore pu y parvenir. Il faudrait pour cela savoir en quoi consiste cette singulière modification de la lumière qui constitue sa polarisation. Peut-être une propriété aussi remarquable des rayons polarisés conduira-t-elle à cette importante découverte[a].

15. Je soupçonnais depuis longtemps que les couleurs développées par la polarisation dans les lames cristallisées tenaient aux différences de vitesse des rayons qui subissaient dans ces cristaux des réfractions différentes. L'extrême disproportion entre l'épaisseur de ces lames et celles qui produisent les mêmes couleurs dans le phénomène des anneaux colorés s'expliquait naturellement dans cette hypothèse, que je

---

[a] Les manuscrits (a_1) et (a_2) portent en note :

Var. Deux systèmes d'ondulations dans lesquelles le mouvement progressif des molécules du fluide serait modifié par un mouvement transversal de va-et-vient, qui lui serait perpendiculaire et égal en intensité, pourraient n'exercer aucune action l'un sur l'autre, lorsqu'à l'accord du mouvement progressif répondrait la discordance des mouvements transversaux, ou réciproquement, parce qu'alors les résultantes de ces deux forces dans chaque système auraient des directions rectangulaires. Il y a encore une autre hypothèse qui pourrait expliquer l'absence des franges dans les circonstances favorables d'ailleurs à leur production : ce serait celle de vibrations transversales qui présenteraient à la fois des nœuds condensés et dilatés sur la même surface sphérique, d'où résulteraient des points d'accord et de discordance si rapprochés que l'œil, ne pouvant les distinguer, en aurait la sensation d'une lumière continue. On voit souvent à la surface de l'eau des ondes ainsi ondulées dans le sens de leur longueur. Mais j'ai essayé inutilement jusqu'à présent de rendre raison des phénomènes avec ces hypothèses, dont la première m'a été indiquée par M. Ampère. Cela ne suffirait pas d'ailleurs, et il faudrait encore expliquer comment la lumière se trouve ainsi modifiée par la réflexion ou la double réfraction.

vérifiai par le calcul. Aussitôt que je me fus assuré qu'elle s'accordait avec les résultats de l'expérience, je m'empressai de communiquer à M. Arago cette remarque, que je croyais nouvelle; mais il m'apprit que le docteur Young [a] l'avait déjà faite et publiée dans un journal, où il avait rendu compte de l'ouvrage de M. Biot sur ce genre de phénomènes [b]. Je ne m'étais pas encore occupé du cas des incidences obliques, que le docteur Young a traité dans toute sa généralité. Je ne présenterai ici que le calcul que j'avais fait pour le cas particulier de l'incidence perpendiculaire. L'Académie verra peut-être avec intérêt l'accord frappant des observations de M. Biot avec une loi [c] qu'il ne paraît pas avoir soupçonnée, et à laquelle, en effet, cet habile physicien ne pouvait pas être conduit par la théorie qu'il a adoptée.

16. Les teintes de l'image extraordinaire, ainsi que M. Biot l'a conclu de ses expériences, correspondent à celles des anneaux réfléchis : or, dans les anneaux réfléchis, le blanc du premier ordre répond à une différence d'une demi-ondulation entre les chemins parcourus par les rayons jaunes réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air; ainsi le blanc du premier ordre, que la polarisation développe dans une lame cristallisée, répondra aussi à une différence d'une demi-ondulation jaune entre les chemins parcourus au même instant par les rayons ordinaire et extraordinaire.

Je représente par d' et d'' les longueurs d'ondulation de ces deux espèces de rayons, et par n le nombre des vibrations nécessaires pour produire entre eux une différence d'une demi-ondulation.

---

[a] *Review of Malus, Biot, Seebeck and Brewster on Light. Quarterly Review*, for April 1814 (vol. XI, p. 42); *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 260.

[b] Mémoire sur de nouveaux rapports entre la réflexion et la polarisation de la lumière, lu à l'Institut le 1er juin 1812. (*Mémoires de l'Institut*, t. XII, p. 135.)

[c] Var. déduite du principe des accords et des discordances des vibrations lumineuses, et à laquelle on ne pouvait être conduit que par la théorie des ondulations. (a_1) et (a_2.)

(A). On aura : $nd' = nd'' + \frac{1}{2}d''$; et par conséquent nd', ou l'épaisseur de la lame, sera représenté par $\frac{1}{2}\frac{d'd''}{d'-d''}$.

Cela posé, d'après les observations de Malus sur la double réfraction du cristal de roche, le carré de la vitesse du rayon ordinaire est 2,427913, celle de la lumière dans le vide étant prise pour unité; et le carré de la vitesse du rayon extraordinaire est égal à $2,427913 + 0,030261 \sin^2 U$, U représentant l'angle que ce rayon fait avec l'axe du cristal, et par conséquent 2,427913 + 0,030261 ou 2,458174, lorsque U est égal à 90°. Or c'est le cas dont je m'occupe, puisque je suppose le rayon incident perpendiculaire aux lames de cristal de roche ou de sulfate de chaux parallèles à l'axe de cristallisation.

En prenant pour unité la longueur des ondulations jaunes dans le vide, et observant que la longueur des ondulations est en raison inverse de la vitesse de la lumière calculée d'après le système de Newton, on trouvera pour les valeurs de d' et d'' :

$$d' = 0,64178, \ldots\ldots d'' = 0,63781;$$

Substituant ces valeurs dans la formule $\frac{1}{2}\frac{d'd''}{d'-d''}$ et multipliant le résultat par $0^m,0000005767$, la longueur absolue des ondulations des rayons jaunes dans l'air ou le vide, on trouve que l'épaisseur de la lame qui doit donner le blanc du premier ordre dans l'image extraordinaire est égale à $0^m,0000297$. M. Biot a conclu de ses mesures qu'elle devait être de $0^m,0000314$, et la différence n'est que de $0^m,0000014$. Il est possible d'ailleurs qu'elle provienne en partie de quelque erreur légère dans la détermination des éléments de la double réfraction du cristal de roche.

Ces éléments ont été nécessairement déterminés avec plus d'exactitude dans le carbonate de chaux, où la double réfraction est beaucoup plus sensible, et l'on arrive en effet à un résultat plus conforme à l'observation en les prenant pour base du calcul. D'après Malus, le carré de la vitesse du rayon ordinaire dans le carbonate de chaux est 2,736693, et celle du rayon extraordinaire perpendiculaire à l'axe

2,200183. On en conclut, pour les valeurs des ondulations ordinaires N°
et extraordinaires,

$$d' = 0{,}60449, \ldots\ldots d'' = 0{,}67417.$$

En substituant ces valeurs dans la formule $\frac{1}{2}\frac{d'd''}{d''-d'}$, et multipliant le résultat par $0^{\text{m}},0000005767$, on trouve $0^{\text{m}},000001686$ pour l'épaisseur de la lame de carbonate de chaux qui donne le blanc du premier ordre dans l'image extraordinaire. Or il résulte des observations de M. Biot que les lames de sulfate de chaux ou de cristal de roche sont plus épaisses que celles de carbonate de chaux, qui produisent les mêmes teintes, dans le rapport de 18,6 à 1. Par conséquent l'épaisseur d'une lame de cristal de roche ou de sulfate de chaux, qui donne le blanc du premier ordre, doit être égale à $0^{\text{m}},000001686 \times 18{,}6$, ou à $0^{\text{m}},00003136$, résultat qui ne diffère que de $0^{\text{m}},00000022$ de celui que M. Biot a déduit des mesures directes. On ne pouvait pas s'attendre à un accord plus frappant.

17. Dans le numéro du journal anglais où le docteur Young rend compte de l'ouvrage de M. Biot [a], il ne s'attache qu'à prouver l'accord numérique de ses observations et des formules déduites de la théorie des ondulations, et n'explique pas de quelle manière la polarisation développe des couleurs dans les lames cristallisées; il dit seulement qu'il est difficile de concevoir ce phénomène, et renvoie sur ce sujet à un autre numéro du même journal, que M. Arago n'avait pas encore pu se procurer [b]. Ignorant donc complétement les éclaircissements que

---

[a] *Quarterly Review*, for April 1814 (vol. XI, p. 42).

[b] *Quarterly Review*, N° XVII, p. 124.

Nous reproduisons le passage principal du Mémoire de Young cité dans la note précédente, laissant au lecteur à apprécier lui-même le progrès que, dès son premier travail, Fresnel a fait faire à la théorie de la polarisation chromatique.

« Cette investigation, aussi compliquée que pénible, dit Young, après avoir résumé le Mé-« moire de M. Biot, *sur de nouveaux rapports entre la réflexion et la polarisation de la lumière*, « paraît avoir été conduite avec beaucoup de patience et une recherche attentive de la plus « complète précision; et le présent Mémoire est bien loin d'épuiser la série complète des ex-« périences que M. Biot a promises au public. M. Brewster a remarqué qu'il a le mérite,

(A). le docteur Young a pu donner sur la théorie de ces phénomènes, je présenterai simplement le résultat de mes propres réflexions.

«qu'il ne partage avec personne, d'avoir généralisé les faits et découvert la loi de ces phé-«nomènes remarquables. Cette *loi* toutefois n'est autre chose qu'une expression des phéno-«mènes, considérés à part de tous les autres phénomènes optiques; ce n'est pas une expli-«cation qui les ramène à être les analogues d'une classe de phénomènes plus étendue; et «nous sommes persuadé que ces Messieurs auront autant de surprise que nous avons eu de «satisfaction à voir que ces phénomènes, comme tous les autres cas de couleurs récurrentes, «sont parfaitement réductibles aux lois générales de l'interférence de la lumière, qui ont été «établies dans ce pays, et dont nous avons rendu compte dans le sixième numéro de ce jour-«nal (*); et que toutes leurs complications apparentes, tout le caprice de leurs variétés ne sont «que des conséquences nécessaires de la plus simple application de ces lois. Ce sont en réalité de «simples variétés des couleurs des *plaques mixtes*, dont les apparences reproduisent les cou-«leurs des simples lames minces, si l'on suppose les épaisseurs de celles-ci augmentées dans «le rapport de la différence des densités réfractives au double de la densité réfractive totale; «les couleurs résultant de la *transmission directe* correspondant aux couleurs réfléchies des «lames minces, et à la réfraction extraordinaire des substances cristallisées; les couleurs ré-«sultant de la *lumière indirecte* correspondant, au contraire, aux couleurs transmises des «lames minces non cristallisées et à celles que produit la réfraction ordinaire des substances «polarisantes. Les mesures que M. Biot a prises diffèrent beaucoup moins des résultats d'un «calcul fondé sur ces seuls principes qu'elles ne diffèrent entre elles; et nous ne pouvons «nous empêcher de croire qu'une telle coïncidence suffit pour faire disparaître toute sorte «de doute (s'il y en avait encore) au sujet de la généralité de la loi sur laquelle repose ce «calcul, malgré la difficulté qu'on peut trouver à expliquer la production des diverses séries «de couleurs par les diverses réfractions. (Voy. *Quarterly Review*, N° XVII, p. 124.)»

Suit un calcul, inutile à reproduire, et d'ailleurs parfaitement exact, de la différence de marche du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire sous l'incidence normale et l'incidence oblique, accompagné d'applications numériques aux lames minces de cristal de roche.

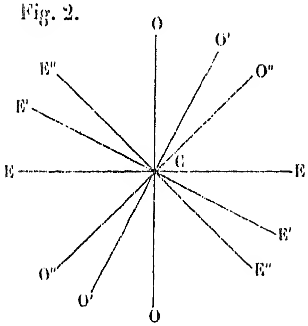
Les couleurs des *plaques mixtes*, auxquelles Young fait allusion, sont les couleurs qui s'observent par réflexion ou par réfraction, lorsque deux plaques de verre sont séparées par un intervalle rempli de deux liquides différents non miscibles divisés en gouttes nombreuses de tous les ordres de petitesses. L'inégalité des vitesses de la lumière dans les deux liquides, combinée avec l'inégalité d'épaisseur, donne naissance à des anneaux colorés. L'expression de *densité réfractive* désigne simplement l'indice de réfraction.

Quant au Mémoire de la *Quarterly Review*, auquel Young renvoie ses lecteurs, et que Fresnel paraît regretter de ne pas connaître, il ne contient qu'une revue critique de l'*Introduction à la littérature médicale* de Young, où se trouve mentionné en passant le mémoire ayant pour titre : *An account of some cases of production of Colours not hitherto described*,

(*) Voy. les *Miscellaneous Works* de Young, t. I, p. 25.

18. J'ai fait voir que si les deux systèmes d'ondes dans lesquels se divise la lumière en traversant les substances douées de la double réfraction, n'avaient aucune action l'un sur l'autre, ou du moins n'éprouvaient aucune augmentation ni diminution apparente d'intensité par leurs accords et leurs discordances, cela tenait uniquement à ce qu'ils étaient polarisés dans des azimuts rectangulaires, et qu'il suffisait de changer le sens de polarisation de l'un d'eux pour faire naître des effets sensibles de leur influence mutuelle. En partant de ce principe, on peut concevoir comment la polarisation développe des couleurs dans des lames cristallisées qui, à l'œil nu, n'en présentaient aucune sous l'incidence perpendiculaire [1]. N°

Fig. 2.



Soit OO le plan de polarisation du rayon incident, O'O' la section principale de la lame cristallisée qu'il traverse perpendiculairement, et O''O'' celle du rhomboïde ou du prisme de carbonate de chaux, au moyen duquel on obtient deux images de cette lame. Je représente par i l'angle OCO' et par α l'angle OCO''; O'CO'' sera égal à $\alpha - i$ [2]. Cela posé, le rayon incident en traversant la lame se divisera en deux autres, l'un ordinaire polarisé suivant O'O', et l'autre extraordinaire polarisé dans le sens E'E'

[1] En regardant ces lames sous des incidences obliques, elles paraissent à la vérité légèrement colorées; mais alors les deux surfaces de la lame font l'office des deux glaces non étamées dont M. Arago se servait dans ses belles expériences [a], et c'est encore ici la polarisation qui développe les couleurs.

[2] Je me sers ici des mêmes lettres que M. Biot, pour faciliter la comparaison de ses formules avec les miennes.

inséré aux *Transactions philosophiques* pour 1802. La citation n'est probablement qu'un moyen détourné de renvoyer à ce Mémoire, et peut-être Young l'a-t-il adopté pour ne pas violer l'incognito que les *Reviewers* anglais, qui ne signent jamais leurs articles, se plaisent quelquefois à conserver assez longtemps. [E. Verdet.]

[a] *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut pour 1811*, 1re partie, p. 93. (La pagination est irrégulière.) *Œuvres complètes*, t. X, p. 1.

(A). perpendiculaire à O′O′, et l'intensité de chacun de ces deux faisceaux lumineux dépendra de leurs azimuts par rapport au plan primitif de polarisation OO. En représentant ces intensités par les formules de Malus, on a :

$$F_o = F\cos^2 i, \ldots\ldots F_e = F\sin^2 i.$$

F est le faisceau incident, et F_o et F_e sont les faisceaux ordinaire et extraordinaire. Comme ils sont polarisés en sens contraires, leur influence mutuelle ne produit pas d'effet sensible; mais, en leur faisant traverser un second cristal, on les divise chacun en deux autres ordinaire et extraordinaire, d'ou résultent quatre faisceaux distincts, dont deux ordinaires, polarisés dans le même sens, peuvent agir l'un sur l'autre d'une manière apparente, ainsi que les deux faisceaux extraordinaires. Les formules suivantes représentent l'intensité de ces faisceaux qui composent les deux images :

$$\text{Image ordinaire.....}\begin{cases} F_{oo} = F\cos^2 i \cos^2(\alpha - i), \\ F_{eo} = F\sin^2 i \sin^2(\alpha - i). \end{cases}$$

$$\text{Image extraordinaire}\begin{cases} F_{oe} = F\cos^2 i \sin^2(\alpha - i), \\ F_{ee} = F\sin^2 i \cos^2(\alpha - i). \end{cases}$$

20. Des deux faisceaux qui concourent à la production de l'image ordinaire, le premier F_{oo} a éprouvé dans la lame la réfraction ordinaire, et le second F_{eo} la réfraction extraordinaire; et comme ces deux sortes de réfractions impriment à la lumière des vitesses différentes, cette image sera colorée d'une teinte qui dépendra du nombre d'ondulations et de parties d'ondulation dont le rayon ordinaire aura devancé le rayon extraordinaire, ou aura été devancé par lui. Si cette différence, par exemple, est égale à la longueur d'une ondulation rouge, ce sera entre les vibrations de cette espèce que règnera l'accord le plus parfait, et le rouge dominera par conséquent dans l'image ordinaire. La couleur de l'image extraordinaire dépendra aussi de la différence entre les chemins parcourus au même instant par les deux faisceaux lumineux qui la

composent, dont l'un a éprouvé dans le premier cristal la réfraction ordinaire et l'autre la réfraction extraordinaire. Or nous venons de voir que les calculs déduits de ce principe s'accordent très-bien avec les observations de M. Biot.

21. Mais ici se présente une difficulté : cette différence étant la même dans les deux images, comment se fait-il qu'elles ne sont pas de la même couleur, mais au contraire de teintes complémentaires? C'est ce qu'on ne pourra expliquer complétement, je crois, que lorsqu'on aura découvert les causes de la double réfraction et de la polarisation. En attendant on peut remarquer qu'il faut nécessairement que le mouvement ondulatoire de la lumière, qui ne fait que se partager dans les corps transparents, regagne d'un côté ce qu'il a perdu de l'autre. Si une espèce de rayons se trouvent affaiblis dans une des images par la discordance de leurs vibrations, il faut, pour que la somme totale de leur mouvement ondulatoire reste constante, que l'intensité des mêmes rayons reçoive un accroissement égal dans la seconde image, qui sera par conséquent complémentaire de la première. Mais on ne peut concevoir cette augmentation d'énergie dans les rayons lumineux sans un accord entre leurs vibrations. Ainsi, à la discordance complète des ondulations d'une certaine couleur, dans l'image ordinaire, doit répondre un accord parfait des mêmes ondulations dans l'image extraordinaire, et la teinte de l'une résultant de l'intervalle entre les deux systèmes d'ondes calculé d'après l'épaisseur de la lame cristallisée, celle de l'autre sera déterminée par le même intervalle augmenté d'une demi-ondulation. On retrouve ici cette différence d'une demi-ondulation indépendante des chemins parcourus, qu'on a déjà remarquée dans [a] les phénomènes de la diffraction.

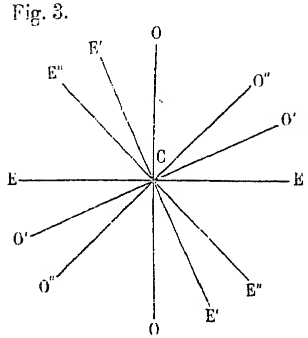
---

[a] Var. des circonstances semblables entre les deux images des franges produites par le croisement des faisceaux lumineux qui avaient éprouvé une polarisation en sens contraire. (a_1) et (a_2).

(A). 22. Il s'agit maintenant de savoir pour laquelle des deux images on doit ajouter une demi-ondulation à la différence entre les chemins parcourus, déduite de l'épaisseur de la lame.

Voici la règle qui résulte des observations de M. Biot : *Lorsque α est plus petit que* i, comme dans la figure 3, *l'image ordinaire répond aux anneaux transmis, et l'image extraordinaire aux anneaux réfléchis, pour lesquels il faut ajouter, comme on sait, une demi-ondulation au chemin parcouru dans la lame d'air; quand au contraire α est plus grand que* i, *c'est l'image ordinaire qui répond aux anneaux réfléchis et l'image extraordinaire aux anneaux transmis* [1].

Fig. 3.



23. Cette règle équivaut à celle-ci, comme on peut le reconnaître par la simple inspection des figures 2 et 3 : *L'image dont la teinte répond exactement à l'épaisseur de la lame cristallisée est celle dont les deux faisceaux constituants ont éprouvé chacun deux mouvements opposés dans leur plan de polarisation; tandis que dans les deux faisceaux qui produisent la teinte complémentaire, le plan de polarisation, au contraire, s'est toujours écarté dans le même sens de sa position primitive.*

24. Quand les rayons lumineux qui traversent la lame n'ont pas été préalablement polarisés, les deux images qu'on aperçoit au travers du rhomboïde de chaux carbonatée sont parfaitement blanches. On peut s'en rendre raison en considérant la lumière ordinaire comme composée de rayons polarisés dans toutes les directions [2]; alors à chacun de ces rayons en correspond toujours un autre polarisé en sens contraire, en sorte que le premier produisant dans l'image extraordi-

[1] Je suppose ici que, quand α ou i surpassent 90°, ce sont leurs suppléments que l'on considère. Lorsqu'ils sont de signes contraires, il est aisé de voir quelle modification l'on doit faire à cette règle, en remarquant qu'alors la section principale du rhomboïde joue le même rôle que le plan qui lui est perpendiculaire dans le cas des figures 2 et 3.

[2] Elle se comporte du moins comme si cela était, dans toutes les circonstances observées jusqu'à présent.

naire, par exemple, une couleur déterminée, le second en fait naître en même temps une autre qui en est complémentaire et la neutralise entièrement.

25. Je ne m'arrêterai pas au cas où l'on superpose plusieurs lames de même nature; le phénomène, quoique plus compliqué alors, est tout aussi facile à concevoir. Si leurs axes sont parallèles, elles produiront évidemment le même effet qu'une lame unique, dont l'épaisseur serait égale à la somme de toutes ces épaisseurs partielles [a]. Quand au contraire leurs axes se croisent, chacun des deux faisceaux lumineux de la première lame éprouve dans la seconde, en partie, ou en totalité si leurs axes sont rectangulaires, l'espèce de réfraction qu'il n'avait pas subie dans la première; en sorte que l'un, réfracté ordinairement dans la première, le sera extraordinairement dans la seconde, et que l'autre, réfracté extraordinairement dans celle-là, le sera ordinairement dans celle-ci. Par conséquent, si les deux lames sont d'égale épaisseur, les deux faisceaux arriveront en même temps à la dernière surface; et si leurs épaisseurs sont inégales, la différence entre les chemins parcourus sera la même que celle qui résulterait d'une lame unique ayant pour épaisseur la différence entre celles des deux plaques. Voilà comment, en croisant les axes, on parvient à développer des couleurs dans des plaques trop épaisses pour en produire isolément.

26. Il me reste à expliquer maintenant les variations d'intensité qu'on observe dans la coloration des images, lorsqu'on fait tourner la

---

[a] Le manuscrit (a_1) porte la note :

Ce principe, que l'expérience confirme et qui est une conséquence nécessaire de la théorie des ondulations, présente de grandes difficultés dans celle de M. Biot, et l'oblige à admettre encore dans les molécules lumineuses de nouvelles modifications qu'elles transportent avec elles. Si l'on récapitule toutes celles qui résultent du système de l'émission, on conviendra qu'il est bien difficile de concevoir à la fois, dans chaque molécule, un si grand nombre de propriétés et de modifications différentes.

(A). lame cristallisée dans son plan, ou qu'on change l'azimut de la section principale du rhomboïde. Pour cela, reprenons les formules qui représentent l'intensité des quatre faisceaux lumineux, dans lesquels se divise la lumière incidente par l'action des deux cristaux.

$$\text{Image ordinaire.....}\begin{cases} F_{oo} = F\cos^2 i\cos^2(\alpha - i), \\ F_{eo} = F\sin^2 i\sin^2(\alpha - i). \end{cases}$$

$$\text{Image extraordinaire}\begin{cases} F_{oe} = F\cos^2 i\sin^2(\alpha - i), \\ F_{ee} = F\sin^2 i\cos^2(\alpha - i). \end{cases}$$

La teinte qui colore chaque image résultant de l'influence mutuelle qu'exercent l'un sur l'autre les deux faisceaux qui concourent à sa production, cette coloration disparaîtra lorsqu'un des deux sera nul, ce qui arrivera toutes les fois qu'un des quatre facteurs $\sin i$, $\cos i$, $\sin(\alpha - i)$, $\cos(\alpha - i)$ sera égal à zéro; alors les deux images deviendront blanches à la fois, puisque les formules qui représentent l'intensité de leurs faisceaux constituants sont composées des mêmes facteurs. Or il y a huit manières de satisfaire aux quatre équations,

$$\sin i = 0, \qquad \cos i = 0, \qquad \sin(\alpha - i) = 0, \qquad \cos(\alpha - i) = 0,$$

savoir :

$$\begin{array}{llll} i = 0^\circ & i = 90^\circ & \alpha - i = 0^\circ & \alpha - i = 90^\circ \\ i = 180^\circ & i = 270^\circ & \alpha - i = 180^\circ & \alpha - i = 270^\circ \end{array}$$

Ainsi, en faisant tourner la lame dans son plan, on doit trouver en général huit positions dans lesquelles les deux images deviennent blanches. Lorsque la section principale du rhomboïde coïncide avec le plan primitif de polarisation, ou lui est perpendiculaire, ces huit manières de produire des images blanches se réduisent à quatre indiquées par les équations $i = 0$, $i = 90^\circ$, $i = 180^\circ$ et $i = 270^\circ$; et quand elles sont satisfaites, c'est-à-dire lorsque l'axe de la lame se trouve dans le plan de la polarisation primitive, ou lui est perpendiculaire, les deux images sont toujours blanches, quelle que soit la direction de la section principale du second cristal.

27. Reprenons le cas où elle coïncide avec le plan primitif de polarisation : alors $\alpha = 0$, et les formules deviennent :

$$\text{Image ordinaire}\ldots\ldots \begin{cases} F_{oo} = F\cos^4 i, \\ F_{eo} = F\sin^4 i. \end{cases}$$

$$\text{Image extraordinaire} \begin{cases} F_{oe} = F\cos^2 i \sin^2 i, \\ F_{ee} = F\cos^2 i \sin^2 i. \end{cases}$$

L'image ordinaire est blanche et l'image extraordinaire est nulle pour $i = 0$, $i = 90°$, $i = 180°$ et $i = 270°$. Mais, dans toute autre position de la lame, on aperçoit deux images colorées, et l'image ordinaire l'est d'autant plus que celui de ses deux faisceaux constituants qui s'était évanoui d'abord se fortifie davantage, et approche plus de l'intensité du second; ainsi, le *maximum* de coloration de cette image répond à $F\cos^4 i = F\sin^4 i$, ou $\sin i = \cos i$; équation d'où l'on tire $i = 45°$, $i = 135°$, $i = 225°$ et $i = 315°$. Ces mêmes valeurs de i répondent au *maximum* d'intensité de l'image extraordinaire; car $\sin^2 i \cos^2 i$ est le plus grand possible lorsque $\sin i = \cos i$. Ainsi les deux images ont acquis leur *maximum* de coloration lorsque l'axe de la lame fait un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation.

28. Dans le cas que nous considérons ici, l'image ordinaire, après avoir passé par le blanc, reprend la couleur qu'elle avait auparavant, dont l'intensité seule varie et la nature reste constante; car α étant égal à zéro, i est toujours plus grand que α tant qu'il n'est pas nul, et par conséquent, d'après la règle que j'ai donnée plus haut, l'image ordinaire répond toujours aux anneaux transmis et l'image extraordinaire aux anneaux réfléchis.

C'est l'inverse quand α est égal à 90°, c'est-à-dire lorsque la section principale du second cristal est perpendiculaire au plan primitif de polarisation. Dans cette nouvelle position du rhomboïde, l'image extraordinaire en effet joue le même rôle que l'image ordinaire dans le cas précédent. Ainsi l'image extraordinaire répond toujours alors

aux anneaux transmis, et l'image ordinaire aux anneaux réfléchis, quel que soit l'azimut de l'axe du premier cristal.

29. Supposons maintenant que $\alpha = 45°$; alors les formules deviennent :

$$\text{Image ordinaire.....}\left\{\begin{aligned} F_{oo} &= F\cos^2 i \cos^2(45° - i),\\ F_{eo} &= F\sin^2 i \sin^2(45° - i). \end{aligned}\right.$$

$$\text{Image extraordinaire}\left\{\begin{aligned} F_{oe} &= F\cos^2 i \sin^2(45° - i).\\ F_{ee} &= F\sin^2 i \cos^2(45° - i). \end{aligned}\right.$$

Si l'on fixe le rhomboïde de spath calcaire dans cette position, et qu'on fasse tourner la lame dans son plan, on trouvera pour son axe huit azimuts différents, dans lesquels les deux images deviendront blanches, savoir :

$$i = 0,\ i = 45°,\ i = 90°,\ i = 135°,\ i = 180°,\ i = 225°,\ i = 270° \text{ et } i = 315°;$$

car chacune de ces valeurs de i anéantit un des deux faisceaux constituants de chaque image. La coloration de ces images au contraire atteindra son *maximum* dans toutes les positions de la lame où son axe divisera ces angles en deux parties égales; car c'est alors que le plus faible des deux faisceaux, dans chaque image, le sera le moins possible, comme on peut s'en assurer par l'inspection des formules ci-dessus, qui expriment leurs intensités. Il est aisé de voir aussi, d'après la règle que j'ai donnée plus haut, qu'après chaque passage au blanc les deux images doivent avoir échangé leurs teintes.

30. Les huit positions de l'axe du premier cristal, qui font disparaître les couleurs, divisent la circonférence en parties égales dans le cas que nous considérons ici, parce que, α étant égal à $45°$, l'équation de condition $\alpha - i = 0$ est alors satisfaite par $i = 45°$. Mais il n'en est plus ainsi lorsque α est plus grand ou plus petit que $45°$, et les huit positions de l'axe, qui satisfont aux mêmes conditions, ne font plus entre elles des angles égaux; en sorte que telle apparition des images colorées dure plus longtemps que celle qui la suit; ce qui fait aussi que la coloration dans la première acquiert beaucoup plus de viva-

cité que dans la seconde, parce que le plus faible des faisceaux constituants dans celle-ci ne peut pas parvenir au même degré d'intensité. Ces différentes périodes de coloration sont d'autant plus inégales que α approche plus de zéro, ou de 90°; et enfin, quand il a atteint une de ces limites, quatre périodes sont nulles, et il ne reste plus que les quatre autres : c'est le premier cas que nous avons considéré.

31. Toutes les conséquences que je viens de tirer de ces formules sont confirmées par l'expérience; et il me semble que cet accord prouve suffisamment qu'elles représentent aussi fidèlement les faits dans la théorie des ondulations, que celles de M. Biot dans le système de Newton. A la vérité, les siennes ont sur celles que j'ai employées l'avantage d'indiquer dans chaque cas laquelle des deux images doit répondre aux anneaux transmis ou aux anneaux réfléchis. Mais l'explication déduite de la théorie des ondulations est bien plus conforme que celle de M. Biot aux principes généraux de la polarisation de la lumière dans les substances cristallisées.

Pour expliquer ces phénomènes, M. Biot suppose que les molécules lumineuses, en traversant une lame cristallisée, ne se polarisent pas suivant sa section principale et en sens contraire, comme dans les cristaux d'une épaisseur plus considérable, mais suivant deux plans, dont l'un est celui de la polarisation primitive, et l'autre fait un angle égal avec l'axe du cristal; en sorte que les pôles des molécules lumineuses oscillent de part et d'autre de cet axe, et ne s'y arrêtent qu'après un très-grand nombre d'oscillations. Car cet habile physicien, en croisant des plaques de cristal de roche de près de quatre centimètres d'épaisseur, y a développé des couleurs semblables à celles que donnent les lames minces, et en a conclu que les mêmes oscillations doivent avoir lieu dans toute l'étendue de ces cristaux. Or il semble que des oscillations, dont l'amplitude n'a éprouvé aucune altération pendant un trajet aussi considérable, devraient se prolonger indéfiniment, ou du moins assez loin pour se faire sentir encore dans des plaques beaucoup plus épaisses, et qui, taillées obliquement par rapport à l'axe, diviseraient la lumière en deux faisceaux distincts. Mais il y a plus, M. Biot a re-

(A). connu les mêmes oscillations dans des prismes de cristal de roche superposés, et qui cependant, pris à part, produisaient chacun la double réfraction sensible, et polarisaient la lumière parallèlement et perpendiculairement à l'axe; d'où il faudrait conclure que les faisceaux qui les traversaient ne recevaient la polarisation fixe qu'au moment de leur émergence, et dans des directions très-différentes de celles où ils étaient polarisés immédiatement auparavant; ce qui est bien difficile à admettre, car, d'après toutes les expériences faites jusqu'à présent, il ne paraît pas que les surfaces des cristaux aient sur la lumière une action polarisante différente de celle des autres corps transparents.

32. Quelque surprenantes que fussent les conséquences de sa théorie, M. Biot a dû les regarder comme résultant nécessairement des faits, puisqu'elles étaient déduites d'une hypothèse qui les représentait fidèlement, et pouvait seule en rendre raison dans le système de Newton [hors lequel il est persuadé qu'on chercherait en vain l'explication des phénomènes[a]]. C'est pour faire sentir les inconvénients de ce système, que j'ai cru devoir présenter, ou plutôt rappeler ici ces objections, que j'ai tirées de l'ouvrage même de M. Biot.

33. Toutes ces difficultés disparaissent dans la théorie des ondulations, qui n'oblige pas, comme celle-ci, à supposer que les cristaux d'une petite épaisseur polarisent la lumière autrement que ceux qui la divisent en deux faisceaux distincts. Elle indique la relation qui existe entre les anneaux colorés et ces beaux phénomènes, dont la découverte est due à M. Arago; elle fait voir que les couleurs développées par la polarisation dans les lames cristallisées dépendent uniquement de la différence entre les chemins parcourus au même instant par les deux systèmes d'ondes lumineuses qui sortent du cristal, de même que la teinte de la lame d'air, dans les anneaux colorés, résulte de la différence entre les chemins parcourus par les rayons réfléchis à sa

[a] Membre de phrase supprimé; (a_1) et (a_2).

première et à sa seconde surface. Ce n'est pas ici une simple analogie entre les deux phénomènes; les mêmes couleurs y sont produites par les mêmes différences entre les chemins parcourus, en sorte qu'il suffit de connaître les deux pouvoirs réfringents d'un cristal, et la longueur des ondulations lumineuses déduites des anneaux colorés, pour déterminer, d'après son épaisseur, l'espèce de teinte que la polarisation doit y montrer.

30. Si l'on fait attention aux nombreuses applications de ce principe des accords et des discordances des vibrations lumineuses; si l'on se rappelle qu'il a conduit à la découverte des lois de la diffraction, et des rapports jusqu'alors inconnus entre la largeur des franges et l'épaisseur des lames d'air qui produisent les anneaux colorés, on doit être frappé de sa fécondité, et convenir que, lors même que la théorie des ondulations n'aurait pas sur le système de Newton l'avantage d'expliquer plusieurs faits absolument inconcevables dans l'hypothèse de l'émission, elle mériterait déjà la préférence par les moyens qu'elle donne de rattacher entre eux tous les phénomènes de l'optique, en les embrassant dans des formules générales.

A Paris, le 30 août 1816.

A. FRESNEL.

Ingénieur des ponts et chaussées.

(B).

N° XV (B).

MÉMOIRE[a]

SUR

L'INFLUENCE DE LA POLARISATION

DANS L'ACTION QUE LES RAYONS LUMINEUX EXERCENT LES UNS SUR LES AUTRES[b].

(Deuxième rédaction B.)

PREMIÈRE PARTIE.

1. Dans nos expériences sur la diffraction nous avions cherché, M. Arago et moi, si la polarisation des rayons infléchis n'aurait pas quelque influence sur les franges intérieures des ombres; mais nous

---

(a) Cette rédaction, présentée à l'Institut le 7 octobre 1816, était accompagnée de la lettre suivante adressée à M. le président de l'Académie royale des sciences :

Paris, le 6 octobre 1816.

Monsieur,

J'ai l'honneur de vous adresser un Mémoire sur de nouveaux phénomènes d'optique; je vous prie d'avoir la bonté de le présenter à l'Académie que vous présidez.

Je suis avec respect,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

A. FRESNEL,

Ingénieur des ponts et chaussées.

(b) La théorie développée dans les Mémoires N° XV (A) et XV (B), et dans les Mémoires suivants N^{os} XVI et XIX, est fondée sur la loi de Malus, et implicitement sur les conditions d'interférences particulières aux rayons polarisés admises comme fait d'expérience. Elle reconnaît de plus, sans raison théorique et comme *postulatum,* la nécessité d'ajouter une demi-période à la différence de marche des rayons interférents qui forment l'une des deux images.

n'en avions alors remarqué aucune, parce que nos essais avaient été faits à la hâte, et que d'ailleurs le procédé que nous suivions pour produire des franges était peu favorable à ce genre d'observations. Nous avions cessé de nous occuper de ces recherches depuis plusieurs mois, lorsque j'y ai été ramené par de nouvelles expériences. N°

Il résulte du principe des accords et des discordances des vibrations lumineuses, que deux points radieux, dont la lumière émane d'une même source, suffisent en général à la production des franges. Mais pour qu'elles puissent être aperçues, il faut en outre que les rayons qui partent de ces deux points ne fassent qu'un très-petit angle dans l'œil du spectateur, et que la différence entre les chemins parcourus n'excède pas six ou sept ondulations; car, passé le septième ordre, les bandes obscures et brillantes de diverses couleurs se confondent telle-

---

L'hypothèse unique des vibrations transversales est venue plus tard embrasser à la fois dans ses conséquences la loi de Malus et les conditions d'interférence des rayons polarisés, supprimer tout *postulatum*, puis ensuite satisfaire à l'explication des phénomènes connexes de la double réfraction et de la polarisation.

Cette définition fondamentale des vibrations lumineuses n'est nettement posée par Fresnel que dans le Mémoire N° XXI.

Une note de la main de M. Biot, inscrite sur la couverture de la copie (a_2), résume ainsi, à son point de vue, les perfectionnements progressifs de la théorie : «Sur la dernière feuille «blanche qui suit le manuscrit *autographe* (a_1) on voit encore écrit au crayon, de la main de «Fresnel :

$$F_o = O\cos^2\alpha + E\cos^2(\alpha - 2i)$$
$$F_e = O\sin^2\alpha + E\sin^2(\alpha - 2i)$$

«Ce sont mes deux formules sur lesquelles il avait accommodé les siennes, en y cherchant «quelle était celle des deux images à laquelle il fallait ajouter *hypothétiquement* une demi-on-«dulation pour faire concorder ses nouvelles formules avec mes expériences.

«C'est ce qu'il dit lui-même, page 17 de son manuscrit, seulement il ne fait pas remar-«quer qu'il ne se présente ici aucun prétexte pour ajouter cette demi-ondulation, si ce n'est «la nécessité de faire concorder le résultat de ses nouvelles formules avec les observations que «j'avais faites et avec la règle expérimentale que j'avais trouvée.

«Il a depuis rapporté fort habilement cette addition d'une demi-ondulation aux signes «suivant lesquels les composantes des vibrations, considérées comme perpendiculaires au «rayon, doivent entrer dans les résultantes, etc.»

La seconde partie du Mémoire commençant au paragraphe 23 a seule été comprise dans le rapport académique du 4 juin 1821. (Voir le N° XX.)

(B). ment qu'elles n'offrent plus qu'une lumière blanche uniforme. C'est en remplissant ces conditions que je suis parvenu à produire des franges par le croisement des rayons réfléchis sur deux miroirs[a]. Cette expérience, dont j'ai donné les détails dans le dernier Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, m'a conduit, par analogie, à essayer si les deux images que l'on obtient en plaçant un rhomboïde de spath calcaire devant un point lumineux produiraient le même effet que celles qui sont réfléchies par deux miroirs. Le rhomboïde dont je me suis servi n'ayant pas une grande épaisseur, les deux images se trouvaient assez rapprochées pour que les franges eussent une largeur suffisante. Ainsi il ne restait plus à remplir que la condition d'égalité entre les chemins parcourus au même instant par les deux systèmes d'ondulations lumineuses. Pour cela j'ai fait traverser au faisceau extraordinaire une plaque de verre dont l'épaisseur avait été déterminée de manière à lui faire perdre à très-peu près, sous l'incidence perpendiculaire, toute l'avance qu'il avait prise dans le cristal sur le faisceau ordinaire; de sorte qu'en inclinant légèrement cette plaque on pouvait établir à cet égard une compensation exacte. Cependant je n'ai jamais aperçu de franges, quoique j'aie répété cette expérience un grand nombre de fois.

2. A la vérité l'espace dans lequel j'espérais les découvrir était peu étendu, et occupé d'ailleurs en partie par les bandes que projetait le bord de la plaque de verre. Mais en la plaçant de manière qu'elles fussent dirigées dans un autre sens que les franges qui devaient résulter de deux points lumineux, elles ne pouvaient plus se confondre tellement avec celles-ci qu'elles empêchassent entièrement de les distinguer. Néanmoins, pour éviter tout à fait cet inconvénient, j'ai enlevé la plaque de verre, et j'ai reçu les rayons, qui avaient traversé le cristal, sur une petite glace non étamée, dont l'épaisseur avait été calculée de manière que la différence entre les chemins parcourus par les rayons réfléchis à la première et à la seconde surface, sous l'incidence perpendiculaire,

(a) Voir N° IX et N° X, § 24 et suivants.

fût un peu plus grande que celle qui résultait de la double réfraction, de sorte que par un tâtonnement facile on pouvait trouver une inclinaison telle que ces différences fussent égales. Les rayons ordinaires réfléchis à la première surface et les rayons extraordinaires réfléchis à la seconde se trouvaient alors dans les circonstances propres à la formation des franges. Cependant je n'en ai jamais pu découvrir aucune, avec quelque lenteur que je fisse varier l'inclinaison de la glace.

3. J'ai essayé encore un autre procédé, qui conservait à la lumière incidente toute sa vivacité, et resserrait tellement les limites du tâtonnement, que j'étais sûr d'apercevoir les franges qui résulteraient de l'action réciproque des deux faisceaux lumineux, si toutefois ils pouvaient en produire. J'ai fait scier en deux le rhomboïde de spath calcaire dont je m'étais déjà servi, et ayant obtenu ainsi deux rhomboïdes d'une épaisseur égale, je les ai placés l'un devant l'autre, en croisant leurs axes, de manière que les deux sections principales fussent perpendiculaires entre elles. Dans cette situation des cristaux, je ne voyais au travers que deux images du point lumineux, et les deux faisceaux ayant subi successivement des réfractions différentes devaient sortir au même instant du second rhomboïde, puisque son épaisseur était égale à celle du premier. Je faisais d'ailleurs varier légèrement et très-lentement l'inclinaison du second relativement au rayon incident, pour compenser par là la différence d'épaisseur, s'il y en avait une, tandis que je cherchais les franges à l'aide de la loupe. Malgré toutes ces précautions je n'en ai jamais aperçu, et ce troisième essai n'a pas eu plus de succès que les précédents.

4. J'en ai conclu que les deux systèmes d'ondes dans lesquels se divise la lumière en traversant les cristaux n'avaient aucune action l'un sur l'autre, ou du moins que leur influence mutuelle ne pouvait pas produire de résultat apparent.

5. Une réflexion très-simple, d'ailleurs, confirmait cette exception surprenante.

La double réfraction étant peu prononcée dans le sulfate de chaux, il est facile de se procurer des lames de cette substance assez minces

(B). pour que la différence entre les chemins parcourus, au même instant, par les rayons ordinaires et extraordinaires n'excède pas deux ou trois ondulations; et en regardant directement au travers la lumière blanche des nuées, ces lames devraient se colorer fortement de la teinte pour laquelle il y aurait accord parfait entre les deux systèmes d'ondes, s'ils agissaient l'un sur l'autre; mais elles paraissent au contraire toujours blanches sous l'incidence perpendiculaire. Il s'ensuit que les accords ou les discordances des rayons ordinaires et extraordinaires ne peuvent produire aucun effet sensible. Or quelle espèce de modification ont-ils reçue dans le cristal? Ils ont été polarisés dans des plans rectangulaires. Il faut donc en conclure que des rayons polarisés en sens contraires n'exercent pas l'un sur l'autre la même influence que des rayons non modifiés, ou polarisés dans le même sens [1].

6. [a] M. Arago, à qui j'ai communiqué aussitôt cette conséquence, où m'avaient conduit mes réflexions et mes essais infructueux pour produire des franges au moyen de la double réfraction, a pensé qu'il était nécessaire de vérifier encore ce principe par une expérience directe, en s'assurant si, dans les circonstances ordinaires où se forment les franges, elles disparaîtraient par la polarisation en sens contraire des deux faisceaux lumineux qui concourent à leur production. Il me pa-

[1] A la vérité en ramenant dans un même azimut les plans de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires par la réflexion sur une glace non étamée, ou l'interposition d'un rhomboïde de chaux carbonatée, il n'y a production de couleurs que lorsque la lumière a été polarisée avant de traverser la lame cristallisée. Mais que s'ensuit-il? Que quand les rayons lumineux ont été une fois polarisés en sens contraires, il ne suffit pas qu'ils soient ramenés au même plan de polarisation pour agir l'un sur l'autre, ou du moins pour que cette action produise des effets sensibles, mais qu'il faut encore qu'ils aient été polarisés primitivement dans le même sens. Quelle qu'en soit la raison, le principe est général. J'ai reconnu la nécessité de cette polarisation préalable dans tous les phénomènes de ce genre dont je me suis occupé jusqu'à présent, et notamment pour produire des franges par l'action des deux faisceaux lumineux qu'on obtient au moyen d'un rhomboïde de chaux carbonatée, expérience dont je parlerai plus tard.

[a] Du paragraphe 6 au paragraphe 14 inclusivement, le texte de la première rédaction est reproduit sous les mêmes numéros.

raissait difficile d'obtenir deux faisceaux lumineux polarisés dans des plans rectangulaires, en remplissant d'ailleurs toutes les conditions nécessaires pour faire naître des franges; mais M. Arago a levé cette difficulté et imaginé un moyen commode pour polariser les deux faisceaux en sens contraire sans changer leur direction : il consiste à leur faire traverser obliquement à chacun une pile de lames très-minces, comme celles de mica, et disposées de manière que les plans d'incidence soient perpendiculaires entre eux. Nous avons construit ainsi deux piles, composées chacune de quinze feuilles de mica prises deux à deux dans la même lame et placées de façon à faire correspondre les parties voisines, afin que les épaisseurs traversées par les deux faisceaux lumineux fussent le moins différentes possible.

7. Au lieu d'employer un corps étroit pour produire des franges, comme nous avions fait lors de nos premiers essais, nous nous sommes servis d'une feuille de cuivre, dans laquelle nous avions pratiqué deux fentes très-fines et peu distantes l'une de l'autre. En les éclairant par un point lumineux on peut obtenir, ainsi que je l'ai déjà remarqué dans le dernier Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie[a], des franges beaucoup plus nettes et plus brillantes que celles qu'on voit dans l'ombre d'un corps étroit. Ce procédé a encore sur l'autre l'avantage important de permettre à l'observateur de les suivre beaucoup plus loin, lorsqu'elles sont déplacées par l'interposition d'un corps transparent.

Nous avons donc placé les deux piles devant les deux ouvertures de la feuille de cuivre, de manière qu'elles fussent traversées chacune par un des faisceaux lumineux concourant à la production des franges. Sous une inclinaison de 30° comptée de la surface, ces piles polarisaient presque complétement la lumière, et nous ne découvrions plus aucune trace de franges lorsqu'elles étaient disposées de manière que les deux plans incidents fussent perpendiculaires entre eux, même en faisant varier lentement l'inclinaison d'une des piles, pour nous assurer

[a] Voir N° X, § 41.

(B). si l'absence des bandes ne tenait point à une différence trop sensible dans l'épaisseur des piles [1]; tandis qu'on apercevait d'abord les franges quand les deux faisceaux lumineux étaient polarisés dans le même sens. Elles étaient à la vérité très-irrégulières, très-multipliées, et inclinées dans toutes sortes de directions; ce qui tenait sans doute aux légères inégalités des lames, et peut-être aussi à la disposition de leurs axes [a].

8. On pourrait obtenir des franges régulières en polarisant la lumière par réflexion, et s'assurer aussi qu'elles disparaissent lorsque les plans d'incidence sont perpendiculaires entre eux. Je ne ferai qu'indiquer ce procédé, que je n'ai pas encore essayé.

Toute la difficulté se réduit à empêcher la divergence des deux faisceaux réfléchis polarisés en sens contraire, et pour cela il suffit de trouver un moyen de les ramener dans une direction parallèle au rayon incident, et à peu près sur son prolongement; c'est ce qu'il est facile d'obtenir avec un appareil fort simple.

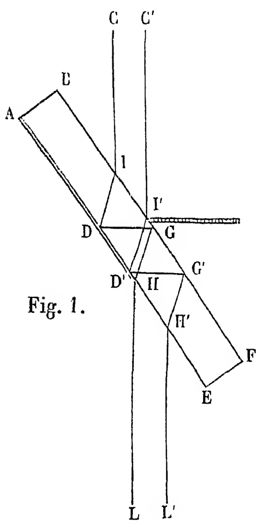


Fig. 1.

Soit ABEF une glace inclinée sur le rayon IC, de 35° 25', de manière à polariser complétement la lumière qu'elle réfléchit. Je suppose que la seconde surface de la glace soit étamée jusqu'à une très-petite distance du point H, par lequel le rayon incident sort du verre, après avoir été réfléchi deux fois aux points D et G. La première réflexion s'opérant sur le tain l'affaiblira peu, et la seconde le polarisera complétement. Au moyen d'un écran placé au devant du point G on empêchera la lumière directe de se mêler à la lumière réfléchie. Cet écran étant suffisamment rapproché du point G, pour peu que la glace soit épaisse,

[1] On pourrait peut-être substituer avec avantage à ces piles les deux moitiés d'une plaque de tourmaline taillée parallèlement à l'axe de cristallisation.

[a] Voir la note (*b*) de la première rédaction sur le même paragraphe.

il restera encore entre le point I et l'écran un espace assez grand pour laisser passer une lumière abondante, qui, après avoir été arrêtée d'abord par le tain, et réfléchie une seconde fois par l'autre surface de la glace, ira fortifier le rayon HL. Le faisceau lumineux CC'H' produira ainsi, après une double réflexion, un faisceau émergent HH'LL', dont l'épaisseur dépendra de celle de la glace, et dont la direction différera fort peu de celle du faisceau incident. N°

9. En plaçant une autre plaque de verre également inclinée sur le rayon incident, mais dans un sens perpendiculaire au premier, on conçoit que par une disposition semblable on pourra obtenir un second faisceau émergent très-voisin du premier, et complétement polarisé en sens contraire. Si les deux glaces sont d'une épaisseur bien égale, du moins dans la partie traversée par les rayons lumineux (ce qu'il est toujours aisé d'obtenir en coupant en deux une plaque de verre à faces parallèles), on aura rempli toutes les conditions nécessaires à la production des franges, excepté la condition relative au sens de la polarisation; et en faisant varier légèrement et très-lentement l'inclinaison d'une des glaces par rapport au rayon incident, on pourra s'assurer par cette expérience que l'apparition des franges est impossible lorsque les deux faisceaux lumineux qui doivent concourir à leur production sont polarisés en sens contraires.

10. Quelques instants avant de faire cette expérience, j'en avais déjà fait une autre d'une exécution plus facile, qui démontre encore, d'une manière moins directe, mais non pas moins frappante, l'impossibilité de produire des franges par le croisement des rayons lumineux polarisés en sens contraires.

Quand on place au devant d'un corps étroit, ou mieux d'une feuille de cuivre préparée comme je l'ai déjà expliqué, une lame de sulfate de chaux ou de cristal de roche, on n'aperçoit qu'un seul groupe de franges qui occupe le milieu de l'ombre. Cependant chacun des faisceaux lumineux étant composé de deux systèmes de rayons qui ne comptent pas le même nombre d'ondulations, si les rayons ordinaires d'un des faisceaux pouvaient agir d'une manière sensible sur les rayons

(B). extraordinaires de l'autre, et réciproquement, il en résulterait deux systèmes de franges situés de chaque côté de celles qu'on voit au milieu de l'ombre, qui proviennent de la rencontre des rayons de même espèce des deux faisceaux lumineux. Mais puisqu'on n'aperçoit pas d'autres franges que celles-ci, même lorsque la lame est assez mince pour que les deux autres systèmes en dussent être peu éloignés, on doit en conclure que les rayons qui ont éprouvé la réfraction ordinaire n'ont pas d'action sensible sur ceux qui ont été réfractés extraordinairement; autrement il faudrait admettre qu'il ne se forme qu'un seul système d'ondes dans des cristaux jouissant de la double réfraction, tant qu'ils ne sont pas assez épais du moins pour diviser la lumière en deux faisceaux.

11. Pour démontrer le contraire et mettre en évidence les deux systèmes d'ondulations lumineuses, j'ai détaché avec soin d'un cristal de chaux sulfatée très-limpide une lame ayant à peu près un millimètre d'épaisseur, et je l'ai coupée en deux parties que j'ai fixées sur chacune des fentes de la feuille de cuivre, en disposant leurs axes dans des directions rectangulaires. Alors, en observant avec une loupe l'ombre de cet appareil, j'ai vu deux systèmes de franges séparés par un intervalle blanc assez considérable, comme la théorie l'annonçait d'avance[1]. Ils provenaient évidemment de l'action des rayons ordinaires de gauche sur les rayons extraordinaires de droite, et des rayons ordinaires de droite sur les rayons extraordinaires de gauche, qui se trouvaient alors polarisés dans le même sens. On voit encore par cette expérience que les rayons polarisés en sens contraires ne peuvent pas produire des franges, puisque celles du milieu avaient disparu.

[1] Il arrive toujours qu'une partie plus ou moins considérable de la lumière solaire, qui forme le point lumineux, est polarisée par le miroir extérieur qui la renvoie sur la lentille : alors, quand un des axes des lames cristallisées se trouve à peu près dans ce plan de polarisation, un des groupes de franges devient sensiblement plus faible que l'autre. Il disparaîtrait même totalement, si la lumière incidente était complétement polarisée; mais il suffirait, pour le faire reparaître et rétablir l'égalité d'intensité entre les deux systèmes, de changer de 45° l'azimut des axes, en faisant tourner la feuille de cuivre dans son plan.

12. L'intervalle compris entre les deux groupes de franges dépend N°
de la différence entre le nombre des ondulations ordinaires et celui des ondulations extraordinaires dans la lame cristallisée, et l'expérience que je viens de décrire fournit par conséquent un moyen facile de la déterminer, en mesurant au micromètre la distance entre les milieux des deux bandes brillantes du premier ordre de chaque système. En la divisant par le double de la largeur d'une des franges, on aura le nombre d'ondulations qui résulte de la différence de vitesse entre les rayons ordinaires et extraordinaires, et de l'épaisseur de la lame cristallisée, qu'on peut mesurer très-exactement à l'aide du sphéromètre. Si l'on connaît de plus le pouvoir réfringent du cristal, on aura toutes les données nécessaires pour calculer le rapport entre ces deux vitesses. On pourra le déterminer ainsi avec précision, même dans les cristaux où la double réfraction est à peine sensible, et peut-être la découvrir dans plusieurs de ceux où elle n'a pas encore été reconnue, en employant des plaques d'une épaisseur suffisante. En les taillant suivant des directions diverses, ce même procédé pourra servir, comme M. Arago me l'a fait remarquer, à vérifier dans tous les cristaux susceptibles de poli la loi d'Huyghens, dont on n'a encore pu démontrer l'exactitude que pour le carbonate de chaux.

13. Après avoir placé dans des directions rectangulaires les axes des deux lames qui recouvraient les fentes de la feuille de cuivre, je les ai disposées ensuite de manière qu'ils fissent entre eux un angle de 45° environ, et alors j'ai aperçu trois systèmes de franges, celles du milieu ayant reparu. Elles avaient même plus d'intensité que les autres, étant la réunion des deux systèmes provenant du croisement des rayons homologues des deux faisceaux lumineux. On voit par cette expérience qu'il n'est pas nécessaire que les plans de polarisation soient parallèles pour que les deux faisceaux produisent des franges : elles ne disparaissent complétement que lorsqu'ils sont à peu près perpendiculaires entre eux.

14. J'ai cherché à m'expliquer comment cette dernière disposition empêchait la formation des franges; mais je n'ai pas encore pu y par-

(B). venir. Il faudrait pour cela savoir en quoi consiste cette singulière modification de la lumière qui constitue sa polarisation. Peut-être une propriété aussi remarquable des rayons polarisés conduira-t-elle à cette importante découverte.

15. J'ai supposé que les rayons lumineux en traversant les lames minces des cristaux doués de la double réfraction se trouvaient toujours polarisés parallèlement et perpendiculairement à l'axe, comme dans les cristaux d'une épaisseur plus considérable et taillés de manière à séparer la lumière en deux faisceaux distincts [1]. Cette hypothèse est déjà très-probable, par cela seul qu'elle est conforme à l'analogie. Elle ne présente pas d'ailleurs dans le système des ondulations les mêmes difficultés que dans celui de l'émission relativement aux couleurs produites par les lames cristallisées; elle peut même, à l'aide du principe des accords et des discordances des vibrations lumineuses, servir à expliquer cette coloration et toutes les variations d'intensité qu'elle éprouve lorsqu'on fait tourner la lame dans son plan. Néanmoins, comme les principes de la polarisation mobile, par lesquels M. Biot a expliqué ce phénomène, les représentent fidèlement, et que s'ils ne sont pas d'accord avec l'analogie ils paraissent l'être avec les faits, avant d'abandonner l'ingénieuse théorie de cet habile physicien, il était nécessaire de s'assurer par une expérience directe que les rayons ordinaires et extraordinaires étaient effectivement polarisés parallèlement et perpendiculairement à l'axe en sortant des lames cristallisées. L'expérience que j'ai rapportée plus haut, dans laquelle je produisais deux groupes de franges séparés, en plaçant sur les fentes de la feuille de cuivre des lames dont les axes étaient perpendiculaires entre eux, me fournissait un moyen facile de décider la question. En effet le système de gauche doit être produit par le concours des rayons qui ont subi la réfraction extraordinaire dans la lame de gauche, et des rayons

[1] M. Arago, en subdivisant des feuilles de mica, a reconnu que quand elles avaient passé un certain degré de ténuité elles ne produisaient plus qu'une polarisation partielle; mais je ne considère ici que des lames assez épaisses pour polariser complétement la lumière.

qui ont été réfractés ordinairement dans la lame de droite, puisque ceux-ci traversent le cristal plus promptement que ceux-là; par conséquent, d'après mon hypothèse, les bandes de gauche doivent se trouver polarisées perpendiculairement à l'axe de la lame de gauche, et parallèlement à celui de la lame de droite, tandis que l'autre système de franges, au contraire, doit être polarisé perpendiculairement à l'axe de droite et parallèlement à celui de gauche. C'est en effet ce que j'ai reconnu en les observant avec un rhomboïde de spath calcaire : l'image ordinaire d'un des systèmes et l'image extraordinaire de l'autre disparaissaient à la fois, lorsque la section principale du rhomboïde était parallèle à l'axe de la lame situé du côté du premier; tandis que les franges correspondantes à la partie des deux fentes de la feuille de cuivre qui n'était pas recouverte par les lames n'éprouvaient, pendant la révolution du rhomboïde, que de légères variations d'intensité, qui provenaient de ce qu'une portion de la lumière formant le point lumineux se trouvait polarisée par le miroir extérieur. En compensant cette polarisation partielle par une autre polarisation égale et en sens contraire, au moyen d'une ou plusieurs plaques de verre placées obliquement devant le point lumineux, je parvenais aisément à empêcher ces variations d'intensité dans les franges ordinaires; tandis que les franges produites par les rayons qui avaient traversé les lames cristallisées conservaient toujours le caractère d'une polarisation complète.

16. J'ai substitué à la feuille de cuivre deux glaces non étamées légèrement inclinées entre elles, de manière à produire des franges; et ayant placé les lames vis-à-vis des deux images du point lumineux, j'ai obtenu deux systèmes de franges beaucoup plus brillantes que les premières. Elles avaient un tel éclat qu'on ne pouvait plus attribuer à la faiblesse de la lumière la disparition totale d'une des images produites par le rhomboïde, et douter que ces bandes fussent complétement polarisées. Les deux glaces étaient inclinées de 35° sur les rayons incidents, et j'avais placé les deux lames cristallisées de façon que leurs axes, toujours perpendiculaires entre eux, fissent un angle de 45° en-

(B). viron avec le plan de la polarisation primitive, afin que les deux systèmes de franges fussent d'une égale intensité. J'ai trouvé qu'ils étaient toujours polarisés chacun perpendiculairement à l'axe de la lame située du même côté. Or il résulte des principes de la polarisation mobile que, dans ce cas, toute la lumière qui a traversé les lames devrait être polarisée suivant le plan primitif de polarisation, et un autre formant avec celui-ci un angle égal à deux fois 45°, ou à 90°; c'est-à-dire dans les azimuts où il fallait placer la section principale du rhomboïde pour que les deux images de chaque système parussent au contraire d'une égale intensité.

17. Les lames dont je m'étais servi dans cette expérience n'avaient guère qu'un millimètre d'épaisseur, et bien qu'elles fussent trop épaisses pour donner des couleurs, elles ne l'étaient pas assez pour produire la polarisation fixe, suivant la théorie de M. Biot. Néanmoins il n'était pas inutile de démontrer encore par une expérience directe que les lames assez minces pour que la polarisation puisse y développer des couleurs polarisent aussi la lumière parallèlement et perpendiculairement à l'axe, comme les cristaux les plus épais. Je me suis servi à cet effet d'une lame que la polarisation colorait fortement, mais qui avait cependant encore assez d'épaisseur pour qu'on pût distinguer aisément les deux systèmes de franges. Je l'ai divisée en deux parties, que j'ai placées chacune devant une des images du point lumineux que réfléchissaient les deux miroirs, en tournant leurs axes dans des directions rectangulaires et à 45° du plan primitif de polarisation. J'ai observé alors à l'aide de la loupe deux systèmes de franges qui empiétaient un peu l'un sur l'autre, et produisaient, dans l'espace où ils se superposaient, des bandes obscures et brillantes offrant deux couleurs différentes, qui dépendaient de la distance entre les centres des deux systèmes[1], ou, ce qui revient au même, de l'épaisseur de la lame. Pour

[1] Il est aisé de se rendre compte de cet effet du mélange de deux systèmes de franges, et même de le déterminer d'avance, lorsqu'on connaît la distance entre leurs centres. Il suffit de trouver pour quelle espèce de rayons elle doit contenir un nombre entier de fois la largeur d'une frange. C'est cette espèce de rayons qui dominera dans les

déterminer le plan de polarisation de chaque système, je tenais devant la loupe une pile de glaces que j'inclinais dans tous les sens, de manière à faire passer le plan d'incidence par tous les azimuts : or j'ai reconnu que pour faire disparaître complétement un des systèmes, il fallait que ce plan fût parallèle à l'axe de la lame située du même côté, et que par conséquent les franges étaient polarisées perpendiculairement à cet axe, comme dans l'expérience précédente. Quand, au contraire, le plan d'incidence coïncidait avec celui de polarisation primitive, ou lui était perpendiculaire, les deux sytèmes de franges devenaient d'une égale intensité [1]. N°

18. J'ai fait voir que des rayons polarisés en sens contraires ne pouvaient pas agir les uns sur les autres, de manière du moins à produire des résultats apparents, tandis que lorsqu'ils étaient polarisés dans le même sens, leur influence mutuelle était aussi sensible que celle des rayons non modifiés. Mais quand ils ont été une fois polarisés en sens contraires, il ne suffit pas de les polariser de nouveau dans une même direction, pour faire naître des franges; il est encore nécessaire qu'ils soient partis primitivement d'un même plan de polarisation.

Pour s'assurer de la vérité de ce principe, il faut avoir soin de compenser la polarisation partielle provenant de la réflexion des rayons solaires sur le miroir extérieur par une autre polarisation en sens con-

bandes brillantes et qui disparaîtra le plus complétement dans les bandes obscures; puisque les bandes obscures et brillantes qu'ils produisent dans les deux systèmes coïncideront parfaitement. Au contraire, l'espèce de rayons qui comptera $n+\frac{1}{2}$ intervalles entre les centres des deux systèmes, se trouvant répandue avec une égale intensité dans l'espace où ils se superposent, paraîtra davantage dans les bandes obscures.

[1] Dans un cas ils semblaient se séparer, tandis que dans l'autre ils paraissaient au contraire se rapprocher et se réunir. Ce phénomène m'a surpris d'abord; mais j'ai bientôt trouvé la cause de cette illusion, que le fil du micromètre détruisait en démontrant l'immobilité des franges. Elle tenait à ce que la pile colorait la lame cristallisée, tantôt de la teinte des bandes obscures et tantôt de celle des bandes brillantes qui réunissaient les deux systèmes. Dans le premier cas leur différence d'intensité s'affaiblissait tellement qu'on ne les distinguait presque plus, et alors les deux systèmes paraissaient se séparer; dans le second, au contraire, cette différence augmentait, en sorte que les franges du premier ordre semblaient s'être portées dans cet espace intermédiaire et s'être ainsi rapprochées les unes des autres.

(B). traire, qui lui soit équivalente; ce que l'on peut toujours obtenir en plaçant au devant du point lumineux une ou plusieurs plaques de verre, dont on augmente ou diminue l'inclinaison, jusqu'à ce que les deux images de ce point radieux, observées au travers d'un rhomboïde de spath calcaire, soient d'une intensité bien égale pour toutes les directions possibles de sa section principale. Alors si l'on expose à cette lumière une lame de sulfate de chaux recouverte d'une feuille opaque dans laquelle on a pratiqué deux fentes, en observant son ombre à l'aide de la loupe et d'un rhomboïde de spath calcaire, on n'apercevra jamais qu'un seul système de franges, celui du milieu, dans quelque direction que l'axe de la lame soit situé. Mais si l'on se sert de lumière polarisée, et qu'on incline cet axe à 45° environ, par rapport au plan primitif de polarisation, on découvrira, avec le secours du rhomboïde, deux autres systèmes de bandes, à droite et à gauche de celle du milieu, qui proviendront de la rencontre des faisceaux qui ont subi des réfractions différentes dans le premier cristal. Ils se trouvaient polarisés en sens contraires en sortant de la lame et ne pouvaient pas agir l'un sur l'autre; mais le second cristal, en ramenant une portion de chaque faisceau au même plan de polarisation, fait naître les circonstances propres à la formation des franges. Il est à remarquer que la séparation des images ordinaire et extraordinaire est nécessaire à leur apparition; car quand on place au devant de la loupe une lame de sulfate de chaux, ou de cristal de roche, au lieu du rhomboïde de spath d'Islande, on n'aperçoit plus que les franges du milieu. Il faut en conclure que les images ordinaire et extraordinaire de chacun des deux autres systèmes de franges sont complémentaires l'une de l'autre, c'est-à-dire que les bandes obscures de l'une répondent aux bandes brillantes de l'autre, de manière que leur superposition ne présente qu'une lumière blanche continue. On retrouve ici, comme dans les phénomènes de la diffraction, une différence d'une demi-ondulation, qui paraît être indépendante des chemins parcourus, mais dont on sentira la raison sans doute quand on connaîtra mieux de quelle manière s'opèrent la polarisation et la double réfraction.

19. On peut, en suivant le même procédé, faire reparaître les franges du milieu, lorsque les lames placées sur les deux fentes de la feuille de cuivre sont disposées de façon que leurs axes soient perpendiculaires entre eux. Avec le seul secours de la loupe on ne peut apercevoir que les deux autres systèmes; mais par l'interposition du rhomboïde de spath d'Islande on distingue aisément les franges du centre, quand la lumière a été préalablement polarisée avant son entrée dans le premier cristal. Comme elles sont la réunion de deux systèmes, on les voit mieux que les franges de droite et de gauche dans l'expérience précédente. Celles-ci sont toujours très-faibles lorsqu'on se sert de la feuille de cuivre, dont les fentes doivent être nécessairement très-étroites, pour infléchir fortement la lumière, et la répandre à une distance suffisante du centre. Mais quand on forme les deux points lumineux avec deux glaces non étamées, disposées de manière à produire des franges, et à polariser complétement la lumière, les bandes dont je viens de parler deviennent très-brillantes[1]. Elles ne disparaissent tout à fait que lorsque l'axe de la lame est à peu près parallèle ou perpendiculaire au plan primitif de polarisation, parce que alors un des faisceaux constituants devient nul dans chaque système. Elles atteignent au contraire leur plus haut degré d'intensité lorsque l'axe de la lame fait un angle de 45° avec le plan de la polarisation primitive. C'est dans les mêmes circonstances que les couleurs des lames minces des cristaux ont aussi le plus d'éclat et de vivacité. On doit apercevoir déjà la liaison intime qui existe entre ces phénomènes.

20. Après avoir reconnu, par les expériences que je viens de décrire, les conditions à remplir pour rendre sensible l'influence mutuelle des rayons polarisés, j'ai essayé de nouveau de produire des franges au

[1] Ce procédé a encore l'avantage de permettre de suivre les franges beaucoup plus loin qu'on ne peut le faire au moyen de la feuille de cuivre, et lui est par conséquent préférable, sous tous les rapports, pour mesurer la double réfraction. Avec l'appareil des miroirs je pouvais observer commodément les deux systèmes des bandes extrêmes dans des lames de trois à quatre millimètres d'épaisseur.

(B). moyen des deux images d'un point lumineux résultant de la double réfraction, et j'y suis aisément parvenu.

Comme il est nécessaire que les rayons qui doivent être polarisés en sens contraire par l'action du cristal aient subi préalablement une polarisation dans le même sens, j'ai reçu les rayons qui partaient du point lumineux sur un verre noir incliné de 35° environ; j'ai placé dans la direction des rayons réfléchis, et bout à bout, les deux moitiés d'un rhomboïde de spath calcaire, que j'avais fait scier, comme je l'ai déjà dit, pour avoir deux rhomboïdes d'une épaisseur bien égale. Ils étaient disposés de manière que leurs sections principales fussent perpendiculaires entre elles et inclinées de 45° par rapport au plan primitif de polarisation. Alors, à l'aide d'un autre rhomboïde de spath calcaire, ou d'une pile de glaces, que je faisais tourner devant ma loupe, j'ai découvert des franges très-brillantes, qui étaient perpendiculaires à la droite joignant les deux images du point lumineux. Je les ai mesurées au moyen du micromètre, et les résultats de l'observation se sont trouvés parfaitement d'accord avec ceux du calcul.

La largeur de cinq franges, mesurée entre les points les plus obscurs des deux bandes du 3e ordre, était de $0^{m},00175$, et le sinus de l'angle visuel formé par les rayons partant des deux images du point lumineux, de 0,00162; substituant cette valeur de $\frac{c}{b}$ dans la formule $\frac{sbd}{c}$, et à la place de d la longueur des ondulations jaunes, $0^{m},000000577$, on trouve $0^{m},00178$, qui ne diffère que de trois centièmes de millimètre du résultat de l'observation.

21. Il n'est pas nécessaire que les deux rhomboïdes de spath d'Islande soient précisément disposés comme je viens de le dire pour produire des franges; mais c'est alors qu'elles ont le plus d'éclat. On peut encore les voir dans une infinité d'autres positions des sections principales, pourvu cependant qu'elles ne soient pas parallèles entre elles, et que celle du premier rhomboïde ne soit ni parallèle, ni perpendiculaire au plan de polarisation primitive; car alors ils ne produiraient plus deux faisceaux lumineux ayant éprouvé successivement des réfractions différentes dans les deux cristaux, condition nécessaire à la for-

mation des franges, puisqu'elles naissent de l'influence mutuelle que ces deux faisceaux exercent l'un sur l'autre.

22. Cette expérience ressemble à celle où l'on développe des couleurs dans les plaques cristallisées en croisant leurs axes; et la même théorie peut s'appliquer à l'une et à l'autre. Mais dans celle-là les deux centres d'ondulations étant séparés par un intervalle très-sensible, les ondes se croisent et présentent alternativement des points d'accord et de discordance, d'où résultent les franges; tandis que dans l'autre ces deux centres se trouvant extrêmement rapprochés, les ondes sont parallèles et leurs accords ou leurs discordances sont les mêmes dans toute leur étendue; c'est pourquoi les plaques présentent une couleur uniforme, où domine l'espèce de rayons dont les vibrations s'accordent le plus parfaitement dans les deux systèmes d'ondes. On ne peut apercevoir les franges produites par les deux rhomboïdes que quand la lumière émane d'un seul point, et, pour voir commodément les couleurs des plaques croisées, il faut au contraire que le corps éclairant ait une certaine étendue. En un mot, il y a entre ces deux phénomènes les mêmes rapports et les mêmes différences qu'entre les phénomènes de la diffraction et celui des anneaux colorés.

DEUXIÈME PARTIE.

23. Le docteur Young a remarqué le premier que les couleurs développées par la polarisation dans les lames cristallisées répondaient exactement à la différence entre les chemins parcourus au même instant par les rayons ordinaires et extraordinaires au sortir du cristal [1]. Il a démontré, dans le numéro d'avril 1814 du *Quarterly Review*,

[1] Cette hypothèse explique si naturellement la grande différence d'épaisseur entre ces lames et celles qui donnent les mêmes couleurs dans les anneaux colorés, qu'elle me vint à l'esprit aussitôt que je cherchai à me rendre raison de ces phénomènes. Je l'avais même déjà communiquée à M. Arago, après l'avoir vérifiée pour le cas de l'incidence perpendiculaire, lorsqu'il me fit connaître ce que le docteur Young avait publié sur ce sujet. Comme cette remarque intéressante ne paraît avoir fixé l'attention que d'un petit nombre de physiciens, j'ai pensé qu'il ne serait pas inutile de présenter ici le

(B). que, pour les incidences obliques comme pour l'incidence perpendicu-

calcul que j'avais fait pour le cas particulier des rayons perpendiculaires à l'axe [a].

Les teintes de l'image extraordinaire, ainsi que M. Biot l'a conclu de ses expériences, correspondent à celles des anneaux réfléchis : or, dans les anneaux réfléchis, le blanc du premier ordre répond à une différence d'une demi-ondulation entre les chemins parcourus par les rayons jaunes réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air; ainsi le blanc du 1er ordre, que la polarisation développe dans une lame cristallisée, répondra aussi à une différence d'une demi-ondulation jaune entre les chemins parcourus au même instant par les rayons ordinaires et extraordinaires.

Je représente par d' et d'' les longueurs d'ondulation de ces deux espèces de rayons, et par n le nombre de vibrations nécessaire pour produire entre eux une différence d'une demi-ondulation.

On aura $nd' = nd'' + \frac{1}{2} d''$; d'où l'on tire $n = \frac{\frac{1}{2} d''}{d' - d''}$, et par conséquent nd', ou l'épaisseur de la lame, sera représentée par

$$\frac{1}{2} \frac{d'd''}{d' - d''}.$$

Cela posé, d'après les observations de Malus sur la double réfraction du cristal de roche, le carré de la vitesse du rayon ordinaire est 2,427913, celle de la lumière dans le vide étant prise pour unité, et le carré de la vitesse du rayon extraordinaire perpendiculaire à l'axe 2,458174. En prenant pour unité la longueur des ondulations jaunes dans le vide, et observant que la longueur des ondulations est en raison inverse de la vitesse de la lumière calculée d'après le système de Newton, on trouvera pour les valeurs de d' et d''

$$d' = 0{,}64178 \quad \text{et } d'' = 0{,}63781.$$

Substituant ces valeurs dans la formule $\frac{1}{2} \frac{d'd''}{d' - d''}$, et multipliant le résultat par $0^{m},0000005767$, longueur absolue des ondulations des rayons jaunes dans l'air ou le vide, on trouve que l'épaisseur de la lame, qui doit donner le blanc du premier ordre dans l'image extraordinaire, est égale à $0^{m},0000297$. M. Biot a conclu de ses observations qu'elle devait être de $0^{m},0000311$ *, et la différence n'est que de $0^{m},0000014$. Il est possible d'ailleurs qu'elle provienne en partie de quelque erreur légère dans la détermination des éléments de la double réfraction pour le cristal de roche.

Ces éléments ont été nécessairement déterminés avec plus d'exactitude dans le carbonate de chaux, où la double réfraction est beaucoup plus sensible, et l'on arrive en effet à un résultat plus conforme à l'observation en les prenant pour base du calcul. D'après Malus, le carré de la vitesse du rayon ordinaire, dans le carbonate de chaux, est 2,736693, et celle du rayon extraordinaire perpendiculaire à l'axe 2,200183. On en conclut pour les valeurs des ondulations ordinaires et extraordinaires :

$$d' = 0{,}60449, \quad d'' = 0{,}67417.$$

En substituant ces valeurs dans la formule $\frac{1}{2} \frac{d'd''}{d'' - d'}$, et multipliant le ré-

* Voyez page 363 du tome IV de son Traité de physique.

[a] Ce qui suit reproduit à peu près textuellement le paragraphe 16 de la première rédaction.

laire, ce principe s'accordait très-bien avec les observations de M. Biot. N°
Mais il n'a point indiqué, je crois, dans quelles circonstances les rayons ordinaires et extraordinaires pouvaient s'influencer mutuellement, et n'a pas expliqué comment l'intensité des couleurs variait avec l'azimut de l'axe de la lame, ou de la section principale du rhomboïde de spath calcaire servant à les observer. C'est sur cette partie de la théorie que je me propose maintenant de donner quelques éclaircissements au moyen des principes que je viens d'établir.

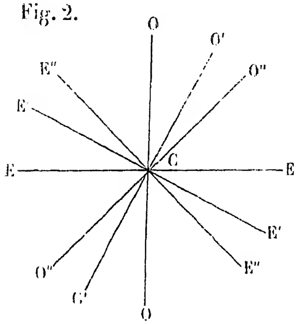
24. J'ai fait voir, par les expériences que j'ai décrites dans la première partie de ce Mémoire, que si les deux systèmes d'ondes dans lesquels se divise la lumière en traversant les substances douées de la double réfraction n'avaient aucune action l'un sur l'autre, ou du moins n'éprouvaient aucune augmentation ni diminution apparente d'intensité par leurs accords et leurs discordances, cela tenait uniquement à ce qu'ils étaient polarisés en sens contraires. J'ai démontré aussi que pour rendre sensible leur influence mutuelle il ne suffisait pas de les ramener ensuite à un même plan de polarisation, mais qu'il fallait encore qu'ils eussent été polarisés dans le même sens, avant d'entrer dans le premier cristal. En partant de ces principes, on peut concevoir comment la polarisation développe des couleurs dans des lames cristallisées qui n'en présentaient aucune à l'œil nu, du moins sous l'incidence perpendiculaire [1].

sultat par $0^{m},0000005767$, on trouve $0^{m},000001686$ pour l'épaisseur de la lame de carbonate de chaux qui donne le blanc du premier ordre dans l'image extraordinaire. Or il résulte des observations de M. Biot que les lames de sulfate de chaux ou de cristal de roche sont plus épaisses que celles de carbonate de chaux qui produisent les mêmes teintes, dans le rapport de 18,6 à 1. Par conséquent l'épaisseur d'une lame de cristal de roche ou de sulfate de chaux, qui donne le blanc du 1^er^ ordre, doit être égale à $0^{m},000001686 \times 18,6$, ou à $0^{m},00003136$, résultat qui ne diffère que de $0^{m},00000022$ de celui que M. Biot a déduit des mesures directes. On ne pouvait pas s'attendre à un accord plus frappant.

[1] En regardant ces lames sous des incidences obliques, elles paraissent à la vérité légèrement colorées; mais alors les deux surfaces de la lame exercent sur une partie de la lumière la même action que les deux glaces non étamées dont M. Arago se servait dans ses belles expériences, et c'est encore ici la polarisation qui développe les couleurs.

(B). 25. [a] Soit OO le plan de polarisation du rayon incident, O′O′ la section principale de la lame cristallisée qu'il traverse, et O″O″ celle du rhomboïde de spath d'Islande placé entre cette lame et l'œil de l'observateur. Je représente par i l'angle OCO′ et par α l'angle OCO″; O′CO″ sera égal à $\alpha - i$ [1]. Cela posé, le rayon incident en traversant la lame se divisera en deux autres, l'un ordinaire polarisé suivant O′O′, et l'autre extraordinaire polarisé dans le sens E′E′ perpendiculaire à O′O′, et l'intensité de chacun de ces deux faisceaux lumineux dépendra de leurs azimuts par rapport au plan primitif de polarisation OO. En représentant ces intensités par les formules de Malus, on a :

Fig. 2.



$$F_o = F\cos^2 i \ldots F_e = F\sin^2 i.$$

F est le faisceau incident, et F_o et F_e sont les faisceaux ordinaire et extraordinaire. Comme ils sont polarisés en sens contraires, leur influence mutuelle ne produit pas d'effet sensible; mais en leur faisant traverser un second cristal, on les divise chacun en deux autres ordinaire et extraordinaire, d'où résultent quatre faisceaux différents dont deux ordinaires polarisés dans le même sens peuvent agir l'un sur l'autre d'une manière apparente, ainsi que les deux faisceaux extraordinaires. Les formules suivantes représentent les intensités de ces faisceaux qui composent les deux images ;

$$\text{Image ordinaire......} \begin{cases} F_{oo} = F\cos^2 i \cos^2(\alpha - i) \\ F_{eo} = F\sin^2 i \sin^2(\alpha - i) \end{cases}$$

$$\text{Image extraordinaire.} \begin{cases} F_{oe} = F\cos^2 i \sin^2(\alpha - i) \\ F_{ee} = F\sin^2 i \cos^2(\alpha - i) \end{cases}$$

[1] Je me sers ici des mêmes lettres que M. Biot pour faciliter la comparaison de ses formules avec les miennes.

[a] Les paragraphes 25, 26 et 27 de cette nouvelle rédaction reproduisent les paragraphes 19, 20 et 21 de la première.

26. Des deux faisceaux qui concourent à la production de l'image ordinaire, le premier F_{oo} a éprouvé dans la lame la réfraction ordinaire, et le second F_{eo} la réfraction extraordinaire; et comme ces deux sortes de réfraction impriment à la lumière des vitesses différentes, cette image sera colorée d'une teinte qui dépendra du nombre d'ondulations et de parties d'ondulation dont le rayon ordinaire aura devancé le rayon extraordinaire, ou aura été devancé par lui. Si cette différence, par exemple, est égale à la longueur d'une ondulation rouge, ce sera entre les vibrations de cette espèce que régnera l'accord le plus parfait, et le rouge dominera par conséquent dans l'image ordinaire. La couleur de l'image extraordinaire dépendra aussi de la différence entre les chemins parcourus au même instant par les deux faisceaux qui la composent, dont l'un a éprouvé dans le premier cristal la réfraction ordinaire et l'autre la réfraction extraordinaire.

27. Mais ici se présente une difficulté : cette différence étant la même dans les deux images, comment se fait-il qu'elles ne sont pas de la même couleur, mais au contraire de teintes complémentaires? C'est ce qu'on ne pourra expliquer complétement, je crois, que lorsqu'on connaîtra les causes de la double réfraction et de la polarisation. En attendant, on peut remarquer qu'il faut nécessairement que le mouvement ondulatoire de la lumière, qui ne fait que se partager dans les corps transparents, regagne d'un côté ce qu'il a perdu de l'autre. Si une espèce de rayons se trouvent affaiblis dans une des images par la discordance de leurs vibrations, il faut, pour que la somme totale de leur mouvement ondulatoire reste constante, que l'intensité des mêmes rayons reçoive un accroissement égal dans la seconde image, qui sera par conséquent complémentaire de la première. Mais on ne peut concevoir cette augmentation d'énergie dans les rayons lumineux sans un accord entre leurs vibrations. Ainsi à la discordance complète des ondulations d'une certaine couleur dans l'image ordinaire, doit répondre un accord parfait des mêmes ondulations dans l'image extraordinaire, et la teinte de l'une résultant de l'intervalle entre les deux systèmes d'ondes calculé d'après l'épaisseur de la lame cristallisée, celle de

(B). l'autre sera déterminée par le même intervalle augmenté d'une demi-ondulation. On retrouve ici cette différence d'une demi-ondulation, indépendante des chemins parcourus, qu'on a déjà remarquée dans des circonstances semblables entre les deux images des franges produites par le croisement de faisceaux lumineux qui avaient éprouvé une polarisation en sens contraires.

28. Il s'agit maintenant de savoir pour laquelle des deux images on doit ajouter une demi-ondulation à la différence entre les chemins parcourus, calculée d'après l'épaisseur de la lame.

Voici la règle que j'ai déduite des observations de M. Biot : l'image dont la teinte répond exactement à l'épaisseur de la lame cristallisée est celle dans laquelle les plans de polarisation de ses deux faisceaux constituants, après s'être écartés l'un de l'autre, se réunissent par un mouvement contraire, tandis que dans l'image complémentaire ils continuent à s'écarter jusqu'à ce qu'ils se trouvent sur le prolongement l'un de l'autre. Dans le premier cas l'angle des deux plans devient nul; dans le second il augmente jusqu'à ce qu'il soit égal à 180°; ainsi une demi-circonférence décrite par les deux plans de polarisation ensemble produit une différence d'une demi-ondulation entre les deux faisceaux lumineux.

En généralisant cette règle on doit en conclure que lorsque la lumière qui traverse la lame cristallisée n'a point éprouvé de polarisation préalable, il n'y a pas de raison pour que les images soient plutôt colorées d'une des teintes que de l'autre, puisque le plan de la polarisation primitive n'a alors aucune direction déterminée, et dans ce cas en effet les deux images sont blanches, comme si elles résultaient du mélange des deux couleurs complémentaires. On voit encore ici la lumière ordinaire produire le même effet que des rayons d'intensité égale polarisés en sens contraires.

29. [a] Je ne m'arrêterai pas au cas où l'on superpose plusieurs lames de même nature : le phénomène, quoique plus compliqué alors, est tout

---

[a] Les paragraphes 29, 30 et 31 de cette deuxième rédaction reproduisent les paragraphes 25, 26 et 27 de la première.

aussi facile à concevoir. Si leurs axes sont parallèles, elles produiront évidemment le même effet qu'une lame unique dont l'épaisseur serait égale à la somme de toutes ces épaisseurs partielles[1]. Quand au contraire leurs axes se croisent, chacun des deux faisceaux lumineux de la première lame éprouve dans la seconde en partie, ou en totalité si leurs axes sont rectangulaires, l'espèce de réfraction qu'il n'avait pas subie dans la première; en sorte que l'un, réfracté ordinairement dans la première, le sera extraordinairement dans la seconde, et que l'autre, réfracté extraordinairement dans celle-là, le sera ordinairement dans celle-ci. Par conséquent si les lames sont d'égale épaisseur, les deux faisceaux arriveront en même temps à la dernière surface, et si leurs épaisseurs sont inégales, la différence entre les chemins parcourus sera la même que celle qui résulterait d'une lame unique ayant pour épaisseur la différence entre celles des deux autres. Voilà comment en croisant les axes on parvient à développer des couleurs dans des plaques trop épaisses pour en produire isolément.

30. Il me reste à expliquer maintenant les variations d'intensité qu'on observe dans la coloration des images, lorsqu'on fait tourner la lame cristallisée dans son plan, ou qu'on change l'azimut de la section principale du rhomboïde de spath calcaire. Pour cela reprenons les formules qui représentent l'intensité des quatre faisceaux lumineux dans lesquels se divise la lumière incidente par l'action des deux cristaux.

$$\text{Image ordinaire....}\begin{cases} F_{oo} = F\cos^2 i\cos^2(\alpha - i), \\ F_{eo} = F\sin^2 i\sin^2(\alpha - i). \end{cases}$$

$$\text{Image extraordinaire}\begin{cases} F_{oe} = F\cos^2 i\sin^2(\alpha - i), \\ F_{ee} = F\sin^2 i\cos^2(\alpha - i). \end{cases}$$

[1] Ce principe, que l'expérience confirme et qui est une conséquence nécessaire de la théorie des ondulations, présente de grandes difficultés dans celle de M. Biot, et l'oblige à admettre encore dans les molécules lumineuses de nouvelles modifications qu'elles transportent avec elles. Si l'on récapitule toutes celles qui résultent du système de l'émission, on conviendra qu'il est bien difficile de concevoir à la fois, dans chaque molécule, un si grand nombre de propriétés et de modifications différentes.

(B). La teinte qui colore chaque image résultant de l'influence mutuelle qu'exercent l'un sur l'autre les deux faisceaux qui concourent à sa production, cette coloration disparaîtra lorsqu'un des deux sera nul, ce qui arrivera toutes les fois qu'un des quatre facteurs $\sin i$, $\cos i$, $\sin(\alpha - i)$, $\cos(\alpha - i)$, sera égal à zéro; alors les deux images deviendront blanches à la fois, puisque les formules qui représentent l'intensité de leurs faisceaux constituants sont composées des mêmes facteurs. Or il y a huit manières de satisfaire aux quatre équations,

$$\sin i = 0, \cos i = 0, \sin(\alpha - i) = 0, \cos(\alpha - i) = 0,$$

savoir :

$$i = 0, \qquad i = 90^\circ, \qquad \alpha - i = 0, \qquad \alpha - i = 90^\circ,$$
$$i = 180^\circ, \qquad i = 270^\circ, \qquad \alpha - i = 180^\circ, \qquad \alpha - i = 270^\circ.$$

Ainsi, en faisant tourner la lame dans son plan, on doit trouver en général huit positions, dans lesquelles les deux images deviennent blanches. Lorsque la section principale du rhomboïde coïncide avec le plan primitif de polarisation, ou lui est perpendiculaire, ces huit manières de produire des images blanches se réduisent à quatre, indiquées par les équations

$$i = 0, \quad i = 90^\circ, \quad i = 180^\circ \text{ et } i = 270^\circ;$$

et quand elles sont satisfaites, c'est-à-dire lorsque l'axe de la lame se trouve dans le plan de la polarisation primitive ou lui est perpendiculaire, les deux images sont toujours blanches, quelle que soit la direction de la section principale du second cristal.

31. Reprenons le cas où elle coïncide avec le plan primitif de polarisation : alors $\alpha = 0$, et les formules deviennent :

$$\text{Image ordinaire.} \ldots \left\{ \begin{array}{l} F_{oo} = F \cos^4 i, \\ F_{eo} = F \sin^4 i. \end{array} \right.$$

$$\text{Image extraordinaire} \left\{ \begin{array}{l} F_{oe} = F \cos^2 i \sin^2 i, \\ F_{ee} = F \cos^2 i \sin^2 i. \end{array} \right.$$

L'image ordinaire est blanche et l'image extraordinaire est nulle pour $i=0$, $i=90°$, $i=180°$ et $i=270°$. Mais dans toute autre position de la lame on aperçoit deux images colorées, et l'image ordinaire l'est d'autant plus que celui de ses deux faisceaux constituants qui s'était évanoui d'abord se fortifie davantage, et approche plus de l'intensité du second : ainsi le *maximum* de coloration de cette image répond à $F\cos^4 i = F\sin^4 i$, ou $\sin i = \cos i$, équation d'où l'on tire

$$i=45°,\ i=135°,\ i=225° \text{ et } i=315°.$$

Ces mêmes valeurs de i répondent au *maximum* d'intensité de l'image extraordinaire; car $\sin^2 i \cos^2 i$ est le plus grand possible, lorsque $\sin i = \cos i$. Ainsi les deux images ont acquis leur *maximum* de coloration lorsque l'axe de la lame fait un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation.

32. Dans le cas que nous considérons ici, l'image ordinaire, après avoir passé par le blanc, reprend la couleur qu'elle avait auparavant, dont l'intensité seule varie et la nature reste constante. Car les plans de polarisation des deux faisceaux qui concourent à la formation de cette image, après avoir été placés dans des directions rectangulaires par l'action de la lame cristallisée, rétrogradent toujours pour se réunir, quel que soit l'azimut de son axe; tandis que dans l'image extraordinaire les deux plans de polarisation de ses faisceaux constituants continuent toujours à s'écarter, jusqu'à ce qu'ils se trouvent sur le prolongement l'un de l'autre. Ainsi, d'après la règle que j'ai donnée plus haut, l'image ordinaire répondra constamment aux anneaux transmis, et l'image extraordinaire aux anneaux réfléchis, pour lesquels il faut ajouter, comme on sait, une demi-ondulation au chemin parcouru dans la lame d'air.

C'est l'inverse quand la section principale du second cristal est perpendiculaire au plan primitif de polarisation. Dans cette nouvelle position du rhomboïde, l'image extraordinaire, en effet, joue le même rôle que l'image ordinaire dans le cas précédent : ainsi l'image extraordinaire répond toujours alors aux anneaux transmis, et l'image ordi-

(B). naire aux anneaux réfléchis, quel que soit l'azimut de l'axe du premier cristal.

33. [a] Supposons maintenant que $\alpha = 45°$; alors les formules deviennent :

$$\text{Image ordinaire}\ldots\ldots\left\{\begin{array}{l} F_{oo} = F\cos^2 i \cos^2(45^\circ - i), \\ F_{eo} = F\sin^2 i \sin^2(45^\circ - i). \end{array}\right.$$

$$\text{Image extraordinaire}\left\{\begin{array}{l} F_{oe} = F\cos^2 i \sin^2(45^\circ - i), \\ F_{ee} = F\sin^2 i \cos^2(45^\circ - i). \end{array}\right.$$

Si l'on fixe le rhomboïde de spath calcaire dans cette position, et qu'on fasse tourner la lame dans son plan, on trouvera pour son axe huit azimuts différents, dans lesquels les deux images deviendront blanches, savoir :

$i = 0, i = 45^\circ, i = 90^\circ, i = 135^\circ, i = 180^\circ, i = 225^\circ, i = 270^\circ$ et $i = 315^\circ$;

car chacune de ces valeurs de i anéantit un des deux faisceaux constituants de chaque image. La coloration de ces images au contraire atteindra son *maximum* dans toutes les positions de la lame où son axe divisera ces angles en deux parties égales; car c'est alors que le plus faible des deux faisceaux, dans chaque image, le sera le moins possible, comme on peut s'en assurer par l'inspection des formules ci-dessus. Il est aisé de voir aussi, d'après la règle que j'ai donnée plus haut, qu'après chaque passage au blanc les deux images doivent avoir échangé leurs teintes.

34. Les huit positions de l'axe du premier cristal qui font disparaître les couleurs divisent la circonférence en parties égales dans le cas que nous considérons ici, parce que α étant égal à $45°$, l'équation de condition $\alpha - i = 0$ est alors satisfaite par $i = 45°$. Mais il n'en est plus ainsi lorsque α est plus grand ou plus petit que $45°$, et les huit positions de l'axe qui satisfont aux mêmes conditions ne font plus entre elles des

[a] Depuis le paragraphe 33 jusqu'à la fin de cette nouvelle rédaction, et depuis le paragraphe 29 de la première jusqu'à la fin, les deux textes sont identiques.

angles égaux; en sorte que telle apparition des images colorées dure plus longtemps que celle qui la suit; ce qui fait aussi que la coloration dans la première acquiert beaucoup plus de vivacité que dans la seconde, parce que le plus faible des deux faisceaux constituants dans celle-ci ne peut pas parvenir au même degré d'intensité. Ces différentes périodes de coloration sont d'autant plus inégales que α approche plus de zéro ou de 90°; et enfin, quand il atteint une de ces limites, quatre périodes sont nulles, et il ne reste plus que les quatre autres : c'est le premier cas que nous avons considéré. N°

35. Toutes les conséquences que je viens de tirer de ces formules sont confirmées par l'expérience; et il me semble que cet accord prouve suffisamment qu'elles représentent aussi fidèlement les faits dans la théorie des ondulations que celles de M. Biot dans le système de Newton. A la vérité, les siennes ont sur celles que j'ai employées l'avantage d'indiquer dans chaque cas laquelle des deux images doit répondre aux anneaux transmis ou aux anneaux réfléchis. Mais l'explication déduite de la théorie des ondulations est bien plus conforme que celle de M. Biot aux principes généraux de la polarisation de la lumière dans les substances cristallisées.

Pour expliquer ces phénomènes, M. Biot suppose que les molécules lumineuses, en traversant une lame cristallisée, ne se polarisent pas suivant sa section principale et en sens contraire, comme dans les cristaux d'une épaisseur beaucoup plus considérable, mais suivant deux plans, dont l'un est celui de la polarisation primitive, et l'autre fait un angle égal avec l'axe du cristal; en sorte que les pôles des molécules lumineuses oscillent de part et d'autre de cet axe, et ne s'y arrêtent qu'après un très-grand nombre d'oscillations. Car cet habile physicien, en croisant des plaques de cristal de roche de près de quatre centimètres d'épaisseur, y a développé des couleurs semblables à celles que donnent les lames minces, et en a conclu que les mêmes oscillations devaient avoir lieu dans toute l'étendue de ces cristaux. Or il semble que des oscillations dont l'amplitude n'a éprouvé aucune altération pendant un trajet aussi considérable devraient se prolonger indéfiniment,

(B). ou du moins assez loin pour se faire sentir encore dans des plaques beaucoup plus épaisses, et qui, taillées obliquement par rapport à l'axe, diviseraient la lumière en deux faisceaux distincts. Mais il y a plus, M. Biot a reconnu les mêmes oscillations dans des prismes de cristal de roche superposés, et qui cependant, pris à part, produisaient chacun la double réfraction sensible, et polarisaient la lumière parallèlement et perpendiculairement à l'axe; d'où il faudrait conclure que les faisceaux qui les traversaient ne recevaient la polarisation fixe qu'au moment de leur émergence, et dans des directions très-différentes de celles où ils étaient polarisés immédiatement auparavant; ce qui est bien difficile à admettre, car, d'après toutes les expériences faites jusqu'à présent, il ne paraît pas que les surfaces des cristaux aient sur la lumière une action polarisante différente de celle des autres corps transparents.

36. Quelque surprenantes que fussent les conséquences de sa théorie, M. Biot a dû les regarder comme résultant nécessairement des faits, puisqu'elles étaient déduites d'une hypothèse qui les représentait fidèlement, et pouvait seule en rendre raison dans le système de Newton. C'est pour faire sentir les inconvénients de ce système que j'ai cru devoir présenter, ou plutôt rappeler ici ces objections, que j'ai tirées de l'ouvrage même de M. Biot.

37. Toutes ces difficultés disparaissent dans la théorie des ondulations, qui n'oblige pas, comme celle-ci, à supposer que les cristaux d'une petite épaisseur polarisent la lumière autrement que ceux qui la divisent en deux faisceaux distincts. Elle indique la relation qui existe entre les anneaux colorés et ces beaux phénomènes dont la découverte est due à M. Arago; et elle fait voir que les couleurs développées par la polarisation dans les lames cristallisées dépendent uniquement de la différence entre les chemins parcourus au même instant par les deux systèmes d'ondes lumineuses qui sortent du cristal, de même que la teinte de la lame d'air dans les anneaux colorés résulte de la différence entre les chemins parcourus par les rayons réfléchis à sa première et à sa seconde surface. Ce n'est pas ici une simple ana-

logie entre les deux phénomènes; *les mêmes couleurs y sont produites par les mêmes différences entre les chemins parcourus*, en sorte qu'il suffit de connaître les deux pouvoirs réfringents d'un cristal, et la longueur des ondulations lumineuses déduite des anneaux colorés, pour déterminer, d'après son épaisseur, l'espèce de teinte que la polarisation doit y montrer. N°

38. Si l'on fait attention aux nombreuses applications de ce principe des accords et des discordances des vibrations lumineuses, si l'on se rappelle qu'il a conduit à la découverte des lois de la diffraction et des rapports jusqu'alors inconnus entre la largeur des franges et l'épaisseur des lames d'air qui produisent les anneaux colorés, on doit être frappé de sa fécondité, et convenir que lors même que la théorie des ondulations n'aurait pas sur le système de Newton l'avantage d'expliquer plusieurs faits absolument inconcevables dans celui-ci, elle mériterait déjà la préférence par les moyens qu'elle donne de rattacher entre eux tous les phénomènes de l'optique, en les embrassant dans des formules générales.

Paris, le 6 octobre 1816.

A. FRESNEL.

INGÉNIEUR DES PONTS ET CHAUSSÉES.

N° XVI.

MÉMOIRE

SUR LES MODIFICATIONS QUE LA RÉFLEXION IMPRIME A LA LUMIÈRE POLARISÉE[a].

[PRÉSENTÉ À L'INSTITUT LE 10 NOVEMBRE 1817. — Commissaires : MM. AMPÈRE et ARAGO.]

1. Une expérience fort simple, et dans laquelle je ne m'attendais guère à trouver un résultat nouveau, m'a conduit à la découverte des phénomènes singuliers qui font l'objet du Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie. En recevant sur une glace non étamée un

[a] Ce Mémoire N° XVI est imprimé conformément au manuscrit autographe appartenant aux archives de l'Institut; on a reproduit quelques annotations marginales au crayon, de la main de Fresnel, et on a relevé quelques variantes offertes par une rédaction primitive.

On a cru devoir le placer à sa date, quoiqu'il n'ait pas été compris avec ceux qui le précèdent et le suivent dans le rapport académique du 4 juin 1821, qu'il ne leur tienne pas nécessairement et soit au contraire étroitement lié à des travaux de beaucoup postérieurs. En effet, son supplément N° XVII est également inséparable et du Mémoire lui-même, et du N° XV qu'il complète; on se contentera donc de remarquer qu'il faut chercher les développements naturels de ce travail dans les N°s XXVIII, XXIX et XXX. (Voir, au sujet du Mémoire N° XVII, les lettres à L[r] Fresnel des 22 octobre et 28 novembre 1817.)

Il suffit d'ailleurs de jeter un coup d'œil sur la table des matières du présent volume, pour s'apercevoir que la seconde des diverses séries entre lesquelles on a réparti les travaux successifs de Fresnel est beaucoup moins homogène que la première. Elle est aussi moins homogène que les séries suivantes. Ce qui précède explique pourquoi il n'a pas été possible d'adopter un autre classement; mais on peut encore justifier l'ordre suivi par une considération qui n'est pas sans importance.

Ce n'est pas fortuitement, c'est en vertu d'une nécessité logique que les recherches de

VI. faisceau lumineux divisé en deux par l'action d'un rhomboïde de spath calcaire, et observant avec un autre la double image de l'ouverture éclairante, j'ai remarqué que la rotation du second rhomboïde faisait toujours disparaître successivement chacune des quatre images, quel que fût l'angle d'incidence et l'azimut du plan de réflexion par rapport au plan de la polarisation primitive. Plusieurs liquides que j'ai substitués à la glace produisant le même résultat, j'en ai conclu que *la lumière polarisée complétement conservait encore cette propriété après sa réflexion sur les corps transparents.*

2. Il paraît que cette observation avait échappé aux savants qui se sont occupés de la polarisation; car M. Biot n'en fait point mention dans le chapitre de son Traité de physique où il parle de l'influence de la réflexion sur la lumière polarisée [1] [a].

[1] *Traité de physique expérimentale et mathématique,* liv. VI, chap. 1, t. IV, p. 254.

Fresnel sur la polarisation colorée ont été comme enchevêtrées avec les recherches sur la réfraction et la réflexion de la lumière polarisée. Dans l'un comme dans l'autre de ces deux groupes de phénomènes, pour arriver à l'établissement d'une théorie il fallait d'abord reconnaître que le véritable élément de l'optique est le rayon polarisé, que le rayon naturel qui s'offre de lui-même à nos expériences, ainsi que son nom même l'indique, est un système complexe, dont les propriétés doivent être déduites de celles des éléments qui le constituent. On a vu dans le Mémoire précédent un premier soupçon de cette proposition capitale, à l'occasion des couleurs développées par les lames cristallisées [N^{os} XV (A), § 15 et suivants, et XV (B), § 23 et suivants]. On va en trouver une confirmation dans le Mémoire actuel. On verra les phénomènes si complexes de la dépolarisation partielle ou complète due à la réflexion totale ramenés à des lois simples et nettes par la décomposition constante du faisceau lumineux en ses deux éléments polarisés dans le plan de réflexion et dans le plan perpendiculaire. L'explication définitive de deux groupes de phénomènes en apparence très-différents, ceux des lames cristallisées et ceux de la réflexion, sera ainsi ramenée à dépendre de la solution d'un seul problème : trouver en quoi consiste la modification des vibrations lumineuses qui caractérise la lumière polarisée. [E. Verdet.]

[a] Dans une première rédaction, on lit à la suite de cette phrase :

Var. et même la phrase qui termine la page 277 me semble contenir un principe contraire aux faits que l'expérience m'a présentés; voici ses propres expres-

[a] J'ai consulté aussi le Mémoire de Malus relatif au même objet[b], lu à l'Institut le 27 mai 1811. Mais la manière dont il expose les résultats de ses expériences me fait supposer qu'il regardait la lumière comme dépolarisée en partie par sa réflexion sur le verre, quand elle avait lieu dans un autre plan que celui de la polarisation primitive, et sous une inclinaison plus grande ou plus petite que celle de 35° 25′; car il dit qu'alors la lumière réfléchie contient : 1° une portion de lu-

---

sions : « Ce résultat et le précédent peuvent se réunir dans un même énoncé, en « disant qu'un rayon polarisé par une première réflexion demeure polarisé après « une seconde, lorsque les axes X des molécules réfléchies restent parallèles au « premier plan de réflexion. *Mais tout autre sens de réflexion qui détruit ce parallé-« lisme dépolarise le rayon partiellement ou en totalité.* »

[a] Ce second alinéa du paragraphe 2 remplace le passage suivant du premier manuscrit :

Var. J'ai lu aussi le Mémoire de Malus relatif au même objet; mais cet habile physicien ne paraît pas avoir remarqué que la lumière réfléchie sur le verre était toujours aussi complétement polarisée que la lumière incidente : il dit même que les rayons réfléchis sous des incidences autres que celles de la polarisation complète sont polarisés à la fois parallèlement et perpendiculairement au plan de réflexion, quand ce plan fait un angle oblique avec celui de la polarisation primitive. Je présume qu'il laissait dans une position fixe le rhomboïde de spath calcaire, avec lequel il analysait la lumière réfléchie, et ne faisait varier que l'inclinaison de la glace; car s'il avait fait tourner ce rhomboïde, il aurait vu constamment chaque image s'évanouir deux fois dans une révolution entière. A la vérité on pouvait encore concevoir cette disparition de l'image, dans la théorie des ondulations, en admettant avec Malus que le faisceau réfléchi est composé de deux autres polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan de réflexion, et en supposant qu'ils se trouvent en discordance complète dans cette image et d'égale intensité lorsqu'elle disparaît. Mais c'est une hypothèse qu'il n'a pas dû faire, et d'ailleurs, s'il avait remarqué que la lumière réfléchie conserve toutes les apparences d'une polarisation complète, il n'aurait pas sans doute négligé d'en parler.

[b] Mémoire sur les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière (*Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut*, t. XI, 2^e partie, p. 112.)

mière polarisée par rapport au plan primitif de polarisation; 2° une autre portion polarisée par rapport au plan d'incidence. D'ailleurs s'il avait remarqué que la lumière réfléchie conserve toutes les apparences d'une polarisation complète, il n'aurait pas sans doute négligé d'en parler.

Ayant peine à croire cependant que cette observation eût échappé à un aussi habile physicien, j'ai été jusqu'à soupçonner, malgré l'analogie, qu'il pouvait se faire que la lumière polarisée par réflexion se comportât autrement, dans cette circonstance, que la lumière polarisée par l'action d'un cristal, et que c'était la première que Malus avait employée; mais en l'essayant je n'ai point remarqué de différence dans les résultats. J'ai même répété ces expériences avec un appareil plus commode, que M. Arago a eu la bonté de me prêter, et j'ai toujours vu chaque image disparaître entièrement pendant la rotation du rhomboïde, lorsque la lumière incidente avait été bien complétement polarisée par la réflexion préliminaire.

Je regarde donc comme un principe général que la lumière polarisée complétement, de quelque manière que ce soit, ne perd point cette propriété dans sa réflexion sur les corps transparents, et qu'elle n'éprouve alors d'autre modification apparente qu'un changement dans l'azimut de son plan de polarisation.

3. Si la glace non étamée ne faisait que réfléchir simplement les ondes lumineuses, sans leur imprimer aucune modification transversale, leur plan de polarisation ne devrait éprouver d'autre changement de direction que celui qui résulte de la réflexion même, tous les mouvements du fluide lumineux étant alors reproduits symétriquement dans le faisceau réfléchi; ainsi dans cette hypothèse le plan de polarisation du rayon réfléchi serait l'image du plan de polarisation du rayon incident. En partant de ce principe, toute déviation du plan de polarisation de la lumière réfléchie par rapport à l'image de celui de la lumière incidente doit être considérée comme l'effet de l'action polarisante de la surface réfléchissante. C'est du moins sous ce point de vue que j'ai envisagé le phénomène; la marche du plan de polarisation des rayons

réfléchis devient facile à suivre en la comparant ainsi à l'image de celui des rayons incidents.

4. Je l'ai d'abord étudiée dans le cas où le plan de la polarisation primitive fait un angle de 45° avec le plan de réflexion, parce que c'est alors que l'action perturbatrice de la surface réfléchissante est le plus prononcée. Voici ce que j'ai observé.

Tant que le rayon incident était peu éloigné de la normale, le plan de polarisation des rayons réfléchis n'avait éprouvé aucune déviation sensible, c'est-à-dire qu'il coïncidait avec l'image de celui des rayons incidents. Mais ces rayons devenant plus obliques, le nouveau plan de polarisation se rapprochait du plan de réflexion et se confondait avec lui, lorsque l'incidence était celle qui produit la polarisation complète. L'inclinaison des rayons réfléchis sur la surface augmentant toujours, leur plan de polarisation dépassait le plan de réflexion, et s'en éloignait d'autant plus qu'ils se rapprochaient davantage de la glace. Enfin il me paraissait presque perpendiculaire à l'image du plan de la polarisation primitive, quand les rayons faisaient un angle très-petit avec la surface réfléchissante, d'où j'ai conclu qu'il devait lui être exactement perpendiculaire lorsque cet angle devenait égal à zéro.

Il en résulte qu'à cette limite le plan de polarisation des rayons réfléchis coïncide avec celui des rayons incidents, parce qu'alors ceux-là sont sur le prolongement de ceux-ci, et que le plan primitif de polarisation est perpendiculaire à son image, puisque, par hypothèse, il fait un angle de 45° avec le plan de réflexion. Ainsi, lorsque la lumière est réfléchie presque parallèlement à la glace, en regardant à la fois les images directes et les images réfléchies de l'ouverture éclairante au travers du second rhomboïde de spath calcaire, on doit voir dans les unes et les autres les images analogues s'évanouir en même temps.

Cela a lieu constamment, quel que soit l'azimut du plan de polarisation primitive par rapport au plan de réflexion; ainsi le plan de polarisation des rayons réfléchis coïncide toujours avec celui des rayons incidents, quand ils sont parallèles à la surface. Il s'ensuit qu'à cette limite le nou-

VI. veau plan de polarisation est toujours placé, relativement à l'image du premier, de l'autre côté du plan de réflexion, et à la même distance angulaire; de sorte que l'angle qu'il fait avec cette image, égal à 90° lorsque son azimut est de 55° par rapport au plan de réflexion, devient obtus ou aigu, selon que cet azimut augmente ou diminue. Quand, au contraire, le faisceau lumineux est perpendiculaire à la surface, la coïncidence des deux plans de polarisation entraîne celle de leurs images.

5. Lorsque l'angle d'incidence est celui de la polarisation complète, le plan de polarisation se trouve toujours ramené dans le plan de réflexion, quelle que soit sa direction primitive. Mais pour toute autre incidence l'azimut du nouveau plan de polarisation varie avec celui du premier. D'un autre côté celui-ci restant constant, celui-là change avec l'incidence. En mesurant ces angles dans un grand nombre de cas différents, on parviendrait peut-être à découvrir la loi de leurs variations, et à la représenter par une équation entre le pouvoir réfringent du corps réfléchissant, l'angle d'incidence, l'azimut du plan de polarisation des rayons incidents, et celui des rayons réfléchis. Je me propose de m'occuper de cette recherche aussitôt que l'appareil gradué que je fais construire sera terminé[1].

6. Les plans de polarisation des deux images de l'ouverture éclairante produites par le premier rhomboïde, perpendiculaires entre eux avant la réflexion, le sont encore après, lorsqu'elle a lieu sous une incidence très-oblique ou voisine de la normale, et deviennent parallèles, au contraire, lorsque cette incidence est celle de la polarisation complète. Comme leurs azimuts varient graduellement avec l'inclinaison de la glace, il en résulte que dans toutes les incidences intermédiaires ils forment entre eux des angles plus ou moins aigus, et que par conséquent la position du second rhomboïde, qui fait évanouir l'image ordinaire ou extraordinaire d'une des images réfléchies, ne doit pas faire disparaître l'image ordinaire ou extraordinaire de l'autre.

[1] Je n'ai point encore trouvé la loi du phénomène [a].

---

[a] Note marginale au crayon de l'expédition authentique. (Voyez ci-après, N° XXII, § 21.)

Ainsi la rotation du second rhomboïde ne fait évanouir qu'une image à la fois, ce qui paraît surprenant au premier abord, lorsqu'on est habitué à l'effet de deux rhomboïdes superposés. Il arrive même, dans certaines inclinaisons de la glace et positions du premier rhomboïde, que les trois images restantes sont d'égale intensité [1].

Tous les corps transparents sur lesquels j'ai fait des expériences semblables m'ont présenté des résultats analogues [2]. Mais j'ai reconnu que les métaux dépolarisaient toujours la lumière d'une manière très-sensible, excepté dans les incidences voisines de la normale ou de la tangente à la surface du miroir; encore dans ce dernier cas n'ai-je jamais obtenu la disparition entière des images par la rotation du second rhomboïde, ce qui tenait sans doute à ce que les rayons incidents faisaient encore un angle trop sensible avec la surface du miroir métallique, dont la petite étendue ne me permettait pas de m'approcher beaucoup du parallélisme. Car l'analogie me porte à croire qu'à la limite, c'est-à-dire quand les rayons réfléchis sont sur le prolongement des rayons incidents, ils ne doivent éprouver aucune dépolarisation. Quoi qu'il en soit, les variations du plan de polarisation partielle des images réfléchies par le miroir métallique m'ont paru suivre des lois semblables à celles que j'avais observées dans le plan de polarisation complète des images réfléchies par une glace non étamée.

7. En faisant tomber très-obliquement sur une glace étamée un faisceau lumineux polarisé dans un azimut de 45° environ par rapport au plan de réflexion, j'ai remarqué que les images réfléchies à la première et à la seconde surface de la glace se trouvaient polarisées à peu près en sens contraires [3]; ce qu'on peut concevoir en observant

[1] Parler des changements que produit la réfraction dans la lumière polarisée [a].

[2] Il est possible que la lumière éprouve une légère dépolarisation sur les corps transparents trop réfringents pour produire la polarisation complète par une seule réflexion, tels que le diamant et le soufre natif, qui se rapprochent des métaux par cette propriété. Je ne l'ai point encore essayé; mais je présume que cette dépolarisation doit être presque insensible.

[3] Les images réfléchies sur le tain éprouvent une légère dépolarisation, car elles ne s'évanouissent pas entièrement pendant la

[a] Note marginale au crayon du premier manuscrit.

VI. que lorsque les rayons incidents presque parallèles à la glace ne font plus avec elle, par exemple, qu'un angle de 5°, les rayons réfractés font encore avec sa surface inférieure un angle de 50°, et sont ainsi fort éloignés de l'incidence sous laquelle le tain pourrait tourner leur plan de polarisation dans le plan de réflexion; tandis que celui des rayons réfléchis à la première surface du verre est déjà presque perpendiculaire à l'image du plan primitif de polarisation [1].

8. J'ai tiré sur le champ une conséquence de cette observation : c'est que si l'on recouvrait un miroir métallique d'une couche transparente assez mince pour produire des couleurs, et qu'on l'éclairât très-obliquement avec un faisceau lumineux polarisé, en faisant tourner le miroir autour de ce faisceau, on verrait les couleurs disparaître, ou du moins s'affaiblir beaucoup, quand le plan de réflexion se trouverait dans un azimut de 45° par rapport au plan primitif de polarisation, parce qu'alors les deux systèmes d'ondes réfléchies par le métal et par l'enduit transparent seraient polarisés à peu près en sens contraires, ce qui rendrait leur influence mutuelle presque insensible. C'est aussi ce que l'expérience confirme, comme je m'en suis assuré en étendant sur un miroir d'acier une légère couche d'huile de térébenthine. Quand elle fut assez amincie par l'évaporation pour donner des couleurs, je l'exposai à un faisceau de lumière polarisé par réflexion sur une glace non étamée, autour duquel je la faisais tourner. Tant que l'inclinaison des rayons était moindre que celle qui produit la polarisation complète sur l'huile de térébenthine, les couleurs devenaient le plus faibles possible lorsque le plan de réflexion était perpendiculaire au plan de la polarisation primitive, et atteignaient au contraire leur *maximum* d'intensité au moment où ces deux plans coïncidaient. Cette différence était surtout frappante pour l'incidence de la polarisation complète, parce qu'alors, quand le plan de réflexion était perpendiculaire au

rotation du second rhomboïde, comme celles qui sont réfléchies à la surface extérieure de la glace.

[1] Je présume que ce phénomène a encore une autre cause [a].

[a] Note marginale au crayon de l'expédition authentique.

plan primitif de polarisation, toute réflexion cessant à la première surface, les couleurs disparaissaient entièrement. Mais en inclinant davantage le miroir sur le faisceau incident, le *minimum* d'intensité des couleurs se rapprochait de l'azimut de 45°, et l'atteignait sous des incidences très-obliques; alors le miroir ne réfléchissait plus qu'une lumière blanche uniforme, ou du moins les couleurs étaient à peine sensibles. Elles reparaissaient avec toute leur vivacité par l'interposition d'un rhomboïde de chaux carbonatée, qui ramenait dans les mêmes plans de polarisation les deux systèmes d'ondes polarisées en sens contraires. Il est à remarquer que, sous ces incidences très-obliques, les teintes ne changent pas seulement d'intensité, mais encore de nature par la rotation du miroir autour du faisceau polarisé, et sont le plus différentes possible (presque complémentaires) dans les azimuts 0° et 90°. Il me semble qu'on devrait en conclure que la réflexion qui a lieu à la surface du métal ne s'opère pas à la même profondeur pour des rayons polarisés parallèlement ou perpendiculairement au plan d'incidence. Je parlerai bientôt d'une autre espèce de phénomènes qui paraissent confirmer cette conjecture [1] [a].

9. Sous des incidences très-obliques les couleurs produites par la lumière ordinaire sont aussi faibles que celles de la lumière polarisée dans l'azimut de 45°, et, comme celles-ci, elles redeviennent très-écla-

[1] Ces phénomènes ont beaucoup de rapport avec ceux que M. Arago a observés sur un couvercle de laiton verni [b]. Néanmoins, d'après l'explication qu'il en donne dans son intéressant Mémoire sur les couleurs des lames minces, je suis porté à croire qu'il y a quelque différence entre mes expériences et les siennes. Au reste je n'avais pas encore lu son Mémoire lorsque j'ai fait ces expériences, auxquelles j'ai été conduit, comme je viens de le dire, par la remarque que j'avais faite sur le sens des plans de polarisation des rayons réfléchis à la première et à la seconde surface d'une glace étamée.

[a] Dans le langage actuel de l'optique cette remarque signifie qu'il y a une différence de phase entre le rayon polarisé dans le plan d'incidence et le rayon polarisé dans le plan perpendiculaire réfléchis sous un même angle à la surface d'un métal. On sait que c'est en ayant égard à ce principe que M. Neumann a interprété le premier les expériences de Brewster sur la réflexion métallique. [E. VERDET.]

[b] Mémoire sur les couleurs des lames minces. (*Mémoires de Physique et de Chimie de la Société d'Arcueil*, t. III, p. 223. *Œuvres complètes*, t. X, p. 1.)

VI. tantes en les regardant au travers d'un rhomboïde de spath calcaire tourné de façon que sa section principale soit parallèle ou perpendiculaire au plan de réflexion. L'on ne peut plus cependant appliquer à ce cas l'explication que je viens de donner pour l'autre; car alors les rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la couche d'huile de térébenthine ne sont plus polarisés en sens contraires.

Quoique les métaux ne paraissent imprimer à la lumière qu'une polarisation fort imparfaite, il est possible qu'ils la polarisent complétement, mais dans deux plans rectangulaires à la fois, comme le pensait Malus. Si, dans le cas dont il s'agit, la lumière réfléchie à la surface de contact de l'enduit et du métal était composée de deux faisceaux polarisés, l'un parallèlement et l'autre perpendiculairement au plan de réflexion, et réfléchis en conséquence à des profondeurs différentes, comme les phénomènes précédents paraissent l'indiquer, alors l'action de chacun de ces deux systèmes d'ondes sur celles qui sont réfléchies à la première surface de l'enduit produirait deux teintes différentes, qui se neutraliseraient sensiblement pour l'œil nu, si elles étaient à peu près complémentaires et d'égale intensité, et reprendraient toute leur vivacité quand on les séparerait avec un rhomboïde de spath calcaire. Je ne présente au reste cette explication que comme une simple hypothèse, qui peut conduire à la véritable solution du problème.

10. Cette même remarque sur l'opposition des plans de polarisation des images réfléchies à la première et à la seconde surface d'une glace étamée m'a conduit à une expérience assez curieuse. Lorsque la lumière incidente est polarisée dans un azimut de 45°, par rapport au plan de réflexion, et tombe très-obliquement sur sa surface, la glace lui imprime des modifications à peu près semblables à celles qu'elle recevrait en traversant un cristal doué de la double réfraction, puisqu'elle la divise en deux systèmes d'ondes polarisées alors dans deux plans presque rectangulaires. A la vérité l'intervalle qui les sépare est énorme, si on le compare à celui que produirait une plaque de sulfate de chaux ou de cristal de roche de même épaisseur que la glace. Mais un miroir très-mince, tel qu'une feuille de verre soufflé étamée, ne

séparerait pas les deux systèmes d'ondes réfléchies à sa première et à sa seconde surface plus qu'une plaque cristallisée de quelques millimètres d'épaisseur. Quand on connaît la vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires dans le cristal, il est aisé de déterminer par le calcul le rapport qu'il doit y avoir entre l'épaisseur de la feuille de verre et celle de la plaque cristallisée pour que la différence des chemins parcourus par les deux systèmes d'ondes soit la même dans l'une et dans l'autre. En réduisant donc une plaque de cristal de roche, ou de sulfate de chaux, à une épaisseur telle que la différence entre ces intervalles ne soit que de deux ou trois ondulations jaunes, on pourrait y développer des couleurs très-brillantes, en disposant la plaque cristallisée de façon que les rayons réfléchis à la première surface de la glace y subissent la réfraction extraordinaire, qui ralentit plus que l'autre la marche de la lumière dans ces deux espèces de cristaux.

N'ayant point de feuille de verre étamée, j'ai recouvert le miroir d'acier dont je m'étais déjà servi d'une couche de vernis très-mince, mais pas assez cependant pour colorer seule la lumière réfléchie. J'ai fait tomber très-obliquement[1] sur sa surface un faisceau de lumière polarisé dans un azimut de 45° par rapport au plan de réflexion, et j'ai placé entre ce miroir et le rhomboïde de spath calcaire, au travers duquel je le regardais, une lame de sulfate de chaux, dont la surface était perpendiculaire aux rayons réfléchis, et l'axe tourné dans le même azimut que l'image du plan de la polarisation primitive, qui diffère peu dans ce cas du plan de polarisation des rayons réfléchis à la surface du métal; en sorte que ce système d'ondes, qui se trouvait en arrière par rapport à l'autre, à cause du chemin plus long qu'il avait parcouru, s'en rapprochait en subissant la réfraction ordinaire, tandis que celui-ci éprouvait la réfraction extraordinaire. Quelques essais m'ont bientôt

[1] Pour donner aux couleurs le plus d'éclat possible, il faut choisir une incidence telle que la surface du métal et celle du vernis réfléchissent des quantités de lumière à peu près égales; car la proportion de lumière non modifiée dans l'action réciproque de deux faisceaux lumineux est d'autant plus grande que ces deux faisceaux sont plus inégaux en intensité.

VI. fait trouver une lame de sulfate de chaux d'une épaisseur convenable, et d'autant plus facilement que celle du vernis, malgré tous mes soins, était très-inégale. Alors en plaçant la section principale du rhomboïde parallèlement ou perpendiculairement au plan de réflexion, j'apercevais des couleurs très-vives, mais qui variaient, pour ainsi dire, à chaque point de la surface du miroir, à cause de l'inégale épaissseur du vernis. Une feuille de verre étamée, en donnant plus de régularité au phénomène, lui donnerait aussi sans doute plus d'éclat [1].

11. Après avoir étudié les modifications qu'éprouve la lumière polarisée dans sa réflexion sur une glace non étamée, depuis l'incidence zéro jusqu'à celle de 90°, j'ai voulu pousser mes observations au delà de l'angle de réfraction qui répond à cette dernière limite, et pour cela je me suis servi d'un prisme de verre, dans l'intérieur duquel je faisais tomber le faisceau lumineux polarisé à 45° du plan d'incidence. Tant que la réflexion n'était pas complète, la lumière restait entièrement polarisée, et la direction de son nouveau plan de polarisation suivait les mêmes lois que j'avais déjà remarquées dans la réflexion sur une glace non étamée. Mais lorsque la totalité de la lumière était réfléchie dans l'intérieur du prisme, elle paraissait avoir éprouvé une dépolarisation partielle, car aucune des images que j'observais au travers du second rhomboïde ne disparaissait, quelle que fût la direction de sa section principale; seulement elles s'affaiblissaient jusqu'à un certain degré, et reprenaient ensuite leur éclat par la rotation du rhomboïde. Leurs plans de polarisation partielle étaient perpendiculaires aux images des

[1] On peut, en général, au moyen d'une plaque cristallisée douée de la double réfraction, développer des couleurs dans une lame diaphane qui n'est pas assez mince pour en donner immédiatement; mais quand les deux surfaces de cette lame sont en contact avec le même milieu, les rayons qu'elles réfléchissent étant polarisés dans le même sens se partagent de la même manière entre les deux réfractions du cristal; en sorte que dans la disposition la plus favorable, c'est-à-dire lorsque le plan de polarisation de la lumière réfléchie par la lame transparente fait un angle de 45° avec l'axe du cristal, il n'y a que la moitié des rayons qui concourent à la production de la teinte dont elle se colore; aussi ces couleurs sont-elles beaucoup moins brillantes que celles qui sont produites par le procédé que je viens de décrire.

plans de polarisation primitifs, et me paraissaient ainsi à peu près dans les mêmes azimuts que ceux de polarisation complète, immédiatement avant l'incidence qui donnait la réflexion entière.

Dans le voisinage de cette incidence, c'est-à-dire dans la faible iris qui sépare la réflexion partielle de la réflexion complète, et même un peu au delà de ses limites apparentes, j'ai remarqué que les images en s'obscurcissant se coloraient d'une manière très-sensible, et j'ai reconnu à l'intensité de ces couleurs et aux changements brusques qu'y produisait la rotation du rhomboïde de spath calcaire qu'elles étaient développées par la polarisation. J'ai encore trop peu étudié ce phénomène pour le bien décrire et en donner l'explication. Je crois cependant que cette coloration tient à ce que les limites de la réflexion entière n'étant pas les mêmes pour les rayons de différentes espèces, à cause de leur inégale réfrangibilité, leur dépolarisation partielle ne commence pas sous la même inclinaison, et leurs plans de polarisation complète ou partielle ne se trouvent pas tout à fait dans les mêmes azimuts; en sorte que pendant la rotation du rhomboïde l'intensité des rayons ne s'affaiblit pas dans la même proportion pour ceux de différente couleur. Je me propose de reprendre l'étude de ce phénomène avec l'appareil gradué que je fais construire [1].

La dépolarisation partielle produite par la réflexion complète de la lumière dans l'intérieur du prisme croît rapidement à mesure que les rayons s'inclinent davantage, jusqu'à une limite après laquelle elle s'affaiblit de nouveau, mais moins vite qu'elle n'avait augmenté. Alors l'image, qui disparaîtrait sans la polarisation partielle, s'obscurcit d'autant plus que la réflexion devient plus oblique, et je pense qu'à la limite, c'est-à-dire lorsque le rayon est parallèle à la surface réfléchissante, son action dépolarisante doit être nulle [2].

[1] Je n'ai pas encore commencé ces expériences [a].

[2] Pour les incidences très-obliques, au lieu d'un prisme je me suis servi d'une glace polie sur deux tranches opposées, de sorte que les rayons devenus presque parallèles à

[a] Note marginale au crayon de l'expédition authentique.

VI. 12. On peut détruire la dépolarisation partielle du faisceau lumineux, lors même qu'elle est le plus prononcée, et le ramener à son premier état de polarisation complète par une seconde réflexion dans l'intérieur d'un autre prisme sous la même incidence que la première, mais suivant un plan perpendiculaire. Quand, au contraire, le second prisme est disposé de façon que le plan de la nouvelle réflexion coïncide avec celui de la première, alors la dépolarisation du faisceau lumineux augmente au lieu de diminuer, et paraît même complète sous des incidences convenables, c'est-à-dire que les images ordinaire et extraordinaire produites par l'interposition du second rhomboïde ne varient plus d'intensité pendant sa rotation, et que la lumière polarisée ainsi modifiée se comporte absolument comme la lumière naturelle, du moins dans cette circonstance, car, sous d'autres rapports, elle en diffère essentiellement.

13. En faisant éprouver au faisceau lumineux, toujours dans le même plan, une troisième réflexion semblable aux deux autres, on le ramène à l'état de polarisation partielle. Enfin une quatrième réflexion lui rend la polarisation complète, mais dans un sens perpendiculaire à celui de la polarisation primitive. Une cinquième le dépolarise de nouveau partiellement, et une sixième entièrement. Je ne l'ai pas soumis à un plus grand nombre de réflexions, mais il n'y a pas de doute qu'en les multipliant davantage on reproduirait les mêmes phénomènes, et qu'après huit réflexions, par exemple, le faisceau lumineux se trouverait polarisé précisément dans la direction primitive. Ainsi la réflexion complète ne peut pas, comme la réflexion partielle, rapprocher graduellement le plan de polarisation du plan d'incidence.

14. La lumière dépolarisée par deux réflexions successives est ramenée à l'état de polarisation complète par deux autres réflexions

la surface de la glace étaient sensiblement perpendiculaires à celle des tranches, et ne pouvaient en conséquence en recevoir aucune modification. La petite étendue de cette glace ne me permettait pas de me rapprocher assez du parallélisme pour obtenir l'évanouissement complet des images par la rotation du second rhomboïde, mais elles devenaient si faibles qu'il était difficile de les distinguer lorsque la lumière incidente avait peu d'intensité.

semblables dans un plan perpendiculaire, et, sans l'avoir encore essayé, je suis persuadé qu'il en est de même pour des réflexions plus multipliées, c'est-à-dire que la modification résultant d'un nombre quelconque de réflexions consécutives peut être détruite par un même nombre de réflexions semblables dans un plan perpendiculaire à celui des premières et sous des incidences égales.

15. Les modifications que les réflexions intérieures impriment à la lumière polarisée ne lui font pas perdre la propriété de développer des couleurs dans les lames minces cristallisées, même lorsque sa dépolarisation paraît complète, comme dans le cas de deux réflexions; ces teintes sont aussi vives qu'auparavant, mais elles ne sont plus de même nature, et suivent des lois toutes différentes et assez compliquées en apparence.

Le cas le plus simple est celui où la lumière, toujours polarisée dans l'azimut de 45° par rapport au plan d'incidence, est réfléchie deux fois dans l'intérieur du verre entre des faces parallèles; car après ces deux réflexions consécutives les deux images de l'ouverture éclairante produites par le premier rhomboïde de chaux carbonatée se trouvent disposées parallèlement à leur situation primitive, et en arrangeant l'appareil de manière qu'on puisse observer à la fois les images directes et les images réfléchies, leur comparaison devient très-facile. On prévoit aussi, avant de l'avoir essayé, que la même cause qui rendait constante l'intensité de chaque image avant l'interposition de la lame cristallisée doit simplifier ici le phénomène de leur coloration; c'est donc dans ces circonstances qu'il est le plus commode de l'étudier.

16. Pour en décrire avec ordre les caractères principaux, je supposerai d'abord que la lame mince cristallisée, qui doit produire les couleurs, est placée entre les deux prismes accouplés[1] et le second rhomboïde de spath calcaire, c'est-à-dire que la lumière polarisée ne la traverse qu'après avoir reçu la modification que lui imprime la double réflexion dans l'intérieur des prismes. Alors en regardant alterna-

[1] J'ai remplacé depuis ces deux prismes accouplés par un parallélipipède en verre. (Note marginale au crayon).

VI. tivement les images directes et les images réfléchies, on voit qu'elles donnent à la lame cristallisée des couleurs très-différentes, et cette différence est surtout sensible lorsque la lame est assez mince pour produire des teintes des anneaux du second ou du troisième ordre, dans lesquels les couleurs diverses sont bien séparées. Une lame de sulfate de chaux, qui donnait le violet du second ordre mêlé d'un peu de rouge dans l'image extraordinaire, et le jaune verdâtre dans l'image ordinaire, avec la lumière polarisée non modifiée, exposée à la lumière polarisée doublement réfléchie dans les prismes, présentait l'orangé roux et le bleu céleste. Une autre lame, au travers de laquelle la lumière directe paraissait d'un vert lavé du second ordre mêlé de bleu dans l'image extraordinaire, et d'un rouge couleur de chair légèrement orangé dans l'image ordinaire, colorait les rayons réfléchis d'un jaune brillant tirant sur l'orangé et d'un indigo violâtre. Enfin une troisième lame, qui donnait l'orangé clair du troisième ordre dans l'image extraordinaire [1], et le bleu foncé tirant sur l'indigo dans l'image ordinaire, quand on employait la lumière directe, présentait, avec la lumière deux fois réfléchie, un rouge violâtre ou pourpre très-brillant et un vert légèrement jaunâtre.

Il est à remarquer que ces teintes produites par la lumière ainsi modifiée sont intermédiaires et assez exactement moyennes entre les couleurs complémentaires développées par la lumière polarisée ordinaire. J'entends par teinte moyenne entre deux autres celle qui répond au milieu de l'arc qui les sépare sur la figure circulaire dont s'est servi Newton pour représenter le retour des couleurs du spectre sur elles-mêmes.

17. Quand l'axe de la lame de sulfate de chaux est parallèle au

[1] Lorsque je dis qu'une lame cristallisée donne une certaine couleur dans l'image ordinaire ou extraordinaire, je suppose, comme M. Biot, que la section principale du rhomboïde avec lequel on l'observe est placée dans le plan de la polarisation primitive; ainsi, dans ce cas, *image ordinaire* désigne celle qui est polarisée dans le plan primitif de polarisation, et *image extraordinaire* celle qui l'est dans un plan perpendiculaire.

plan d'incidence, la réflexion fait monter les teintes dans l'ordre des anneaux; quand il lui est perpendiculaire, elle les fait descendre. Ainsi, par exemple, lorsque l'axe de la première lame dont je viens de parler était parallèle au plan de réflexion, l'orangé roux des rayons réfléchis répondait au violet des rayons directs, et le bleu céleste au jaune verdâtre; et au contraire, lorsque l'axe était perpendiculaire au plan de réflexion, c'était l'orangé roux qui répondait au jaune verdâtre et le bleu céleste au violet. Ayant fixé la lame cristallisée sur le second rhomboïde de spath calcaire, de façon que son axe fût dans un azimut de 45° par rapport à la section principale de ce rhomboïde, je n'apercevais point, en le faisant tourner, de variation sensible dans la nature des teintes et dans leur intensité, quand la dépolarisation de la lumière était bien complète, et chaque image réfléchie conservait toujours la même couleur; tandis que ce même mouvement faisait disparaître deux des quatre images directes, en amenant en même temps les deux autres au blanc parfait, ce qui doit arriver, comme on sait, lorsque l'axe de la lame cristallisée se trouve parallèle ou perpendiculaire à la section principale du premier rhomboïde, après quoi ces images échangent leurs teintes.

18. Si on laisse le second dans une position fixe, et de façon que sa section principale soit parallèle ou perpendiculaire à celle du premier, on sait qu'en faisant tourner la lame cristallisée dans son plan les quatre images directes passent successivement et deux à deux du noir au blanc parfait, mais sans aucun changement dans la nature de leurs couleurs, qui ne varient que d'intensité seulement. Il n'en est pas de même des images réfléchies : à mesure que l'axe de la lame cristallisée s'éloigne du plan de réflexion, où je suppose qu'on l'a placé d'abord, leurs couleurs diminuent de vivacité, comme celles des images directes à la vérité, mais elles passent en même temps au blanc toutes les quatre, quand cet axe fait un angle de 45° avec le plan d'incidence, ou, ce qui revient au même, est parallèle ou perpendiculaire à la section principale du second rhomboïde; et en effet, dans cette situation de la lame cristallisée, son interposition ne doit rien changer ni à la

teinte ni à l'intensité des images. La lame continuant de tourner, les images réfléchies se colorent de nouveau en échangeant leurs teintes, et elles atteignent leur plus haut degré de vivacité lorsque l'axe entre dans l'azimut de 90°, et fait ainsi un angle de 45° avec la section principale du second rhomboïde. Les mêmes phénomènes se répètent dans les autres quadrants.

19. La lame cristallisée restant fixe au contraire, si l'on fait tourner le second rhomboïde de chaux carbonatée, les images réfléchies passeront quatre fois au blanc dans une révolution entière, en échangeant leurs teintes, comme le font les images directes; mais il est pour celles-ci deux positions de la lame telles que le second rhomboïde ne peut y développer aucune couleur, dans quelque azimut qu'on tourne sa section principale : c'est lorsque l'axe de la lame cristallisée se trouve parallèle ou perpendiculaire à la section principale du premier rhomboïde; tandis que les images réfléchies se colorent avec la même vivacité dans toutes les situations de la lame cristallisée. Pour une direction quelconque de son axe, ces couleurs, comme celles des images directes, parviennent toujours à leur maximum d'intensité pendant la rotation du second rhomboïde, quand sa section principale fait avec celle de la lame un angle de 45°.

20. Je suppose maintenant que la lame cristallisée soit placée entre le premier rhomboïde et les prismes accouplés, en sorte qu'elle soit traversée par la lumière polarisée avant que celle-ci ait reçu la modification singulière que lui impriment les deux réflexions consécutives. Si cette lame est tournée de manière que son axe soit parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence, dans toutes les positions du second rhomboïde les teintes des quatre images seront de même couleur et de même intensité que si la lame était placée entre les prismes accouplés et l'œil de l'observateur, et elles passeront au blanc, comme dans ce cas, lorsque la section principale du second rhomboïde sera parallèle ou perpendiculaire au plan de réflexion. Mais pour que leur décoloration complète puisse avoir lieu, il faut que l'axe de la lame soit bien exactement parallèle ou perpendiculaire à ce plan; car dès

qu'il s'écarte un peu d'une de ces directions, les images en échangeant leurs teintes passent par des couleurs intermédiaires. N°

21. Pour rendre ces nouvelles couleurs plus sensibles, l'analogie indique qu'il faut tourner l'axe de la lame cristallisée dans un azimut de 45° par rapport au plan d'incidence; mais alors il devient nécessaire de changer la position du premier rhomboïde, dont j'ai supposé jusqu'à présent la section principale inclinée de 45° sur ce plan; car sans cela elle coïnciderait avec l'axe de la lame ou lui serait perpendiculaire, ce qui empêcherait toute espèce de coloration. L'axe de la lame cristallisée étant dans l'azimut de 45°, la position du premier rhomboïde la plus favorable au développement des couleurs est celle où sa section principale se trouve parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence. L'appareil ainsi disposé, si l'on observe les images réfléchies au travers du second rhomboïde, on les voit changer avec l'azimut de sa section principale, et présenter successivement, dans chaque demi-quadrant, les couleurs des images directes et celles que donnent les rayons réfléchis, quand ils ne traversent la lame qu'après leur réflexion. Ces changements de teinte n'ont pas lieu brusquement, mais graduellement, et l'on voit la même image passer dans une demi-révolution du rhomboïde par toutes les nuances diverses de l'ordre d'anneaux auquel appartiennent les couleurs de la lame cristallisée [1].

Par exemple en employant la lame n° 3, dont j'ai parlé plus haut, qui donnait avec la lumière polarisée ordinaire le jaune orangé du troisième ordre dans l'image extraordinaire, et le bleu tirant sur l'indigo dans l'image ordinaire, et en faisant tourner le second rhomboïde,

[1] Il est possible que ces nouvelles teintes ne soient pas exactement semblables à celles des anneaux colorés du même ordre, parce qu'elles ne sont pas composées de la même manière; mais j'ai peine à croire que l'œil puisse saisir cette différence.

Nota. J'ai reconnu depuis, comme on le verra dans le Mémoire suivant, que ces teintes ne sont pas composées comme celles des anneaux colorés qui changent de degré dans l'échelle des ordres, en changeant de couleur, tandis que celles-là sont toujours au même degré quoique en changeant de couleur; c'est ainsi que les anneaux transmis sont du même ordre que les anneaux réfléchis correspondants quoique de couleurs complémentaires. [*Annotation marginale.*]

VI. voici les teintes principales dont j'ai vu se colorer l'image ordinaire de celui des deux faisceaux incidents qui était polarisé dans le plan de réflexion. Je compte les azimuts à partir de ce plan et en allant vers l'axe de la lame cristallisée :

Azimut de 0° — Bleu tirant sur l'indigo; bleu verdâtre.
Azimut de 45° — Vert jaunâtre; jaune.
Azimut de 90° — Orangé; rouge orangé [1].
Azimut de 135° — Rouge violâtre, ou pourpre; violet mêlé de rouge.
Azimut de 180° — Bleu tirant sur l'indigo.

En continuant à faire tourner le rhomboïde de spath calcaire, je voyais dans l'autre demi-circonférence les mêmes couleurs se succéder suivant un ordre semblable.

Il est à remarquer que dans cette expérience sur une lame mince cristallisée parallèle à l'axe les variations produites par la rotation du rhomboïde suivent des lois semblables à celles que présentent les plaques de cristal de roche taillées perpendiculairement à l'axe. Mais ici le premier et le dernier plan de polarisation restant fixes, on ne peut pas faire tourner le système intermédiaire sans changer la nature et l'intensité des teintes, comme en employant une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe [2].

[1] L'image extraordinaire dans cet azimut me paraissait d'un bleu céleste au lieu d'un bleu foncé tirant sur l'indigo, comme l'image ordinaire dans l'azimut zéro; la couleur de l'image ordinaire était l'orangé ainsi qu'on le voit dans le tableau, au lieu du jaune orangé indiqué par l'analogie et la théorie. Mais ces anomalies pouvaient tenir à ce que la section principale du premier rhomboïde n'était pas assez exactement parallèle au plan de réflexion, ou bien à ce que j'ai mal estimé l'azimut. Ces expériences n'ayant pas été faites avec un appareil pourvu des cadrans nécessaires pour mesurer les angles, je n'en présente les résultats que comme des à-peu-près, et seulement pour donner une idée générale du phénomène.

[2] En ajoutant à cet appareil deux prismes accouplés placés devant la lame parallèle à l'axe, de manière que la lumière y soit réfléchie deux fois avant de la traverser et dans un plan perpendiculaire à l'autre plan de réflexion, on forme un système qui jouit de toutes les propriétés des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe; car non-seulement la rotation d'un des rhomboïdes y change la nature des teintes, mais elles ne dépendent alors, comme dans ces plaques,

22. Lorsque la lumière polarisée n'a éprouvé qu'une seule réflexion complète dans l'intérieur du verre, les couleurs qu'elle développe dans les lames cristallisées diffèrent moins des couleurs produites par la lumière polarisée ordinaire que quand elle a éprouvé deux réflexions consécutives. Il est naturel de supposer qu'elles sont alors moyennes entre ces deux espèces de teintes, et c'est aussi ce que l'expérience m'a paru confirmer.

La lame n° 1, dont j'ai parlé précédemment, qui donnait le violet du second ordre dans l'image extraordinaire, avec la lumière polarisée ordinaire, et l'orangé rougeâtre ou le bleu céleste, quand la lumière polarisée avait été réfléchie deux fois parallèlement ou perpendiculairement à son axe, donnait après une seule réflexion le rouge mêlé de violet ou l'indigo, selon que l'axe de cette lame était parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence.

La lame n° 2, dont l'image extraordinaire était colorée d'un vert lavé bleuâtre par la lumière polarisée ordinaire, et d'un indigo violâtre ou d'un jaune brillant tirant sur l'orangé par la lumière deux fois réfléchie, exposée à la lumière polarisée modifiée par une seule réflexion, présentait, dans la même image, le bleu ou un jaune verdâtre mêlé de blanc, selon que son axe était parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence.

Enfin la lame n° 3, dont l'image extraordinaire était d'un orangé clair tirant sur le jaune, lorsque la lumière polarisée n'avait éprouvé aucune réflexion, et d'un vert jaunâtre ou d'un pourpre brillant après deux réflexions, donnait dans la même image, avec la lumière une seule fois réfléchie, un jaune légèrement verdâtre, quand son axe était parallèle au plan d'incidence, et un rouge couleur de chair mêlé d'orangé, quand il lui était perpendiculaire.

23. On voit d'après ces expériences qu'une seule réflexion intérieure de la lumière polarisée, comme deux réflexions consécutives,

que de l'angle que font entre elles les sections principales des deux rhomboïdes, en sorte que les rhomboïdes restant fixes, on peut faire tourner le système intermédiaire sans altérer la nature ni l'intensité des couleurs.

VI. fait monter dans l'ordre des anneaux les teintes des lames cristallisées, ou les fait descendre, selon que le plan d'incidence est parallèle ou perpendiculaire à l'axe, mais que ces altérations de la couleur primitive sont moitié moins prononcées dans le cas d'une seule réflexion.

Lorsque la lumière incidente, que je suppose toujours polarisée dans un azimut de 45°, a été réfléchie deux fois parallèlement à l'axe du cristal, sa teinte monte de la moitié de l'intervalle compris entre sa couleur primitive et la couleur complémentaire en dessus, comme on l'a vu précédemment; et quand au contraire la double réflexion a lieu perpendiculairement à l'axe, la teinte primitive descend de la moitié de l'intervalle compris entre cette teinte et la couleur complémentaire en dessous; en sorte que les deux nouvelles teintes de la même image dans ces cas opposés sont complémentaires l'une de l'autre. Il s'ensuit que les quatre images produites par les deux rhomboïdes doivent présenter toujours les mêmes couleurs, que l'axe de la lame soit parallèle ou perpendiculaire au plan de réflexion; seulement elles ont échangé leurs teintes.

Il n'en est plus ainsi quand la lumière polarisée n'a éprouvé qu'une seule réflexion, parce que la teinte primitive ne monte et ne descend que du quart de l'intervalle compris entre cette teinte et sa couleur complémentaire, et qu'en conséquence la même lame présente des couleurs très-différentes selon que son axe est parallèle ou perpendiculaire au plan de réflexion, ce qui rend le phénomène plus compliqué en apparence, et la loi des changements de teintes plus difficile à saisir.

La lumière polarisée modifiée par trois réflexions consécutives produit les mêmes couleurs que la lumière réfléchie une seule fois, ainsi qu'il était aisé de le prévoir. Quand elle a été réfléchie quatre fois, elle donne les mêmes teintes que la lumière polarisée ordinaire, et en effet nous avons vu qu'alors elle ne présente plus aucune apparence de dépolarisation partielle.

Je crois qu'on peut regarder comme un principe général, que toutes les fois que la lumière est ramenée à l'état de polarisation complète elle colore toujours les lames cristallisées des mêmes teintes, quelles

que soient les modifications diverses qu'elle ait éprouvées auparavant. J'ai ramené la lumière dépolarisée par deux réflexions intérieures à l'état de polarisation parfaite, d'abord par deux autres réflexions semblables dans le même plan, ensuite par deux réflexions complètes dans un plan perpendiculaire, enfin par la réflexion partielle sur une glace non étamée, sous l'inclinaison de 35°, et les teintes des images ainsi réfléchies étaient toujours les mêmes que celles dont se coloraient les images directes.

24. Ce dernier essai m'a conduit à un résultat singulier : en recevant sur une glace non étamée la lumière polarisée modifiée par deux réflexions intérieures et sous une incidence plus grande ou plus petite que celle qui produit la polarisation complète, j'ai vu les quatre images se colorer de quatre teintes différentes; tandis que dans les expériences précédentes elles étaient toujours semblables deux à deux. On peut se rendre raison de cette anomalie apparente, en faisant attention que sous l'incidence perpendiculaire ou parallèle à la glace, qui n'altère point les propriétés des rayons réfléchis, les images produites par la même réfraction du deuxième rhomboïde sont de couleurs complémentaires, et les images provenant de réfractions différentes sont de même teinte dans les deux faisceaux réfléchis, tandis qu'au contraire sous l'angle de la polarisation complète, ce sont les images de même nom qui ont la même couleur, et celles de noms opposés qui sont complémentaires : or, comme ce changement dans l'arrangement des teintes ne s'opère pas brusquement, mais graduellement, il en résulte que, pour les incidences intermédiaires, les quatre images doivent être colorées de quatre teintes différentes.

25. La lumière polarisée ordinaire réfléchie par un miroir métallique présente des phénomènes semblables et colore aussi de quatre teintes différentes en général les quatre images produites par les deux rhomboïdes de spath calcaire, quand on lui fait traverser une lame mince cristallisée.

26. Je ne m'étendrai pas davantage sur ces derniers phénomènes, que je n'ai pas encore suffisamment étudiés, et je reviens à ceux que pré-

VI. sente la lumière polarisée modifiée seulement par une ou plusieurs réflexions complètes dans l'intérieur du verre, pour en exposer la théorie et faire voir de quelle manière on peut se rendre compte des changements apportés dans les couleurs des lames cristallisées par cette modification remarquable. Mais, avant d'entrer dans les détails de cette explication, il est nécessaire de rappeler en peu de mots les principes exposés dans le dernier Mémoire que j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie.

27. [a] Le docteur Young a reconnu le premier que les couleurs développées par la polarisation dans les lames cristallisées répondaient

---

[a] *Quarterly Review*, for april 1814, vol. XI, p. 42. *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 460. *Chromatics* from Supplement to the *Encyclopedia Britannica*. Sect. XV. *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 317.

L'article *Chromatics* du Supplément à l'Encyclopédie Britannique, auquel les notes de cette édition font de fréquents renvois, a été écrit dans le cours de l'année 1817, peut-être avant que le présent Mémoire de Fresnel eût été présenté à l'Académie, mais à coup sûr après que les principales expériences de Fresnel et Arago sur les lois de l'interférence des rayons polarisés eurent déjà reçu une certaine publicité, car Young fait lui-même allusion à ces expériences dans le passage qu'on va lire, et qui nous paraît propre à montrer le progrès qu'avaient fait depuis 1814 ses vues sur la coloration des lames cristallisées : [E. Verdet.]

«Dans le cas des substances doublement réfringentes, la première difficulté n'est pas «d'expliquer pourquoi les couleurs d'interférence sont quelquefois produites, mais pourquoi «elles ne s'observent pas plus constamment; on pourrait en effet compter que, en consé«quence de la loi générale des interférences, deux portions du même faisceau lumineux, qui «traversent une plaque un peu épaisse (*moderately thin*) d'une telle substance en suivant des «chemins peu différents et qui reviennent de nouveau à la même direction, produiraient «dans tous les cas des couleurs presque pareilles à celles des plaques minces ordinaires. Il «serait toutefois difficile de prévoir si ces couleurs devraient ressembler aux couleurs trans«mises ou aux couleurs réfléchies, et le fait est que ces deux séries de couleurs sont pro«duites en même temps par les substances en question; mais elles sont mêlées de manière «qu'à moins d'un arrangement particulier elles se neutralisent réciproquement; leur pro«duction paraît ainsi limitée à certaines conditions particulières de polarisation, qui s'accor«dent avec l'observation de M. Arago sur la non-interférence de deux rayons polarisés sui«vant des directions transverses. Plusieurs cas dans lesquels ces couleurs se produisent «demeurent il est vrai encore assez obscurs; mais il est facile d'analyser les phénomènes les «plus importants, et des les réduire, avec une grande précision, aux lois générales des cou«leurs périodiques.»

exactement à la différence entre les chemins parcourus au même instant par les rayons qui avaient subi dans ces cristaux la réfraction ordinaire et ceux qui avaient été réfractés extraordinairement. Il a prouvé, par des calculs basés sur les observations mêmes de M. Biot, que cette théorie s'accordait parfaitement avec l'expérience.

Il est encore un autre principe nécessaire à l'explication de ces couleurs, que le docteur Young a peut-être aperçu, mais dont il n'a pas fait mention, je crois; c'est que les ondes lumineuses n'exercent plus aucune action apparente les unes sur les autres quand elles sont polarisées en sens contraires, et que, lorsqu'elles ont été une fois polarisées dans des plans rectangulaires, on ne peut rétablir les effets de leur influence mutuelle, en les ramenant au même plan de polarisation, qu'autant qu'elles ont été primitivement polarisées dans un même plan. Ce principe peut se déduire immédiatement des phénomènes de coloration que présentent les lames cristallisées; mais, pour ne laisser lieu à aucun doute, il était nécessaire qu'il fût confirmé par les phénomènes de la diffraction, où les faisceaux lumineux qui concourent à la production des franges sont séparés et leur influence mutuelle mise en évidence. Il me paraît suffisamment démontré par les expériences de ce genre rapportées dans mon dernier Mémoire[a]. Elles prouvent aussi que les deux systèmes d'ondes ordinaires et extraordinaires, dans lesquels la lumière se divise en traversant les cristaux, sont toujours polarisés parallèlement et perpendiculairement à l'axe, même dans les lames assez minces pour que la polarisation puisse y développer des couleurs, principe que l'analogie annonçait d'avance, et qui est aussi favorable à l'explication de ces teintes dans la théorie des ondulations, qu'il lui est contraire dans le système de l'émission.

28. Je vais envisager maintenant sous le même point de vue les nouveaux phénomènes de coloration que présente la lumière polarisée modifiée par une ou plusieurs réflexions complètes dans l'inté-

---

[a] Voyez N^os XV (A) et XV (B).

VI. rieur du verre. Je reprends le cas où la lame cristallisée est placée entre le premier rhomboïde de spath calcaire, qui sert à polariser la lumière, et les prismes accouplés dans lesquels elle se réfléchit. Je suppose que la section principale du premier rhomboïde fait un angle de 45° avec le plan de réflexion, que l'axe de la lame cristallisée est parallèle à ce plan, et que la lumière, qui a traversé le premier rhomboïde et la lame cristallisée, est réfléchie deux fois dans l'intérieur des prismes sous l'incidence de la dépolarisation complète; alors les teintes des images réfléchies sont moyennes entre celles des images directes correspondantes et leurs complémentaires, et telles enfin, d'après l'analogie, que celles qui résulteraient d'un changement d'un quart d'ondulation dans l'intervalle qui sépare les deux systèmes d'ondes lumineuses concourant à leur production [1]. De plus, les couleurs des images réfléchies sont plus élevées dans l'ordre des anneaux que celles des images directes, quand l'axe de la lame est parallèle au plan d'incidence, ainsi que je l'ai supposé, ce qui indique qu'alors l'intervalle entre les deux systèmes d'ondes a diminué d'un quart d'ondulation : or les ondulations ordinaires précèdent les ondulations extraordinaires; il faut donc en conclure que celles-là ont éprouvé quelque retard dans leur marche au moment de la réflexion, ou parcouru un chemin un peu plus long que celles-ci en se réfléchissant plus près de la surface du prisme. Du reste les unes et les autres étant polarisées parallèlement ou perpendiculairement au plan de réflexion, n'ont dû recevoir aucun changement dans leur plan de polarisation, et c'est

[1] J'entends par *changement d'un quart d'ondulation dans l'intervalle qui sépare les deux systèmes d'ondes*, une augmentation ou une diminution d'un quart d'ondulation dans cet intervalle, pour chaque espèce de rayons; en sorte que la longueur de cette variation n'est point constante pour les différents rayons, mais proportionnelle à la longueur de leurs vibrations. Il en résulte que si les accords ou les discordances des vibrations étaient les mêmes pour tous les rayons dans la teinte primitive, qui serait par conséquent blanche, ce changement d'un quart d'ondulation ne pourrait pas la colorer, puisqu'il n'altérerait pas l'égalité des accords ou des discordances des rayons de différentes couleurs. C'est dans le même sens que je dis un changement d'une demi-ondulation; le mot *ondulation* étant pris en général s'applique à toutes les espèces d'ondes lumineuses.

pourquoi j'ai choisi ce cas, afin de rendre plus évidente la conséquence qu'on doit tirer de la différence de teinte entre les images réfléchies et les images directes.

Puisque deux réflexions consécutives produisent une différence d'un quart d'ondulation dans la marche des rayons polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan de réflexion, il est naturel de supposer que pour une seule réflexion cette différence n'est que d'un huitième d'ondulation. J'admets donc que lorsque la réflexion dans l'intérieur d'un prisme est complète, et a lieu sous des incidences suffisamment éloignées de ses deux limites extrêmes, les rayons polarisés parallèlement au plan d'incidence sont réfléchis un peu plus près de la surface du verre que ceux qui sont polarisés perpendiculairement au même plan, et de façon que la différence entre les chemins parcourus est d'un huitième d'ondulation.

Quand on place la lame cristallisée entre le prisme et le second rhomboïde, de manière qu'elle soit traversée par la lumière réfléchie, au lieu de l'être par la lumière incidente, comme dans le cas précédent, et en ayant soin que son axe reste toujours parallèle au plan de réflexion, les teintes sont absolument semblables. On doit en conclure que la lumière incidente s'est divisée, par l'effet de la réflexion complète, en deux systèmes d'ondes séparés par un intervalle d'un huitième d'ondulation, et que la moitié du faisceau incident, qui a éprouvé par rapport à l'autre un retard d'un huitième d'ondulation, subit tout entière la réfraction ordinaire et l'autre moitié la réfraction extraordinaire. En effet, si chaque faisceau se partageait entre les deux réfractions, chacune des images produites par le second rhomboïde serait composée de quatre faisceaux lumineux, dont deux produiraient à la vérité la même teinte que dans le cas précédent, mais les deux autres une teinte très-différente, qui altérerait la première; car pour l'une le huitième d'ondulation s'ajouterait à la différence des chemins parcourus dans la lame cristallisée, tandis que pour l'autre il s'en retrancherait.

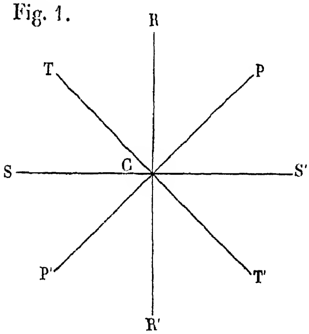
On peut donc admettre, comme principe général, que toutes les fois

VI. qu'un rayon polarisé est réfléchi dans l'intérieur d'un prisme, sous une incidence qui donne la réflexion complète, et qui soit suffisamment éloignée à la fois de la réflexion partielle et du parallélisme à la surface, il se divise en deux autres, dont l'un est polarisé parallèlement, et l'autre perpendiculairement au plan d'incidence, le premier étant réfléchi un peu plus près de la surface, de façon qu'au sortir du prisme il se trouve en retard d'un huitième d'ondulation. Quand le plan primitif de polarisation fait un angle de 45° avec le plan d'incidence, ces deux faisceaux sont d'une égale intensité, et lorsqu'il s'en approche ou s'en éloigne, leur intensité doit varier sans doute suivant les mêmes lois que celles des rayons ordinaires et extraordinaires dans un cristal dont l'axe serait parallèle ou perpendiculaire au plan de réflexion.

29. Je supprime pour un moment la lame cristallisée dans l'appareil, et je reviens aux phénomènes que présente la lumière polarisée réfléchie complétement dans l'intérieur du verre, quand on l'observe immédiatement avec le second rhomboïde de spath calcaire. Pour simplifier les raisonnements, je supposerai la section principale du premier rhomboïde dans un azimut de 45° par rapport au plan de réflexion; il est toujours facile de passer de ce cas aux autres.

Soient RR′ le plan d'incidence et PP′ celui de la polarisation primitive considérée dans les rayons réfléchis; je suppose d'abord que le faisceau polarisé n'éprouve qu'une seule réflexion : il se partagera en deux systèmes d'ondes d'égale intensité, dont l'un, polarisé suivant RR′, sera en retard d'un huitième d'ondulation par rapport à l'autre, polarisé suivant SS′ perpendiculaire à RR′. Si l'on place la section principale du second rhomboïde suivant RR′ ou SS′, un des deux systèmes d'ondes entrera tout entier dans l'image ordinaire et l'autre dans l'image extraordinaire, qui seront en conséquence également brillantes, conformément à l'expérience. Mais si la section principale du second rhom-

Fig. 1.



boïde est parallèle à PP′, ou au plan perpendiculaire TT′, les faisceaux polarisés suivant RR′ et SS′ se diviseront chacun en deux autres, dont l'un sera polarisé suivant PP′ et l'autre suivant TT′. Ainsi chacun de ces derniers plans de polarisation contiendra deux systèmes d'ondes, que leur réflexion dans l'intérieur du prisme a séparés par un intervalle d'un huitième d'ondulation. Mais on sait qu'indépendamment de la différence entre les chemins parcourus il y en a toujours une d'une demi-ondulation entre l'intervalle des deux systèmes d'ondes de l'image ordinaire et celui des deux systèmes d'ondes de l'image extraordinaire, puisqu'elles sont complémentaires l'une de l'autre. Ainsi cet intervalle étant d'un huitième d'ondulation dans l'une sera dans l'autre d'une demi-ondulation plus un huitième; par conséquent celle-ci sera plus faible que celle-là, mais ne s'évanouira pas, puisque la discordance n'est point complète. Comment se fait-il que l'intervalle entre les deux systèmes d'ondes est plus grand d'une demi-vibration dans une des images que dans l'autre? C'est ce qu'on n'a pas encore expliqué; on ignore ce qui se passe dans une onde lumineuse quand elle change de plan de polarisation; on ne sait pas même en quoi consiste la polarisation.

La théorie n'indiquant pas encore quelle est celle des deux images pour laquelle on doit ajouter une demi-ondulation à la différence des chemins parcourus, on ne peut à cet égard que consulter l'expérience, et se laisser ensuite guider par l'analogie. Voici la règle que j'avais déduite des observations de M. Biot, et que j'ai donnée dans le dernier Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie : « L'image dont la teinte répond exactement à la différence entre les chemins parcourus est celle dans laquelle les plans de polarisation de ses deux faisceaux constituants, après s'être écartés l'un de l'autre, se rapprochent et se réunissent par un mouvement contraire; tandis que, dans l'image complémentaire, ils continuent à s'écarter jusqu'à ce qu'ils se trouvent sur le prolongement l'un de l'autre. Pour la première, l'écartement définitif des plans de polarisation est nul; pour la seconde, il est d'une demi-circonférence. »

VI. Ainsi, dans le cas dont nous nous occupons, PP′ étant le plan de la polarisation primitive, considérée dans le rayon réfléchi, si l'on suppose que la section principale du second rhomboïde soit parallèle à PP′, les deux faisceaux constituants de l'image ordinaire différeront d'un huitième d'ondulation, et ceux de l'image extraordinaire d'un huitième plus une demi-ondulation, en sorte que celle-ci sera la plus faible.

30. Mais ici se présente une difficulté : quel est le plan de la polarisation primitive considérée dans le rayon réfléchi? J'ai fait voir qu'immédiatement avant la réflexion complète dans l'intérieur du prisme, les rayons réfléchis étaient polarisés suivant un plan perpendiculaire à l'image de celui de la polarisation primitive : si l'on regarde l'action dépolarisante[1] dans la réflexion entière comme succédant à une autre qui tourne d'abord le plan de la polarisation complète dans un sens perpendiculaire à l'image du plan de polarisation des rayons incidents, le plan PP′ de la polarisation primitive, considéré dans le rayon réfléchi, sera perpendiculaire à cette image. Dans cette hypothèse, les résultats de l'expérience confirment ceux de la théorie; car, lorsque la section principale du second rhomboïde est parallèle à PP′, ou perpendiculaire à l'image du plan de polarisation des rayons incidents, c'est effectivement l'image ordinaire qui est la plus brillante.

Il serait peut-être plus naturel de n'envisager toujours dans la réflexion, comme je l'ai fait d'abord, que deux actions : la réflexion proprement dite, qui tend à reproduire d'une manière symétrique, dans le faisceau réfléchi, les ondes incidentes avec toutes leurs modifications, et l'action polarisante, qui empêche le plan de polarisation des rayons réfléchis de coïncider avec l'image de celui des rayons incidents. Suivant ce système, le plan PP′ de la polarisation primitive considérée dans le rayon réfléchi serait l'image même du plan de polarisation du rayon incident. Alors, pour que la théorie fût d'accord avec l'expérience, il faudrait supposer que l'intervalle entre les deux systèmes

[1] J'entends ici par *action dépolarisante*, celle qui fait naître deux systèmes d'ondes polarisés en sens contraires.

d'ondes polarisés par la réflexion complète parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence est d'un huitième d'ondulation plus une demie, au lieu d'un huitième seulement. Cette hypothèse est aussi admissible que l'autre, et rend aussi bien compte des changements que la réflexion complète apporte dans les teintes des lames cristallisées. Elle serait même plus conforme à l'analogie, si l'on supposait que la lumière réfléchie sur une glace non étamée est aussi composée de deux systèmes d'ondes polarisés, l'un parallèlement et l'autre perpendiculairement au plan de réflexion, parce qu'alors, pour rendre compte des changements que cette réflexion partielle apporte dans la direction du plan de polarisation, il faudrait supposer les deux systèmes d'ondes déjà séparés par une demi-vibration, quand l'incidence est plus oblique que celle de la polarisation complète.

La difficulté sur laquelle je viens de m'appesantir, et qui se représente toutes les fois que le rayon polarisé a éprouvé un nombre impair de réflexions, n'existe plus lorsque ce nombre est pair. Car si l'on admet que le plan de polarisation primitif, considéré dans le faisceau réfléchi une fois, est perpendiculaire à l'image du plan de polarisation du faisceau incident, c'est-à-dire que par une seule réflexion il s'en est écarté d'un quadrant, après deux réflexions il coïncidera de nouveau avec lui. De même il est indifférent alors de supposer que l'intervalle entre les deux systèmes d'ondes résultant d'une seule réflexion complète est égal à un huitième d'ondulation, ou à un huitième plus un demi, la demi-vibration n'apportant plus aucune différence dans l'action réciproque des rayons lumineux quand elle est répétée un nombre pair de fois. Sans décider laquelle de ces deux hypothèses est la plus probable, j'adopterai la première comme plus commode dans les explications, en ce qu'elle réduit à leur plus simple expression les différences de marche des deux systèmes d'ondes développés par la réflexion intérieure.

31. Je suppose maintenant que les rayons polarisés ont été réfléchis deux fois complétement dans l'intérieur du verre entre deux faces parallèles. Alors le plan PP′ de la polarisation primitive, considérée

VI. dans le faisceau réfléchi, est parallèle au plan de polarisation du faisceau incident. Si la section principale du second rhomboïde est dirigée dans le même azimut, les deux faisceaux polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan de réflexion concourront également à la production de l'image ordinaire et de l'image extraordinaire. Dans la première, la différence entre les deux systèmes d'ondes est d'un quart d'ondulation; dans la seconde, elle est d'un quart d'ondulation plus un demi. Ainsi, ces deux systèmes de vibrations lumineuses ne s'accordant pas plus ni moins dans une image que dans l'autre, elles doivent être d'égale intensité. Il en serait de même pour toute autre position du rhomboïde. En effet, soit i l'angle que sa section principale fait avec le plan de réflexion, f le faisceau polarisé parallèlement à ce plan, et f' le faisceau polarisé dans un sens perpendiculaire; les deux faisceaux constituants de l'image ordinaire seront $f\cos^2 i$ et $f'\sin^2 i$; et ceux de l'image extraordinaire $f\sin^2 i$ et $f'\cos^2 i$ [(1)]. Mais, par hypothèse, f et f' sont égaux; par conséquent les deux images seront formées par le concours de faisceaux équivalents; et comme leur action réciproque est exactement moyenne entre l'accord parfait et la discordance complète dans les deux images, elles seront d'égale intensité.

Je ne m'arrêterai pas au cas où la lumière polarisée a été réfléchie trois fois; il est aisé de voir que les images ne doivent paraître dépolarisées que partiellement, comme dans celui d'une seule réflexion et en sens inverse.

32. Je passe au cas où la lumière incidente a éprouvé quatre réflexions successives. Alors l'intervalle entre les deux systèmes d'ondes est d'une demi-ondulation. Si l'on dirige la section principale du second rhomboïde parallèlement au plan primitif de polarisation, l'i-

(1) Les vitesses des molécules lumineuses dans leurs oscillations sont proportionnelles à $\cos i$ et $\sin i$, de façon que la somme de leurs carrés reste constante; c'est le principe de la conservation des forces vives. Les intensités de la sensation sont représentées par $\cos^2 i$ et $\sin^2 i$. C'est une réflexion très-simple que je n'avais pas encore faite lorsque j'ai écrit ce Mémoire. [*Note marginale au crayon.*]

mage ordinaire sera formée par le concours de deux faisceaux différant d'une demi-ondulation et s'évanouira, puisqu'ils sont en outre d'égale intensité; tandis que l'image extraordinaire, pour laquelle il faut ajouter une demi-ondulation à cet intervalle, sera composée de deux systèmes d'ondes séparés par une ondulation entière, et qui seront par conséquent d'accord. Ceci est parfaitement conforme à l'expérience, qui apprend, comme on l'a vu dans la description de ces phénomènes, que quatre réflexions successives rendent à la lumière toutes les apparences d'une polarisation complète, mais en sens contraire de la polarisation primitive. Il serait aisé d'expliquer par des raisonnements semblables comment, après huit réflexions consécutives, le plan de polarisation apparent des rayons réfléchis est le même que le plan de polarisation des rayons incidents.

On conçoit aussi, dans l'hypothèse que j'ai adoptée, comment de nouvelles réflexions peuvent détruire les modifications que les premières ont imprimées à la lumière polarisée, quand elles ont lieu dans un sens perpendiculaire à celles-ci; car alors le faisceau polarisé perpendiculairement au premier plan de réflexion l'est parallèlement au second, en sorte qu'il perd toute l'avance qu'il avait prise d'abord sur l'autre système d'ondes, si les nouvelles réflexions sont en même nombre que les précédentes. Les deux faisceaux se trouvant ainsi d'accord, leur système doit se comporter comme un faisceau unique polarisé parallèlement à l'image du plan primitif de polarisation.

33. L'explication que je viens de donner des phénomènes de simple dépolarisation est fondée sur la supposition que la lumière polarisée est divisée par une réflexion complète en deux systèmes d'ondes polarisés l'un parallèlement, l'autre perpendiculairement au plan d'incidence, et séparés par un intervalle d'un huitième d'ondulation. J'ai été conduit à cette hypothèse par mes observations sur les nouvelles teintes des lames cristallisées, qui m'ont paru moyennes entre les teintes primitives et les couleurs complémentaires après deux réflexions, et entre les teintes primitives et celles-là, quand la lumière polarisée n'avait été réfléchie qu'une seule fois.

XVI. Pour faire cette comparaison avec quelque exactitude, j'ai employé la construction circulaire par laquelle Newton a représenté le retour des couleurs sur elles-mêmes. Les figures 2, 3 et 4 offrent cette construction pour les teintes données par les lames n° 1, n° 2 et n° 3, dont

Fig. 2.

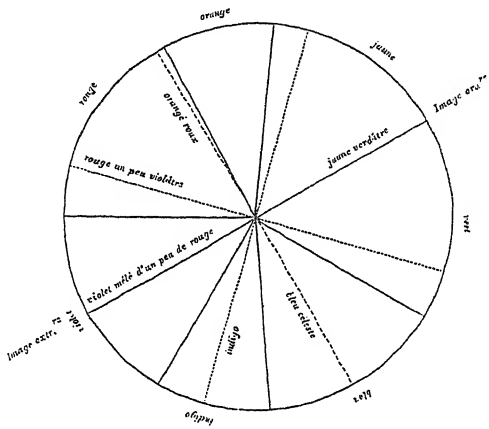


Fig. 3.

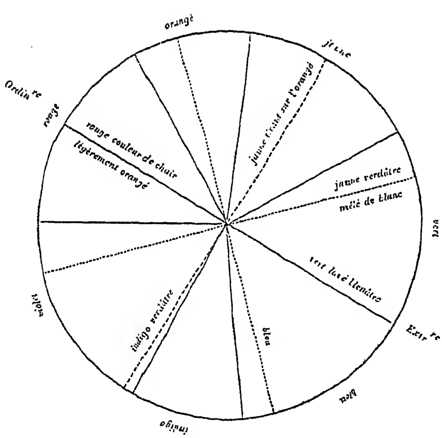
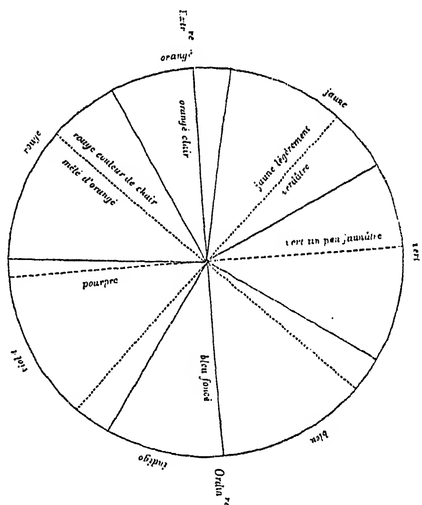


Fig. 4.



j'ai parlé en exposant les résultats de mes observations, et font voir qu'effectivement ces couleurs répondent à peu-près au milieu de l'arc compris entre la teinte primitive et la teinte diagonalement opposée,

lorsque la lumière a éprouvé deux réflexions, et, dans le cas d'une seule réflexion, au milieu de l'arc compris entre la teinte primitive et celle qui résulte de la double réflexion. La circonférence se trouve ainsi divisée en huit parties égales par les lignes qui répondent à ces diverses couleurs et à leurs complémentaires. Or puisqu'une demi-circonférence répond dans cette construction à une différence d'une demi-ondulation dans l'intervalle des deux systèmes d'ondes qui concourent à la production d'une teinte, il est naturel de supposer, comme je l'ai fait, qu'un quart de circonférence doit répondre à une différence d'un quart d'ondulation, un huitième de circonférence à un huitième d'ondulation. En effet, un changement d'une demi-ondulation produisant la teinte complémentaire, un changement d'un quart doit faire naître une couleur également éloignée de cette teinte et de la couleur primitive qui lui est diamétralement opposée [1]. De même, une diminution ou augmentation d'un huitième d'ondulation doit produire une teinte également éloignée de la couleur primitive et de celle qui résulte d'une diminution ou augmentation d'un quart d'ondulation.

Ce raisonnement néanmoins peut ne pas paraître une démonstration suffisante de mon hypothèse. Pour la vérifier par un calcul rigoureux, il aurait fallu d'abord déduire de la teinte primitive, ou de l'épaisseur de la lame, les différents degrés d'accords et de discordances des deux systèmes d'ondes au sortir du cristal, relativement à toutes les espèces de rayons, supposer ensuite dans ces accords et ces discordances un changement d'un quart ou d'un huitième d'ondulation, déterminer les nouveaux rapports qui en résulteraient dans l'intensité des différentes couleurs du spectre, et en conclure la teinte du mélange. Mais il me manquait un élément essentiel de ce calcul. On

[1] Le blanc à la vérité remplirait cette condition d'être également éloigné des deux teintes extrêmes; mais il est aisé de voir que le changement d'un quart d'ondulation fait varier les couleurs sans les affaiblir; car, en définitive, il y a autant d'inégalités entre les accords ou discordances des différentes espèces de vibrations; seulement ce ne sont plus les mêmes rayons qui dominent dans l'image.

VI. n'a pas encore déterminé, que je sache, soit par l'observation, soit par la théorie, le degré d'éclat ou d'obscurité qui résulte, dans le concours de deux faisceaux lumineux homogènes, du degré d'accord ou de discordance de leurs vibrations [1].

Quoique je n'aie point encore vérifié de cette manière l'exactitude de mon hypothèse, il me semble qu'étant confirmée par les phénomènes de simple dépolarisation, je puis la regarder comme démontrée, ou, du moins, comme très-probable. Le changement des teintes des lames cristallisées après deux réflexions de la lumière polarisée fait voir que ces réflexions l'ont divisée en deux systèmes d'ondes séparés par un intervalle d'environ un quart d'ondulation, et son état de dépolarisation complète, au sortir des prismes, prouve que cet intervalle est exactement d'un quart d'ondulation; car, s'il était plus grand ou plus petit, les images ne conserveraient pas la même intensité pendant la rotation du second rhomboïde. De même, le retour aux apparences de polarisation complète, après quatre réflexions consécutives, démontre qu'alors cet intervalle est exactement d'une demi-ondulation; car s'il était plus grand ou plus petit, la rotation du rhomboïde ne ferait point disparaître entièrement les images.

34. Je terminerai ce Mémoire en appliquant le principe que je viens d'établir aux phénomènes de coloration qui font le plus ressortir la différence entre la lumière polarisée ordinaire et celle qui a éprouvé cette modification singulière. On verra que la même hypothèse suffit à l'explication de tous.

Un des caractères les plus remarquables de la lumière dépolarisée complétement par deux réflexions intérieures, c'est que les teintes des images ordinaires et extraordinaires conservent la même couleur et la même vivacité, quel que soit l'azimut dans lequel on dirige l'axe de la

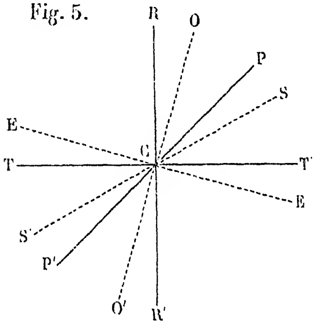
[1] J'ai résolu depuis ce problème des interférences, comme on le verra dans le supplément; mais je n'ai pas appliqué la formule au cas dont il s'agit. [*Note marginale*] [a].

[a] Voir N° XVII.

lame cristallisée, pourvu que l'angle qu'il fait avec la section principale N°
du second rhomboïde reste toujours de 45°. Il est aisé maintenant de s'en rendre raison.

Soient PP′ le plan de la polarisation primitive, RR′ celui de la réflexion, OO′ l'axe de la lame cristallisée et SS′ la section principale du second rhomboïde. Le faisceau, polarisé primitivement suivant PP′, se décomposera en deux autres polarisés l'un suivant RR′, et l'autre dans le plan perpendiculaire TT′, le premier se trouvant en arrière d'un quart d'ondulation par l'effet des deux réflexions consécutives.

Fig. 5.



Je suppose toujours (sans cela la dépolarisation ne serait pas complète) que le plan de la polarisation primitive est dans un azimut de 45° par rapport au plan d'incidence; alors ces deux faisceaux lumineux sont d'égale intensité. Je les représente l'un et l'autre par f; mais pour distinguer celui qui est polarisé dans le plan d'incidence, et a éprouvé par rapport à l'autre un retard d'un quart d'ondulation, j'écrirai $f_{\frac{1}{4}}$. Je représente enfin l'angle RCO par α.

En traversant la lame cristallisée, le faisceau $f_{\frac{1}{4}}$ se divisera en deux autres

$$\cos^2\alpha\, f_{\frac{1}{4}+o} \quad \text{et} \quad \sin^2\alpha\, f_{\frac{1}{4}+e},$$

polarisés, le premier suivant l'axe du cristal OO′, et le second dans le plan perpendiculaire EE′. o et e représentent ici les nombres de vibrations des rayons ordinaires et extraordinaires dans la lame cristallisée[1]. De même, le faisceau f, polarisé suivant TT′, se divisera en deux autres $\sin^2\alpha f_o$ et $\cos^2\alpha f_e$. Par l'action du second rhomboïde de spath calcaire chacun de ces quatre faisceaux lumineux se divisera

[1] Les explications des phénomènes données ici d'une manière très-pénible peuvent être présentées beaucoup plus simplement à l'aide des formules d'interférence, comme on le verra dans le supplément; il est inutile de les lire. [*Note marginale.*]

VI. encore en deux autres, polarisés l'un suivant la section principale SS', et l'autre dans un plan perpendiculaire. Il suffit de considérer une de ces deux images, l'image ordinaire, par exemple, l'autre étant toujours d'une teinte complémentaire.

$$\cos^2\alpha\cos^2 45^\circ f_{\frac{1}{4}+o},\ \sin^2\alpha\sin^2 45^\circ f_{\frac{1}{4}+e},\ \sin^2\alpha\cos^2 45^\circ f_o$$
$$\text{et } \cos^2\alpha\sin^2 45^\circ f_e,$$

sont les quatre faisceaux constituants de l'image ordinaire. La combinaison qui développe la teinte dont cette image est colorée est celle du premier avec le quatrième et du second avec le troisième; car d'abord le premier faisceau avec le troisième, et le second avec le quatrième ne produisent pas de couleurs, puisqu'ils ont parcouru la lame cristallisée avec la même vitesse; d'une autre part, la teinte résultant de la combinaison du premier avec le second se trouve détruite par celle qui résulte du concours du troisième faisceau avec le quatrième. En effet le plan de polarisation du premier faisceau, d'abord en CP, a passé successivement dans les plans CR, CO et CS; le plan de polarisation du second faisceau, partant aussi de CP, a pris successivement les directions CR, CE et CS'; ainsi les plans de polarisation de ces deux faisceaux, considérés d'un même côté du rayon C, se sont éloignés d'une demi-circonférence et placés sur le prolongement l'un de l'autre. Il faut donc, d'après la règle déduite des observations de M. Biot, ajouter une demi-ondulation à la différence entre les nombres d'ondulations de ces deux faisceaux au sortir de la lame, c'est-à-dire à $\frac{1}{4}+e-\left(\frac{1}{4}+o\right)$, ou à $e-o$, ce qui donne $\frac{1}{2}+e-o$. En suivant de même la marche des plans de polarisation des deux autres faisceaux, on voit qu'après s'être éloignés l'un de l'autre ils se rapprochent et se réunissent par un mouvement rétrograde; en conséquence, d'après la même règle, l'intervalle entre les deux systèmes d'ondes répond exactement à la différence entre les nombres de vibrations de ces deux faisceaux déduite de l'épaisseur de la lame, c'est-à-dire à $e-o$; ainsi la teinte produite par leur concours est complémentaire de celle qui

résulte de l'action du premier faisceau sur le second, et doit la neutraliser complétement, puisqu'elle est, en outre, de même intensité, comme on peut s'en assurer par l'inspection des formules qui représentent les faisceaux constituants.

Au contraire, la couleur produite par la combinaison du premier faisceau avec le quatrième est précisément la même que celle qui résulte du concours des deux autres; car la différence d'une demi-ondulation dépendante de la marche des plans de polarisation se trouve compensée par une différence égale dans les intervalles des deux systèmes d'ondes, puisque $e-\left(\frac{1}{4}+o\right)$ est plus petit d'une demi-ondulation que $\frac{1}{4}+e-o$. Ainsi ces deux teintes, loin de se détruire comme les précédentes, s'ajouteront et se fortifieront mutuellement.

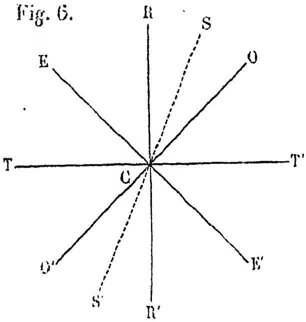
Il est aisé de voir actuellement qu'elles doivent conserver la même vivacité pendant la rotation du second rhomboïde, sur lequel je suppose qu'on a fixé la lame cristallisée; car le faisceau $\cos^2\alpha \cos^2 45^\circ f_{\frac{1}{4}+o}$ sera toujours égal en intensité au faisceau $\cos^2\alpha \sin^2 45^\circ f_e$, ainsi que le faisceau $\sin^2\alpha \sin^2 45^\circ f_{\frac{1}{4}+e}$ au faisceau $\sin^2\alpha \cos^2 45^\circ f_o$ pour toutes les valeurs de α : ainsi il ne se mêlera point de blanc à la teinte de l'image pendant la rotation du rhomboïde et de la lame cristallisée, comme cela arrive quand on se sert de lumière polarisée ordinaire.

35. Je passe maintenant au cas où la lame cristallisée est placée entre le premier rhomboïde et les prismes accouplés, et son axe situé dans un azimut de 45° par rapport au plan d'incidence et à celui de la polarisation primitive. L'appareil ainsi disposé, en faisant tourner le second rhomboïde on voit les images se colorer successivement de toutes les nuances de l'ordre d'anneaux auquel appartient la teinte primitive de la lame cristallisée. C'est peut-être la propriété qui caractérise le plus la modification imprimée par deux réflexions complètes; car la lumière polarisée ordinaire ne développe jamais qu'une espèce de teinte et sa couleur complémentaire dans une lame mince

VI. parallèle à l'axe de cristallisation, telle que celles dont je me suis servi dans mes expériences, quand elle reste perpendiculaire aux rayons incidents; et la rotation du rhomboïde de chaux carbonatée, avec lequel on les observe, n'y apporte d'autre changement que celui de leur intensité, par le mélange d'une quantité plus ou moins grande de lumière blanche.

Soit RR′ le plan d'incidence et celui de la polarisation primitive, qui par hypothèse doivent coïncider ou être perpendiculaires entre eux, puisqu'ils font chacun un angle de 45° avec l'axe OO′ de la lame cristallisée. Je suppose ici qu'ils coïncident; les raisonnements seraient analogues s'ils faisaient entre eux un angle droit. Le faisceau lumineux polarisé suivant RR′, en traversant la lame cristallisée, se divisera en deux systèmes d'ondes, l'un polarisé suivant OO′, et l'autre dans le plan perpendiculaire EE′ : le premier sera représenté par f_o et le second par f_e, d'après la notation que j'ai adoptée. Chacun de ces faisceaux, en se réfléchissant dans les prismes accouplés, se partagera en deux autres polarisés l'un suivant le plan de réflexion, l'autre dans le plan perpendiculaire TT′, ce qui produira en tout quatre faisceaux,

Fig. 6.



$$\cos^2 45^\circ f_{o+\frac{1}{4}}, \quad \sin^2 45^\circ f_o, \quad \cos^2 45^\circ f_{e+\frac{1}{4}}, \quad \sin^2 45^\circ f_e,$$

ou

$$\tfrac{1}{2} f_{o+\frac{1}{4}}, \qquad \tfrac{1}{2} f_o, \qquad \tfrac{1}{2} f_{e+\frac{1}{4}}, \qquad \tfrac{1}{2} f_e.$$

Si l'on place la section principale du second rhomboïde dans le plan RR′, il n'y aura que les deux faisceaux $\frac{1}{2} f_{o+\frac{1}{4}}$ et $\frac{1}{2} f_{e+\frac{1}{4}}$ qui concourront à la formation de l'image ordinaire; et comme la différence entre $o+\frac{1}{4}d$ et $e+\frac{1}{4}d$ est égale à celle entre o et e, il est clair que la teinte dont cette image se colorera sera la même que si la lumière en sortant de la lame était entrée directement dans le second

rhomboïde. Quant à l'image extraordinaire, sa couleur sera complémentaire de celle-là, et elles auront échangé leurs teintes, comme dans le cas ordinaire, lorsque la section principale du rhomboïde sera parallèle au plan perpendiculaire TT'; mais elles ne passeront pas au blanc dans l'azimut de 45°. En effet, quand la section principale du second rhomboïde sera dirigée suivant OO', chacun des quatre faisceaux $\frac{1}{2}f_{o+\frac{1}{4}}$, $\frac{1}{2}f_o$, $\frac{1}{2}f_{e+\frac{1}{4}}$, $\frac{1}{2}f_e$ se subdivisera en deux autres polarisés, l'un suivant OO', et l'autre dans le plan perpendiculaire EE'. Il suffit de considérer les quatre faisceaux polarisés dans le plan de la section principale, qui concourent à la production de l'image ordinaire, l'autre image étant toujours d'une teinte complémentaire. Dans le concours de ces quatre faisceaux $\frac{1}{4}f_{o+\frac{1}{4}}$, $\frac{1}{4}f_o$, $\frac{1}{4}f_{e+\frac{1}{4}}$ et $\frac{1}{4}f_e$, la combinaison du premier avec le second détruit l'effet qui résulterait de celle du troisième avec le quatrième; car les deux teintes ainsi produites sont complémentaires et d'égale intensité. D'abord elles sont d'égale intensité en raison de l'égalité des faisceaux constituants; en second lieu elles sont complémentaires, parce que les plans de polarisation des deux faisceaux $\frac{1}{4}f_{o+\frac{1}{4}}$ et $\frac{1}{4}f_{e+\frac{1}{4}}$, après s'être écartés, se sont rapprochés et réunis par un mouvement rétrograde, tandis que ceux des deux faisceaux $\frac{1}{4}f_o$ et $\frac{1}{4}f_e$ se sont éloignés d'une demi-circonférence, ce qui augmente d'une demi-ondulation l'intervalle qui sépare ces deux systèmes d'ondes. Au contraire l'influence du premier faisceau sur le quatrième tend à produire le même effet que celle du second sur le troisième; car la différence d'une demi-ondulation résultant de la marche des plans de polarisation se trouve compensée dans ce cas par une différence semblable entre les deux intervalles des systèmes d'ondes ainsi accouplés, puisque $e-\left(o+\frac{1}{4}\right)$ est plus petit de $\frac{1}{2}$ que $e+\frac{1}{4}-o$. Ainsi, la teinte de l'image, pour cette position du second rhomboïde, sera celle que développerait, dans la même lame, la lumière polarisée préalablement modifiée par deux réflexions complètes.

36. Je suppose maintenant qu'on place la section principale du

VI. second rhomboïde dans une direction intermédiaire SS′; si l'on représente par s l'angle RCS qu'elle fait avec le plan d'incidence, l'image ordinaire contiendra les quatre faisceaux suivants :

$$\cos^2 s\,\tfrac{1}{2} f_{o+\frac{1}{4}}, \qquad \sin^2 s\,\tfrac{1}{2} f_{o}, \qquad \cos^2 s\,\tfrac{1}{2} f_{e+\frac{1}{4}}, \qquad \sin^2 s\,\tfrac{1}{2} f_{e}.$$

R,O,R,S. R,O,T′,S. R,E,R,S. R,E,T,S′.

Les lettres qui sont au-dessous de chaque faisceau indiquent la marche de son plan de polarisation. Elles font voir qu'en combinant le quatrième faisceau avec les précédents il faut ajouter une demi-ondulation à la différence entre les chemins parcourus.

Lorque s est nul, le second faisceau et le quatrième s'évanouissent, et l'image n'est colorée que de la teinte résultant du concours du premier et du second, qui est semblable à celle que développe dans la même lame la lumière polarisée ordinaire. Quand l'angle s est de 45°, $\sin^2 s$ et $\cos^2 s$ étant égaux, l'effet produit par la combinaison du premier faisceau et du troisième est neutralisé par l'action du second sur le quatrième, et alors la teinte de l'image est celle qui résulte du concours du premier faisceau avec le quatrième et du second avec le troisième. Mais pour toute autre valeur de s comprise entre zéro et 45°, la couleur de l'image ordinaire doit être un mélange de deux teintes répondant à $s=0$, et à $s=45°$, dans lequel la première ou la seconde dominent d'autant plus que CS s'approche davantage de CR ou de CO.

Dans la combinaison du premier faisceau avec le quatrième, et du second avec le troisième, le second et le quatrième, qui sont plus faibles que les deux autres, n'agissent dans ceux-ci que sur une quantité égale de lumière, et les parties restantes $\left(\cos^2 s - \sin^2 s\right) \frac{1}{2} f_{o+\frac{1}{4}}$, $\left(\cos^2 s - \sin^2 s\right) \frac{1}{2} f_{e+\frac{1}{4}}$, qui ne sont point modifiées par le second et le quatrième faisceau, en s'influençant réciproquement produisent la seconde teinte, qui se mêle à la première. Or, les intervalles entre les deux systèmes d'ondes qui déterminent chaque teinte ne différant que d'un quart d'ondulation, elles ne se neutraliseront pas récipro-

quement, comme deux couleurs complémentaires, mais leur mélange produira une teinte intermédiaire, qui devra être une moyenne exacte, quand les faisceaux constituants de chaque teinte auront [a] une égale intensité [1]; elle sera donc alors de même nature que celle qui résulte d'une différence d'un huitième d'ondulation, mais un peu moins pure,

[1] Il est possible que les formules de Malus $f\sin^2 i$ et $f\cos^2 i$, qui représentent bien le rapport d'intensité des deux faisceaux dans lesquels la lumière est divisée par la double réfraction quand i est égal à zéro, 45° ou 90°, ne le représentent plus exactement pour les azimuts intermédiaires, du moins suivant les principes de la théorie des ondulations.

[Je n'avais point encore fait attention que $\sin^2 i$ et $\cos^2 i$ représentent les intensités de la sensation, et $\sin i$, $\cos i$ les vitesses des molécules lumineuses dans leurs oscillations, conformément au principe de la conservation des forces vives. — (*Note marginale.*)]

---

[a] L'auteur a retranché le passage suivant de sa première rédaction, se réservant de traiter dans le Supplément de son Mémoire ce qui n'y est qu'indiqué, ainsi qu'il résulte d'une note marginale au crayon :

Var......... la même intensité, c'est-à-dire lorsque $\cos^2 s - \sin^2 s$ sera égal à $2\sin^2 s$; mais cette équation donne un tiers de quadrant pour la valeur de s; d'où il résulterait que pour avoir la couleur moyenne entre celles qu'on observe en plaçant la section principale du second rhomboïde dans les plans RR′ et OO′, il faudrait, en partant de la direction RR′, lui faire parcourir les deux tiers de l'angle RCO, et non pas la moitié, comme l'analogie paraîtrait l'indiquer. Je me propose de vérifier ce résultat de la théorie que je viens d'exposer et des formules de Malus, aussitôt que l'appareil gradué, que je fais construire, sera terminé. Cette vérification, quoique fort délicate, me paraît possible en prenant pour terme de comparaison de la teinte moyenne celle que développe dans la même lame la lumière polarisée qui n'a éprouvé qu'une seule réflexion intérieure.

A cette difficulté près, qui me reste à lever et qui ne me paraît point encore une objection contre la théorie que je viens d'exposer, je crois avoir expliqué comment une lame cristallisée parallèle à l'axe pouvait présenter, pendant la rotation du second rhomboïde, ces variétés de couleurs qu'on n'avait remarquées jusqu'à présent que dans les plaques de cristal de-roche taillées perpendiculairement à l'axe et dans certains fluides. Je suis parvenu à imiter encore plus complétement

VI. ce me semble, parce qu'aucune espèce de rayons n'y sera totalement détruite. Néanmoins, je crois que cette différence de vivacité doit être aussi difficile à reconnaître que celle qui existe entre le vert homogène du spectre et le vert composé de jaune et de bleu.

37. Je ne m'étendrai pas davantage sur la théorie de ces phénomènes dans lesquels les lames cristallisées parallèles à l'axe se colorent suivant des lois si différentes de celles qu'on avait observées jusqu'à présent. Ce que j'en ai dit suffit pour faire voir comment on peut, à l'aide d'une seule hypothèse, expliquer ces nouvelles teintes par les mêmes principes que la coloration ordinaire des lames cristallisées.

Je suis loin cependant de considérer la théorie que j'ai exposée dans ce Mémoire et le précédent comme une explication complète des phénomènes. Les principes sur lesquels elle repose présentent encore des difficultés qui ne pourront être résolues sans doute que lorsqu'on saura en quoi consiste cette modification transversale des ondes lumineuses à laquelle Malus a donné le nom de *polarisation.*

En attendant, il n'est pas inutile de tâcher de réunir les faits sous

---

les phénomènes de coloration que présentent les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, en plaçant la lame mince parallèle à l'axe entre deux systèmes de prismes accouplés, disposés de façon que le plan de réflexion dans le premier système fût perpendiculaire au plan de réflexion dans le second. Alors, non-seulement la rotation d'un des rhomboïdes changeait la nature des teintes, mais elles paraissaient ne dépendre, comme dans les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, que de l'angle que faisaient entre elles les sections principales des deux rhomboïdes; car en les faisant varier de la même quantité et dans le même sens, je n'altérais point les couleurs des images. Je donnais aussi à ce système des quatre prismes et de la lame cristallisée la propriété de faire tourner les molécules lumineuses de droite à gauche ou de gauche à droite, pour me servir des expressions de M. Biot, selon le côté où je plaçais l'axe de la lame cristallisée par rapport au plan de réflexion. On peut se rendre compte des singuliers résultats de cette expérience par des raisonnements semblables à ceux que je viens de faire pour un cas moins compliqué.

un même point de vue, en les rattachant à un petit nombre de principes généraux. C'est le moyen d'en saisir plus aisément les lois, et je pense que des efforts de ce genre peuvent contribuer, autant que les observations mêmes, à l'avancement de la science.

A Paris, le 10 novembre 1817.

A. FRESNEL.

N° XVII.

SUPPLÉMENT AU MÉMOIRE

SUR LES MODIFICATIONS QUE LA RÉFLEXION IMPRIME

A LA LUMIÈRE POLARISÉE[a].

[PRÉSENTÉ À L'INSTITUT LE 19 JANVIER 1818.]

1. [1] Les méthodes particulières que j'ai suivies jusqu'à présent pour expliquer les principaux phénomènes de la coloration des lames cristallisées ne peuvent s'appliquer qu'à des cas fort simples, et où il n'est pas nécessaire, pour juger des variations des teintes, de connaître la loi générale de l'influence réciproque des ondes lumineuses. Dès

[1] Ce Mémoire est le supplément d'un autre qui avait été lu à l'Institut le 24 novembre 1817. Mais ce supplément n'y a été joint et n'a été présenté à la signature de M. Delambre que vers la fin du mois de janvier 1818. — [*Note marginale.*]

[a] Ce supplément N° XVII est en partie compris dans le rapport académique du 4 juin 1821. (Voir ci-après, N° XX). Il se rattache autant aux Mémoires sur la diffraction. N°s XI et XIV, qu'aux Mémoires sur les couleurs des lames cristallisées douées de la double réfraction, N°s XV et XVI.

Voir, à l'occasion de ce Mémoire, la note (b), p. 171, et les lettres à Léonor Fresnel des 28 novembre 1817 et 3 juin 1818.

Nous reproduisons ici le texte du manuscrit autographe déposé aux archives de l'Institut; il porte des notes marginales au crayon de la main d'A. Fresnel, et postérieures à la rédaction primitive.

Nous croyons inutile de signaler toutes les parties empruntées textuellement à cet écrit et insérées dans d'autres Mémoires.

II. qu'on veut calculer ces teintes avec précision, ou même se rendre compte seulement des faits les plus saillants, quand le nombre des faisceaux constituants est un peu considérable, on sent la nécessité de déterminer exactement l'action qu'ils exercent les uns sur les autres.

La solution générale des questions de cette espèce dépend donc de la solution du problème suivant :

Étant données les intensités d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes lumineuses, et leurs positions respectives, ou leurs différents degrés d'accords et de discordances, déterminer l'intensité de la lumière totale.

J'entends par *intensité de la lumière* celle du mouvement lumineux, c'est-à-dire la vitesse des molécules de l'éther dans leurs oscillations. Quant à l'intensité de la sensation, qui paraît devoir être proportionnelle au carré de cette vitesse, il n'est pas nécessaire de la considérer ici [1].

2. D'après le principe des petits mouvements, la vitesse totale imprimée à une molécule quelconque est égale à la somme des vitesses que chaque onde lui aurait imprimée séparément. Comme ces ondes ne coïncident pas, ces différentes vitesses ne dépendent pas seulement de l'intensité de chaque onde, mais encore de sa position par rapport à la molécule. Il faut donc connaître la loi suivant laquelle les vitesses d'oscillation varient dans la même onde, et pour cela remonter à la cause qui l'a produite et dont elle tient tous ses caractères.

L'hypothèse la plus simple qu'on puisse faire sur les vibrations des molécules des corps qui produisent la lumière, c'est qu'elles s'exécutent comme les oscillations d'un pendule, ou, ce qui revient au même, que la force accélératrice, qui tend à ramener les molécules dans leurs positions primitives, est proportionnelle à la distance dont elles s'en sont écartées. Quelque fonction qu'elle soit de cette distance, que je représente par x, elle peut toujours être mise sous la forme

$$Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + \text{etc.}$$

[1] Il est plus naturel d'entendre par *intensité de la lumière l'intensité de la sensation.* — [*Note marginale.*]

puisque la force accélératrice doit être nulle lorsque $x=0$. Or, si l'on suppose les excursions des molécules très-petites par rapport à l'étendue des sphères d'activité des forces attractives et répulsives, on pourra négliger devant Ax tous les autres termes du développement, et regarder la force accélératrice comme sensiblement proportionnelle à la distance x.

On a donc en général dans cette hypothèse $dv=-Axdt$; mais $v=\frac{dx}{dt}$, ou $dt=\frac{dx}{v}$; substituant dans la première équation, on trouve :

$$vdv=-Axdx;$$

intégrant, on a,

$$v^2=C-Ax^2;$$

d'où

$$x=-\sqrt{\frac{C-v^2}{A}}.$$

Substituant cette valeur de x dans la première équation, on a,

$$dt=\frac{dv}{\sqrt{A(C-v^2)}};$$

intégrant, et choisissant convenablement la constante introduite par cette nouvelle intégration,

$$t=\frac{1}{\sqrt{A}}\operatorname{arc}\left(\sin=\frac{v}{\sqrt{C}}\right), \text{ ou } v=\sqrt{C}\sin\left(t\sqrt{A}\right).$$

Si donc on prend pour unité de temps celui que la molécule emploie à revenir à sa première position, on aura, $v=a\sin(2\pi t)$. Par conséquent, dans des oscillations isochrones, les vitesses correspondant à la même valeur de t seront toujours proportionnelles à la constante a, qui représente ainsi l'intensité du mouvement vibratoire.

Considérons maintenant l'ondulation produite dans l'éther par les oscillations de cette molécule. L'énergie des vibrations lumineuses, à chaque point de cette onde, dépend de la vitesse de la molécule motrice au moment où elle a produit l'impulsion qui se fait sentir actuellement dans ce point. Ainsi la vitesse des molécules lumineuses en un point quelconque, après un temps t, est celle qui animait la molécule motrice à l'instant $t-\frac{x}{d}$, x représentant la distance de ce point à la source du mouvement, et d la longueur de l'ondulation lumineuse.

II. On a donc, en représentant par u la vitesse des molécules lumineuses, $u = a \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{d}\right)\right]$.

On peut, à l'aide de cette formule, calculer l'intensité des vibrations produites par le concours d'un nombre quelconque de faisceaux lumineux, quand on connaît l'intensité de ces différents systèmes d'ondes et leurs positions respectives.

Je suppose d'abord qu'il s'agisse de déterminer les vitesses des molécules lumineuses dans les vibrations résultant du concours de deux systèmes d'ondes distants l'un de l'autre d'un quart d'ondulation, et dont les intensités sont a et a'. Je compte le temps t à partir du moment où ont commencé les vibrations du premier faisceau lumineux. Soient u et u' les vitesses que le premier et le second système d'ondes tendent à imprimer à la même molécule lumineuse distante de la source du mouvement d'une quantité égale à x; on aura $u = a \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{d}\right)\right]$ et $u' = a' \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x + \frac{1}{4}d}{d}\right)\right]$, ou $u' = -a' \cos\left[2\pi\left(t - \frac{x}{d}\right)\right]$; par conséquent, la vitesse totale U sera égale à $a \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{d}\right)\right] - a' \cos\left[2\pi\left(t - \frac{x}{d}\right)\right]$. Mais en faisant $a = \mathrm{A} \cos i$, et $a' = \mathrm{A} \sin i$, on peut toujours mettre cette expression sous la forme

$$\mathrm{A}\left\{\cos i \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{d}\right)\right] - \sin i \cos\left[2\pi\left(t - \frac{x}{d}\right)\right]\right\},$$

ou

$$\mathrm{A} \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{d}\right) - i\right].$$

Ainsi, l'onde résultant du concours des deux autres sera de même nature, mais aura une position et une intensité différentes. Les équations $\mathrm{A} \cos i = a$, et $\mathrm{A} \sin i = a'$, donnent pour la valeur de A, c'est-à-dire pour l'intensité de l'onde résultante, $\sqrt{a^2 + a'^2}$. C'est précisément la valeur de la résultante de deux forces perpendiculaires égales à a et à a'.

3. Il est aisé de voir aussi, d'après les mêmes équations, que la position de la nouvelle onde répond exactement à la situation angulaire de la résultante des deux forces perpendiculaires a et a'; car, d'après la formule $\mathrm{U} = \mathrm{A} \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{d}\right) - i\right]$, l'intervalle qui sépare cette onde

de la première est égal à $\frac{id}{2\pi}$; or i est l'angle que la force a fait avec la résultante A, puisque $A \cos i = a$. Ainsi la similitude est complète entre la résultante de deux forces rectangulaires et celle de deux systèmes d'ondes distants d'un quart d'ondulation. N°

Ce résultat était facile à prévoir, car il est clair que dans cette situation respective des ondes elles n'exercent plus d'action les unes sur les autres, étant également éloignées de la discordance et de l'accord. En effet, les points d'un des systèmes d'ondes où les molécules sont le plus agitées répondent à ceux de l'autre où le mouvement est nul au même instant. A la vérité, dans les parties intermédiaires les deux systèmes de vibrations à la fois tendent à pousser les molécules tantôt dans le même sens, tantôt dans des sens opposés, d'où résultent des additions et des soustractions de vitesses; mais il est aisé de voir que les additions sont exactement compensées par les soustractions, en sorte qu'en définitive les vibrations de chacun des deux faisceaux lumineux ne sont affaiblies ni fortifiées par celles de l'autre, et qu'on peut les considérer en conséquence comme s'exécutant séparément et indépendamment les unes des autres. C'est ainsi que deux forces perpendiculaires appliquées à un même point lui impriment, chacune suivant sa direction, des vitesses égales à celles qu'elles auraient produites séparément.

4. La solution que je viens de donner du problème, dans le cas particulier où il s'agit de trouver la résultante de deux ondes séparées par un intervalle d'un quart d'ondulation, suffit pour le résoudre dans tous les autres cas. En effet quels que soient le nombre des différents systèmes d'ondes et les intervalles qui les séparent, on peut toujours substituer à chacun d'eux ses composants rapportés à deux points communs distants d'un quart d'ondulation. Alors en ajoutant ou retranchant, selon leurs signes, les vibrations des composants rapportées au même point, on ramènera le mouvement total à deux systèmes d'ondes séparés par un intervalle d'un quart d'ondulation, et la racine carrée de la somme des carrés de leurs intensités sera celle de la lumière totale. C'est absolument le procédé qu'on emploie en statique pour trouver la résultante d'un nombre quelconque de forces. La longueur de l'ondula-

II. tion répond ici à la circonférence dans le problème de statique, et l'intervalle d'un quart d'ondulation entre les systèmes d'ondes à l'intervalle angulaire d'un quart de circonférence qui sépare les composantes.

5. Il arrive le plus souvent, dans les problèmes d'optique, que les intensités de lumière ou les teintes que l'on veut calculer ne résultent que du concours de deux systèmes d'ondes seulement, comme dans les anneaux colorés et les phénomènes de coloration les plus ordinaires que présentent les lames cristallisées; en sorte qu'il est bon de connaître la formule générale qui donne la résultante de deux systèmes d'ondes séparés par un intervalle quelconque. On prévoit déjà le résultat que l'on obtiendrait en appliquant à ce cas la méthode générale que je viens d'exposer; mais je ne crois pas inutile de m'appesantir encore sur la théorie de ces mouvements vibratoires, et de prouver directement que l'onde résultant du concours de deux autres, quelles que soient leurs positions relatives, répond exactement, pour son intensité et pour sa situation, à la résultante de deux forces égales aux intensités des deux faisceaux lumineux, et faisant entre elles un angle qui soit à la circonférence entière comme l'intervalle qui sépare les deux systèmes d'ondes est à la longueur d'une ondulation.

Soit x la distance du centre du premier système d'ondes à la molécule lumineuse que l'on considère, et t l'instant où l'on veut calculer sa vitesse; celle que lui imprime l'onde du premier système est égale à $a \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{d}\right)\right]$, a étant l'intensité de ce faisceau lumineux. Si l'on représente par a' l'intensité du second, et par c l'intervalle qui sépare les points correspondants des deux systèmes d'ondes, la vitesse résultant du second sera $a' \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x+c}{d}\right)\right]$, et par conséquent la vitesse totale imprimée à la molécule, $a \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{d}\right)\right] + a' \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x+c}{d}\right)\right]$, ou

$$\left(a+a'\cos 2\pi\frac{c}{d}\right)\sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{d}\right)\right] - a'\sin 2\pi\frac{c}{d}\cos\left[2\pi\left(t-\frac{x}{d}\right)\right];$$

expression qui peut toujours se mettre sous la forme

$$\mathrm{A}\cos i \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{d}\right)\right] - \mathrm{A}\sin i\cos\left[2\pi\left(t-\frac{x}{d}\right)\right],$$

ou

$$A \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{d}\right) - i\right],$$

en faisant

$$a + a' \cos\left(2\pi\frac{c}{d}\right) = A \cos i, \qquad \text{et} \qquad a' \sin\left(2\pi\frac{c}{d}\right) = A \sin i.$$

Élevant chaque membre de ces équations au carré, et les ajoutant, on a,

$$A^2 = a^2 + a'^2 + 2\,aa' \cos\left(2\pi\frac{c}{d}\right);$$

d'où

$$A = \pm\sqrt{a^2 + a'^2 + 2aa' \cos\left(2\pi\frac{c}{d}\right)}.$$

C'est la valeur de la résultante de deux forces a et a' faisant entre elles un angle égal à $2\pi\frac{c}{d}$.

Il résulte de cette formule générale que l'intensité de la lumière totale est égale à la somme de celles des deux faisceaux constituants, dans le cas de l'accord parfait, à leur différence quand ils discordent complétement, et enfin à la racine carrée de la somme de leurs carrés lorsque leurs vibrations correspondantes sont à un quart d'ondulation les unes des autres, ce qu'on avait déjà démontré[1].

Il est facile de voir que la position de l'onde répond exactement à la situation angulaire de la résultante des deux forces a et a'. En effet, la distance de la première onde à la seconde est c, et à l'onde résultante $\frac{i}{2\pi}d$, et la distance de celle-ci à la seconde $c - \frac{i}{2\pi}d$. Par conséquent les angles correspondants sont $2\pi\frac{c}{d}$, i et $2\pi\frac{c}{d} - i$. Or en multipliant par $\sin i$ l'équation $a + a'\cos\left(2\pi\frac{c}{d}\right) = A\cos i$, et par $\cos i$ l'équation $a' \sin 2\pi\frac{c}{d} = A \sin i$, et les retranchant l'une de l'autre, on trouve

$$a \sin i = a' \sin\left(2\pi\frac{c}{d} - i\right),$$

[1] J'entends toujours par *intensité de la lumière*, dans ce Mémoire et le suivant, non pas l'intensité de la sensation, mais la vitesse des molécules lumineuses dans leurs oscillations. [*Note marginale.*]

VII. qui, avec l'équation

$$a' \sin\left(2\pi \frac{c}{d}\right) = A \sin i,$$

donne la proportion

$$\sin\left(2\pi \frac{c}{d} - i\right) : \sin i : \sin 2\pi \frac{c}{d} : : a : a' : A.$$

L'expression générale $A \sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{d}\right) - i\right]$ de la vitesse des molécules dans l'onde résultant du concours de deux autres démontre que cette onde a la même longueur que ses composantes, et que les vitesses des points correspondants sont proportionnelles; en sorte que l'onde résultante est toujours de même nature que ses composantes et n'en diffère que par l'intensité, c'est-à-dire par la quantité constante qui multiplie les rapports de vitesse de toutes les molécules qui la composent. En la combinant successivement avec de nouvelles ondes, on retrouverait toujours des expressions de même forme, propriété remarquable de cette sorte de fonctions. Ainsi, dans la résultante d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes de même longueur, les molécules lumineuses sont toujours animées de vitesses proportionnelles à celles des composantes, aux points situés à la même distance de l'extrémité de chaque onde.

J'ai fait voir dans le second Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie[a], que pour expliquer la position des anneaux colorés réfléchis, il fallait supposer que la réflexion à la surface des corps transparents a lieu jusqu'à une profondeur d'un quart d'ondulation[1],

[1] Le docteur Young a très-bien expliqué la tache noire centrale sans cette hypothèse, en rappelant que la vitesse d'un corps élastique qui en choque un autre change de signe selon qu'il a plus ou moins de masse que le corps choqué, et en concluant que les vitesses des molécules lumineuses doivent être affectées de signes contraires dans leur réflexion en dehors et en dedans du verre. [*Note marginale de l'auteur.*]

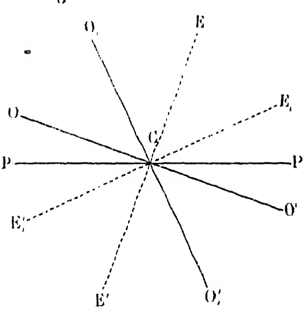
---

[a] Supplément au deuxième Mémoire sur la diffraction N° X, §§ 18 et 19. Dans la présente édition ce Mémoire est réellement le quatrième parmi ceux que l'auteur a déposés à l'Académie des sciences; mais Fresnel ne considérait son premier Mémoire et le complément qu'il y avait joint (n^os II et IV) que comme un essai de rédaction du Mémoire n° VIII, qui a dû porter, dans une édition complète, le titre de deuxième Mémoire sur la diffraction.

ce qu'on pouvait encore démontrer directement, comme je l'ai fait observer, par des considérations sur la réflexion même. Il résulte de la théorie que je viens d'exposer que, malgré la multitude d'ondulations partielles dont se compose l'onde réfléchie, dans cette hypothèse, elle est aussi simple que l'onde incidente et absolument pareille, à l'intensité près.

6. Je vais appliquer maintenant cette théorie au calcul des couleurs produites par les lames cristallisées dans plusieurs cas particuliers, et je m'occuperai d'abord de celui où deux lames parallèles à l'axe, de même nature et d'égale épaisseur, ont leurs axes croisés sous l'angle de 45°. M. Biot a conclu de ses formules que lorsque la section principale du rhomboïde de spath calcaire, dont on se sert pour analyser la lumière, est parallèle ou perpendiculaire au plan primitif de polarisation, la teinte de chaque image doit rester invariable quand on fait tourner dans son plan le système des deux lames croisées. On va voir que la théorie des interférences conduit à un résultat différent.

Fig. 1.



Soit PP′ le plan de la polarisation primitive, OO′ l'axe de la première lame, et O_1O_1' celui de la seconde. Je suppose que la section principale du rhomboïde de spath calcaire, avec lequel on observe ces couleurs, soit parallèle à PP′. Je représente par *i* l'angle PCO. Par l'action du premier cristal le faisceau lumineux se divisera en deux systèmes d'ondes polarisés, l'un suivant l'axe OO′ et l'autre suivant le plan perpendiculaire EE′. Les ondulations ordinaires s'exécutant dans le cristal d'une manière indépendante des ondulations extraordinaires, puisque des rayons lumineux polarisés en sens contraires ne s'influencent pas, on doit assimiler ces deux systèmes d'ondes à deux forces perpendiculaires entre elles [1]. Ainsi A représentant la vitesse des mo-

[1] On doit assimiler aussi à deux forces perpendiculaires les deux systèmes d'ondes dans lesquels se divise la lumière à la surface des corps transparents, quoique les

II. lécules dans la lumière incidente, et a et a' leurs vitesses dans les faisceaux ordinaire et extraordinaire, on a l'équation : $A^2 = a^2 + a'^2$ (*), qui signifie que A étant le rayon du cercle, a et a' sont le sinus et le cosinus du même angle. Mais cet angle doit être nul quand i est nul, égal à 45° quand i est de 45°, égal à 90° quand i est un angle droit, et ainsi de suite pour chaque huitième de circonférence; il est donc naturel de supposer que cet angle est précisément l'angle i. On verra d'ailleurs que les résultats auxquels conduit cette hypothèse s'accordent bien avec les faits.

rayons réfléchis et les rayons réfractés s'influencent mutuellement quand ils sont ramenés à la même direction, parce qu'au moment où ils se séparent ils tendent à produire des ondes indépendantes (**). Par conséquent, le carré de la vitesse des molécules lumineuses dans le faisceau incident doit être égal à la somme des carrés des vitesses des molécules dans le faisceau réfléchi et le faisceau transmis [a]. C'est au moyen de ce principe que le docteur Young a su concilier son explication des anneaux transmis avec une expérience très-importante de M. Arago, qui démontre qu'ils sont d'une intensité absolue égale à celle des anneaux réfléchis. Ainsi il paraît bien prouvé que les anneaux transmis sont formés par le concours des rayons directs et des rayons réfléchis deux fois dans la lame d'air. Or, pour concilier maintenant cette formation des anneaux transmis avec les conséquences auxquelles j'ai été conduit sur la profondeur de la réflexion à la surface des corps transparents, il faut supposer que, indépendamment des chemins parcourus, les rayons réfléchis diffèrent d'un quart d'ondulation des rayons transmis. Cette hypothèse, qui me paraît très-probable en elle-même, a l'avantage de donner en quelque sorte une nouvelle raison du principe que je viens d'énoncer.

Il n'est pas inutile peut-être de rappeler un autre principe démontré par l'analyse mécanique, qui a beaucoup de rapport avec celui-ci : c'est que la vitesse des molécules lumineuses, à mesure que les ondes s'éloignent du centre de vibration, diminue proportionnellement à cette distance (***), tandis que l'étendue de la surface à laquelle se communique le mouvement ondulatoire augmente proportionnellement au carré de la même distance. Ainsi, dans ce cas, comme dans le précédent, les subdivisions des vitesses sont les racines carrées des subdivisions des rayons.

(*) Cette équation se déduit bien plus naturellement du principe de la conservation des forces vives, auquel je ne songeais pas alors. [*Note marginale.*]

(**) Il faut substituer ici le principe de la conservation des forces vives à l'assimilation à deux forces perpendiculaires. [*Note marginale.*]

(***) C'est encore la conservation des forces vives. [*Note marginale.*]

[a] Cet énoncé incomplet a été plus tard rectifié par Fresnel, en tenant compte des différentes densités de l'éther dans divers milieux. — Voyez le N° XXXI. [E. Verdet.]

Ainsi, A étant l'intensité de la lumière incidente, A $\cos i$ sera celle N°
du faisceau polarisé suivant OO′, et A $\sin i$ celle du faisceau polarisé suivant EE′; enfin, par l'action de la seconde lame cristallisée et du rhomboïde de spath calcaire, chacun de ces faisceaux se divisera en quatre, ce qui fera en tout huit systèmes d'ondes, dont quatre dans l'image ordinaire et quatre dans l'image extraordinaire.

Les quatre faisceaux composant l'image ordinaire seront :

$$\cos i \cos 45^\circ \cos(45^\circ + i)\, A_{o+o} \qquad \cos i \sin 45^\circ \sin(45^\circ + i)\, A_{o+e}$$

$$P,O,O_1,P. \qquad P,O,E'_1,P.$$

$$-\sin i \sin 45^\circ \cos(45^\circ + i)\, A_{e+o} \qquad \sin i \cos 45^\circ \sin(45^\circ + i)\, A_{e+e}$$

$$P,E',O'_1,P'. \qquad P,E',E'_1,P.$$

o et e représentant les nombres des ondulations ordinaires et extraordinaires dans chacune des lames cristallisées, pour l'espèce de rayons que l'on considère. J'ai employé ici la même notation que dans le Mémoire précédent. Les lettres placées sous chacun des faisceaux constituants indiquent la marche de leurs plans de polarisation. La valeur du troisième faisceau est affectée du signe —, parce que l'extrémité P de son plan de polarisation, au lieu de revenir en P, comme dans les autres faisceaux, est allée en P′. Or, d'après la règle déduite des observations de M. Biot, cette opposition dans la marche du plan de polarisation entraîne une différence d'une demi-ondulation, qu'on peut également indiquer par le signe — ou par l'addition de $\frac{1}{2}$ au nombre $o + e$ des ondulations parcourues.

Le second et le troisième faisceau comptant le même nombre d'ondulations, leurs vitesses s'ajoutent, et les quatre faisceaux se réduisent ainsi à trois :

$$\sqrt{\tfrac{1}{2}} \cos i \cos(45^\circ + i)\, A_{2o} \qquad \tfrac{1}{2} A_{o+e} \qquad \sqrt{\tfrac{1}{2}} \sin i \sin(45^\circ + i)\, A_{2e}$$

Pour calculer l'intensité de la lumière résultant de leur concours, je les rapporte à deux points séparés par un intervalle d'un quart d'ondulation. Je prends pour le premier de ces points celui qui répond à $o + e$, et pour le second celui qui répond à $o + e + \frac{1}{4}$.

II. Je trouve pour la somme des composantes rapportées au premier point :

$$A\left\{\sqrt{\tfrac{1}{2}}\cos i\cos(45^\circ+i)\cos[2\pi(e-o)]+\tfrac{1}{2}+\sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin i\sin(45^\circ+i)\cos[2\pi(e-o)]\right\}$$

ou

$$A\left\{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos[2\pi(e-o)]\right\};$$

et pour la somme des composantes rapportées au second point :

$$A\left\{-\sqrt{\tfrac{1}{2}}\cos i\cos(45^\circ+i)\sin[2\pi(e-o)]+\sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin i\sin(45^\circ+i)\sin[2\pi(e-o)]\right\}$$

ou

$$-A\sqrt{\tfrac{1}{2}}\cos(45^\circ+2i)\sin[2\pi(e-o)].$$

Ajoutant les carrés des deux sommes, on a :

$$A^2\left\{\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{2}\cos[2\pi(e-o)]+\tfrac{1}{4}\cos^2[2\pi(e-o)]+\tfrac{1}{2}\cos^2(45^\circ+2i)\sin^2[2\pi(e-o)]\right\}$$

ou

$$A^2\left\{\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{2}\cos[2\pi(e-o)]+\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{4}\sin^2[2\pi(e-o)][2\cos^2(45^\circ+2i)-1]\right\},$$

ou

$$A^2\left\{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos[2\pi(e-o)]+\tfrac{1}{4}\sin^2[2\pi(e-o)]\cos[2(45^\circ+2i)]\right\},$$

ou enfin

$$A^2\left\{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos[2\pi(e-o)]-\tfrac{1}{4}\sin^2[2\pi(e-o)]\sin 4i\right\}.$$

Ainsi l'intensité de chaque espèce de rayons dans l'image ordinaire est donnée par la formule :

$$A\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos[2\pi(e-o)]-\tfrac{1}{4}\sin 4i\sin^2[2\pi(e-o)]}$$

dans laquelle o et e représentent les nombres de leurs ondulations ordinaires et extraordinaires dépendant de la longueur de ces ondulations et de l'épaisseur des lames cristallisées.

Si l'on cherche pareillement l'expression générale de l'intensité des rayons qui composent l'image ordinaire, dans le cas où l'on ne fait traverser à la lumière polarisée qu'une seule des deux lames disposée

de façon que son axe fasse un angle de 45° avec le plan de la polarisation primitive, on trouve :

$$A = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left[2\pi(e-o)\right]}.$$

On voit que ces deux formules ne diffèrent que par le terme $-\frac{1}{4}\sin 4i \sin^2\left[2\pi(e-o)\right]$, qui se trouve dans la première et n'est pas dans la seconde. Par conséquent les teintes doivent être semblables dans toutes les positions du système des deux lames superposées qui font évanouir ce terme, c'est-à-dire lorsqu'on a $i = 45°$, $i = 90°$, $i = 135°$, $i = 180°$, etc. C'est aussi ce que l'expérience confirme, et pour ces valeurs particulières de i, le théorème de M. Biot est parfaitement exact. Mais dans tous les azimuts intermédiaires la teinte produite par les lames accouplées doit différer de l'autre. Cette conséquence de mes formules m'avait fait croire d'abord que je m'étais trompé dans mon calcul, ou dans les raisonnements sur lesquels il était appuyé, tant j'avais peine à supposer que cette variation de teinte, si elle avait lieu, eût échappé à un observateur aussi habile que M. Biot. Mais ayant remarqué qu'elle devait être très-légère, je pensai qu'il était possible qu'il ne l'eût pas aperçue, et en répétant l'expérience je me suis assuré qu'effectivement la teinte changeait d'une manière sensible.

Je ne me suis point servi du même moyen que M. Biot pour croiser les axes des lames à 45°. Après avoir choisi une lame de sulfate de chaux d'une épaisseur bien uniforme, et l'avoir coupée en deux avec une règle et un canif, j'ai superposé ces deux morceaux de façon que les côtés formés par la section commune fissent entre eux un angle de 45°, ce que je pouvais exécuter à moins d'un degré près avec un rapporteur; tandis que par le procédé de M. Biot on se trompe aisément de 2 ou 3 degrés sur la direction des axes, si l'on n'y apporte le plus grand soin.

7. Les rayons pour lesquels $e-o$ est un nombre entier, ou un nombre entier plus un demi, ne varient point d'intensité, quel que soit l'azimut dans lequel on tourne le système des deux lames, car alors le

terme $-\frac{1}{4}\sin 4i \sin^2[2\pi(e-o)]$ s'évanouit. Mais les rayons pour lesquels $e-o$ est un nombre entier sont ceux qui ont le plus d'intensité dans l'image, comme il est aisé de le voir par l'inspection de la formule, car dans ce cas elle devient égale à A; et les rayons pour lesquels $e-o$ est un nombre entier plus un demi sont au contraire exclus de l'image, puisque cette valeur de $e-o$ substituée dans la formule donne zéro. Ainsi ce sont toujours les mêmes espèces de rayons qui dominent dans l'image et qui en sont exclus; par conséquent, les variations de sa teinte doivent être assez légères. Aussi n'éprouve-t-elle que des changements peu sensibles dans la nature de sa couleur; mais la vivacité de cette couleur varie d'une manière plus prononcée et assez apparente pour qu'on puisse s'en convaincre en observant le phénomène avec attention.

D'après la formule ces variations portent principalement sur les deux espèces de rayons pour lesquelles $e-o$ est égal à un nombre entier plus un quart, ou moins un quart; car alors dans le terme $-\frac{1}{4}\sin 4i \sin^2[2\pi(e-o)]$ le facteur $\sin^2[2\pi(e-o)]$ devient égal à 1. Quand i est égal au quart du quadrant, $\sin 4i = 1$, et le terme atteint son *maximum*. C'est alors que la teinte doit être la plus vive, puisque les rayons hétérogènes mêlés avec ceux qui dominent dans l'image sont parvenus à leur dernier degré d'affaiblissement. Au contraire, lorsque i est égal aux trois quarts du quadrant, $\sin 4i$ devenant négatif, le terme $-\frac{1}{4}\sin 4i \sin^2[2\pi(e-o)]$ change de signe, et les rayons qui dominent dans l'image se trouvent alors mêlés avec la plus grande quantité possible de rayons hétérogènes. C'est donc dans cet azimut que la couleur de l'image est à son *minimum* d'intensité. L'expérience confirme parfaitement ces conséquences de la théorie.

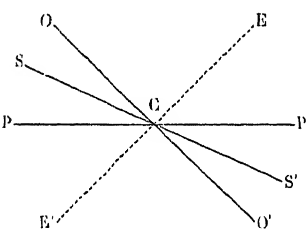
On peut rendre beaucoup plus sensibles les variations d'intensité des rayons pour lesquels $e-o$ est égal à $n \pm \frac{1}{4}$, en employant de la lumière homogène, au lieu de lumière blanche, et choisissant précisément cette espèce de rayons, que l'on reconnaît aisément à la propriété de donner des images d'égale intensité, lorsque l'axe d'une des deux

lames est parallèle ou perpendiculaire au plan primitif de polarisation.

8. Je vais appliquer maintenant la même théorie à quelques-uns des phénomènes les plus singuliers que présentent les couleurs développées dans les lames cristallisées, lorsque la lumière est modifiée par la réflexion complète.

Je m'occuperai d'abord du cas où la lumière polarisée, après avoir traversé une lame mince cristallisée, est ensuite réfléchie deux fois dans l'intérieur du verre sous l'incidence qui produit la dépolarisation complète. Je suppose, comme dans mon dernier Mémoire, que l'axe de ce cristal fait un angle de 45° avec le plan de la polarisation primitive et le plan de réflexion. Soit PP′ la projection de ces deux plans qui, en conséquence de cette hypothèse, doivent coïncider ou être perpendiculaires entre eux; soit OO′ l'axe de la lame cristallisée, et SS′ la section principale du rhomboïde de spath calcaire, avec lequel on observe les couleurs. Je représente par i l'angle PCS qu'elle fait avec le plan primitif de polarisation. F étant l'intensité de la lumière incidente, les deux faisceaux, dans lesquels elle se divise par l'action de la lame, seront $\sqrt{\frac{1}{2}}\,\mathrm{F}_o$, et $\sqrt{\frac{1}{2}}\,\mathrm{F}_e$; o et e représentant toujours les nombres des ondulations ordinaires et extraordinaires exécutées dans ce cristal par l'espèce de rayons que l'on considère. Par l'effet de la double réflexion dans l'intérieur du verre, chacun de ces faisceaux se divise en deux systèmes d'ondes polarisés l'un parallèlement et l'autre perpendiculairement au plan d'incidence, celui-ci étant en avant d'un quart d'ondulation relativement au premier. Enfin le second rhomboïde[1] de spath calcaire divise chacun de ces quatre faisceaux en deux autres. Je ne considérerai

Fig. 2.



[1] Je suppose ici, comme dans le Mémoire précédent, que la polarisation primitive est produite par un rhomboïde de spath calcaire.

XVII. que ceux qui passent dans l'image ordinaire, l'image extraordinaire étant toujours de la teinte complémentaire. Les quatre faisceaux lumineux, qui concourent à la formation de l'image ordinaire, sont :

$\frac{1}{2}\cos i\, F_{o+\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{2}\sin i\, F_{o}$	$\frac{1}{2}\cos i\, F_{e+\frac{1}{4}}$	$-\frac{1}{2}\sin i\, F_{e}$
P,O,P,S.	P,O,T,S.	P,E′,P,S.	P,E′,T′,S′.

Je rapporte ces quatre systèmes d'ondes à deux points communs distants d'un quart d'ondulation, à ceux, par exemple, qui répondent à o et à $o+\frac{1}{4}$. Je trouve pour la somme de toutes les composantes rapportées au premier :

$$F\left\{\frac{1}{2}\sin i+\frac{1}{2}\cos i\cos\left[2\pi\left(e-o+\frac{1}{4}\right)\right]-\frac{1}{2}\sin i\cos\left[2\pi(e-o)\right]\right\},$$

ou

$$F\left\{\frac{1}{2}\sin i-\frac{1}{2}\cos i\sin\left[2\pi(e-o)\right]-\frac{1}{2}\sin i\cos\left[2\pi(e-o)\right]\right\};$$

et pour celle des composantes rapportées au second :

$$F\left\{\frac{1}{2}\cos i+\frac{1}{2}\cos i\cos\left[2\pi(e-o)\right]-\frac{1}{2}\sin i\cos\left[2\pi\left(e-o-\frac{1}{4}\right)\right]\right\},$$

ou

$$F\left\{\frac{1}{2}\cos i+\frac{1}{2}\cos i\cos\left[2\pi(e-o)\right]-\frac{1}{2}\sin i\sin\left[2\pi(e-o)\right]\right\}.$$

La première de ces expressions équivaut à

$$F\left\{\frac{1}{2}\sin i-\frac{1}{2}\sin\left[i+2\pi(e-o)\right]\right\},$$

et la seconde à

$$F\left\{\frac{1}{2}\cos i+\frac{1}{2}\cos\left[i+2\pi(e-o)\right]\right\};$$

ajoutant leurs carrés, on trouve pour celui de la résultante :

$$F^2\left\{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\sin i\sin\left[i+2\pi(e-o)\right]+\frac{1}{2}\cos i\cos\left[i+2\pi(e-o)\right]\right\},$$

ou

$$F^2\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\left[2i+2\pi(e-o)\right]\right\};$$

Ainsi la résultante est égale à :

$$F\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\left[2i+2\pi(e-o)\right]},$$

expression générale de l'intensité du rayon dans l'image ordinaire.

9. Lorsque la lumière polarisée, qui a traversé la lame cristallisée, est reçue immédiatement dans le second rhomboïde de spath calcaire, sans avoir été modifiée par la double réflexion, la section principale du second rhomboïde étant parallèle à celle du premier, l'intensité des rayons qui composent l'image ordinaire est donnée par la formule :

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos[2\pi(e-o)]}.$$

Ainsi la teinte de l'image réfléchie est la même que celle de l'image directe lorsque i est égal à zéro.

Quand il est égal à 90°, la première expression devient :

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\cos[2\pi(e-o)]};$$

ce qui nous apprend que l'image réfléchie se colore de la teinte complémentaire.

Lorsque i est égal à 45°, l'intensité des rayons dans l'image réfléchie est représentée par

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos\left[2\pi\left(e-o+\tfrac{1}{4}\right)\right]};$$

c'est la teinte qui résulte d'un changement d'un quart d'ondulation dans l'intervalle $(e-o)\,d$, ou celle que donne la même lame quand la lumière polarisée a éprouvé les deux réflexions complètes avant de la traverser.

Enfin, si l'on suppose dans la formule i égal à un quart ou à trois quarts de quadrant, on aura

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos\left[2\pi\left(e-o+\tfrac{1}{8}\right)\right]},$$

ou

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos\left[2\pi\left(e-o+\tfrac{3}{8}\right)\right]}.$$

Ce sont les deux espèces de teintes que développe dans la même lame la lumière polarisée modifiée par un nombre impair de réflexions complètes. Tous ces résultats de la théorie s'accordent parfaitement avec l'expérience.

10. Pour faire mieux ressortir les conséquences que l'on doit tirer de la formule $F\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos[2i+2\pi(e-o)]}$, je vais la comparer à celle qui exprime l'intensité des rayons de l'image ordinaire, lorsque, toutes les autres parties de l'appareil restant dans la même situation, on supprime les prismes accouplés, dans lesquels la lumière éprouve deux réflexions consécutives. Je suppose donc que la lumière polarisée, après avoir traversé la lame cristallisée, est reçue immédiatement dans le rhomboïde de spath calcaire. Alors l'image ordinaire est formée par le concours des deux faisceaux

$$\sqrt{\tfrac{1}{2}}\cos(45^\circ - i)F_o \qquad\qquad \sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin(45^\circ - i)F_e$$

P,O,S. P,E',S.

Pour avoir leur résultante, on peut se servir de la formule générale qui donne immédiatement la résultante de deux systèmes d'ondes lumineuses, et l'on trouve :

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\sin(45^\circ-i)\cos(45^\circ-i)\cos[2\pi(e-o)]},$$

ou

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos 2i\cos[2\pi(e-o)]}.$$

Cette formule fait voir que plus i s'approche de 45°, plus la teinte de l'image s'affaiblit, et qu'enfin lorsque i est égal à 45°, l'image doit être absolument incolore, puisque l'expression générale de l'intensité des rayons devenant alors $F\sqrt{\frac{1}{2}}$ et étant ainsi indépendante des valeurs particulières de e et de o, ne varie point avec la longueur des vibrations lumineuses.

Dans la formule $F\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos[2i+2\pi(e-o)]}$ du cas précédent, au contraire, quelle que soit la valeur de i, les variations de e et de o font toujours passer $\cos[2i+2\pi(e-o)]$ par toutes les valeurs possibles, depuis $+1$ jusqu'à -1. Par conséquent les intensités des rayons de différentes espèces se trouvent toujours aussi inégales, et la teinte de

l'image, tout en changeant de nature, doit conserver le même degré de vivacité.

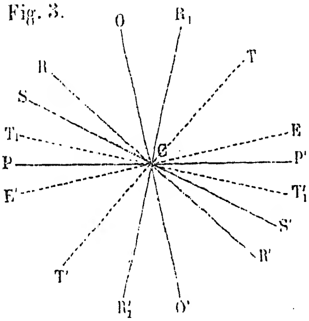
Il résulte au contraire de la formule $F\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2i \cos\left[2\pi(e-o)\right]}$ que, dans le second cas, la rotation du rhomboïde fait varier l'intensité de la couleur sans changer sa nature. En effet, les ondulations de différentes espèces s'exécutent indépendamment les unes des autres, non-seulement à cause de la différence d'origine, mais encore parce que dans leur marche leurs mouvements se contrarient aussi souvent qu'ils s'accordent : les rayons divers qui composent la lumière blanche exerçant donc sur l'organe de la vue des actions distinctes et indépendantes, la sensation de leur mélange n'est, à proprement parler, que le mélange des sensations partielles qu'ils lui font éprouver. Or il est très-naturel de supposer que la force de la sensation est proportionnelle au carré de la vitesse des molécules lumineuses dans leurs oscillations. Ainsi, pour juger de la nature de la teinte, il faut comparer les carrés des intensités des rayons de diverses couleurs, c'est-à-dire, dans le cas dont il s'agit, les différentes valeurs de l'expression qui est sous le radical. Or la seule quantité variable étant $\cos 2i \cos\left[2\pi(e-o)\right]$, les variations répondant aux différentes espèces de rayons seront toujours dans le même rapport, quelle que soit la valeur de i, et seulement plus ou moins faibles relativement au terme constant $\frac{1}{2}$. On doit donc en conclure que la teinte ne changera pas de nature, et qu'elle n'éprouvera d'autre altération que celle qui résulte du mélange d'une plus ou moins grande quantité de lumière blanche.

11. J'ai dit, dans le Mémoire précédent[a], qu'on pouvait imiter les phénomènes que présentent les plaques de cristal de roche taillées perpendiculairement à l'axe, en plaçant une lame cristallisée parallèle à l'axe entre deux systèmes perpendiculaires de prismes accouplés, et de façon que son axe fît un angle de 45° avec chacun des deux plans de réflexion ; qu'alors, non-seulement la rotation d'un des rhomboïdes faisait

[a] N° XVI, § 21, p. 460, note 2.

II. changer la nature des teintes, mais encore que ces teintes restaient constantes quand on faisait tourner les deux rhomboïdes dans le même sens et de la même quantité angulaire; mais je n'ai pas donné la raison de cette loi remarquable. Je terminerai ce supplément par l'application de la théorie des interférences à ce phénomène, que je considérerai dans toute sa généralité.

Fig. 3.



Soient PP′ le plan de la polarisation primitive; RR′ le premier plan dans lequel la lumière polarisée éprouve deux réflexions complètes; OO′ l'axe de la lame cristallisée; $R_1R'_1$ le second plan de réflexion, et SS′ la section principale du second rhomboïde. Je représente l'angle PCS par i, l'angle PCR par r, l'angle PCR_1 par r', et l'angle PCO par a. L'image ordinaire sera formée par le concours des huit faisceaux suivants :

1. $P,R,O,R_1,S.\quad +\cos r\cos(a-r)\cos(r'-a)\cos(r'-i)\,F_{o+\frac{1}{2}}$
2. $P,R,O,T_1,S.\quad +\cos r\cos(a-r)\sin(r'-a)\sin(r'-i)\,F_{o+\frac{1}{4}}$
3. $P,R,E',R_1',S'.\quad -\cos r\sin(a-r)\sin(r'-a)\cos(r'-i)\,F_{e+\frac{1}{2}}$
4. $P,R,E',T_1,S.\quad +\cos r\sin(a-r)\cos(r'-a)\sin(r'-i)\,F_{e+\frac{1}{4}}$
5. $P,T',O',R_1',S'.\quad -\sin r\sin(a-r)\cos(r'-a)\cos(r'-i)\,F_{o+\frac{1}{4}}$
6. $P,T',O',T_1',S'.\quad -\sin r\sin(a-r)\sin(r'-a)\sin(r'-i)\,F_{o}$
7. $P,T',E',R_1',S'.\quad -\sin r\cos(a-r)\sin(r'-a)\cos(r'-i)\,F_{e+\frac{1}{4}}$
8. $P,T',E',T_1,S.\quad +\sin r\cos(a-r)\cos(r'-a)\sin(r'-i)\,F_{e}$

Ajoutant les expressions dans lesquelles F a la même caractéristique, en observant que $\frac{1}{2}$ à la caractéristique équivaut au signe moins, les huit faisceaux se réduisent à quatre :

6. $-[\sin r\sin(a-r)\sin(r'-a)\sin(r'-i)+\cos r\cos(a-r)\cos(r'-a)\cos(r'-i)]$
5. $+[-\sin r\sin(a-r)\cos(r'-a)\cos(r'-i)+\cos r\cos(a-r)\sin(r'-a)\sin(r'-i)]$
8. $+[\cos r\sin(a-r)\sin(r'-a)\cos(r'-i)+\sin r\cos(a-r)\cos(r'-a)\sin(r'-i)]$
7. $+[\cos r\sin(a-r)\cos(r'-a)\sin(r'-i)-\sin r\cos(a-r)\sin(r'-a)\cos(r'-i)]$

Si l'on suppose le second plan de réflexion perpendiculaire au premier, $r' = r + 90°$, et ces expressions deviennent :

$$-\tfrac{1}{2}[\sin r\cos(r-i)-\cos r\sin(r-i)]\,F_o = -\tfrac{1}{2}\sin i\,F_o\,,$$

$$+\tfrac{1}{2}[\sin r\sin(r-i)+\cos r\cos(r-i)]\,F_{o+\frac{1}{4}} = +\tfrac{1}{2}\cos i\,F_{o+\frac{1}{4}}\,,$$

$$+\tfrac{1}{2}[-\cos r\sin(r-i)+\sin r\cos(r-i)]\,F_e = +\tfrac{1}{2}\sin i\,F_e\,,$$

$$+\tfrac{1}{2}[\cos r\cos(r-i)+\sin r\sin(r-i)]\,F_{e+\frac{1}{4}} = +\tfrac{1}{2}\cos i\,F_{e+\frac{1}{4}}\,.$$

Ainsi, dans ce cas, les intensités des faisceaux constituants de l'image ne sont plus fonction que de l'angle i; par conséquent, i restant constant, la teinte de l'image ne variera point. Si donc on fait tourner le système de la lame cristallisée et des prismes accouplés entre les deux rhomboïdes de spath calcaire, ou, ce qui revient au même, si l'on fait varier de la même quantité angulaire les azimuts de leurs sections principales, la couleur de l'image n'éprouvera aucune altération, ni dans sa nature ni dans sa vivacité.

Il est à remarquer que, si l'on change o en e et e en o dans les expressions des intensités des faisceaux constituants, on retrouve, précisément avec les mêmes signes, celles du cas où la lumière n'éprouvait qu'une fois la double réflexion complète. Or le calcul nous avait donné pour la valeur de la résultante

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos[2i+2\pi(e-o)]}\ ;$$

dans le cas dont nous nous occupons actuellement, elle sera donc

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos[2i+2\pi(o-e)]}\,,$$

ou

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos[2i-2\pi(e-o)]}\,.$$

Ces deux expressions indiquent la même teinte lorsque i est égal à zéro, 90°, 180°, 270°, 360°; et des teintes complémentaires quand il est égal à 45°, 135°, 225°, 315°.

J'ai supposé que le plan suivant lequel la lumière éprouvait pour la

II. seconde fois la double réflexion complète était perpendiculaire au premier. Supposons maintenant qu'il lui soit parallèle. Alors les expressions générales de l'intensité des faisceaux lumineux deviendront :

$$+\frac{1}{2}[\sin r \sin(r-i) - \cos r \cos(r-i)]\,F_o \quad = -\frac{1}{2}\cos(2r-i)\,F_o\,,$$
$$+\frac{1}{2}[-\sin r \cos(r-i) - \cos r \sin(r-i)]\,F_{o+\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}\sin(2r-i)\,F_{o+\frac{1}{4}}\,,$$
$$+\frac{1}{2}[-\cos r \cos(r-i) + \sin r \sin(r-i)]\,F_e \quad = -\frac{1}{2}\cos(2r-i)\,F_e\,,$$
$$+\frac{1}{2}[\cos r \sin(r-i) + \sin r \cos(r-i)]\,F_{e+\frac{1}{4}} = +\frac{1}{2}\sin(2r-i)\,F_{e+\frac{1}{4}}\,.$$

D'où il résulte que, dans ce cas, toutes les variations d'azimuts qui ne changent pas $2r-i$ ne doivent pas faire varier la teinte de l'image. C'est ce que l'expérience confirme, comme je m'en suis assuré avec un appareil gradué.

J'ai commencé à appliquer aux anneaux colorés la formule générale qui donne la résultante de deux systèmes d'ondes, et j'ai déjà calculé la couleur des lames minces pour quelques-uns des cas de la table de Newton. Mais ce travail est encore trop incomplet pour pouvoir être présenté à l'Académie. Je dirai seulement que les résultats que j'ai obtenus jusqu'à présent s'accordent aussi bien avec la table de Newton que ceux auxquels M. Biot a été conduit par une formule toute différente.

A Paris, le 15 janvier 1818.

A. FRESNEL.

N° XVIII.

MÉMOIRE

SUR

L'ACTION QUE LES RAYONS DE LUMIÈRE POLARISÉE EXERCENT LES UNS SUR LES AUTRES,

PAR MM. ARAGO ET FRESNEL [a].

[*Annales de chimie et de physique*, t. X, p. 288. — Cahier de mars 1819.]

1. Avant de rapporter les expériences qui font l'objet de ce Mémoire, il ne sera peut-être pas inutile de rappeler quelques-uns des beaux résultats que le docteur Thomas Young avait déjà obtenus en étudiant, avec cette rare sagacité qui le caractérise, l'influence que, dans certaines circonstances, les rayons de lumière exercent les uns sur les autres.

1° *Deux rayons de lumière homogène*, émanant *d'une même source*, qui parviennent en un certain point de l'espace par deux routes *différentes et légèrement inégales*, s'ajoutent ou se détruisent, forment sur l'écran qui les reçoit un point clair ou obscur, suivant que la différence des routes a telle ou telle valeur [b].

---

[a] *Œuvres complètes de François Arago*, t. X, p. 132. Ce Mémoire est le résultat de la collaboration de Fresnel et d'Arago; mais la manière habituelle d'Arago, si différente de celle de Fresnel, se reconnaît seule dans la rédaction. (Voir les N°s XV (A) et XV (B), XVI et XVII, la note première du N° XV (A), et la lettre à Léonor Fresnel du 16 octobre 1816.)

[b] On the Theory of Light and Colours, prop. VIII. (*Philosoph. Transact. for 1802*, p. 12.)

II. 2° Deux rayons s'ajoutent constamment là où ils ont parcouru des chemins égaux : si l'on trouve qu'ils s'ajoutent de nouveau quand la différence des deux chemins est égale à une certaine quantité d, ils s'ajouteront encore pour toutes les différences comprises dans la série $2d$, $3d$, $4d$, etc. Les valeurs intermédiaires $0+\frac{1}{2}d$, $d+\frac{1}{2}d$, $2d+\frac{1}{2}d$, etc. indiquent les cas dans lesquels les rayons se neutralisent réciproquement.

3° La quantité d n'a pas la même valeur pour tous les rayons homogènes : dans l'air, elle est égale à $\frac{67}{100000}$ de millimètre relativement aux rayons rouges extrêmes du spectre, et seulement $\frac{42}{100000}$ pour les rayons violets. Les valeurs correspondantes aux autres couleurs sont intermédiaires entre celles que nous venons de rapporter.

Les couleurs périodiques des anneaux colorés, des halos, etc. paraissent dépendre de l'influence qu'exercent ainsi l'un sur l'autre des rayons qui, séparés d'abord, viennent ensuite à coïncider de nouveau : toutefois, pour que les lois que nous venons de rapporter satisfassent à ces divers phénomènes, il faut *admettre* que la différence de route ne détermine seule l'action de deux rayons dans le point de leur croisement que lorsqu'ils se sont constamment mus, l'un et l'autre, dans les mêmes milieux; et que s'il existe quelque diversité entre les réfringences ou les épaisseurs des corps diaphanes traversés par chaque rayon isolément, elle produit un effet équivalent à une différence de chemin. On a rapporté dans ce journal, tome I, page 199, une expérience *directe* de M. Arago[a], qui donne les mêmes résultats, et d'où découle encore cette conséquence, qu'un corps diaphane *diminue* la vitesse de la lumière qui le traverse, dans le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction; en sorte que, dans tous les *phénomènes d'interférence*[1], deux milieux différents produiront des effets pareils,

[1] M. Young appelle ainsi tous les phénomènes produits par la rencontre de deux ou de plusieurs rayons lumineux.

---

[a] Voir le N° VI.

lorsque leurs épaisseurs seront en raison inverse des *coefficients*[1] de la réfraction. Ces considérations conduisent aussi, comme on a pu voir, à une méthode nouvelle pour mesurer de légères différences de réfrangibilité.

2. Pendant les essais que nous faisions, en commun, pour apprécier le degré d'exactitude dont cette méthode est susceptible, l'un de nous (M. Arago) imagina qu'il pourrait être curieux de rechercher si les actions que les rayons ordinaires exercent habituellement l'un sur l'autre ne seraient pas modifiées quand on ne ferait *interférer* deux faisceaux lumineux qu'après les avoir préalablement polarisés.

On sait que si l'on éclaire un corps étroit par la lumière qui émane d'un point rayonnant, son ombre est bordée *extérieurement* d'une série de franges formées par l'interférence de la lumière directe et des rayons infléchis dans le voisinage du corps opaque; et qu'une partie de la même lumière, en pénétrant *dans* l'ombre géométrique par les deux bords opposés du corps, donne naissance à des franges du même genre: or, nous reconnûmes d'abord facilement que ces deux systèmes de franges sont absolument semblables, soit que la lumière incidente n'ait reçu aucune modification, ou qu'elle n'arrive sur le corps qu'après avoir été préalablement polarisée. Les rayons *polarisés dans un même sens* s'influencent donc, en se mêlant, de la même manière que les rayons naturels.

3. Il restait encore à essayer si deux rayons *primitivement polarisés en sens contraires* ne produiraient pas des phénomènes du même genre, en se croisant dans l'intérieur de l'ombre géométrique d'un corps opaque.

Pour cela, nous plaçâmes tantôt un rhomboïde de spath calcaire, et tantôt un prisme de cristal de roche achromatisé, devant le foyer rayonnant[2], et nous obtînmes ainsi deux points lumineux. De chacun

[1] Pour abréger, nous désignons par *coefficient* de la réfraction le rapport du sinus d'incidence à celui de réfraction. Les Anglais appellent ce même rapport *index of refraction*. Ces dénominations ne doivent pas être confondues avec celle de *pouvoir réfringent*, qui n'a un sens précis que dans le système de l'émission.

[2] Pour toutes les expériences que nous avons à rapporter dans ce Mémoire, la lumière partait du foyer d'une petite loupe

III. d'entre eux émanait un faisceau divergent : ces deux faisceaux étaient polarisés en sens contraires. Un cylindre métallique fut placé ensuite entre les deux points radieux, et correspondait précisément au milieu de l'intervalle qui les séparait. D'après cette disposition, une partie des rayons polarisés du premier faisceau pénétrait par la droite dans l'espace situé derrière le cylindre; et une partie des rayons polarisés en sens contraire du second faisceau y entrait par la gauche. Quelques rayons de ces deux groupes venaient se réunir *près de la ligne* qui joignait le centre du cylindre et le milieu de la droite passant par les deux points radieux. Là, ces rayons avaient parcouru des chemins égaux ou légèrement différents : il semble donc qu'ils auraient dû y former des franges; mais on n'en voyait pas la plus légère trace, même avec une loupe. Les rayons, en un mot, s'étaient croisés sans s'influencer. Les seuls systèmes de franges qu'on aperçût dans cette expérience provenaient de l'interférence des rayons qui, en partant de chaque point radieux considéré isolément, pénétraient dans l'ombre par les deux bords opposés du cylindre. Celles que nous cherchions à produire par le croisement des rayons polarisés en sens contraires seraient évidemment venues se placer entre les premières.

Le cristal dont nous nous étions servis séparant très-peu les images, les deux rayons ordinaire et extraordinaire avaient dû le traverser dans des épaisseurs presque égales. Toutefois, nous avions déjà trop souvent remarqué, dans des expériences pareilles, combien la plus petite différence dans les vitesses des rayons, dans la longueur ou la force réfringente des milieux qu'ils traversent, modifie sensiblement les phénomènes d'interférence, pour ne pas être convaincus de la nécessité de répéter notre épreuve en évitant toutes les causes d'incertitude que nous venons de signaler. Chacun de nous en chercha les moyens.

4. M. Fresnel imagina d'abord pour cela deux méthodes distinctes. Le principe des interférences montre que les rayons émanés de deux foyers lumineux provenant d'une même source, forment, dans les points de leur croisement, des bandes obscures et brillantes, sans qu'il

soit nécessaire de faire intervenir dans l'expérience aucun corps opaque [a]. (Voyez *Annales de chimie et de physique*, tome I, page 332.)

Pour résoudre la question, il suffisait donc d'essayer si les *deux* images formées en plaçant un rhomboïde de spath calcaire devant un point lumineux ne donneraient pas un pareil résultat; mais comme, suivant la théorie de la double réfraction, le rayon extraordinaire se meut, dans le carbonate de chaux, plus vite que le rayon ordinaire, il fallait, avant d'effectuer le croisement des rayons, compenser artificiellement cet excès de vitesse. Pour cela, et en se fondant sur une expérience de M. Arago qui a été insérée dans les *Annales*, tome I, page 199 [b], M. Fresnel plaça sur le trajet du *séul* faisceau extraordinaire, une plaque de verre dont l'épaisseur avait été déterminée *par le calcul*, de manière qu'en la traversant sous l'incidence perpendiculaire ce faisceau perdît à peu près toute l'avance qu'il avait prise dans le cristal sur le faisceau ordinaire; dès lors, en inclinant légèrement la plaque, on pouvait obtenir, à cet égard, une compensation exacte. Malgré cela, le croisement des deux faisceaux polarisés en sens contraires ne donnait point de bandes.

Dans une autre expérience, pour compenser l'effet de la différence de vitesse des deux rayons, M. Fresnel les faisait tomber l'un et l'autre sur une petite glace non étamée, dont l'épaisseur avait été *calculée* de manière que le rayon extraordinaire, en se réfléchissant perpendiculairement sur la seconde face, perdît, par son double trajet dans le verre, plus qu'il n'avait gagné en traversant le cristal; un changement graduel d'inclinaison devait conduire ensuite à une compensation parfaite : néanmoins, sous aucune incidence les rayons ordinaires réfléchis à la surface antérieure de la glace ne donnèrent de bandes sensibles en se mêlant aux rayons réfléchis par la seconde surface.

5. M. Fresnel évitait le défaut qu'a l'expérience précédente de reposer sur une considération théorique, et conservait de plus à la lu-

---

[a] Voir le N° IX.

[b] Voir le N° VI.

III. mière toute son intensité par le procédé suivant. Ayant fait scier par le milieu un rhomboïde de spath calcaire, il plaça les deux fragments l'un devant l'autre, de manière que les sections principales fussent perpendiculaires ; dans cette situation, le faisceau ordinaire du premier cristal éprouvait la réfraction extraordinaire dans le second ; et réciproquement, le faisceau qui d'abord avait suivi la route extraordinaire se réfractait ensuite ordinairement. En regardant à travers cet appareil, on ne voyait donc qu'une double image du point lumineux; chaque faisceau avait éprouvé successivement les deux espèces de réfractions; les *sommes* de chemins parcourus par chacun d'eux dans les deux cristaux à la fois devaient donc être égales, puisque, par hypothèse, ces cristaux avaient l'un et l'autre la même épaisseur : tout se trouvait ainsi compensé sous le rapport des vitesses et des routes parcourues; et néanmoins les deux systèmes de rayons polarisés en sens contraires ne donnaient naissance, en interférant, à aucune frange perceptible. Ajoutons encore que, dans la crainte que les deux fragments du rhomboïde n'eussent pas parfaitement la même épaisseur, on avait l'attention, dans chaque épreuve, de faire varier légèrement et avec lenteur l'angle sous lequel les rayons incidents rencontraient le second cristal.

6. La méthode que M. Arago avait imaginée, de son côté, pour faire la même expérience, était indépendante de la double réfraction. On sait depuis longtemps que, si l'on pratique dans une feuille mince deux fentes très-fines et peu distantes l'une de l'autre, et que si on les éclaire par la lumière d'un seul point lumineux, il se forme derrière la feuille des franges fort vives résultant de l'action que les rayons de la fente de droite exercent sur les rayons de la fente opposée, dans les points où ils se mêlent. Pour polariser en sens contraires les rayons provenant de ces deux ouvertures, M. Arago avait d'abord songé à se servir d'une agate mince, à la scier par le milieu, et à placer chaque moitié devant l'une des fentes, de manière toutefois que les portions d'abord contiguës des agates se trouvassent alors dans des directions rectangulaires. Cette disposition devait évidemment produire l'effet

attendu; mais n'ayant pas eu dans le moment sous la main une agate convenable, M. Arago proposa d'y suppléer à l'aide de deux piles de plaques, et de leur donner la minceur nécessaire à la réussite de l'expérience, en les composant de lames de mica.

A cet effet, nous choisîmes quinze de ces lames, les plus pures possibles, et nous les superposâmes. Ensuite, à l'aide d'un instrument tranchant, cette pile unique fut partagée par le milieu. Il est clair, dès lors, que les deux piles partielles résultant de cette bissection devaient avoir, *à fort peu près*, la même épaisseur, du moins dans les parties qui d'abord étaient contiguës, quand même les lames composantes auraient été sensiblement prismatiques. Ces piles polarisaient presque complétement la lumière qui les traversait, lorsque l'incidence, comptée à partir de la surface, était de trente degrés. C'est précisément sous cette inclinaison que chacune d'elles fut placée devant l'une des fentes de la feuille de cuivre.

Quand les deux plans d'incidence étaient parallèles, quand les deux piles étaient inclinées dans le même sens, de haut en bas, par exemple, on voyait nettement les bandes formées par l'interférence des deux faisceaux polarisés, tout comme lorsqu'on fait agir l'un sur l'autre deux rayons de lumière ordinaire; mais si, en faisant tourner l'une des piles autour du rayon incident, les deux plans d'incidence devenaient rectangulaires; si, la première pile restant toujours inclinée de haut en bas, la seconde l'était, par exemple, de gauche à droite, les deux faisceaux émergents, alors polarisés en sens contraires, ne formaient plus en se rencontrant aucune bande perceptible.

Les précautions que nous avions prises pour donner la même épaisseur aux deux piles font assez présumer qu'en les plaçant devant les fentes nous eûmes l'attention de les faire traverser par la lumière dans les parties qui, avant le partage de la grande pile, étaient contiguës. On a vu d'ailleurs, et cette circonstance tranche toutes les difficultés qu'on pourrait faire à cet égard, que les franges se montraient comme à l'ordinaire quand les rayons étaient polarisés dans le même sens; ajoutons néanmoins qu'un changement lent et graduel dans l'inclinaison

II. d'une des piles ne faisait jamais apparaître des bandes lorsque les plans d'incidence étaient rectangulaires.

7. Le jour même où nous avions essayé le système des deux piles, nous fîmes, d'après l'idée de M. Fresnel, une expérience, à la vérité moins directe que la précédente, mais aussi d'une exécution plus facile, et qui démontre également l'impossibilité de produire des franges par le croisement de rayons lumineux polarisés en sens contraires.

On place devant la plaque de cuivre percée de ses deux fentes *une* lame peu épaisse de chaux sulfatée, par exemple : puisque ce cristal a la double réfraction, il sort de chaque fente deux faisceaux polarisés en sens contraires : or, si les rayons d'une espèce pouvaient agir sur les rayons de l'espèce opposée, on devrait voir avec cet appareil trois systèmes de franges distincts. Les rayons *ordinaires* de droite, combinés avec les rayons *ordinaires* de gauche, donneraient un premier système correspondant tout juste au milieu de l'intervalle compris entre les deux fentes; les bandes formées par l'interférence des deux faisceaux *extraordinaires* occuperaient la même place que les précédentes, augmenteraient leur intensité, mais ne pourraient pas en être distinguées. Quant à celles qui résulteraient de l'action des rayons *ordinaires* de droite sur les rayons *extraordinaires* de gauche et réciproquement, elles se formeraient à droite et à gauche des franges centrales, et d'autant plus loin que la lame employée serait plus épaisse, car nous avons vu qu'une différence de vitesse fait tout aussi bien varier la position des franges qu'une différence de route. Or, puisque les franges du milieu sont seules visibles, alors même que la lame interposée est assez mince pour que les deux autres systèmes en dussent être peu éloignés, il faut en conclure que les rayons de noms différents ou polarisés en sens contraires ne s'influencent pas.

8. Pour confirmer encore cette conséquence, supposons qu'on découpe en deux notre lame de sulfate de chaux; qu'une des moitiés corresponde à la première fente; que l'autre soit placée devant la fente opposée, et que les axes, au lieu d'être parallèles comme lorsque la lame était unique, soient maintenant rectangulaires. Par cette dispo-

sition, le rayon *ordinaire* provenant de la fente de droite sera polarisé N°
dans le même sens que le rayon *extraordinaire* sortant de la fente de gauche, et réciproquement. Ces rayons formeront donc des franges; mais leurs vitesses dans le cristal n'étant pas égales, elles ne correspondront pas au centre de l'intervalle compris entre les deux ouvertures; les seuls rayons ordinaires ou extraordinaires d'une des fentes, en se mêlant aux rayons de même nom sortis de la fente opposée, pourraient donner des franges centrales; mais comme, d'après la disposition particulière qu'occupent, par hypothèse, les deux fragments de cristal, ces rayons sont polarisés en sens contraires, ils ne doivent pas s'influencer. Aussi voit-on uniquement les deux premiers systèmes de franges séparés par un intervalle blanc et d'une nuance uniforme [1].

Si, sans rien changer aux autres dispositions de l'expérience précédente, on place seulement les deux lames interposées de sulfate de chaux de manière que leurs axes, au lieu d'être rectangulaires, fassent entre eux un angle de 45°, on aperçoit tout aussitôt trois systèmes de franges, car chaque faisceau de droite agit dès lors sur les deux faisceaux de gauche et réciproquement, leurs plans de polarisation n'étant plus maintenant rectangulaires. On doit même remarquer que le système du milieu est le plus intense, et résulte de la superposition parfaite des bandes formées par l'interférence des faisceaux de même nom.

[1] L'intervalle qui sépare les deux groupes de franges dépend évidemment *de la différence* qu'il y a entre les vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires, ou, ce qui revient au même, entre les nombres d'ondulations qu'effectuent les deux rayons pendant leur trajet dans le cristal. Pour obtenir cette différence, il suffira donc de mesurer avec un micromètre la distance comprise entre les franges du premier ordre, dans les deux systèmes, et de la diviser par le double de la largeur d'une des franges. Connaissant de plus l'épaisseur du cristal employé et son pouvoir réfringent, on aura tout ce qu'il faut pour calculer *le rapport* des deux vitesses; ce qui conduit ensuite aux autres éléments de la double réfraction. Si l'on effectue ces mesures sur diverses faces naturelles ou artificielles, on pourra suivre la loi d'Huyghens, même dans des cristaux où la double réfraction est à peine sensible. Cette méthode, toute simple qu'elle est, peut encore être modifiée de manière qu'on n'ait plus besoin de partager le cristal en deux parties. Quelques essais que nous en avons faits ont parfaitement réussi. Nous nous proposons de les multiplier et de les faire connaître en détail dans une autre occasion.

9. Reprenons maintenant l'appareil des piles, et supposons que, les plans d'incidence étant rectangulaires, les faisceaux transmis à travers les deux fentes soient polarisés en sens opposés; plaçons de plus entre la feuille de cuivre et l'œil un cristal doué de la double réfraction, et dont la section principale fasse un angle de 45° avec les plans d'incidence. D'après les lois connues de la double réfraction, les rayons transmis par les piles se partageront l'un et l'autre, dans le cristal, en deux rayons de même intensité et polarisés dans deux directions rectangulaires, dont l'une est précisément celle de la section principale. On pourrait donc s'attendre à observer, dans cette expérience, une série de franges produites par l'action du faisceau ordinaire de droite sur le faisceau ordinaire de gauche, et une seconde série toute pareille provenant de l'interférence des deux faisceaux extraordinaires : néanmoins on n'en aperçoit pas la plus légère trace, et les quatre faisceaux, en se croisant, ne donnent qu'une lumière continue [1].

Cette expérience, dont l'idée est due à M. Arago, nous a prouvé que deux rayons qui ont été primitivement polarisés en sens contraires peuvent ensuite être ramenés à un même plan de polarisation, sans réacquérir par là la faculté de s'influencer.

10. Pour que deux rayons polarisés en sens contraires, et ramenés ensuite à une polarisation analogue, puissent s'influencer mutuellement, il est nécessaire qu'ils soient primitivement partis d'un même plan de polarisation, comme cela résulte de l'expérience imaginée par M. Fresnel, que nous allons rapporter.

On expose, sous l'incidence perpendiculaire, une lame de sulfate de

[1] Si la lame interposée entre la plaque de cuivre et l'œil était mince et séparait peu les images, on pourrait expliquer l'absence des bandes en supposant que celles qui résultent de l'interférence des faisceaux ordinaires viennent se placer sur les autres, pourvu qu'on admît encore que les bandes brillantes du premier système correspondent aux bandes obscures du second et réciproquement. Mais on prouve que cette hypothèse ne suffit pas à l'explication du phénomène, en plaçant un rhomboïde de spath calcaire entre l'œil et le précédent cristal. Le rhomboïde, dans certaines positions, devrait séparer les deux systèmes de bandes, puisqu'ils sont polarisés en sens contraires, et cependant, alors même, on n'en voit pas de traces.

chaux parallèle à l'axe et recouverte d'une mince feuille de cuivre percée de deux ouvertures, à un faisceau de lumière polarisé partant d'un point radieux : l'axe de la lame fait un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation. Comme dans toutes les expériences analogues, on observe l'ombre de la feuille avec une loupe; mais cette fois-ci on place de plus en avant de son foyer un rhomboïde de spath calcaire, doué d'une double réfraction *sensible*, et dont la section principale fasse, à son tour, avec celle de la lame un angle de 45°. Dès lors on découvre, dans chaque image, trois systèmes de franges : l'un d'entre eux correspond exactement au milieu de l'ombre; les autres systèmes sont à gauche et à droite du premier.

Examinons maintenant comment naissent ces trois systèmes de franges dans une des deux images, dans l'image ordinaire, par exemple.

Les faisceaux polarisés dans le même sens qui passent par les deux fentes se partagent chacun, en traversant la lame de chaux sulfatée, en deux faisceaux polarisés en sens contraires. La double réfraction de la lame étant insensible, les parties ordinaire et extraordinaire de chaque faisceau suivent la même route, mais avec des vitesses différentes.

L'un de ces doubles faisceaux, celui de la fente de droite, par exemple, se partage, en traversant le rhomboïde, en quatre faisceaux, deux ordinaires et deux extraordinaires; mais, en définitive, on n'en voit que deux, puisque les parties composantes des faisceaux de même nom coïncident. Il est d'ailleurs évident, d'après les lois connues de la double réfraction et les positions que nous avons assignées à la lame de chaux sulfatée et au rhomboïde, qu'à sa sortie de ce dernier cristal le faisceau ordinaire se compose de la moitié du rayon qui était ordinaire dans la lame, et de la moitié du rayon extraordinaire; et que les deux autres moitiés de ces mêmes rayons passent à l'image extraordinaire, dont nous sommes convenus de faire abstraction. Le faisceau sorti de la fente de gauche se comporte de la même manière. On voit, en un mot, qu'après avoir traversé les deux cristaux dans ce nouvel

III. appareil, les faisceaux ordinaires provenant de la fente de droite ou de celle de gauche se composent, l'un et l'autre, d'une portion de lumière qui a toujours suivi la route ordinaire dans les deux cristaux, et d'une seconde portion qui d'abord était extraordinaire.

Ceux des rayons venant des deux fentes qui, en traversant la lame de sulfate de chaux et le rhomboïde, suivent constamment la route ordinaire, parcourent des chemins égaux avec les mêmes vitesses, et doivent conséquemment, après leur réunion, donner naissance à des franges centrales. Il en est de même des rayons qui, extraordinaires dans la lame de chaux sulfatée, sont devenus simultanément ordinaires par l'action du rhomboïde : les franges du milieu de l'ombre résultent donc de la superposition de deux systèmes différents.

Quant à la portion de lumière de droite qui, extraordinaire, par exemple, dans la lame de chaux sulfatée, est devenue ordinaire en traversant le rhomboïde, elle aura parcouru un chemin égal à la portion du faisceau de gauche qui s'est toujours réfractée ordinairement; mais comme ces rayons étaient doués, *dans la lame,* de vitesses un peu inégales, les points où ils forment des franges sensibles en se croisant, au lieu de correspondre au milieu de l'intervalle compris entre les deux fentes, seront à droite, c'est-à-dire du côté opposé au rayon qui, ayant été un moment extraordinaire, se mouvait alors le plus lentement. Vient ensuite, pour dernière combinaison, l'interférence de la partie du faisceau de droite, ordinaire dans les deux cristaux, avec la portion du faisceau de gauche extraordinaire dans la lame et ordinaire dans le rhomboïde, et qui donne, par là, naissance à des bandes situées à gauche du centre.

Nous venons d'expliquer la marche des rayons qui concourent à la formation des trois systèmes de franges dans l'appareil en question; et l'on a pu remarquer que les systèmes de droite et de gauche résultent de l'interférence de rayons d'abord polarisés en sens contraires dans la lame de chaux sulfatée, et ramenés ensuite à une polarisation analogue par l'action du rhomboïde. Deux rayons polarisés en sens contraires, et ramenés ensuite à un plan unique de polarisation, peuvent

donc donner des franges en se croisant; mais pour cela, il est indispensable qu'*ils aient été* PRIMITIVEMENT *polarisés dans le même sens.*

Nous avons fait abstraction jusqu'ici de l'action mutuelle des deux faisceaux qui éprouvent, dans le rhomboïde, la réfraction extraordinaire. Ces faisceaux fournissent aussi trois systèmes de franges; mais ils sont séparés des premiers. Si, tout restant dans le même état, on substitue maintenant au rhomboïde une lame de sulfate de chaux ou de cristal de roche qui ne donne pas deux images distinctes, les six systèmes, au lieu d'en produire trois par leur superposition, se réduisent à celui du milieu. Ce résultat remarquable démontre, 1° que les franges résultantes de l'interférence des rayons ordinaires sont complémentaires des franges produites par les rayons extraordinaires; et 2° que ces deux systèmes sont mutuellement disposés de manière qu'une frange brillante du premier système correspond à une frange obscure du second, et réciproquement : sans ces deux conditions, on apercevrait autre chose qu'une lumière uniforme et continue sur les deux côtés des franges centrales. On retrouve donc ici la différence d'une demi-ondulation, comme dans le phénomène des anneaux colorés.

Les expériences que nous venons de rapporter conduisent donc en définitive aux conséquences suivantes :

1° Dans les mêmes circonstances où deux rayons de lumière ordinaire paraissent mutuellement se détruire, deux rayons *polarisés en sens contraires* n'exercent l'un sur l'autre aucune action appréciable;

2° Les rayons de lumière polarisés dans un seul sens agissent l'un sur l'autre comme les rayons naturels : en sorte que, dans ces deux espèces de lumières, les phénomènes d'interférence sont absolument les mêmes;

3° Deux rayons *primitivement polarisés en sens contraires* peuvent ensuite être ramenés à un même plan de polarisation, *sans néanmoins acquérir par là la faculté de s'influencer;*

4° *Deux rayons polarisés en sens contraires, et ramenés ensuite à des polarisations analogues*, s'influencent comme les rayons naturels, *s'ils proviennent d'un faisceau primitivement polarisé dans un seul sens;*

III. 5° Dans les phénomènes d'interférence produits par des rayons qui ont éprouvé la double réfraction, la place des franges n'est pas déterminée uniquement par la différence des chemins et par celle des vitesses; et dans quelques circonstances, que nous avons indiquées, il faut tenir compte, de plus, d'une différence égale à une demi-ondulation.

Toutes ces lois se déduisent, comme on l'a vu, d'expériences directes. On pourrait y arriver plus simplement encore en partant des phénomènes que présentent les lames cristallisées; mais il faudrait déjà admettre que les teintes dont ces lames se colorent quand on les éclaire par un faisceau de lumière polarisée résultent de l'interférence de plusieurs systèmes d'ondes. Les démonstrations que nous avons rapportées ont l'avantage d'établir les mêmes lois, indépendamment de toute hypothèse.

N° XIX (A).

NOTES ET FRAGMENTS

SUR

L'ACTION QUE LES RAYONS POLARISÉS

EXERCENT L'UN SUR L'AUTRE,

ET SUR LA POLARISATION MOBILE[a].

NOTE

SUR LA THÉORIE DES COULEURS QUE LA POLARISATION DÉVELOPPE DANS LES LAMES MINCES CRISTALLISÉES.

J'ai démontré, par une expérience d'interférence[b], que la lumière était polarisée par les lames minces cristallisées parallèlement et per-

---

[a] On a réuni sous le N° XIX divers morceaux détachés, qui n'ont pas tous de date ni de destination certaine.

Les notes A et F se rapportent probablement à la polémique avec M. Biot, qu'on trouvera au N° XXI.

La note B a été trouvée dans les papiers de M. Biot, et lui avait été remise par Fresnel.

Les notes C et D, comprises avec les secondes parties des N°s XV et XVIII dans le rapport académique du 4 juin 1821 (N° XXI), paraissent avoir été écrites pour faciliter le travail des commissaires, et telle a été très-certainement la destination du fragment E, car on voit dans un passage le rédacteur parler comme rapporteur.

[b] Voyez plus haut, N° XV (B).

pendiculairement à la section principale, comme par les cristaux les plus épais. On doit donc abandonner la théorie de la polarisation mobile de M. Biot, contre laquelle d'ailleurs ses propres observations élèvent de fortes objections, notamment l'expérience où il obtient des bandes colorées polarisées dans l'azimut $2i$ en croisant deux prismes de cristal de roche, qui chacun séparément divisaient cependant la lumière en deux faisceaux distincts polarisés parallèlement et perpendiculairement à leurs sections principales. L'expérience dans laquelle j'ai produit des franges avec deux rhomboïdes de chaux carbonatée démontre d'une manière plus frappante encore que des couleurs polarisées en apparence dans l'azimut $2i$ peuvent provenir de l'interférence de rayons polarisés parallèlement et perpendiculairement à la section principale; car la superposition des deux rhomboïdes n'empêche pas ici de distinguer les deux faisceaux, et de s'assurer qu'ils sont polarisés suivant des plans rectangulaires, comme avant cette superposition, et les bandes colorées, qui semblent polarisées dans l'azimut $2i$, n'apparaissent que lorsqu'on observe à l'aide d'une loupe les effets de l'interférence des deux faisceaux lumineux.

L'idée fondamentale sur laquelle repose la théorie que j'ai substituée à celle de M. Biot appartient au docteur Young; car il l'avait publiée bien longtemps avant que je m'occupasse de ces questions et qu'elle me vînt à l'esprit. Elle consiste à considérer les couleurs produites par les lames cristallisées comme résultant de l'interférence des deux systèmes d'ondes dans lesquels la lumière incidente se divise en vertu de la double réfraction. Les teintes sont alors déterminées par la différence de marche entre les rayons ordinaires et les rayons extraordinaires dans l'épaisseur des lames cristallisées, comme celles des anneaux colorés répondent à la différence des chemins parcourus par les rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air. Ce n'est pas ici une simple analogie : les différences de chemins parcourus répondant à la même teinte sont exactement les mêmes dans les deux cas; et c'est en quoi la théorie des ondulations va beaucoup plus loin que celle de l'émission, avec laquelle M. Biot n'a pu

découvrir que la simple proportionnalité entre les épaisseurs des lames cristallisées et des lames minces des anneaux colorés qui réfléchissent les mêmes teintes que la polarisation développe dans celles-là. Encore, à proprement parler, n'est-ce pas à la théorie de l'émission, mais à la simple analogie que M. Biot doit sa découverte.

Pour expliquer les phénomènes de coloration que présentent les lames cristallisées, il ne suffit pas d'y appliquer le principe des interférences, comme l'a fait le docteur Young[a]; il faut encore y faire concourir des propriétés remarquables de la lumière polarisée, que nous avons démontrées par l'expérience M. Arago et moi, mais dont la théorie des ondulations n'a pas encore rendu raison; ce qui n'est pas étonnant, puisqu'elle n'a pas encore fourni de définition mécanique de la singulière modification transversale des ondes lumineuses qui constitue la polarisation.

La théorie de l'émission n'a à cet égard aucun avantage sur celle des ondulations, puisque la polarisation n'est pas mieux expliquée dans ce système que dans l'autre. L'hypothèse de l'émission est bien loin également d'expliquer les nouvelles propriétés que nous avons découvertes dans la lumière polarisée, par exemple pourquoi des rayons polarisés suivant des plans rectangulaires ne s'influencent pas; car elle ne peut pas même expliquer comment cette influence a lieu dans le cas ordinaire.

Les nouveaux principes déduits de l'expérience, qu'il faut joindre à celui des interférences pour rendre compte de la coloration des lames cristallisées, se réduisent à trois, savoir :

1° Des rayons polarisés dans des plans rectangulaires n'exercent plus d'influence les uns sur les autres; c'est-à-dire que dans ce cas la lumière totale est toujours la somme des deux faisceaux interférents, quelle que soit la différence des chemins parcourus.

2° Lorsque deux faisceaux lumineux ont été polarisés à angle droit, il ne suffit pas de les ramener à un plan commun de polarisation pour

---

[a] Voyez N° XV, § 17, note [b].

(A). qu'ils s'influencent; les effets ordinaires de l'interférence n'ont lieu, dans ce cas, qu'autant qu'ils sont partis primitivement d'un même plan de polarisation.

3° L'effet de l'interférence peut alors varier d'une demi-ondulation, selon les directions respectives du plan primitif de polarisation, des deux plans rectangulaires et du plan commun de polarisation auquel les deux systèmes d'ondes sont ramenés en dernier lieu. Lorsque les plans de polarisation des deux faisceaux lumineux (considérés du même côté de ces faisceaux), après s'être écartés l'un de l'autre, se rapprochent par un mouvement contraire pour se réunir, le résultat de l'interférence est précisément celui qu'indique la différence des chemins parcourus. Il faut au contraire ajouter une demi-ondulation à cette différence, lorsque les deux plans de polarisation continuent à s'écarter l'un de l'autre et ne se dirigent ainsi dans un même plan qu'en se plaçant sur le prolongement l'un de l'autre.

Ces principes, déjà moins nombreux que ceux qui servent de base à la théorie de M. Biot, pourraient paraître au premier abord des hypothèses gratuites, qui compliquent la théorie des ondulations, et en diminuent en conséquence la probabilité, puisqu'on n'a pas encore fait voir comment ils résultent de l'hypothèse fondamentale. Mais, à l'aide du principe de la conservation des forces vives, qui est une conséquence immédiate du système des ondulations, on peut se rendre compte, jusqu'à un certain point, des trois principes que je viens d'énoncer.

Il faut faire voir d'abord que le premier n'est pas en contradiction avec celui des interférences. Il est évident, pour la lumière ordinaire, que, lorsque les deux systèmes d'ondes ont parcouru des chemins égaux, ou qui diffèrent d'un nombre entier d'ondulations, l'accord des mouvements doit avoir lieu dans toute la longueur de chaque onde, tandis qu'il y a au contraire discordance complète lorsque les chemins parcourus diffèrent d'une demi-ondulation; car les mouvements d'oscillation des divers points de l'éther, dans la lumière ordinaire, sont tous dirigés perpendiculairement à l'onde, ou, s'il y a des mouvements

obliques, ils ont lieu tout autour de la normale sous la même obliquité et avec le même degré d'énergie dans tous les azimuts. Ce qui caractérise au contraire les vibrations de la lumière polarisée, c'est qu'elles ne s'exécutent pas de la même façon dans tous les azimuts, et que les mouvements obliques dont je viens de parler n'ont pas la même énergie ou la même obliquité tout autour de la normale, ou que peut-être même ils n'ont lieu que dans un seul plan, celui de polarisation. Alors on conçoit que, lorsque les plans de polarisation des deux faisceaux ne coïncident pas, il peut se faire que les oscillations des deux systèmes ne s'exécutent pas suivant des directions communes, et qu'alors on ne doit plus faire la somme ou la différence des vitesses pour avoir leurs résultantes. Si les directions de ces vitesses étaient perpendiculaires entre elles, par exemple, le carré de leur résultante serait égal à la somme des carrés des deux composantes, comme si les deux systèmes d'ondes n'exerçaient aucune influence l'un sur l'autre. Mais il n'est pas nécessaire que cette condition soit remplie dans chaque point de l'onde, pour que l'interférence de deux faisceaux polarisés à angle droit ne présente aucun effet apparent; il suffit que la somme des forces vives dans une ondulation entière reste constante lorsqu'on fait varier la différence des chemins parcourus. Cette réflexion bien simple, que je n'ai faite que depuis peu, me donne quelque espoir de trouver l'explication mécanique de la polarisation dans des hypothèses que j'avais rejetées trop légèrement [(a)].

Mais je reviens maintenant aux deux systèmes d'ondes polarisés à angle droit, dans lesquels la lumière se divise en traversant un cristal doué de la double réfraction. Il est évident qu'ils ne doivent pas s'in-

---

[(a)] Il est regrettable qu'on ne connaisse pas la date de cette note, car elle fixerait à peu près l'époque où Fresnel a définitivement adopté l'hypothèse des vibrations transversales. Les passages beaucoup plus explicites que le lecteur aura pu remarquer dans diverses notes ajoutées au N° XIV pendant l'impression, par exemple dans la seconde note du § 43, sont certainement d'une rédaction postérieure. On voit que l'idée s'était déjà présentée à l'esprit de Fresnel dès l'époque de ses premières observations sur les interférences de la lumière polarisée; mais que, l'ayant jugée inadmissible à la suite d'un examen insuffisant, il l'avait entièrement mise de côté. [E. Verdet.]

A). fluencer mutuellement, parce qu'il en résulterait une extinction complète de la lumière transmise, dans le cas où l'épaisseur du cristal serait telle qu'à sa sortie la différence des chemins parcourus serait d'une demi-ondulation, et qu'en général la somme des forces vives varierait avec l'épaisseur du cristal, sans que cette variation pût être compensée par la variation correspondante des rayons réfléchis, comme cela a lieu pour les anneaux colorés.

Il résulte aussi de cette division de la lumière en deux systèmes d'ondes indépendants, que la somme des carrés de leurs vitesses d'oscillation est égale au carré de celle de la lumière incidente, abstraction faite de la petite partie de la lumière incidente perdue par la réflexion. C'est encore une conséquence du principe de la conservation des forces vives dont j'ai fait un fréquent usage.

Il résulte également du principe de la conservation des forces vives, que les deux images ordinaire et extraordinaire, que l'on obtient en analysant avec un rhomboïde de spath calcaire la lumière polarisée qui a traversé une lame cristallisée, doivent être complémentaires l'une de l'autre, c'est-à-dire que, s'il y a accord parfait des deux systèmes d'ondes dans l'une, il y a nécessairement discordance complète dans l'autre; car, s'il en était autrement, la[1] somme des forces vives des

[1] Cas où les plans de polarisation successifs font entre eux des angles de 45°.

1 lumière incidente; $\sqrt{\frac{1}{2}}$ et $\sqrt{\frac{1}{2}}$ pour les deux systèmes d'ondes dans la lame cristallisée; $\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}}$ et $\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}}$, ou $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$ pour chacun des deux faisceaux qui interfèrent dans l'image ordinaire et l'image extraordinaire du rhomboïde de spath calcaire.

Dans le cas d'un accord parfait pour une des images, on aura $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ ou 1, qui est égal à la lumière incidente; on doit donc avoir alors zéro, ou discordance complète pour l'autre.

En général, la différence des chemins parcourus étant δ, l'intensité de vitesse d'oscillation dans une des images sera

$$\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)}=\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)}.$$

Or la quantité dont le carré ajouté à celui de cette expression donnerait 1, est

$$\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)},$$

ou

$$\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\left[2\pi\left(\frac{\delta+\frac{1}{2}\lambda}{\lambda}\right)\right]}.$$

Il faut donc pour la conservation des forces vives ajouter, dans la seconde image, $\frac{1}{2}\lambda$ à la différence des chemins parcourus.

rayons transmis pourrait être nulle. En conséquence, si le mode d'interférence dans l'une de ces images répond à la différence des chemins parcourus par les rayons ordinaires et extraordinaires, qui ont traversé la lame cristallisée, il doit répondre dans l'autre image à cette même différence des chemins parcourus augmentée d'une demi-ondulation. N°

Maintenant pour laquelle des deux images doit-on ajouter une demi-ondulation à la différence des chemins parcourus? L'expérience nous apprend que c'est pour l'image dans laquelle les plans de polarisation des deux faisceaux constituants sont venus se placer sur le prolongement l'un de l'autre.

Si les oscillations des molécules éthérées dans les ondes polarisées s'exécutaient perpendiculairement à la normale à l'onde, et seulement dans le plan de polarisation, il serait aisé de concevoir comment ce retournement des plans de polarisation produit une discordance complète entre des rayons qui ont parcouru des chemins égaux, ou, ce qui revient au même, qui diffèrent dans leur marche d'un nombre entier d'ondulations, puisque alors les oscillations transversales auraient lieu en sens contraires. Dans le cas où les plans de polarisation se rapprochent pour se réunir du même côté où ils se sont séparés, il devient évident, d'après la même hypothèse, que l'opposition dans les mouvements transversaux ne peut provenir que d'une différence de chemins parcourus. La même hypothèse expliquerait encore d'une manière très-satisfaisante comment deux faisceaux lumineux polarisés à angle droit ne s'influencent pas, puisque alors leurs mouvements oscillatoires seraient toujours perpendiculaires entre eux.

Mais, abstraction faite de toute hypothèse, il est évident qu'il doit y avoir une différence d'une demi-ondulation entre les interférences qui produisent les deux images, et que c'est l'image dont les plans de polarisation se sont placés sur le prolongement l'un de l'autre qui doit présenter une demi-ondulation en sus de la différence des chemins parcourus, puisque dans l'autre image, où les plans de polarisation se réunissent du même côté où ils s'étaient séparés, il n'y a aucune raison

(A). d'opposition de mouvement lorsque les chemins parcourus sont égaux ou ne diffèrent que d'un nombre entier d'ondulations, quels que soient la nature, l'inclinaison et l'azimut des mouvements transversaux qui constituent la polarisation.

Il résulte de ce qui précède que les deux faisceaux, d'abord polarisés à angle droit et ensuite ramenés à un plan unique de polarisation, ne peuvent pas s'influencer, lorsqu'ils ne sont pas partis primitivement d'un même plan de polarisation, puisque alors les deux images se trouvant dans le même cas par rapport à la marche des plans de polarisation, il n'y a pas de raison de donner la demi-ondulation plutôt à l'une qu'à l'autre. Or, d'après le principe de la conservation des forces vives, comme nous venons de le voir, s'il y avait interférence dans l'une, il y aurait nécessairement interférence complémentaire dans l'autre; donc il ne doit pas y avoir d'influence mutuelle entre ces deux systèmes d'ondes.

Dans les raisonnements que je viens de faire, j'ai supposé un corps parfaitement transparent : j'ai admis en principe qu'il ne pouvait y avoir dans ces lames cristallisées que division de la lumière, et non pas absorption. Les causes de l'absorption sont encore bien peu connues. Il est probable que ce phénomène consiste dans un changement de longueur des ondulations, en vertu duquel elles cessent d'être lumineuses et deviennent seulement calorifiques. Il est naturel de supposer que, même dans ce cas, il y a encore conservation des forces vives, en faisant la somme des forces vives des ondes obscures comme celle des forces vives des ondes lumineuses.

Il résulte des principes sur lesquels j'ai basé la théorie de la coloration des lames cristallisées, que deux systèmes d'ondes polarisés dans des plans rectangulaires doivent présenter toutes les apparences d'un seul système d'onde polarisé dans un plan intermédiaire, lorsque la différence des chemins parcourus est égale à zéro, ou $n\lambda$, ou $\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda$, n étant un nombre entier, et λ représentant la longueur d'une ondulation. La position de ce plan de polarisation apparent est déterminée

par celle du plan primitif de polarisation : elle se trouve toujours dans N° I l'azimut $2i$, comme il est aisé de le voir par le calcul. C'est sur ce fait que M. Biot a établi sa théorie.

Je ne disputerai pas sur l'apparence ou la réalité de cette polarisation, puisque, dans la théorie que j'ai adoptée, le système particulier de deux ondes doit présenter toutes les propriétés de la lumière polarisée suivant un seul plan, et qu'ainsi probablement l'un est l'équivalent de l'autre. Mais je remarquerai que cette théorie a le grand avantage de rendre compte de cette polarisation apparente ou réelle dans l'azimut $2i$, sans supposer que la lumière se comporte dans les lames cristallisées autrement que dans les cristaux épais.

La théorie des interférences fait voir qu'il ne peut y avoir polarisation absolue et unique dans l'azimut $2i$ ou dans l'azimut zéro, pour une même espèce de rayons, qu'autant que la différence des chemins parcourus est égale à zéro, $n\lambda$, ou $\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda$. Dans les autres cas, il n'y a que polarisation partielle, et même absence totale de polarisation apparente, quand la différence des chemins parcourus est égale à $\left(n+\frac{1}{4}\right)\lambda$. M. Biot a supposé au contraire, dans sa polarisation mobile, que chaque espèce de molécules lumineuses était entièrement polarisée dans le plan vers lequel la portait sa dernière oscillation, soit qu'elle fût achevée, soit qu'elle ne le fût pas encore au moment où elle sortait du cristal. Ce n'est plus ici une simple différence d'opinion théorique, mais une question de fait sur laquelle l'expérience peut aisément prononcer, en la faisant avec de la lumière homogène.

La théorie de M. Biot paraît bien peu satisfaisante, surtout dans le cas des lames croisées. Il suppose alors, sans faire voir comment cela résulte de son hypothèse fondamentale, que les oscillations des molécules lumineuses dans la seconde lame doivent être soustraites des oscillations qu'elles ont exécutées dans la première, lorsque ces deux lames, possédant une double réfraction de même nature, ont leurs axes à angle droit. Mais, lorsqu'ils font entre eux un angle quelconque, il lui faut encore de nouvelles hypothèses. Il a choisi celle qui

(A). lui a paru la plus simple, mais qui n'est pas une conséquence nécessaire de sa théorie, comme il me l'a fait observer, lorsque je lui ai dit qu'elle l'avait induit en erreur sur le cas de deux lames d'égale épaisseur dont les axes font entre eux un angle de 45°. Car le théorème qu'il a énoncé à ce sujet dans son traité de physique est inexact, comme je m'en suis assuré par expérience, après en avoir été averti par le calcul.

Dans ma théorie, au contraire, le cas des lames croisées ne laisse rien à l'arbitraire de nouvelles hypothèses. Les calculs y sont toujours fondés sur le principe des interférences et la loi de Malus, comme dans le cas d'une seule lame. Et, en général, quel que soit le nombre des lames et l'arrangement de leurs axes, la théorie ne laisse aucune incertitude sur la marche des calculs; ils en sont une conséquence indispensable et n'exigent aucune hypothèse nouvelle.

Je n'ai pas traité dans mes Mémoires le cas des incidences obliques; mais je m'en suis occupé depuis, et je me suis assuré que la théorie s'accordait encore avec la loi observée sans le secours d'hypothèses nouvelles. Mais il est cependant un élément de calcul qu'elle ne peut pas fournir d'elle-même pour les incidences très-obliques : c'est la quantité de lumière polarisée par les surfaces mêmes des lames, qui devient notable et ne doit plus être négligée dans les incidences très-obliques. Il faudrait connaître cette loi de polarisation pour donner aux calculs toute la rigueur désirable.

N° XIX (B).

NOTE

EXTRAITE DU MÉMOIRE

SUR LES COULEURS QUE LA POLARISATION DÉVELOPPE

DANS LES LAMES CRISTALLISÉES PARALLÈLES A L'AXE.

EXPÉRIENCE DE DIFFRACTION QUI DÉMONTRE QUE LES DEUX SYSTÈMES D'ONDES, EN LESQUELS SE DIVISE LA LUMIÈRE EN TRAVERSANT UNE LAME MINCE DE CHAUX SULFATÉE, SONT POLARISÉS L'UN PARALLÈLEMENT, L'AUTRE PERPENDICULAIREMENT À L'AXE.

J'ai détaché avec soin d'un cristal de chaux sulfatée très-limpide une lame ayant à peu près un millimètre d'épaisseur, et je l'ai coupée en deux parties, que j'ai fixées l'une à côté de l'autre en tournant leurs axes dans des directions perpendiculaires. J'ai d'abord fixé ce système de deux lames d'égale épaisseur devant une feuille de cuivre percée de deux fentes parallèles très-étroites, et suffisamment rapprochées l'une de l'autre pour produire des franges, en ayant soin que les deux faisceaux lumineux ne traversassent pas la même lame. J'ai ensuite placé ces lames accouplées devant deux glaces non étamées légèrement inclinées entre elles, en les disposant aussi de manière que les deux faisceaux qui concouraient à la production des franges traversassent, l'un la lame de droite, l'autre la lame de gauche. J'ai obtenu, dans un cas comme dans l'autre, deux systèmes de franges séparés par un intervalle blanc assez considérable. Ils provenaient évidemment de l'action des rayons ordinaires de gauche sur les rayons extraordinaires de droite, et des rayons ordinaires de droite sur les rayons extraordinaires

(B). de gauche, qui avaient alors leurs plans de polarisation tournés dans le même sens.

D'après la théorie, le système de gauche doit être produit par le concours des rayons qui ont subi la réfraction extraordinaire dans la lame de gauche, et des rayons qui ont été réfractés ordinairement dans la lame de droite, puisque ceux-ci traversent le cristal plus promptement que ceux-là; par conséquent, si les rayons ordinaires et extraordinaires sont polarisés dans les lames minces de la même manière que dans les cristaux qui séparent la lumière en deux faisceaux distincts, les bandes de gauche doivent se trouver polarisées perpendiculairement à l'axe de la lame de gauche et parallèlement à celui de la lame de droite; tandis que l'autre système de franges, au contraire, doit être polarisé perpendiculairement à l'axe de droite et parallèlement à celui de gauche. C'est en effet ce que j'ai reconnu en les observant avec un rhomboïde de spath calcaire : l'image ordinaire d'un des systèmes et l'image extraordinaire de l'autre disparaissaient à la fois lorsque la section principale du rhomboïde était parallèle à l'axe de la lame située du côté du premier, tandis que les franges correspondantes à la partie des deux fentes de la feuille de cuivre qui n'était pas recouverte par les lames n'éprouvaient, pendant la révolution du rhomboïde, que de légères variations d'intensité, qui provenaient de ce qu'une portion de la lumière formant le point lumineux se trouvait polarisée par le miroir extérieur. En compensant cette polarisation partielle par une autre égale et en sens contraire, au moyen d'une ou plusieurs plaques de verre placées obliquement devant le point lumineux, je parvenais aisément à empêcher ces variations d'intensité dans les franges ordinaires; tandis que les franges produites par les rayons qui avaient traversé les lames cristallisées conservaient toujours le caractère d'une polarisation complète.

En employant ensuite l'appareil des deux glaces non étamées, qui donnait des franges beaucoup plus brillantes que la feuille de cuivre, j'inclinai ces glaces de 35° sur les rayons incidents, et je tournai les lames cristallisées de façon que leurs axes, toujours perpendicu-

laires entre eux, fissent un angle de 45° environ avec le plan de la polarisation primitive, afin que les deux systèmes de franges fussent d'une égale intensité. J'ai trouvé qu'ils étaient encore polarisés chacun perpendiculairement à l'axe de la lame située du même côté. Or il résulte des principes de la polarisation mobile que, dans ce cas, toute la lumière qui a traversé les lames devrait être polarisée suivant le plan primitif de polarisation et un autre formant avec celui-ci un angle égal à deux fois 45° ou à 90°, c'est-à-dire dans les azimuts où il fallait placer la section principale du rhomboïde pour que les deux images de chaque système parussent au contraire d'une égale intensité.

Les lames que j'avais employées dans cette expérience n'ayant guère qu'un millimètre d'épaisseur, quoique trop épaisses pour donner des couleurs, ne l'étaient pas assez pour produire la polarisation fixe, suivant la théorie de M. Biot. Néanmoins il n'était pas inutile de démontrer encore, par une expérience directe, que les lames assez minces pour que la polarisation puisse y développer des couleurs polarisent aussi la lumière parallèlement et perpendiculairement à l'axe, comme les cristaux les plus épais.

Je me suis servi à cet effet d'une lame que la polarisation colorait fortement, mais qui avait cependant encore assez d'épaisseur pour qu'on pût distinguer aisément les deux systèmes de franges : je l'ai divisée en deux parties, que j'ai placées chacune devant une des images du point lumineux que réfléchissaient les deux miroirs, en tournant leurs axes dans des directions rectangulaires, et à 45° du plan primitif de polarisation. J'ai observé alors, à l'aide de la loupe, deux systèmes de franges qui empiétaient un peu l'un sur l'autre, et produisaient dans l'espace où ils se superposaient des bandes offrant deux couleurs différentes, qui dépendaient de la distance entre les centres des deux systèmes, ou, ce qui revient au même, de l'épaisseur de la lame. Pour déterminer le plan de polarisation de chaque système, je tenais devant la loupe une pile de glaces que j'inclinais dans tous les sens, de manière à faire passer le plan d'incidence par tous les azimuts. Or j'ai reconnu que pour faire disparaître complétement un des systèmes, il fallait que ce

(B). plan fût parallèle à l'axe de la lame située du même côté, et que par conséquent les franges étaient polarisées perpendiculairement à cet axe, comme dans l'expérience précédente. Quand au contraire le plan d'incidence coïncidait avec celui de la polarisation primitive, ou lui était perpendiculaire, les deux systèmes de franges devenaient d'une égale intensité.

PRINCIPES ÉTABLIS PAR LES EXPÉRIENCES RAPPORTÉES DANS CE MÉMOIRE ET SUR LESQUELS REPOSE TOUTE MA THÉORIE DE LA COLORATION DES LAMES CRISTALLISÉES.

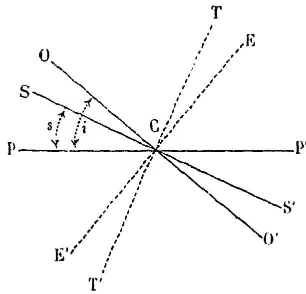
1° Les ondes lumineuses n'exercent plus aucune influence apparente les unes sur les autres quand elles sont polarisées en sens contraires.

2° Lorsqu'elles ont été une fois polarisées dans des plans rectangulaires, on ne peut rétablir les effets de leur influence mutuelle en les ramenant au même plan de polarisation, qu'autant qu'elles ont été primitivement polarisées dans un même plan.

3° Il résulte des observations de M. Biot sur les lames cristallisées, que deux systèmes d'ondes lumineuses partis d'un même plan de polarisation, polarisés ensuite en sens contraires et ramenés enfin à un même plan de polarisation, sont séparés par un intervalle exactement égal à la différence des chemins parcourus, lorsque les plans de polarisation des deux faisceaux lumineux, après s'être écartés l'un de l'autre, se rapprochent et se réunissent par un mouvement contraire; tandis que cet intervalle est égal à la différence des chemins parcourus plus une demi-ondulation, quand les plans de polarisation continuent à s'écarter jusqu'à ce qu'ils se soient placés sur le prolongement l'un de l'autre.

FORMULES GÉNÉRALES DES INTENSITÉS DES IMAGES ORDINAIRE ET EXTRAORDINAIRE DANS LE CAS OÙ LA LUMIÈRE POLARISÉE A TRAVERSÉ UNE SEULE LAME CRISTALLISÉE PARALLÈLE À L'AXE.

PP′ plan primitif de polarisation; OO′ section principale de la lame



cristallisée; SS′ section principale du rhomboïde de spath calcaire, avec lequel on observe les franges.

L'intensité de la lumière incidente étant prise pour unité,

Intensité de l'image ordinaire :

$$\cos^2 i \cos^2 (i-s) + \sin^2 i \sin^2 (i-s) + \tfrac{1}{2} \sin 2i \sin (2i - 2s) \cos 2\pi (e-o).$$

Intensité de l'image extraordinaire :

$$\cos^2 i \sin^2 (i-s) + \sin^2 i \cos^2 (i-s) - \tfrac{1}{2} \sin 2i \sin (2i - 2s) \cos 2\pi (e-o).$$

NOTA. e et o représentent les nombres d'ondulations ordinaires et extraordinaires dans la lame cristallisée.

Lorsque $i = 45°$, ces expressions deviennent :

Image ordinaire........ $\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} \cos 2s \cos 2\pi (e-o)$;

Image extraordinaire... $\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} \cos 2s \cos 2\pi (e-o)$.

NOTA. J'entends ici par *intensité de la lumière* celle de la sensation, c'est-à-dire le carré de la vitesse des molécules lumineuses dans leurs oscillations [a].

---

[a] A la suite du manuscrit de Fresnel, M. Biot a écrit quelques lignes de calculs (faciles à suppléer par le lecteur) qui ont pour objet d'établir que ses propres formules se confondent avec les précédentes, si l'on pose

$$O = \cos^2 \pi (e-o),$$
$$E = \sin^2 \pi (e-o).$$

N° XIX (C).

NOTE

SUR L'EXPÉRIENCE DES FRANGES PRODUITES PAR DEUX RHOMBOÏDES DE CHAUX CARBONATÉE[1].

M. Biot étant parvenu à développer les phénomènes de la polarisation mobile par le croisement des plaques dans des morceaux de cristal de roche très-épais, et qui avaient jusqu'à près de 4 centimètres d'épaisseur (page 420 du tome IV de son Traité de physique expérimentale et mathématique), en a conclu que la lumière ne prenait une polarisation fixe qu'après avoir traversé des épaisseurs de cristal encore plus considérables, qu'il ne fixe point.

Une autre expérience de M. Biot l'a conduit à des conséquences plus extraordinaires encore; c'est celle qu'il rapporte page 434, par laquelle il a reproduit aussi les phénomènes de la polarisation mobile, en croisant deux prismes de cristal de roche qui, pris séparément, divisaient chacun la lumière en deux faisceaux distincts, polarisés, l'un parallèlement, et l'autre perpendiculairement à la section principale. Pour faire concorder ce fait avec le précédent, dans lequel les cristaux croisés avaient plus d'épaisseur, M. Biot *est porté à conclure que les faisceaux qui traversaient les deux prismes ne recevaient la polarisation fixe qu'au moment de leur émergence, par la même cause qui produisait alors leur séparation; et que, dans le système des prismes superposés, l'effet de ce genre, produit par la seconde surface du premier, était détruit par la première surface du*

[1] [Vu le 11 juin 1821 [a], *signé* Delambre.]

[a] Les visas de Delambre n'ont pas pour objet d'indiquer la date de présentation de cette note et de la suivante. Ils établissent seulement d'une manière authentique que la note C et les deux premiers alinéa de la note D ont été compris dans le rapport lu à l'Académie des sciences le 4 juin 1821.

second ; de sorte que, après cette compensation, les molécules lumineuses se trouvaient ne posséder plus que les seules impressions qui leur avaient été communiquées progressivement, dans leur trajet à travers l'épaisseur du premier prisme, comme elles l'auraient été par une même épaisseur de toute autre plaque, indépendamment de l'inclinaison de ses surfaces.

Je ne m'arrêterai pas à faire ressortir tout ce que cette hypothèse a d'improbable, et cette expérience d'embarrassant pour la théorie de la polarisation mobile. Je ferai seulement la remarque générale, qu'il résulte des expériences mêmes de M. Biot que les deux faisceaux lumineux présentent la polarisation fixe parallèle et perpendiculaire à la section principale du cristal, quelle que soit son épaisseur, toutes les fois qu'ils sont distincts et peuvent être observés séparément; et présentent au contraire la polarisation mobile suivant le plan primitif ou l'azimut $2i$, après avoir traversé des plaques plus épaisses, s'ils se trouvent réunis de manière à ne donner qu'une seule image des objets. N'est-il pas naturel d'en conclure que c'est cette réunion même qui produit les phénomènes de la polarisation mobile? Sans doute cette conséquence servirait peu à éclairer la chose dans le système de l'émission, où l'influence mutuelle des rayons lumineux est difficile à concevoir; mais elle est toute simple dans celui des ondulations, et c'est précisément l'avantage qu'il présente pour l'explication des phénomènes, dans ce cas comme dans beaucoup d'autres.

Mais, abstraction faite de toute idée théorique, puisque l'action mutuelle des rayons lumineux a été déjà prouvée dans un grand nombre de cas, et que c'est maintenant un des principes de physique les plus incontestables, l'hypothèse la plus simple, la plus conforme à l'analogie, et qui découle le plus naturellement des faits, n'est-elle pas que la lumière divisée en deux faisceaux par l'action des cristaux est toujours polarisée parallèlement et perpendiculairement à la section principale, dans leurs lames les plus minces comme dans les plus épaisses, et que les phénomènes de polarisation mobile résultent de l'interférence de ces deux faisceaux, puisqu'on n'observe jamais ce nouveau genre de polarisation que dans ce cas d'interférence.

(C). Une expérience qui porte la chose jusqu'à l'évidence, c'est, à mon avis, celle où l'on produit les phénomènes de la polarisation mobile, en croisant à angle droit les sections principales de deux rhomboïdes de spath calcaire d'égale épaisseur; de cette façon l'on n'a à la sortie du second rhomboïde que deux faisceaux lumineux polarisés, l'un parallèlement et l'autre perpendiculairement à sa section principale. On ne peut observer les effets de leur influence mutuelle qu'en faisant venir la lumière d'un point unique, et la recevant au sortir des rhomboïdes sur une loupe placée devant l'œil, comme pour les phénomènes de la diffraction ou l'expérience des deux miroirs; autrement au lieu des bandes obscures et brillantes qu'on aperçoit ainsi, et qui paraissent polarisées suivant le plan primitif de polarisation et dans l'azimut $2i$, on ne verrait que deux images du point lumineux polarisées, l'une parallèlement et l'autre perpendiculairement à la section principale du second rhomboïde; parce que, lorsqu'on a la vision distincte des deux images, il n'y a plus au fond de l'œil interférence des deux faisceaux lumineux; tandis que l'interposition de la loupe reproduit cette interférence sur la rétine, ou, en d'autres termes, et abstraction faite de toute théorie, peint au fond de l'œil l'image aérienne des franges qui se trouvent à son foyer. Car voilà tout ce que peut faire la loupe, et il ne serait pas raisonnable de supposer qu'elle change sensiblement la polarisation des rayons qui la traversent; on sait par expérience que ce n'est que sous des incidences très-obliques que la réfraction produite par le verre polarise la lumière transmise d'une manière sensible, et les astronomes, qui font un usage continuel du télescope, n'ont jamais remarqué que l'oculaire, au travers duquel ils regardent l'image aérienne peinte au foyer de l'objectif, exerçât la moindre action polarisante ou dépolarisante sur les rayons qui le traversent.

Ainsi, puisque d'une part les deux faisceaux lumineux sont polarisés parallèlement et perpendiculairement à la section principale du rhomboïde, tant qu'ils ne peuvent être observés séparément, et que, d'un autre côté, la loupe ne peut apporter aucune modification sensible à la polarisation des rayons qui la traversent, il est clair que les

phénomènes de polarisation *mobile* suivant le plan primitif et l'azimut $2i$, que son interposition fait apercevoir, doivent être uniquement attribués à l'interférence des deux faisceaux lumineux; puisque, ainsi que nous l'avons déjà dit, son seul effet doit être de reporter au fond de l'œil ce qui se passe à son foyer. Cette expérience prouve donc, jusqu'à l'évidence, que les phénomènes de *polarisation mobile,* comme les appelle M. Biot, peuvent être produits par la seule interférence des rayons ordinaires et extraordinaires, en lesquels la lumière se divise dans le cristal, quoique ces rayons soient polarisés parallèlement et perpendiculairement à la section principale.

Si l'on joint à cette expérience celle où l'on sépare autant que possible dans les lames minces les rayons ordinaires des rayons extraordinaires par le moyen que j'ai indiqué, et de laquelle il résulte que les rayons ordinaires et extraordinaires y sont polarisés parallèlement et perpendiculairement à l'axe, comme dans les cristaux les plus épais, on doit admettre que, dans tous les cas, les phénomènes dits de *polarisation mobile* résultent de l'interférence des rayons qui ont éprouvé dans le cristal la réfraction ordinaire avec ceux qui y ont été réfractés extraordinairement. La concordance numérique que M. Young a remarquée le premier entre les différences des chemins parcourus, pour les anneaux colorés et les lames cristallisées, ajoute encore à la chose une grande probabilité.

N° XIX (D).

NOTE

SUR LA POLARISATION MOBILE [1].

M. Biot, en exposant sa théorie de la polarisation mobile, dit (p. 391 et 392 du t. IV de son Traité de physique) que les molécules lumineuses, à leur sortie de la lame cristallisée, soit qu'elles aient achevé ou non leur oscillation vers le plan primitif de polarisation ou vers l'azimut $2i$, se comportent toujours dans le rhomboïde de spath calcaire qui sert à analyser la lumière, comme si leurs axes étaient arrivés dans celui de ces deux plans où leur dernière oscillation les conduisait.

En employant de la lumière homogène, il est aisé de voir que la chose ne se passe pas ainsi et que, sous ce rapport, sa théorie est inexacte ou du moins incomplète; car on reconnaîtra promptement que ce n'est que dans des cas très-particuliers que la lumière qui a traversé la lame cristallisée est polarisée suivant un seul plan, celui de la polarisation primitive ou l'azimut $2i$; c'est seulement lorsque la différence des chemins parcourus par les rayons ordinaires et extraordinaires dans la lame cristallisée est égale à un nombre entier, pair ou impair, de demi-ondulations. Quand ce nombre est zéro ou pair, la lumière paraît complétement polarisée dans le plan primitif de polarisation; quand il est impair, elle est polarisée en totalité dans l'azimut $2i$ [2].

Mais quand la différence des chemins parcourus est un nombre fractionnaire de demi-ondulations, la polarisation n'est plus complète.

[1] [Vu le 11 juin 1821, *signé* Delambre.]

[2] On peut indifféremment se servir ici des mots *est* ou *paraît* dans la théorie des ondes, parce que les deux systèmes d'ondes polarisés, l'un parallèlement et l'autre perpendiculairement à la section principale, équivalent en effet, dans leur interférence, à un seul système d'ondes polarisé suivant le plan

Supposons, par exemple, pour fixer les idées, que cette différence des chemins parcourus soit un nombre entier impair de quarts d'ondulations, et que le plan primitif de polarisation soit à 45° de la section principale de la lame cristallisée, auquel cas la lumière qui l'a traversée devrait être polarisée entièrement (suivant le principe de M. Biot) dans le plan primitif de polarisation, ou dans l'azimut $2i$; alors la lumière ne présente plus aucune trace de polarisation, de quelque manière qu'on tourne le rhomboïde; elle paraît complétement dépolarisée [1], ou, en d'autres termes, il semblerait qu'une moitié est polarisée suivant le plan primitif de polarisation et l'autre suivant l'azimut $2i$; c'est ainsi du moins qu'il faudrait énoncer le fait dans la théorie de M. Biot. Il faudrait dire que toutes les fois que les molécules lumineuses n'ont point entièrement achevé, en sortant de la lame cristallisée, l'oscillation dernière qui portait leurs axes dans le plan primitif de polarisation ou dans l'azimut $2i$, il arrive en général qu'une partie se trouve polarisée dans le premier plan et l'autre partie dans le second, et que ce partage entre les deux plans est égal pour le cas particulier où les axes des molécules lumineuses se trouvent à égale distance angulaire des deux plans, quel que soit d'ailleurs le sens dans lequel les porte la dernière oscillation, ce qui peut paraître un peu singulier, et surtout peu conforme à ce que dit M. Biot [a].

Si, pour concevoir le fait d'une manière mécanique dans la théorie

primitif de polarisation ou l'azimut $2i$, selon que la différence des chemins parcourus est égale à un nombre pair ou à un nombre impair de demi-ondulations. Dire que la lumière est polarisée parallèlement et perpendiculairement à la section principale de la lame cristallisée, c'est présenter deux forces dont on exprime la résultante [b] en disant que la lumière est polarisée dans l'azimut $2i$.

[1] La théorie des interférences m'avait indiqué tous ces résultats avant que je les eusse vérifiés par l'expérience.

---

[a] Cette note, comprise dans le rapport académique du 4 juin 1821, était incomplète, et le texte, visé par Delambre et annexé au procès-verbal de la séance, s'arrête sur le premier membre de phrase de l'alinéa suivant. La suite s'est retrouvée dans les papiers de Fresnel.

[b] Par suite d'une inadvertance évidente, Fresnel a écrit *composante* au lieu de *résultante*.

de la polarisation mobile, on supposait que les molécules lumineuses doivent être polarisées suivant le plan où se trouvent leurs axes à la sortie de la lame cristallisée (hypothèse qui paraît la plus simple), on ne réussirait pas mieux à représenter le phénomène ; car il s'ensuivrait que quand ils se trouvent à égale distance angulaire des deux plans, la lumière doit être polarisée dans un plan intermédiaire, tandis qu'elle ne présente aucune apparence de polarisation quelconque.

Je dois dire ici que M. Biot, à qui j'ai représenté depuis longtemps qu'il fallait supposer que dans la plupart des cas la lumière, en sortant de la lame cristallisée, se partageait entre le plan de la polarisation primitive et l'azimut $2i$, m'a répondu que cette manière d'envisager la chose n'était pas contraire à ses idées. Je ferai observer cependant que, si l'on s'en rapportait au sens littéral du texte de son ouvrage, on croirait qu'il a dit précisément le contraire, et qu'en supposant même qu'il a sous-entendu ce que je viens d'exposer, il est assez étonnant qu'il n'ait pas donné plus de développement à une partie aussi essentielle de la théorie de la polarisation mobile, et sur laquelle son silence pouvait induire en des erreurs si graves, surtout lorsqu'on voit avec quel détail et quelle clarté il a suivi cette même théorie dans toutes ses conséquences et ses vérifications expérimentales.

N° XIX (E).

NOTE

SUR LES INTERFÉRENCES DES RAYONS POLARISÉS.

[FRAGMENT SANS TITRE NI DATE [a].]

L'expérience des deux rhomboïdes montre à découvert ce qui se passe dans la coloration des lames cristallisées par la lumière polarisée. Le système des deux rhomboïdes croisés à angle droit présente, dans les franges colorées qu'il produit, toutes les teintes que la lumière polarisée peut développer dans une lame cristallisée parallèle à l'axe, dont on ferait varier graduellement l'épaisseur.

Il n'y a qu'une seule direction suivant laquelle la compensation des différences de marche entre les rayons ordinaire et extraordinaire, qui ont traversé les deux rhomboïdes, ait exactement lieu; et cette direction est celle qui répond au milieu de la bande centrale. De part et d'autre de ce point la différence de marche entre les deux faisceaux lumineux croît graduellement et fait descendre les teintes dans l'ordre de l'échelle de Newton, en présentant successivement toutes les nuances des anneaux colorés, et enfin le blanc qui les termine.

Pour déduire des conséquences plus évidentes de cette expérience, il faut simplifier les circonstances du phénomène, en la faisant dans la lumière homogène. Alors, au lieu de franges colorées d'une série de

[a] D'après un passage qui sera signalé plus loin, il paraît certain que cette note a dû être rédigée par Fresnel lui-même pour être insérée textuellement dans le rapport d'Arago. Une annotation autographe ainsi conçue, «*on peut mettre ceci à la fin de la feuille 2*,» qui se trouve en marge du manuscrit, est favorable à cette conjecture. Il est probable qu'Arago aura renoncé à faire usage de la note de Fresnel pour éviter les contestations qu'auraient suscitées sans doute quelques aperçus théoriques qu'elle renferme. [E. Verdet.]

(E). nuances diverses, on a simplement une suite de bandes alternativement brillantes et obscures, dans les images ordinaire et extraordinaire. Quand on fait l'expérience avec la lumière blanche, on observe que la teinte d'un point quelconque du groupe de franges, dans l'image extraordinaire, est complémentaire de celle que présente le même point dans l'image ordinaire : avec la lumière homogène, on remarque que les bandes obscures d'une des deux images répondent exactement aux bandes brillantes de l'autre, et qu'en général un point quelconque présente toujours dans l'image extraordinaire, en intensité de lumière, le complément de celle qu'il a dans l'image ordinaire. C'est analogue à ce qu'on voit dans les anneaux colorés, où la lumière transmise est complémentaire en chaque point de la lumière réfléchie [1].

Considérons, pour fixer les idées, le milieu de la bande centrale, qui est un *maximum* de lumière dans l'image ordinaire, et qui présente au contraire un noir parfait, c'est-à-dire l'absence totale de lumière dans l'image extraordinaire. La différence de marche entre les deux faisceaux qui s'y réunissent est nulle pour une des images comme pour l'autre. Or nous avons trouvé par expérience pour règle générale de l'influence mutuelle de deux faisceaux lumineux, dans les cas ordinaires de l'interférence, que leur réunion produisait le plus de lumière possible lorsque la différence des chemins parcourus était nulle ou égale à une certaine longueur d, qu'on pourrait appeler période d'interférence, ou à $2d$, c'est-à-dire deux fois la même période, ou à $3d$, $4d$, $5d$, etc. c'est-à-dire en général à un nombre entier de pé-

[1] M. Young a fait voir, et les formules de M. Poisson, qui s'accordent avec les siennes [a], achèvent de prouver que c'est une conséquence nécessaire et théorique de la réflexion des ondes à la surface commune de deux milieux élastiques de densités différentes. On pouvait d'ailleurs le conclure du principe de la conservation des forces vives, qui s'applique à tous les cas des vibrations des milieux élastiques.

[a] Il s'agit des formules démontrées par Poisson dans le quatrième paragraphe du Mémoire *sur le mouvement des fluides élastiques dans les tuyaux cylindriques et sur la théorie des instruments à vent*, qui fait partie du tome II des Mémoires de l'Académie des sciences. Poisson traite uniquement le cas de l'incidence normale, et assimile la propagation et la réflexion de la lumière à la propagation et à la réflexion du son par des *fluides* élastiques de natures différentes. [E. Verdet.]

riodes. Nous avons vu, au contraire, que les deux faisceaux se détruisaient mutuellement (je les suppose de même intensité) lorsque la différence des chemins parcourus était $\frac{1}{2}\,d$, $\frac{3}{2}\,d$, $\frac{5}{2}\,d$, etc. c'est-à-dire un nombre impair de demi-périodes, ou, en d'autres termes, un nombre entier, plus une demi-période. On voit donc que la position des bandes brillantes et obscures est dans l'image ordinaire parfaitement conforme à cette règle d'interférence, et dans l'image extraordinaire entièrement inverse, puisque le milieu de la bande centrale, qui répond à une différence zéro entre les chemins parcourus, est un *maximum* de lumière dans l'image ordinaire et un *minimum* dans l'image extraordinaire. Ainsi pour déterminer les intensités de lumière homogène, ou la teinte produite par la lumière blanche, dans l'image ordinaire, il faut appliquer à la différence des chemins parcourus la règle ordinaire d'interférence, dont nous venons de parler, et pour l'image extraordinaire, il en faut prendre le contre-pied, ou, ce qui revient au même, changer d'une demi-période la différence des chemins parcourus et suivre la règle ordinaire. N° X

Nous avons supposé jusqu'à présent que la section principale du rhomboïde, ou du prisme achromatisé dont on se sert pour analyser la lumière qui sort des rhomboïdes croisés, était parallèle au plan primitif de polarisation. S'il lui était perpendiculaire au contraire, ce que nous venons de dire de l'image ordinaire s'appliquerait à l'image extraordinaire, et réciproquement; ainsi ce n'est point la nature de la réfraction éprouvée par chaque image dans le prisme achromatisé qui détermine la position des bandes obscures et brillantes conformément à la règle ordinaire d'interférence, ou dans un ordre inverse, mais seulement la direction du plan de polarisation de cette image par rapport au plan de la polarisation primitive. Lors donc que nous nous servirons de l'expression *image ordinaire*, nous entendrons celle qui est polarisée parallèlement au plan primitif de polarisation, et par *image extraordinaire*, celle qui est polarisée, au contraire, suivant un plan perpendiculaire, quelle que soit d'ailleurs l'espèce de réfraction que chacune a éprouvée.

(E). Si l'on a bien présente à la pensée la disposition de l'appareil, on voit que le faisceau primitif s'est décomposé, par le passage au travers des rhomboïdes accouplés, en deux autres faisceaux d'égale intensité, dont les plans de polarisation se sont écartés de 45° à droite et à gauche du plan primitif de polarisation; qu'ils ont ensuite été divisés chacun en deux parties égales par l'action du prisme achromatisé, dont la section principale est dans le plan primitif de polarisation : une moitié du premier et une moitié du second réunies dans l'image ordinaire se trouvent définitivement polarisées suivant ce plan, et les deux autres moitiés, qui composent l'image extraordinaire, le sont dans un plan perpendiculaire. Or, si l'on suit par la pensée les changements successifs des plans de polarisation de ces quatre parties du faisceau primitif, en considérant ces plans d'un seul côté du faisceau, on voit que les deux quarts qui composent l'image ordinaire, d'abord polarisés avec tout le faisceau incident suivant le plan primitif, avant leur introduction dans les rhomboïdes, ont éprouvé dans leur plan de polarisation un changement azimutal qui les a fait tourner de 45°, l'un à droite et l'autre à gauche du plan primitif de polarisation, et qu'après s'être ainsi écartés l'un de l'autre de 90°, ils se sont rapprochés et réunis dans le plan de polarisation de l'image ordinaire. Au contraire les plans de polarisation des deux faisceaux qui composent l'image extraordinaire, après avoir suivi d'abord la même marche que les premiers, ont continué à s'écarter jusqu'à se placer sur le prolongement l'un de l'autre dans le plan de polarisation de l'image extraordinaire. Or c'est précisément pour cette image qu'il faut ajouter une demi-période d'interférence à la différence des chemins parcourus.

La règle envisagée sous ce point de vue s'applique à toutes les positions azimutales possibles des plans de polarisation des deux rhomboïdes croisés à angle droit et de la section principale du prisme achromatisé par rapport au plan primitif de polarisation, et l'on peut dire, en général, que *l'image dont la teinte répond précisément à la différence des chemins parcourus est celle dans laquelle les plans de polarisation des deux faisceaux constituants se rapprochent et se réunissent du même côté*

de leur axe commun, après s'être d'abord écartés l'un de l'autre; tandis que dans l'image complémentaire, pour laquelle il faut ajouter une demi-période à la différence des chemins parcourus, c'est-à-dire changer le signe de l'interférence, les plans de polarisation des deux faisceaux constituants continuent à s'écarter pour se placer sur le prolongement l'un de l'autre. Ainsi les choses se passent absolument comme si les effets produits résultaient de la combinaison de mouvements perpendiculaires aux rayons, dirigés suivant les plans de polarisation; car, s'ajoutant dans le premier cas, ils se retrancheraient, au contraire, l'un de l'autre dans le second, où ils se trouveraient tournés en sens contraires. Cette réflexion a conduit M. Fresnel à des vues théoriques qu'il nous a communiquées depuis peu, au moyen desquelles il donne une définition mécanique de la polarisation de la lumière et explique d'une manière très-simple cette différence d'une demi-période, ou cette opposition de signe dans les deux sortes d'interférence qui constituent chaque image, ainsi que les autres lois de l'interférence des rayons polarisés que nous avons découvertes ensemble, et dont il a été question au commencement de ce rapport[a].

Mais nous étant prescrit d'écarter toute idée hypothétique, nous ne présentons et n'envisageons ici cette différence d'une demi-période dans les deux sortes d'interférence que comme une vérité de fait démontrée par l'expérience. Elle doit paraître d'autant moins surprenante que déjà d'autres phénomènes d'optique, comme les anneaux colorés, par exemple, offrent ce renversement d'interférence. Ainsi pour calculer l'effet résultant de l'influence mutuelle des rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air, en dedans et en dehors du verre, il faut aussi ajouter une demi-période à la différence des chemins parcourus.

Cette opposition entre les effets des interférences qui produisent les deux images explique comment la lumière ordinaire ne peut pas donner des franges comme la lumière polarisée, quoique dans un cas

---

[a] C'est à ce passage que fait allusion la note de l'éditeur, p. 545. [E. Verdet.]

(E). comme dans l'autre les deux faisceaux constituants de chaque image soient ramenés définitivement à un plan commun de polarisation, ce qui doit suffire pour permettre la réaction de ces deux faisceaux l'un sur l'autre. La raison en est toute simple: cette réaction a bien lieu; mais la lumière directe, qu'on peut considérer comme composée d'une multitude de rayons polarisés dans tous les azimuts, produit à la fois des effets contraires qui s'effacent mutuellement. En effet, si un rayon polarisé suivant un plan quelconque forme une bande brillante dans un des points d'une des images, il résulte de la règle générale que nous venons d'énoncer, que le rayon polarisé suivant un plan perpendiculaire produira une bande obscure au même point de la même image, et masquera ainsi l'effet du premier; en sorte que la réunion des effets complémentaires doit effacer les bandes obscures et brillantes des deux images observées dans la lumière homogène, et leurs franges colorées lorsqu'on emploie la lumière blanche. On voit donc que la nécessité de donner une polarisation préalable à la lumière incidente, pour développer les franges, tient à la même cause que l'opposition des teintes des deux images, et qu'en définitive on peut conclure de la règle que nous venons d'énoncer, la condition de la polarisation préalable pour que des rayons polarisés à angle droit, et ramenés ensuite à un plan commun de polarisation, produisent des effets visibles par leur interférence.

Tout ce que nous venons de dire sur les deux rhomboïdes accouplés s'applique aux lames cristallisées d'une épaisseur quelconque, etc...

N° XIX (F).

NOTE

SUR

L'APPLICATION DU PRINCIPE DES INTERFÉRENCES

A L'EXPLICATION DES COULEURS DES LAMES CRISTALLISÉES.

Dès que je m'occupai de la coloration des lames minces cristallisées, je pensai qu'elle devait provenir de l'interférence des deux systèmes d'ondes dans lesquels la lumière se divise en traversant un cristal, et comme l'intervalle qui les sépare ne tient qu'à la différence de vitesse entre les rayons ordinaires et extraordinaires, qui est en général assez petite, j'y voyais la raison pour laquelle ces lames cristallisées étaient beaucoup plus épaisses que les lames d'air qui réfléchissent les mêmes teintes dans les anneaux colorés. Ayant vérifié cette hypothèse par le calcul sur les mesures de M. Biot, je la trouvai exacte et la communiquai à M. Arago, qui, après y avoir un peu songé, me dit qu'il croyait que M. Young avait déjà publié une observation semblable dans une note, qu'il me montra quelques jours après et eut la complaisance de me traduire [a]. M. Arago ne m'avait jamais parlé auparavant de cette note de M. Young, qui ne paraissait pas avoir fixé son attention, et qu'il n'avait peut-être pas même bien comprise; ce qui n'aurait rien d'étonnant, puisque M. Biot m'a dit n'y avoir pas compris un seul mot, et qu'il y a même une partie de la note qui nous paraît encore inintelligible à tous trois par la manière obscure dont elle est ré-

[a] Voyez N° XV (A), § 17, seconde note de l'éditeur.

(F). digée. Il n'y avait, je crois, à Paris que MM. Biot et Arago qui possédassent cette note; et comme alors je n'avais pas encore fait la connaissance de M. Biot, il doit être bien clair pour M. Arago que j'ai fait de mon côté la même observation que M. Young, sans avoir aucune connaissance de la note qu'il avait publiée sur ce sujet.

[a] Je ne dis point ceci pour réclamer une part à l'honneur de cette découverte : il appartient tout à M. Young. Mais j'ai rappelé que la même idée m'était venue sur-le-champ lorsque je cherchai la cause de la coloration des lames cristallisées, pour faire voir combien la théorie des ondulations rendait cette découverte facile.

En me demandant ensuite pourquoi l'interférence des deux systèmes d'ondes ordinaires et extraordinaires ne donnait pas immédiatement des couleurs, comme l'interférence des rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air dans les anneaux colorés, je pensai que cela tenait à ce que les rayons ordinaires et extraordinaires étaient polarisés suivant des plans rectangulaires, et je communiquai à M. Arago cette conséquence naturelle des faits déjà connus, que nous mîmes ensuite hors de doute par des expériences de diffraction, mais qui avait déjà une grande probabilité, puisque pour la révoquer en doute il aurait fallu supposer, ou que les rayons n'étaient pas polarisés parallèlement et perpendiculairement à la section principale dans les lames minces cristallisées, ou que c'était une autre modification imprimée par le cristal qui s'opposait à la production des couleurs. A la rigueur ces deux hypothèses pouvaient être admises, puisque M. Biot a bien adopté la première, quoique contraire à l'analogie, parce qu'elle est une conséquence de sa théorie de la polarisation mobile. Ainsi je dois convenir que l'induction dont je viens de parler ne pouvait se passer d'une démonstration directe.

---

[a] Reproduit presque textuellement dans une note de la Note sur les Remarques de M. Biot [N° XXI (C)].

N° XX.

RAPPORT

FAIT A L'ACADÉMIE DES SCIENCES, LE LUNDI 4 JUIN 1821,

SUR

UN MÉMOIRE DE M. FRESNEL,

RELATIF AUX COULEURS DES LAMES CRISTALLISÉES DOUÉES DE LA DOUBLE RÉFRACTION [1] [a].

Commissaires : MM. Ampère et Arago, *Rapporteur*.

[*Annales de chimie et de physique*, t. XVII, p. 80. — Cahier de mai 1821 [b].]

1. M. Fresnel s'est proposé, dans le Mémoire dont l'Académie nous a chargés de lui rendre compte, M. Ampère et moi (M. Arago), premièrement, de

[1] Quoique ce rapport ait été lu devant l'Académie des sciences le lundi 4 juin 1821, ce n'est qu'à la séance suivante du 11 que cette assemblée a statué sur les conclusions qui le terminent, et auxquelles, dans l'intervalle, nous avions fait, M. Ampère et moi, de légères modifications. J'ai écouté avec la plus scrupuleuse attention la réplique que M. Biot a lue le 11 juin; mais j'avoue avec franchise qu'elle ne m'a paru détruire aucune des preuves que nous avions données de l'insuffisance de la théorie de la polarisation mobile : j'attendrai, au reste, pour entrer à ce sujet dans une discussion détaillée, que M. Biot ait publié son nouveau Mémoire. (A.)

[a] *Œuvres complètes de François Arago*, t. X, p. 402. Cette pièce et celles qu'on a réunies sous le n° XXI n'ont guère aujourd'hui qu'un intérêt historique. Le travail soumis par Fresnel à l'Académie et ses doctrines scientifiques ne tenaient peut-être pas la première place dans la polémique qu'elles ont soulevée. (Lettre à Lr Fresnel du 13 juin 1821.)

L'Académie a voulu du reste demeurer étrangère à des débats trop personnels, car elle n'a laissé subsister au procès-verbal de la séance du 11 juin 1821, ni le rapport d'Arago, ni les remarques de M. Biot.

Ces pièces sont remplacées par une simple mention écrite sur une feuille volante par M. Delambre, secrétaire perpétuel. Elle est ainsi conçue : « 11 juin 1821. M. Arago fera de « son rapport l'usage qui lui plaira et en usera comme de sa chose. Le Mémoire de M. Fres- « nel. — *Mémoires des savants étrangers*. M. Biot pourra faire imprimer sa réplique. »

[b] Publié sans doute quelque temps après le 4 juin.

prouver que l'ingénieuse théorie de la *polarisation mobile*, d'après laquelle M. Biot explique le mode de formation des vives couleurs qu'acquièrent les lames cristallisées lorsqu'après les avoir exposées à un faisceau polarisé on analyse la lumière émergente avec un rhomboïde de spath-calcaire, est, sur beaucoup de points, insuffisante ou inexacte; deuxièmement, de montrer que tous ces phénomènes de coloration qui, depuis quelques années, ont tant occupé les physiciens de France, d'Angleterre et d'Allemagne, sont des conséquences nécessaires de l'action mutuelle des deux faisceaux en lesquels la lumière se divise quand elle traverse la lame cristallisée.

Les effets de ce genre particulier d'action que deux rayons lumineux exercent l'un sur l'autre et qu'on désigne par le mot d'*interférence*, ayant jusqu'ici très-peu fixé l'attention des observateurs, il nous a semblé qu'il serait convenable de faire précéder l'analyse du Mémoire de M. Fresnel de l'énoncé de toutes les lois expérimentales relatives aux interférences, dont nous aurons l'occasion de nous servir.

2. Deux rayons de lumière homogène, émanant d'une même source, qui parviennent en un certain point de l'espace par deux routes différentes et légèrement inégales, s'ajoutent ou se détruisent, forment sur l'écran qui les reçoit un point clair ou obscur, suivant que la différence des routes a telle ou telle autre valeur.

Deux rayons s'ajoutent là où ils ont parcouru des chemins égaux; si l'on trouve qu'ils s'ajoutent de nouveau quand la différence des deux chemins est égale à une certaine quantité d, ils s'ajouteront encore pour toutes les différences comprises dans la série $2d$, $3d$, $4d$, etc. Les valeurs intermédiaires $0+\frac{1}{2}d$, $d+\frac{1}{2}d$, $2d+\frac{1}{2}d$, etc. indiquent les cas dans lesquels des rayons se neutralisent réciproquement.

La quantité d n'a pas la même valeur pour tous les rayons homogènes; dans l'air, elle est égale à $\frac{67}{100000}$ de millimètre relativement aux rayons rouges extrêmes du spectre, et seulement $\frac{42}{100000}$ pour les rayons violets. Les valeurs correspondantes aux autres couleurs sont intermédiaires entre celles que nous venons de rapporter.

3. La différence de route ne détermine seule l'espèce d'action que deux rayons exercent l'un sur l'autre dans le point de leur croisement, qu'alors qu'ils se sont mus constamment, tous les deux, dans le même milieu. S'il existe quelque diversité entre les réfringences ou les épaisseurs des corps diaphanes

traversés par chaque rayon, elle produit un effet égal à une différence de chemin.

Dans tous les phénomènes d'interférence, deux milieux différents produisent des effets pareils lorsqu'ils ont des épaisseurs en raison inverse des *coefficients* de leurs réfractions : nous appelons de ce nom de *coefficient*, comme le font les physiciens anglais, le rapport du *sinus* d'incidence à celui de réfraction.

Une polarisation préalable des rayons modifie, à plusieurs égards, les lois précédentes des interférences. Voici les résultats que MM. Fresnel et Arago ont obtenus dans un travail qu'ils avaient entrepris en commun, et qui a été publié dans les Annales de Chimie et de Physique.

Deux rayons de lumière polarisés *dans un même sens* agissent l'un sur l'autre comme des rayons naturels.

Dans les mêmes circonstances où deux rayons de lumière ordinaire paraissent mutuellement se détruire, *deux rayons polarisés à angles droits ou en sens contraires* n'exercent l'un sur l'autre aucune action appréciable.

Deux rayons *primitivement polarisés en sens contraires* peuvent ensuite être ramenés à un même plan de polarisation, *sans néanmoins acquérir par là la faculté de s'influencer*.

Deux rayons polarisés en sens contraires, et ramenés ensuite à des polarisations analogues, s'influencent comme des rayons naturels, s'ils proviennent d'un faisceau primitivement polarisé dans un seul sens.

4. Occupons-nous maintenant, après avoir énoncé ces lois, de l'analyse du Mémoire que l'Académie a renvoyé à notre examen.

Pour expliquer les phénomènes de coloration que produisent les lames cristallisées lorsqu'on les éclaire par des rayons polarisés, M. Biot suppose que ces lames n'agissent pas sur la lumière comme des cristaux épais; voici quels sont, suivant lui, les principes fondamentaux du genre d'action particulier aux lames : ces principes forment la base de ce qu'il a appelé la *théorie de la polarisation mobile*.

« Lorsqu'un rayon de lumière simple, polarisé suivant une direction fixe, « traverse perpendiculairement une lame cristallisée parallèle à l'axe de double « réfraction, les molécules lumineuses commencent par pénétrer jusqu'à une « certaine profondeur sans perdre leur polarisation primitive; après quoi, leur « mouvement de translation continuant toujours, elles se mettent à osciller pé- « riodiquement sur elles-mêmes, de manière que leur axe de polarisation se

« transporte alternativement de part et d'autre de l'axe du cristal ou de la ligne « perpendiculaire, dans des amplitudes égales, comme un pendule autour de la « verticale dont on l'a écarté. Chacune des oscillations s'exécute dans une épais- « seur $2l'$, double de celle que la molécule avait parcourue d'abord avant d'en- « trer en oscillation.

« . . . .

« Ce mouvement oscillatoire (nous citons toujours textuellement le Traité de « Physique expérimentale et mathématique) s'arrête lorsque les molécules lu- « mineuses, parvenues à la seconde surface de la lame, sortent dans l'air ou « dans tout autre milieu qui ne possède pas la double réfraction. Alors, si l'on « soumet le rayon émergent à l'action d'un prisme de spath d'Islande, ou d'une « glace inclinée, ou de tout autre système qui produise la polarisation fixe, les « molécules lumineuses se comportent comme si elles possédaient complétement « le sens de polarisation vers lequel leur dernière oscillation les conduisait, soit « qu'elles l'aient entièrement achevée, ou seulement commencée à l'instant où « elles sont sorties du cristal. » (*Traité de Physique*, t. IV, p. 391-392.)

D'après ce second principe, « lorsque la lumière *simple* traverse des lames « minces d'un même cristal taillé parallèlement à l'axe, les alternatives de po- « larisation qu'elle présente à sa sortie doivent suivre des périodes exactement « pareilles. Ainsi, ajoute M. Biot, depuis l'épaisseur *zéro* jusqu'à une certaine « épaisseur fondamentale e', les molécules *homogènes* qui la composent se com- « portent, après leur émergence, comme si elles n'avaient pas quitté leur pola- « risation primitive. *Depuis* e' *jusqu'à* $2e'$, elles se comportent comme si elles « l'avaient quittée pour en prendre une nouvelle dans l'azimut $2i$; et enfin, « elles paraissent *alternativement* polarisées dans l'azimut $0'$ ou dans l'azimut « $2i$. » (Tome IV, page 389.)

M. Biot rapporte enfin, page 390, une expérience destinée, suivant lui, à prouver que les molécules lumineuses, à mesure qu'elles « s'enfoncent dans « une seule et même lame, y subissent réellement ces alternatives... »

5. Rapprochons ces divers paragraphes des résultats contenus dans le Mémoire de M. Fresnel. Cet habile physicien annonce d'abord que les lois de la polarisation mobile données par M. Biot ne s'accordent avec l'observation que dans des cas très-particuliers; nous pensons devoir rapporter ici une des expériences sur lesquelles il fonde cette assertion, et dont il nous a rendus fréquemment témoins.

Il place une lame de sulfate de chaux de manière que son axe fasse un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation de la *lumière homogène* par laquelle il veut la faire traverser. Dans cette position, $2i$ étant égal à 90°, le faisceau transmis devrait être polarisé, suivant les principes précédents, ou dans le plan primitif ou dans le plan perpendiculaire : cependant, quand on l'analyse avec un rhomboïde de spath calcaire, il donne, *si la lame a l'épaisseur convenable*, deux images de même intensité dans toutes les positions de la section principale; il faut donc nécessairement admettre, ou que la lumière a été complétement dépolarisée dans la lame, ou qu'elle s'est partagée par moitié entre le plan primitif et l'azimut $2i$: or aucune de ces deux suppositions ne s'accorde évidemment avec l'énoncé de la loi que M. Biot a donnée.

6. Si l'on représente par d cette différence des chemins parcourus dont nous avons parlé précédemment, et qui détermine la suite périodique des points de l'espace dans lesquels l'interférence de deux rayons homogènes donne lieu à une obscurité complète, on pourra calculer, à l'aide des règles suivantes, les épaisseurs des lames qui produisent les phénomènes décrits par M. Biot, et les épaisseurs dans lesquelles les phénomènes, au contraire, ne s'accordent pas avec ses lois.

Lorsque la différence des chemins parcourus dans la lame par les rayons ordinaire et extraordinaire sera égale à o, à nd, ou à $(n+\frac{1}{2})\,d$, n étant un nombre entier, la lumière transmise paraîtra polarisée tout entière dans le plan primitif ou dans l'azimut $2i$.

Quand l'épaisseur du cristal sera telle que la différence des chemins parcourus pourra être déduite de la formule $(n+\frac{1}{4})\,d$, n étant encore un nombre entier, il y aura dans la lumière transmise absence totale de polarisation si l'axe de la lame est à 45° du plan de polarisation primitif.

Dans tous les autres cas, enfin, on reconnaît aisément, si l'on examine les rayons émergents avec un rhomboïde, qu'ils ne sont que partiellement polarisés.

7. Suivant les principes de la polarisation mobile, la lumière n'acquiert pas subitement, en traversant les cristaux, les deux polarisations fixes et rectangulaires qu'on a d'abord remarquées dans les faisceaux ordinaires et extraordinaires transmis par un rhomboïde de carbonate de chaux : ce n'est qu'après avoir pénétré dans le cristal à des épaisseurs sensibles, et qui, pour le quartz, par exemple, seraient, suivant M. Biot, de plusieurs millimètres, que les axes

des molécules commenceraient à se trouver rangés dans le plan de la section principale et dans le plan perpendiculaire. M. Fresnel pense, au contraire, que la lumière qui émerge de tout cristal à un seul axe, mince ou épais, est constamment composée de deux faisceaux polarisés dans des directions rectangulaires : ceci n'a jamais offert d'exception dans les cristaux qui, en raison de leur épaisseur ou de leur taille, séparaient assez les rayons ordinaires des rayons extraordinaires pour qu'on pût étudier séparément leurs propriétés. Voici comment M. Fresnel s'y est pris pour prouver que la même loi doit être étendue aux lames les plus minces et à faces parallèles :

8. Après avoir réuni la lumière solaire dans un point très-petit à l'aide d'une lentille d'un court foyer appliquée au volet d'une chambre obscure, on reçoit le faisceau divergent de rayons, sur deux miroirs de verre légèrement inclinés l'un à l'autre. Si nous supposons que l'angle d'incidence soit d'environ 35°, les faisceaux réfléchis par l'un et par l'autre miroir seront complétement polarisés, et en se croisant dans l'espace, formeront, par leur interférence, des bandes obscures et brillantes. Examinées avec un rhomboïde, ces bandes seront polarisées, pour toutes les positions des miroirs réfléchissants, dans le même azimut que les deux faisceaux qui concourent à leur production. d'où se déduit la conséquence, déjà énoncée au commencement de ce rapport, que la lumière qui résulte de l'interférence de deux faisceaux polarisés dans un sens déterminé est elle-même polarisée comme les deux faisceaux composants.

9. Prenons maintenant une lame de sulfate de chaux très-limpide, et coupons-la par le milieu afin d'avoir deux lames d'égale épaisseur. Fixons l'une des moitiés de cette lame en avant des miroirs, de telle sorte qu'elle ne soit traversée que par le faisceau réfléchi sur la surface du premier; admettons de plus que sa section principale fasse un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation; plaçons ensuite l'autre moitié de la lame sur la route des rayons polarisés que le second miroir réfléchit, mais de manière que sa section principale étant perpendiculaire à celle de la première, fasse, comme elle, avec le plan primitif de polarisation, un angle de 45°.

Si ces lames agissent comme des cristaux épais, elles doivent, l'une et l'autre, quelle que soit d'ailleurs la petitesse de leur double réfraction, partager les rayons réfléchis qui les traversent en deux faisceaux de même intensité et polarisés à angle droit; il arrivera seulement, dans les positions particulières qu'elles

occupent par hypothèse, que le faisceau ordinaire de la lame de droite, par exemple, sera polarisé *dans le même sens* que le rayon extraordinaire de la lame de gauche; et réciproquement, que le faisceau ordinaire provenant de cette dernière lame aura une polarisation analogue à celle du faisceau extraordinaire qui émerge de la lame opposée.

10. Ceci une fois admis, il est facile de prévoir ce qui arrivera dans les points où les deux faisceaux viendront à se croiser. Les rayons ordinaires provenant de la lame de droite pourront d'abord interférer avec les rayons extraordinaires que donne la lame de gauche, puisqu'ils sont polarisés dans le même sens, et formeront un premier système de bandes obscures et brillantes. Un second système résultera de l'action des rayons extraordinaires de droite sur les rayons ordinaires de la lame de gauche; ces deux groupes de bandes seront d'autant plus séparés que les lames auront plus d'épaisseur, et que le genre de cristal auquel elles appartiennent jouira d'une plus forte double réfraction. Dans l'espace intermédiaire se trouvent les rayons de même nom fournis par les deux lames; mais comme ils sont ici polarisés en sens opposés, ils se croiseront sans donner naissance à aucun phénomène d'interférence, et l'œil n'y apercevra qu'une lumière uniforme.

11. Il n'est pas moins évident que chacun des systèmes de franges, quand on se sert de sulfate de chaux, devra être complétement polarisé dans un plan perpendiculaire à l'axe de la lame la plus voisine : or il n'est aucune de ces conséquences, résultant de la supposition d'où nous sommes partis que les deux lames décomposent la lumière comme des cristaux épais, qui ne soit parfaitement conforme à l'expérience.

12. Dans les principes de la polarisation mobile de M. Biot, les phénomènes se présenteraient avec des circonstances entièrement différentes. Les deux lames interposées laisseraient leur polarisation primitive aux rayons transmis, ou bien les repolariseraient dans l'azimut $2i$; mais i, par hypothèse, étant égal à 45°, les plans de polarisation définitifs des faisceaux émergents seraient le plan primitif ou le plan perpendiculaire; tels devraient être, conséquemment aussi, les sens de polarisation des deux systèmes de bandes formés par l'interférence des rayons ordinaires et extraordinaires provenant des deux lames : or, loin que l'observation confirme cette conséquence des lois de la polarisation mobile, on peut dire qu'elle lui est aussi contraire que possible. Si on place, en effet, la section principale d'un rhomboïde dans le plan pri-

mitif de polarisation des rayons réfléchis par les miroirs ou dans le plan perpendiculaire, non seulement on apercevra une image ordinaire et une image extraordinaire de chacun des systèmes de bandes; mais ces positions du cristal seront précisément celles qui donneront aux deux images des intensités exactement pareilles.

13. Pour peu qu'on ait réfléchi sur les seuls cas dans lesquels les rayons lumineux donnent des effets appréciables d'interférence, on verra que les deux systèmes de bandes qui ont fait l'objet des expériences dont nous venons d'entretenir l'Académie ne peuvent, comme nous l'avons admis, résulter que de la rencontre des rayons ordinaires d'une lame avec les rayons extraordinaires de la lame opposée. Si toutefois on paraissait avoir quelque doute à ce sujet, nous ajouterions qu'il est facile de refaire cette expérience en substituant aux lames minces qui nous servaient d'abord, des cristaux épais (deux rhomboïdes de carbonate de chaux, si l'on veut), dans lesquels la double réfraction serait manifeste. Comme on pourrait alors suivre la marche de chaque faisceau, et les arrêter tour à tour avec des écrans, on prouverait, par le fait même, que pour la formation d'un des groupes de bandes, il faut et il suffit que le faisceau ordinaire d'un des cristaux rencontre le faisceau extraordinaire de l'autre, et réciproquement. Le sens de la polarisation des bandes, déterminé à l'aide d'un rhomboïde, serait d'ailleurs exactement le même que dans l'expérience des lames minces. Le seul trait de dissemblance se trouverait dans la distance qui séparerait les deux groupes : celle-ci, dépendant toujours de la différence entre les chemins parcourus par les rayons ordinaires et extraordinaires, serait beaucoup plus grande dans l'expérience faite avec les cristaux que dans celle des lames; il pourrait même arriver, si les cristaux étaient très-épais, que pour amener de nouvelles franges dans le champ de la vision, il fallût compenser une partie de la différence de route ou de vitesse, à l'aide de l'interposition d'un verre plan placé sur le chemin parcouru par l'un des faisceaux; mais, en tout cas, les conséquences de l'observation se présenteraient avec la même netteté. Nous ajouterons une dernière circonstance qui, à elle seule, trancherait toutes les difficultés qu'on pourrait faire sur la véritable cause de la formation des deux systèmes de franges dans le cas des lames minces : ce sera que l'intervalle qui sépare ces franges est tellement lié à la double réfraction des lames, que dans des expériences que l'un de nous (M. Arago) a faites avec M. Fresnel on en a toujours déduit une valeur numérique exacte de cette double

réfraction, comme il a été facile de le reconnaître en la mesurant ensuite par les méthodes ordinaires sur des cristaux épais de même nature.

14. En résumé, un rayon lumineux qui traverse une lame mince de sulfate de chaux s'y partage généralement en deux rayons, l'un ordinaire et l'autre extraordinaire. Mathématiquement parlant, ces deux rayons suivent dans le cristal des routes différentes; mais il n'est pas possible de les séparer physiquement, parce qu'à cause de l'imperfection de nos organes on est forcé de viser à des images d'une certaine largeur. On voit maintenant où réside la difficulté, dans les recherches entreprises par MM. Biot et Fresnel, sur le genre de polarisation que chacun des deux rayons a dû éprouver dans la lame. M. Biot, sans essayer d'isoler ces rayons, se contente d'examiner en masse les propriétés de la lumière émergente. Il trouve que, dans certains cas que nous avons fait connaître, cette lumière, composée à la fois de rayons ordinaires et de rayons extraordinaires, paraît conserver sa polarisation primitive, ou semble polarisée tout entière dans l'azimut $2i$: c'est sur cela qu'il fonde la conclusion que les lames minces agissent tout autrement que les cristaux épais. M. Fresnel, s'il ne sépare pas à la rigueur les deux classes de rayons émergents, les isole du moins par leurs effets. Quand il veut étudier les propriétés des rayons ordinaires, il jette sur l'espace où ces rayons se trouvent mêlés aux rayons extraordinaires un faisceau polarisé comme les premiers, et qui, conséquemment, ne peut interférer qu'avec eux : le champ de la vision se trouve composé alors, pour ainsi dire, d'un rideau de lumière uniforme provenant du faisceau extraordinaire, et d'un système de franges obscures et brillantes, à la formation desquelles ont seulement concouru les rayons ordinaires et les rayons, par hypothèse semblablement polarisés, du faisceau additionnel. Les propriétés de ces franges, relativement à la polarisation, doivent donc nous apprendre quelles sont celles du faisceau ordinaire, puisque le fait de l'interférence ne les change pas: or il est évident que la présence du faisceau extraordinaire ne peut aucunement empêcher de déterminer la situation du plan de polarisation des rayons dont les franges sont formées.

Après avoir rapporté les expériences à l'aide desquelles M. Fresnel a démontré l'insuffisance de la théorie de la polarisation mobile, nous devons faire connaître comment il est parvenu à rattacher les couleurs des lames minces à ces mêmes principes des interférences, dont il avait déjà tiré un si heureux parti pour l'explication des phénomènes aussi nombreux que variés de la diffraction.

X. L'idée que les vives couleurs dont les lames cristallisées se revêtent lorsqu'on les expose à des faisceaux polarisés dépendent de l'interférence des rayons ordinaires et extraordinaires en lesquels la lumière se partage quand elle traverse ces lames appartient incontestablement au Dr Thomas Young[a]. Peu de temps après la publication du Mémoire dans lequel M. Biot a indiqué la nature des teintes dépolarisées par des lames de cristal de roche parallèles à l'axe et de diverses épaisseurs, le savant secrétaire de la Société royale découvrit qu'à toutes ces épaisseurs et sous toutes les incidences les couleurs correspondaient précisément aux différences des chemins parcourus par les rayons ordinaires et extraordinaires.

15. Cet accord remarquable ne pouvait pas néanmoins être regardé comme une preuve démonstrative que l'interférence des rayons était la vraie cause de la coloration des lames, puisque M. Young n'avait pas même essayé d'expliquer dans cette hypothèse plusieurs des circonstances les plus frappantes du phénomène : comme, par exemple, pourquoi l'*éclat* des teintes varie avec la position de l'axe du cristal et avec celle de la section principale du rhomboïde qui sert à les observer, relativement au plan primitif de polarisation des rayons transmis; pourquoi la lumière polarisée, si on examine la lame à l'œil nu, et la lumière non polarisée, alors même qu'on se sert d'un rhomboïde, ne donnent naissance à aucune coloration appréciable, etc.

16. Quant à M. Fresnel, il a embrassé la question dans toute sa généralité, et s'est proposé de prouver qu'il n'est pas une seule des lois qu'on a déduites, de l'observation sur les phénomènes de polarisation colorée produits par des lames parallèles à l'axe de double réfraction, qui ne soit une conséquence nécessaire de l'interférence des deux faisceaux ordinaire et extraordinaire.

Voyons d'abord comment M. Fresnel parvient à concilier l'expérience par laquelle il prouve que les lames cristallisées partagent la lumière en deux faisceaux polarisés à angles droits, avec ce fait, en apparence si opposé, que si la lame a une épaisseur convenable, l'ensemble des rayons polarisés qui la traversent pourra, à sa sortie, ne sembler polarisé que dans le plan primitif ou dans l'azimut $2i$.

---

[a] *Review of Malus, Biot, Seebeck and Brewster on Light, from Quarterly Review for April 1814*, vol. XI, p. 42.

17. On forme, dans une chambre obscure, un point rayonnant de lumière homogène fort petit, par le moyen que nous avons déjà indiqué. On reçoit le faisceau de lumière divergente qui part de ce point sur un miroir de verre dont la seconde face est recouverte d'un mastic noir, et qui conséquemment ne réfléchit les rayons qu'à sa surface antérieure. Pour fixer les idées, nous donnerons à ce miroir une position verticale; nous supposerons de plus que le faisceau divergent est à peu près horizontal, et qu'il rencontre la face réfléchissante sous un angle peu éloigné de celui de la polarisation complète.

Ces premières dispositions étant achevées, on place sur la route que suivent les rayons réfléchis par le miroir un rhomboïde de spath calcaire dont la section principale fasse avec le plan horizontal auquel, par hypothèse, celui de réflexion est parallèle, un angle de 45° : dans cette position du rhomboïde, la lumière qui le traverse se divise en deux faisceaux, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, polarisés à angle droit et de même intensité. A leur sortie du premier rhomboïde, ces deux faisceaux en rencontrent un second de même épaisseur, mais dont la section principale est perpendiculaire à celle du précédent : le faisceau ordinaire émergent y éprouvera donc la réfraction extraordinaire; réciproquement, le faisceau qui était extraordinaire à sa sortie du premier cristal deviendra ordinaire en traversant le second : ces deux nouveaux faisceaux ordinaire et extraordinaire demeurent polarisés à leur émergence, dans le plan de la section principale du second cristal et dans le plan qui lui est perpendiculaire.

Suivons maintenant ces deux faisceaux par la pensée : il est d'abord évident qu'à cause de leur commune divergence ils se croiseront dans une étendue d'autant plus grande qu'on s'éloignera davantage du rhomboïde. Leurs points de départ étant distincts et sensiblement séparés, l'observateur pourra arrêter tour à tour le rayon ordinaire et le rayon extraordinaire; il éclairera donc, à volonté, un même point de l'espace commun aux deux faisceaux, soit avec l'un, soit avec l'autre de ces rayons pris séparément, soit enfin avec tous les deux à la fois.

Plaçons un verre légèrement dépoli dans une partie du champ commun aux deux faisceaux; marquons par une ouverture très-fine, pratiquée dans une lame opaque et adaptée à ce verre, le lieu précis vers lequel notre attention va se porter, et servons-nous, comme d'habitude, d'un rhomboïde de spath calcaire

X. pour analyser les diverses espèces de lumière qui, après avoir traversé la fente du diaphragme, viendront se peindre au fond de l'œil.

Nous reconnaîtrons d'abord aisément que le rayon ordinaire, quand il arrive seul à l'ouverture, quelle que soit d'ailleurs sa place, n'y éprouve aucune modification, et qu'il reste polarisé comme il l'était auparavant : il en est de même du rayon extraordinaire; mais si ces deux rayons, après s'être croisés dans la fente, viennent à travers le rhomboïde se peindre simultanément au fond de l'œil, le phénomène variera d'un point de l'espace à l'autre : ici, la lumière composée des deux faisceaux paraîtra avoir conservé la polarisation imprimée aux rayons dans leur première réflexion sur le miroir de verre noirci; plus loin, le plan de polarisation semblera perpendiculaire au précédent, ce qui correspond précisément à l'azimut $2i$, puisque $i = 45°$. Dans un point intermédiaire entre ceux-là, la lumière qui a traversé la fente ne présentera aucune trace appréciable de polarisation. Cette expérience nous offre donc le singulier phénomène de deux faisceaux polarisés à angle droit, qui se croisent d'abord dans l'espace, se réunissent ensuite sur le fond de l'œil, et forment, en somme, un faisceau tantôt polarisé dans un sens et tantôt dans un autre, suivant que la différence des chemins parcourus par les deux faisceaux composants a telle ou telle autre valeur.

Nous n'avons employé, dans cette expérience, un verre dépoli que pour fixer les idées, car il n'est aucunement nécessaire à sa réussite : on peut également se passer de la petite fente. La loupe avec laquelle M. Fresnel étudiait, dans le Mémoire couronné par l'Académie, les jeux d'interférence des rayons diffractés, lui sert également ici à examiner les franges aériennes produites par les rencontres des faisceaux lumineux. Quand on se place, par exemple, avec la loupe en face des deux rhomboïdes croisés, l'œil ne reçoit qu'une lumière uniforme et continue; mais aussitôt qu'un cristal donnant deux images est convenablement interposé entre la loupe et ces rhomboïdes ou entre la loupe et l'œil, on aperçoit deux systèmes de franges obscures et brillantes. Les franges claires d'une des images correspondent toujours aux bandes obscures de l'autre. La frange du milieu, par exemple, est brillante dans l'image ordinaire si la section principale du cristal interposé est parallèle au plan primitif de polarisation; alors, au contraire, elle est obscure dans l'image extraordinaire : ce qui prouve que pour cette dernière image on ne peut calculer les effets des interférences qu'en ajoutant $\frac{1}{2}\,d$ à la différence des chemins parcourus. Mais quand

la section principale du cristal interposé est perpendiculaire au plan originaire de polarisation, les rôles se trouvent changés; c'est alors la frange centrale de l'image extraordinaire qui est brillante, conformément aux principes généraux des interférences, tandis que dans l'image ordinaire cette même frange est complétement obscure, comme si la différence de route entre les rayons qui la forment, au lieu d'être nulle, était $\frac{1}{2}\,d$.

18. M. Fresnel donne, dans son Mémoire, une règle qui s'applique à toutes les positions azimutales que peuvent prendre les sections principales des deux rhomboïdes croisés et celle du cristal placé devant l'œil, relativement au premier plan de polarisation, et à l'aide de laquelle on découvre aisément si c'est pour les rayons de l'image ordinaire ou pour ceux de l'image extraordinaire que la quantité $\frac{1}{2}\,d$ doit être ajoutée à la différence des chemins parcourus.

Dans la lumière homogène, l'expérience a donné naissance à deux systèmes de franges obscures et brillantes. Quand on se sert de lumière blanche ces franges deviennent colorées, parce que d n'a pas des valeurs égales pour les rayons de différentes nuances, et l'on y remarque les mêmes teintes que la lumière polarisée développe dans les lames cristallisées de toutes les épaisseurs possibles.

19. Peu de mots vont maintenant nous suffire pour montrer comment M. Fresnel explique la production de ces teintes.

Un rayon polarisé qui traverse une lame cristallisée s'y divise en deux faisceaux polarisés en sens contraires; mais deux faisceaux de cette espèce n'interfèrent point : une lame ne donnera donc pas de couleurs à l'œil nu, lors même qu'elle ne sera éclairée que par de la lumière polarisée.

Chacun des deux faisceaux ordinaire ou extraordinaire provenant de la première lame se partage, en traversant un prisme achromatisé ou un rhomboïde, en deux faisceaux polarisés à angle droit; parmi les quatre faisceaux émergents, il en est deux ordinaires et deux extraordinaires, qui peuvent mutuellement s'influencer : or, dans les deux faisceaux qui concourent à la formation de l'image ordinaire, l'un était ordinaire en traversant la lame, et s'est conservé ordinaire dans le prisme achromatisé; tandis que l'autre, qui était d'abord extraordinaire, n'a passé à l'image ordinaire que par l'action de ce cristal. Les rayons de noms différents ont, dans les cristaux doués de la double réfraction, des vitesses dissemblables. Nous avons vu d'ailleurs que des différences de vitesses produisent, relativement aux phénomènes d'interférence, des périodes

exactement pareilles à celles qui résultent de l'inégalité des chemins parcourus : si donc, dans la lame employée, la différence entre les vitesses des rayons ordinaires correspond à la quantité d, qui règle par ses multiples les périodes d'accord des rayons rouges, ce sera évidemment la lumière de cette teinte qu'on verra prédominer dans l'image ordinaire ; il en sera de même à l'égard des rayons de toutes les autres couleurs.

20. Si l'expérience des deux rhomboïdes croisés ne nous avait pas prouvé que, pour calculer les actions mutuelles des rayons lumineux qui, en traversant des cristaux doués de la double réfraction, changent plusieurs fois de plan de polarisation, il ne suffit pas des règles ordinaires d'interférence, nous serions arrêtés ici par une grande difficulté : la différence de vitesse étant la même pour les deux rayons dont l'image extraordinaire est formée à sa sortie du prisme achromatisé et pour les rayons de l'image ordinaire, ces deux images paraîtraient devoir être de même couleur ; mais si l'on se rappelle qu'il faut ajouter $\frac{1}{2}d$ à la différence des chemins parcourus par les rayons qui forment l'un des faisceaux, on verra, au contraire, que d, correspondant dans l'image ordinaire à l'accord des rayons rouges, $\frac{1}{2}d$ occasionnera leur destruction mutuelle dans l'image extraordinaire ; que l'espèce de lumière que donne le blanc quand on en retranche du rouge y dominera ; et qu'en somme les deux images de la lame, vues à travers le prisme achromatisé, seront toujours complémentaires : ce qui est conforme aux observations. Les teintes se trouvent ainsi déterminées par les différences de marche entre les rayons ordinaires et les rayons extraordinaires dans l'épaisseur de la lame, comme celles des anneaux colorés ordinaires le sont par la différence de route des rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air. Pour qu'on ne regarde pas ceci comme une simple analogie, nous ajouterons que les différences des chemins parcourus qui correspondent à une teinte déterminée sont exactement les mêmes dans les deux cas.

21. M. Fresnel explique avec la même facilité toutes les autres circonstances du phénomène ; il déduit, par exemple, de sa théorie les positions de la lame et du prisme achromatisé pour lesquelles on ne voit aucune couleur dans les deux images, et trouve précisément les positions que l'observation a fait connaître ; il montre ensuite que les variations d'intensité qui dépendent des positions azimutales du prisme achromatisé ou de la lame sont des conséquences également nécessaires des principes des interférences, etc.

22. Pour traiter convenablement la question plus compliquée des lames croisées, M. Fresnel résout d'abord le problème général que voici : «Étant «données les intensités d'un nombre quelconque de faisceaux lumineux, leurs «positions respectives, ou leurs divers degrés d'accords ou de discordances, «déterminer l'intensité de la lumière totale.» Les formules auxquelles il parvient par des considérations particulières fondées sur la théorie des ondes, mais qui ne sauraient trouver place ici, sont précisément celles qui lui avaient déjà servi à déterminer la position et l'intensité des bandes diffractées. Ces formules se sont accordées avec les expériences connues; un seul cas paraissait faire exception : c'est celui où deux lames de même nature, parallèles à l'axe et d'égale épaisseur, ont leurs axes croisés sous l'angle de 45°. M. Biot annonce (*Traité de physique*, t. IV, p. 407) que si la section principale du rhomboïde de spath calcaire dont on se sert pour analyser la lumière transmise est parallèle ou perpendiculaire au plan primitif de polarisation, la teinte de chaque image reste invariable quand on fait tourner dans son plan le système des deux lames croisées[1]. Les formules de M. Fresnel indiquaient, au contraire, que chacune des deux images ne pouvait être semblable à elle-même qu'aux azimuts 45°, 90°, 135°, 180°, etc. Dans toutes les positions intermédiaires, elles devaient varier l'une et l'autre : or, vérification faite, il s'est trouvé que les images ordinaires et extraordinaires varient par le mouvement de la lame composée. Ces variations, comme la formule l'indique, sont très-légères relativement à la nature de la teinte; mais quant à l'intensité, il est impossible de les méconnaître si on se sert de lumière polarisée homogène.

23. Les résultats curieux renfermés dans le Mémoire que l'Académie avait

[1] Voici le passage de M. Biot relatif aux lames croisées (t. IV, p. 407).

Les lames étant croisées de manière que leurs axes fassent un angle de 45°, «je laisse, «dit M. Biot, ce système exposé perpendicu«lairement au rayon polarisé qui a servi pour «le régler, et j'analyse la lumière transmise «en me servant d'un prisme rhomboïdal «achromatique dont la section principale «soit dirigée dans le plan primitif de polarisa«tion. *On trouve alors que la teinte extraordi«naire est constante, quelque position que l'on «donne aux lames en les tournant dans leur «plan*......» Plus bas, à la même page 407. M. Biot ajoute : «Les teintes données par les lames «égales et croisées à 45° ne sont «pas seulement constantes sous l'incidence «perpendiculaire : elles le sont encore sous «toutes les incidences et dans tous les azimuts, «pourvu que le rhomboïde qui sert pour ana«lyser la lumière ait sa section principale «parallèle ou perpendiculaire au plan du «méridien.» (*Note ajoutée par le rapporteur.*)

renvoyé à notre examen sont de nouvelles preuves de la persévérance infatigable, de l'exactitude et de la rare sagacité de M. Fresnel; ses expériences occuperont par la suite, quand la théorie des interférences aura reçu de nouveaux développements et sera plus répandue, une place distinguée parmi les plus ingénieux travaux des physiciens modernes; dès à présent elles établissent qu'il y a, non pas seulement de simples analogies, mais la liaison la plus intime entre les phénomènes de coloration des lames cristallisées, le phénomène des anneaux colorés ordinaires et celui de la diffraction. A notre avis, M. Fresnel prouve jusqu'à l'évidence que toutes ces couleurs sont de simples effets d'interférence; nous ne proposerons pas néanmoins à l'Académie de se prononcer sur une matière aussi difficile, et qui peut-être sera encore entre les physiciens l'objet de beaucoup de contestations : nos conclusions se borneront à demander que l'important Mémoire de M. Fresnel soit inséré dans le *Recueil des Savants étrangers*.

Signé à la minute, AMPÈRE; F. ARAGO, *rapporteur*.

L'Académie adopte les conclusions du rapport.

N. B. Plusieurs années s'étant écoulées entre l'époque de la présentation des Mémoires de M. Fresnel et celle où nous avons fait le rapport, nous croyons devoir avertir que le travail renvoyé à notre examen se composait d'un Mémoire lu à l'Académie le 7 octobre 1816, et d'un supplément qui avait été parafé par M. Delambre, le 19 janvier 1818. Nous ne parlons pas ici des notes remises par l'auteur aux commissaires en divers temps, quoiqu'elles aient été déposées au secrétariat de l'Institut à la suite de la discussion que le rapport a fait naître, parce qu'elles ne renferment que de simples développements des expériences consignées dans les deux écrits de 1816 et de 1818 [a]. [A.]

---

[a] Le Mémoire du 7 octobre 1816 est la deuxième partie du Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres. N° XV (B), § 23 à 38.

Le Mémoire du 19 janvier 1818 est le supplément au Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée. N° XVII.

Les notes remises par l'auteur aux commissaires et déposées au secrétariat de l'Institut sont :

1° La note sur l'expérience des franges produites par deux rhomboïdes de chaux carbonatée. N° XIX (C).

2° La note sur la polarisation mobile. N° XIX (D).

Il paraît en outre, d'après XIX (E), que Fresnel avait fait part aux commissaires (peut-être verbalement) de ses vues théoriques sur la nature de la lumière polarisée.

N° XXI (A).

POLÉMIQUE

A L'OCCASION DES MÉMOIRES DE FRESNEL

RELATIFS

A L'INFLUENCE DE LA POLARISATION,

DANS L'ACTION

QUE LES RAYONS EXERCENT LES UNS SUR LES AUTRES.

REMARQUES DE M. BIOT,

SUR UN RAPPORT LU, LE 4 JUIN 1821, A L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PAR MM. ARAGO ET AMPÈRE[1].

[*Annales de chimie et de physique*, t. XVII, cahier de juillet 1821, p. 225.]

---

1. L'Académie, dans sa dernière séance, a entendu un rapport de MM. Arago et Ampère sur un Mémoire présenté, il y a cinq ans, par M. Fresnel, et relatif aux phénomènes de couleurs que produisent les lames minces des cristaux doués de la double réfraction, lorsqu'on les fait traverser par un rayon de lu-

[1] Le rapport dont il s'agit est celui qui a été imprimé dans les Annales de Chimie et de Physique, pour mai 1821. Une discussion s'étant élevée, tant sur le fond de ce rapport que sur sa forme, l'Académie, d'après la proposition de M. Laplace et de M. Dupin, voulut bien remettre sa décision à la séance suivante, pour entendre les observations que je pourrais avoir à présenter. Je lui soumis alors celles que l'on va lire. J'y discutais naturellement le rapport sous deux points de vue, celui des opinions scientifiques qu'il renfermait, et celui de sa conformité aux règles adoptées par les Académies pour assurer l'équité et l'impartialité de leurs jugements. Mais MM. les commissaires ayant déclaré, dans cette seconde séance, qu'ils ne demandaient point à l'Aca-

(A). mière préalablement polarisée. Quatre ans avant le travail de M. Fresnel, j'avais ramené l'ensemble de ces phénomènes à dépendre d'un petit nombre de lois physiques, que je crois exactes[a]; mais le rapport les ayant attaquées, l'Académie a bien voulu me donner le temps et l'occasion de répondre. Je le ferai aussi clairement, aussi brièvement qu'il me sera possible, en tâchant de marquer avec équité, comme on doit le faire dans des recherches si délicates et encore si peu complètes, la nuance, souvent difficile à saisir, qui sépare la certitude de la vraisemblance et la vérité de l'erreur.

Je rappellerai d'abord les apparences principales que présentent les phénomènes dont il s'agit. On verra aussitôt que ces apparences offrent un caractère physique commun qui, étant exprimé mathématiquement et réduit en formule, les reproduit dans leurs moindres détails par le seul développement du calcul. J'examinerai alors les objections élevées dans le rapport contre cette loi générale; je prouverai qu'elles ne sont pas fondées; et je montrerai sa réalité, même dans les cas que l'on a présentés comme lui étant décidément contraires.

2. J'appelle avec Malus *rayon polarisé,* un rayon qui, ayant été réfléchi spéculairement par une glace polie, sous un angle de 35° 25′, compté de la surface de cette glace, possède la propriété de se réfracter tout entier ordinairement, ou tout entier extraordinairement, dans un rhomboïde de chaux carbonatée qu'on lui présente sous l'incidence perpendiculaire, selon que la section principale de ce rhomboïde est rendue parallèle ou perpendiculaire au plan dans lequel la réflexion a eu lieu. Malus nous a appris comment un rayon ainsi préparé se partage entre les deux réfractions dans les positions intermédiaires du rhomboïde. J'adopterai ses lois. Je n'examine pas si de pareils rayons ne peu-

démie de se prononcer sur le rapport même, mais seulement sur les conclusions qui le terminent, et ayant modifié ces conclusions de manière qu'elles n'exprimaient plus que de justes éloges du travail de M. Fresnel, éloges auxquels j'ai joint moi-même mon suffrage, j'ai supprimé ici la dernière partie de mes remarques, qui portait sur la légalité du rapport, et je n'ai conservé que les considérations scientifiques, seules dignes par elles-mêmes qu'on y attache de l'intérêt. (Biot.)

[a] Voyez les Mémoires réunis dans les ouvrages intitulés, *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvements des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité,* Paris 1814, in-4°, et *Traité de Physique expérimentale et mathématique,* t. IV, p. 254 et suiv.

vent pas se ressembler ou différer entre eux par d'autres propriétés distinctes N°
des précédentes. Celles-ci sont les seules que j'aurai besoin d'employer.

J'appelle *axes de double réfraction* les directions qui sont telles dans un cristal que les deux vitesses ordinaire et extraordinaire y deviennent égales. Chaque cristal, doué de la double réfraction, offre généralement deux directions qui jouissent de cette propriété, et dont l'inclinaison mutuelle dépend de sa constitution propre. Je nomme *cristaux à un seul axe* ceux dans lesquels cette inclinaison est égale à zéro, en sorte que les deux axes s'y trouvent réunis. Tel est le cas de la chaux carbonatée.

La chaux sulfatée, au contraire, comme le D^r^ Brewster l'a le premier découvert, possède deux axes qui sont situés dans le plan même des lames suivant lesquelles ce minéral se laisse diviser par un clivage naturel et facile. Ces deux axes font entre eux un angle d'environ 60°. J'appellerai *section principale des lames de chaux sulfatée,* un plan mené perpendiculairement à leur surface, et divisant l'inclinaison mutuelle des deux axes en deux parties égales.

Enfin, je supposerai qu'ayant polarisé un rayon de lumière blanche par la réflexion spéculaire sur une glace polie, ou mieux encore sur une plaque d'obsidienne, substance qui imprime à toutes les parties du rayon une polarisation bien plus complète, on transmette ce rayon à travers un prisme de chaux carbonatée d'un petit angle, achromatisé approximativement par l'opposition d'un prisme de verre, et disposé de manière que la section principale de sa première surface soit parallèle à la direction du plan de réflexion et de polarisation du rayon. Alors, celui-ci, en pénétrant la substance du prisme cristallisé, s'y réfractera tout entier ordinairement, sans perdre sa polarisation primitive; et il conservera encore cette polarisation après être sorti du prisme, si, comme je le supposerai, la seconde surface de celui-ci est perpendiculaire à la section principale de sa première surface.

Concevons maintenant qu'avant d'arriver au prisme, et de là vers l'œil, le rayon soit transmis perpendiculairement à travers une lame naturelle de chaux sulfatée. L'interposition de cette lame troublera généralement le sens de la polarisation que le rayon avait reçue par la réflexion; et, sans le diviser elle-même, parce que sa route est perpendiculaire au plan des axes, elle le rendra apte à se diviser en traversant le prisme de chaux carbonatée. Cette division produira ainsi deux rayons émergents, que l'on pourra jeter sur un tableau blanc, ou recevoir directement dans l'œil.

A). 3. Cela posé, si l'épaisseur de la lame de chaux sulfatée excède $\frac{45}{100}$ de millimètre, elle produira ainsi généralement dans le prisme deux images blanches, dont les intensités seules varieront quand on tournera la lame sur son propre plan; de manière que l'on verra tour à tour chacune d'elles s'évanouir dans certaines positions, puis reparaître et s'évanouir encore selon des lois que Malus a données. Mais, si la lame de chaux sulfatée interposée a une épaisseur moindre que $\frac{45}{100}$ de millimètre, les deux images produites par la double réfraction du prisme cristallisé seront accompagnées de phénomènes de coloration, dont il s'agit de trouver les lois.

Un caractère saillant et général de ces phénomènes est le suivant : si l'on tourne la lame mince sur son propre plan, le prisme de chaux carbonatée restant fixe, celle des deux images qui sort de ce prisme avec la réfraction extraordinaire, et que, pour abréger, je désignerai par E, éprouve des variations d'intensité considérables. Elle est d'abord nulle quand la section principale de la lame coïncide avec la direction de la polarisation primitive; elle augmente à mesure que la lame tourne, atteint son *maximum* quand l'angle de rotation est de 45°, puis décroît jusqu'à ce qu'il soit de 90°, où elle redevient nulle de nouveau, pour renaître ensuite et parcourir les mêmes périodes dans les autres quadrants qui complètent la révolution entière que la lame peut faire. Mais tous ces changements n'affectent que l'intensité seule de l'image : sa couleur reste invariablement constante dans toutes les positions de la lame sur son plan.

Or, je dis que cette constance est un phénomène tout à fait caractéristique du mode d'action que la lame mince exerce sur l'ensemble des rayons polarisés qui l'ont traversée. Car supposez, pour fixer les idées, qu'avec une certaine épaisseur l'image E contienne, dans sa plus grande intensité, une certaine proportion de chaque couleur simple, par exemple $\frac{92}{100}$ de toute la lumière rouge qui se trouve dans la lumière incidente, $\frac{82}{100}$ de l'orangé, $\frac{72}{100}$ du jaune, et rien du tout des autres couleurs, auquel cas la teinte de cette image sera un orangé à peu près pareil à celui du premier ordre des anneaux de Newton; alors, quand cette image atteindra son *maximum* d'intensité, l'autre image, qui est donnée par la réfraction ordinaire du prisme, et que je nommerai, pour abréger, O, contiendra donc le reste du rouge de l'orangé et du jaune, c'est-à-dire $\frac{8}{100}$ du premier, $\frac{18}{100}$ du second et $\frac{28}{100}$ du troisième, plus la totalité des rayons qui composent le reste du spectre; ce qui fera de cette image un bleu

blanchâtre. Or, puisque nous supposons l'intensité de l'image E arrivée à son *maximum*, elle ne peut plus, dans le mouvement de la lame, enlever à l'image O aucune des portions de lumière qui composent ce bleu blanchâtre; elle ne fait au contraire que lui céder un certain nombre de ses rayons propres, à mesure que son intensité s'affaiblit. Ainsi, nous pouvons considérer la lumière totale transmise à travers la lame cristallisée comme composée de deux portions distinctes, dont l'une O, n'éprouvant aucun changement dans sa polarisation primitive, subit toujours, dans le prisme cristallisé, la réfraction ordinaire; tandis que l'autre portion E, fournissant toujours les éléments de l'image extraordinaire, prouve, par cela même, qu'elle a été déviée de la direction primitive de polarisation que la réflexion lui avait d'abord imprimée. N° X

4. Il reste maintenant à savoir si les divers rayons simples qui composent cette image E sont encore polarisés tous dans un même sens, ou s'ils le sont dans des sens divers. Or, que ce sens soit le même pour tous, c'est ce que montre évidemment la constance de la teinte de l'image E, à mesure que la lame tourne. Car, si les rayons qui la composent, et qui sont généralement de différente nature, se trouvaient polarisés dans des sens divers, il ne pourrait pas se faire que, dans toutes les positions de la lame, le prisme cristallisé enlevât toujours par sa réfraction extraordinaire une même proportion relative de chacun d'eux; ce qui est pourtant prouvé par la constance même de la teinte. Alors il ne reste plus qu'à chercher quelle doit être cette direction commune de polarisation dans chaque position de la lame mince pour que le prisme cristallisé puisse en former une image extraordinaire soumise aux périodes d'intensités observées. Ceci conduit à trouver que, si l'on appelle i l'angle formé par la section principale de la lame mince avec la direction de la polarisation primitive, la portion E de la lumière transmise est constamment polarisée dans l'azimut $2i$, c'est-à-dire suivant une direction qui fait, avec la section principale de la lame, le même angle que cette section forme du côté opposé avec la direction primitive de la polarisation. L'on a vu tout à l'heure que la portion O reste toujours polarisée dans l'angle zéro, c'est-à-dire suivant la direction de la polarisation primitive même; il ne reste donc qu'à appliquer les formules de Malus aux deux faisceaux ainsi polarisés, pour en conclure l'intensité de l'image ordinaire F_o, et celle de l'image extraordinaire F_e, données par le prisme dans une position quelconque de la lame. On peut encore, pour plus de généralité, supposer que la section principale du prisme, au lieu de

(A). coïncider avec la direction de la polarisation primitive, comme nous l'avons supposé d'abord, forme avec elle un angle quelconque α, et l'on aura :

$$F_o = O\cos^2\alpha + E\cos^2(\alpha - 2i)$$
$$F_e = E\sin^2\alpha + E\sin^2(\alpha - 2i).$$

Ces formules sont les mêmes que j'ai données, il y a neuf ans, dans les Mémoires de l'Institut. Elles représentent avec une fidélité parfaite tout le jeu des teintes données par une même lame mince; et elles ne s'appliquent pas seulement au cas particulier des lames de chaux sulfatée que nous avons pris pour exemple, le mode de polarisation qu'elles indiquent se retrouve sans exception dans tous les phénomènes de couleurs que la lumière polarisée donne, avec des lames minces de toutes sortes de cristaux, taillés suivant des sens quelconques.

Le mode de développement des deux images étant ainsi connu, il ne restait plus qu'à définir la nature de leurs teintes. Je remarquai que, pour les lames de chaux sulfatée et de beaucoup d'autres substances, ces teintes étaient celles des anneaux analysés par Newton; l'image O présentant toujours, autant que les sens peuvent en être juges, la couleur d'un des anneaux transmis, et l'image E celle de l'anneau réfléchi correspondant. Je prouvai, par un grand nombre de mesures, que les épaisseurs auxquelles chaque teinte se montrait à son plus haut degré de distinction étaient précisément proportionnelles à celles qui, d'après les expériences de Newton, développent la même teinte dans les anneaux colorés formés par la simple réflexion dans les lames minces d'air, de verre ou de vide : seulement, dans les nouveaux phénomènes, la valeur absolue des épaisseurs était beaucoup plus considérable. J'ai cru, je crois encore, que ce sont là de simples lois physiques indépendantes de toute hypothèse, et auxquelles on ne peut faire avec fondement aucune objection.

5. Je ne puis surtout concevoir comment on pourrait leur opposer quelque particularité tirée des formules par lesquelles M. Fresnel s'est proposé depuis de représenter les mêmes faits; car ces formules, qui se concluent aisément des principes exposés dans son Mémoire, et que j'ai ici écrites de sa main même[1], ont, à la vérité, une apparence différente des miennes, ce qui en

[1] Ces formules sont les mêmes que M. Fresnel vient de publier dans les Annales de Chimie et de Physique, pour mai 1821, page 108. [*Note ajoutée à l'impression du Mémoire* (B).][a]

[a] Voir ci-après n° XXII.

rend moins évidente l'interprétation expérimentale; mais on peut, à l'aide de quelques transformations analytiques très-faciles, faire disparaître cette diversité; et alors on voit que ces formules simplifiées coïncident précisément avec les miennes, et expriment ainsi exactement le même mode de polarisation de la lumière transmise. N°

En effet, en conservant les mêmes dénominations dont je viens de faire usage, les intensités F_o F_e des deux images, ordinaire et extraordinaire, données par chaque espèce de lumière simple, sont, suivant M. Fresnel, exprimées par les formules suivantes :

$$F_o = \cos^2\alpha - \sin 2i \sin 2(i-\alpha) \sin^2\pi\left(\frac{e-o}{\lambda}\right)$$

$$F_e = \sin^2\alpha + \sin 2i \sin 2(i-\alpha) \sin^2\pi\left(\frac{e-o}{\lambda}\right);$$

$o - e$ désigne la différence des longueurs des trajets parcourus dans la lame cristallisée par les deux faisceaux ordinaire et extraordinaire qui interfèrent ensemble; et λ est la longueur d'une ondulation pour l'espèce de lumière qui les forme, longueur que, dans ce système, on suppose exactement quadruple de celle que Newton a assignée aux intermittences de réflexion et de transmission qu'il a appelées *accès*. En effectuant les valeurs des termes

$$\sin^2\pi\left(\frac{e-o}{\lambda}\right) \text{ et } \cos^2\pi\left(\frac{e-o}{\lambda}\right)$$

pour toutes les espèces de rayons qui composent le spectre, la somme des F_o et des F_e exprimera la composition et l'intensité totale des deux teintes, dans lesquelles devra se décomposer un rayon blanc, après avoir traversé la lame cristallisée et s'être décomposé dans le prisme de chaux carbonatée qui sert pour analyser sa polarisation. Or, dans chacune de ces expressions partielles, on peut substituer au produit $\sin 2i \sin 2(i-\alpha)$, la valeur équivalente

$$\cos^2\alpha - \cos^2(\alpha - 2i) \text{ ou } \sin^2(\alpha - 2i) - \sin^2\alpha;$$

et alors les valeurs de F_o, F_e deviennent :

$$F_o = \cos^2\pi\left(\frac{e-o}{\lambda}\right)\cos^2\alpha + \sin^2\pi\left(\frac{e-o}{\lambda}\right)\cos^2(\alpha - 2i)$$

$$F_e = \cos^2\pi\left(\frac{e-o}{\lambda}\right)\sin^2\alpha + \sin^2\pi\left(\frac{e-o}{\lambda}\right)\sin^2(\alpha - 2i).$$

D'après cela, si l'on représente par O la somme des valeurs de

$$\cos^2\pi\left(\frac{e-o}{\lambda}\right),$$

(A). et par E la somme des valeurs de

$$\sin^2 \pi \left(\frac{e-o}{\lambda}\right),$$

relative à tous les rayons du spectre, on aura, lorsque la lumière incidente sera blanche,

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (\alpha - 2i)$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (\alpha - 2i)$$

Ces expressions sont absolument identiques à celles que nous avons obtenues plus haut pour la lumière blanche, d'après la considération directe des phénomènes. Leur interprétation physique immédiate est aussi exactement conforme au principe que j'avais tiré de l'expérience, savoir, que la lumière totale O + E, transmise à travers la lame cristallisée, se comporte, après son émergence, dans le prisme de chaux carbonatée, précisément comme si elle était composée de deux teintes distinctes et complémentaires, dont l'une O conserverait la polarisation qui lui avait été primitivement imprimée dans l'azimut zéro, et l'autre E aurait reçu une direction de polarisation nouvelle dans l'azimut $2i$.

Il y a toutefois une différence essentielle à faire entre les formules de M. Fresnel et les miennes : c'est que les coefficients O, E, dans mes formules, sont des faits; au lieu que, dans les siennes, ce sont des expressions hypothétiques. Car, me bornant à dire que la première O est la teinte d'un anneau transmis, la seconde E la teinte de l'anneau réfléchi correspondant, et ayant donné, par les mesures d'épaisseur, le moyen de trouver l'ordre et le point précis de l'anneau qui répond à chaque épaisseur assignée de la lame cristallisée, on voit que je n'emploie absolument que des lois physiques qui sont des résultats d'expériences. Pour M. Fresnel, au contraire, les expressions auxquelles il parvient étant déduites d'un système sur la nature de la lumière, et étant présentées comme des conséquences rigoureuses de ce système, il faut, indépendamment de l'exactitude mathématique de leur déduction, qu'elles représentent numériquement et avec rigueur les teintes des anneaux pour le cas des lames de chaux sulfatée, du moins dans la limite de l'exactitude physique avec laquelle cette identité peut être constatée. Je ne veux pas examiner ici ce que cette application des formules de M. Fresnel a de plus ou moins probable, je me borne à en faire sentir la nécessité logique. Les théories mathématiques sont le dernier degré de science auquel l'esprit humain puisse s'élever dans l'étude de la nature; elles sont ainsi bien supérieures aux simples lois physiques

dont elles embrassent et enchaînent tous les résultats; mais cette valeur qu'elles ont, elles la doivent à la sévérité, à la connexion des épreuves qu'elles peuvent subir sans se démentir elles-mêmes, et elles ne sauraient s'établir et subsister qu'à ce prix[1]. N°

[1] L'expression analytique

$$\sin^2\pi\left(\frac{e-o}{\lambda}\right)$$

ne doit pas seulement, dans le système de M. Fresnel, représenter les teintes des images qui perdent leur polarisation primitive dans les phénomènes des lames cristallisées; elle doit reproduire encore les teintes réfléchies par les lames minces d'air ou vide, ou de toute autre substance, lorsqu'on y met, au lieu de $o-e$, la longueur du trajet de la lumière dans ces lames, longueur qui, sous l'incidence perpendiculaire, est, d'après le système des ondulations, double de l'épaisseur de la lame même. Désignons donc cette épaisseur par e', et nommons i la longueur d'un des accès de Newton pour l'espèce de rayon et la nature de la substance réfringente que l'on considère; λ sera ainsi égal à $4i$; et, en introduisant ces éléments dans l'expression

$$\sin^2\pi\left(\frac{e-o}{\lambda}\right),$$

on aura

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\times\frac{e'}{i}\right) \text{ ou } \sin^2 90^\circ\,\frac{e'}{i},$$

pour exprimer l'intensité de chaque espèce de lumière simple qui compose les anneaux réfléchis par une lame d'une épaisseur déterminée. Or il est facile de voir que cette expression n'est pas propre à représenter ce phénomène; car, à la vérité, elle rend l'intensité nulle quand l'épaisseur e' est l'un des termes de la série 0, $2i$, $4i$, $6i$, et elle la porte à son *maximum* quand l'épaisseur est i, $3i$, $5i$, $7i$, etc. Mais elle ne satisfait point aux valeurs intermédiaires, puisqu'elle fait varier l'intensité graduellement et continûment d'une de ces limites à l'autre; au lieu qu'en observant réellement les anneaux réfléchis formés par une lumière homogène, on les voit alternativement lucides et noirs, comme Newton les a en effet décrits[a]. Et, quoique les intervalles noirs ne soient peut-être pas rigoureusement privés de toute lumière, comme Newton le remarque lui-même, néanmoins la proportion de réflexion que l'on y observe est si excessivement faible *quand la lumière incidente est parfaitement simple*, que l'on peut la négliger dans la détermination des nuances composées produites par la superposition progressive de tous les anneaux que la lumière blanche forme; et c'est encore ce que Newton a fait, tant dans la table des épaisseurs qu'il a calculée, et dont j'expliquerai ailleurs la formation, qui est demeurée jusqu'ici un mystère, que dans la construction géométrique par laquelle il a représenté les teintes successives des anneaux. Car il a fondé l'une comme l'autre sur la loi d'intermittence rigoureuse, en limitant la nature et la proportion de

[a] Il n'est peut-être pas inutile de faire observer que cette assertion est précisément le contraire de la réalité. [E. Verdet.]

(A). 6. Jusqu'ici je ne trouve rien dans le rapport qui attaque explicitement les lois que je viens d'exposer. Mais j'ai dû aller plus loin; et, puisque l'analyse physique des anneaux colorés avait été faite avec tant d'habileté par Newton, chaque espèce de lumière simple réfléchie à chaque épaisseur donnée, non pas à l'aide d'une loi hypothétique d'intensités, comme je l'avais supposé dans mon Traité de Physique, mais sans hypothèse, d'après les seules relations de continuité qu'il avait découvertes entre les accès de toutes les nuances du spectre, relations que M. Blanc a heureusement retrouvées, et que j'ai publiées dans la seconde édition de mon Précis de Physique. La table d'épaisseurs de Newton, construite sur ces seuls fondements, a toujours été trouvée dans un accord parfait avec les teintes des anneaux formés par réflexion dans les lames minces dont les forces réfléchissantes sont très-peu énergiques; ce qui est le seul cas que Newton ait considéré. Si donc le phénomène de la réflexion de la lumière homogène dans ces lames ne s'opère pas rigoureusement par intermittences, du moins la loi analytique qui l'exprime doit être telle qu'elle donne une réflexion excessivement languissante et faible dans les intervalles noirs, puis aux limites de ces intervalles une réflexion rapidement et presque subitement croissante, qui se soutienne pendant la plus grande partie des intervalles lucides presque sans altération. Or, c'est à quoi ne peut satisfaire une loi d'intensité exprimée par le carré du sinus d'un arc proportionnel à l'épaisseur, comme M. Fresnel le suppose, ou plutôt comme il le déduit de ses idées sur les ondes lumineuses. L'opposition d'une pareille loi avec les alternatives de réflexion et de transmission de la lumière simple se reproduit également dans les teintes composées formées par la lumière blanche; car, en calculant ainsi ces teintes pour les diverses épaisseurs fixées par Newton, comme offrant chacune d'elles dans sa plus grande intensité, on retrouve en effet, assez bien, la même succession de leurs nuances que la table de Newton donne d'après la loi des intermittences; ce qui tient à ce que ces nuances sont toujours principalement déterminées par celles des couleurs qui se trouvent alors à leur *maximum* ou à leur *minimum* de réflexion, deux cas dans lesquels la périodicité du sinus s'accorde avec la loi d'intermittence; mais, quant à la vivacité des teintes, elle est incomparablement trop faible, parce que le carré du sinus qui exprime l'intensité de chaque couleur simple variant d'une manière continûment progressive, ne détache pas assez les couleurs simples les unes des autres, et en mêle ensemble des proportions fort sensibles, même dans les cas où, par le fait, elles doivent se trouver absolument séparées. Ainsi, par exemple, dans une épaisseur d'air égale à 2 millionièmes de pouce anglais, la formule de M. Fresnel donne pour teinte réfléchie un mélange presque uniforme de toutes les couleurs, formant un blanc à peine bleuâtre, qui contiendrait plus de $\frac{1}{3}$ de toute la lumière réfléchie dans le blanc du premier ordre, où l'intensité de la réflexion est à son *maximum;* tandis que, d'après la table de Newton et d'après l'expérience, cette épaisseur répond au bord noir de la tache centrale, où commence la première réflexion du violet extrême. De même, l'épaisseur 9, qui répond au rouge du premier ordre, donnerait, suivant la formule de M. Fresnel, un rouge composé en-

j'ai dû m'emparer de cette analyse comme d'une nouvelle série de faits, et m'en servir pour remonter aux modifications individuellement éprouvées dans les lames

viron des $\frac{7}{13}$ de tous les rayons rouges qui forment le spectre, joints à $\frac{2}{5}$ des orangés, $\frac{7}{25}$ des jaunes, $\frac{1}{10}$ des verts, $\frac{1}{16}$ des violets, et à des proportions presque insensibles d'indigo et de bleu, le tout comprenant un cinquième de toute la lumière réfléchie au *maximum* des anneaux; ce qui produit une sorte de rouge mélangé, telle pour l'œil qu'on la formerait avec deux parties de lumière blanche et trois de rouge; tandis que, selon les mesures prises par Newton, le rouge de cet ordre est formé uniquement de la portion du rouge située vers l'extrémité du spectre, à peu près jusqu'au tiers de tout le rouge, sans aucun mélange sensible d'aucune autre couleur; ce qui tient à ce que l'épaisseur 2 millionièmes de pouce a été choisie par Newton *au delà* de la première alternative de réflexion du dernier orangé, par conséquent dans la seconde alternative de transmission de toutes les couleurs plus réfrangibles que le rouge, et *avant* le commencement de la seconde alternative de réflexion du violet extrême. La teinte qui suit dans la table de Newton, et qui répond à l'épaisseur 11 $\frac{1}{6}$, est également dénaturée par la formule de M. Fresnel, qui la donne comme contenant $\frac{7}{9}$ de toute la lumière violette du spectre, jointe à $\frac{5}{9}$ de l'indigo, $\frac{1}{8}$ du bleu, $\frac{1}{9}$ du vert, $\frac{1}{14}$ du rouge, avec des proportions presque insensibles d'orangé et de jaune, le tout formant environ $\frac{5}{19}$ de la lumière totale employée à la formation des anneaux, d'où résulte une teinte violette telle qu'on la composerait avec 9 parties de blanc et 16 de violet du spectre; tandis que cette épaisseur a été choisie par Newton de manière à correspondre au commencement de la seconde alternative de réflexion du violet et de l'indigo, sans aucun mélange sensible des autres couleurs. La même discordance subsiste dans toute la série des teintes plus composées; mais elle s'y montre avec moins d'évidence, parce que le nombre des couleurs simples qui s'y mêlent, même dans la loi d'intermittences, devient plus considérable. Or, cette discordance doit avoir lieu également, par les mêmes motifs, pour les teintes qui perdent leur polarisation primitive dans les lames cristallisées, lorsque ces teintes sont le produit d'une loi de polarisation intermittente, comme cela a lieu d'après l'observation, au moins près des axes de double réfraction des cristaux, puisque les anneaux qui s'y forment, avec la lumière polarisée homogène, paraissent alternativement noirs et lucides comme ceux des lames minces, et offrent de même une égalité sensible dans les alternatives d'épaisseurs auxquelles ils répondent. De tout cela faut-il conclure que ces phénomènes et ceux des anneaux colorés ordinaires sont incompatibles avec le système des ondulations de la lumière? Non sans doute, mais seulement que la loi d'intensité de ces ondes, si elles existent, n'est pas encore connue, et qu'elle ne peut pas, au moins dans ces circonstances, être représentée par l'expression analytique que M. Fresnel a déduite de son système sur les constitutions et les mouvements de l'éther lumineux; ce qui n'empêche pas que les conséquences de cette expression, quoique inexactes en général, ne puissent s'accorder avec les phénomènes dans les *maxima* et les *minima* de la réflexion. (*Note ajoutée après la lecture.*)

de chaux sulfatée par chaque rayon de lumière simple. Alors, d'après l'identité des lois physiques de ces deux phénomènes, il devenait évident que les alternatives de transmission et de réflexion qui ont lieu dans les anneaux répondaient à des alternatives de polarisation suivant les directions o et $2i$, c'est-à-dire suivant le sens de la polarisation primitive et à égale distance de l'autre côté de la section principale de la lame cristallisée; et comme, dans l'hypothèse de la matérialité de la lumière, une molécule de lumière simple qui traverse un milieu épais doit y éprouver successivement ces alternatives de disposition à se réfléchir ou à se transmettre, de même, mais par le seul fait de l'identité des lois, une molécule de lumière simple qui traverse une lame cristallisée, dans les circonstances énoncées plus haut, doit, selon ce que nous indique l'espèce de réfraction qu'elle subit dans le prisme de chaux carbonatée avec lequel on l'analyse, être alternativement polarisée dans les directions o et $2i$, c'est-à-dire suivant la direction de la polarisation primitive et de l'autre côté de la section principale de la lame à égale distance, précisément comme si elle oscillait autour d'un axe dirigé suivant cette section même : c'est ce mode alternatif de polarisation que j'ai appelé la *polarisation mobile*. Je suis encore persuadé aujourd'hui qu'il est exact, *comme représentation de ces phénomènes*, et je ne lui attache pas d'autre valeur. Ainsi, je ne serais pas étonné si l'on venait à découvrir qu'il se produit autrement que par un mouvement oscillatoire des molécules lumineuses, ou en vertu de quelques propriétés des rayons que j'aurais ignorées. Mais cela ne changerait rien aux lois physiques des phénomènes, telles qu'elles se trouvent exprimées par mes formules. Nous sommes encore si éloignés de savoir ce que c'est que la lumière, qu'on ne peut guère de longtemps se flatter d'y découvrir autre chose que des lois.

7. Si l'on se rappelle la construction géométrique par laquelle Newton a exprimé la succession des couleurs des anneaux pour les diverses espèces de lumière simple de réfrangibilités diverses, on sait que, bien qu'elle soit générale dans ses principes, elle est spécialement appropriée au cas de forces réfléchissantes très-faibles, comme sont celles des corps diaphanes observés sous l'incidence perpendiculaire, ce qui est le seul cas que Newton ait eu en vue. Or, en adoptant, pour les phénomènes des lames cristallisées, la série des teintes données par cette construction, je n'ai pas dû en adopter aussi toutes les conséquences théoriques particulières aux anneaux que Newton considérait; et, la loi de périodicité étant la seule chose commune, j'ai dû en déduire seulement

les résultats de la périodicité inégale pour les diverses espèces de lumière simple. Ainsi, dans le phénomène des anneaux, lorsqu'il est produit par des forces réfléchissantes très-peu énergiques, une grande portion de la lumière incidente, et même la portion de beaucoup la plus considérable, échappe à la réflexion, même dans les épaisseurs où celle-ci est la plus abondante; et, se mêlant à la portion complémentaire des anneaux réfléchis, laquelle seule forme les anneaux colorés transmis, elle affaiblit l'éclat de leurs teintes par son uniformité. J'ai dû rejeter cette lumière étrangère, pour l'application particulière aux phénomènes que je considérais, et avec lesquels la construction de Newton n'avait d'autre rapport que celui d'une loi de périodicité pareille. Or il existe dans la construction de Newton une autre particularité, qui tient aussi à la faiblesse des forces réfléchissantes dont il avait à représenter les effets; et cette particularité est que, à cause de cette faiblesse même, il a dû considérer la première épaisseur où la réflexion commence sur chaque espèce de molécule lumineuse, comme sensiblement égale à la moitié de la longueur d'un de ces accès; parce qu'en effet c'est seulement à cette épaisseur que les molécules lumineuses entrées dans le milieu réfringent dans les dernières phases de l'accès de transmission où toutes se trouvent, commencent à devenir susceptibles d'être réfléchies par des forces réfléchissantes très-peu énergiques. Newton prévient lui-même que cette limite n'est qu'une approximation qui rend sa construction plus simple, parce qu'alors les anneaux lucides formés par la réflexion d'une lumière homogène se trouvent sensiblement compris entre les mêmes différences d'épaisseur que les intervalles noirs qui les séparent. Mais, lorsque l'on considère des forces réfléchissantes plus énergiques, la première réflexion doit commencer à une épaisseur moindre qu'un demi-accès, parce que les mêmes molécules lumineuses dont je parlais tout à l'heure se trouvent, avant d'y être arrivées, dans une phase de réflexibilité assez énergique pour être réfléchies effectivement; et, de même, la dernière réflexion doit finir alors à une épaisseur plus grande qu'un accès et demi, parce que les molécules lumineuses qui se réfléchissaient les dernières à cette épaisseur, sous l'influence de forces réfléchissantes très-faibles, devront, avec des forces plus puissantes, être réfléchies dans une phase moins énergique de réflexibilité. De là, comme je l'ai fait voir dans mon Traité de physique, il résulte que les alternatives d'épaisseur auxquelles la réflexion et la transmission se succèdent pour une même molécule lumineuse sont encore rigoureusement égales entre elles; mais, dans la même

(A). espèce de lumière homogène, chaque molécule lumineuse commence sa première alternative de réflexion à une époque et à une épaisseur différentes selon la phase de l'accès de transmission où elle s'est trouvée en entrant dans le milieu; ce qui fait que, si la lumière réfractée se trouve uniformément répartie entre toutes les phases de ce genre d'accès, les alternatives d'épaisseur des anneaux lucides, vus par réflexion dans une lumière rigoureusement homogène, deviennent plus grandes que les intervalles noirs qui les séparent. Alors, par une conséquence nécessaire, si, au lieu d'anneaux simples, on considère le système d'anneaux composés formés par la lumière blanche, l'empiétement successif des anneaux simples de diverses couleurs produits par cette lumière sera différent de celui que Newton considérait; et ainsi les teintes de ces anneaux devront, mathématiquement parlant, différer de celles qu'il a décrites. Mais si l'élargissement des anneaux simples est peu considérable, ou si même, avec une plus grande extension d'anneaux, la lumière simple de chaque couleur se trouve, à son entrée dans le milieu, inégalement répartie entre toutes les phases de l'accès commun de transmission, de manière que le plus grand nombre des particules lumineuses se trouve alors vers le milieu de cet accès, et que les autres soient distribuées dans les autres phases du même accès, suivant une progression rapidement décroissante, dans ce cas, quoique la réflexion pût s'opérer, ou s'opérât en effet, sur quelque molécule presque dès l'origine du milieu, et se continuât de même sur d'autres molécules, plus longtemps que dans les anneaux colorés produits par des forces réfléchissantes peu énergiques, cependant, à cause du petit nombre de ces molécules extrêmes, les teintes composées, réfléchies et transmises, différeraient encore très-peu de la table de Newton, de sorte que la différence des unes et des autres pourrait n'être pas aperçue, surtout si on ne la soupçonnait pas[1]. L'unique moyen de découvrir cette différence serait donc d'étudier directement les intensités des anneaux réfléchis et transmis dans les diverses phases de leurs progrès, en les

[1] C'est là, je crois, ce qui a lieu dans les teintes des images produites par les lames minces cristallisées, même pour celles qui, comme les lames de chaux sulfatée et les micas, à un ou à deux axes, paraissent suivre avec le plus de fidélité la table de Newton; car, en étudiant avec attention celles de ces teintes qui répondent aux limites des alternatives de réflexion ou de transmission des couleurs extrêmes, j'ai cru y reconnaître un mélange de ces couleurs sensiblement plus étendu que la réflexion ne le produit dans les anneaux colorés formés par des forces réfléchissantes très-peu énergiques. (*Note ajoutée après la lecture.*)

formant avec une lumière rigoureusement homogène. Il faudrait ensuite appliquer le commencement de la réflexion et de la transmission de chaque molécule à son origine propre, déterminée par la phase particulière de l'accès de transmission où elle se trouve immédiatement après son entrée dans le milieu réfringent; après quoi, il ne resterait plus qu'à appliquer périodiquement et indéfiniment à chaque molécule, à partir de cette origine, les alternatives rigoureusement égales d'accès qui conviennent à sa réfrangibilité propre. Or c'est ainsi, et précisément ainsi, que l'on doit, à ce qu'il me semble, analyser les alternatives de polarisation qui s'observent dans les lames cristallisées; et alors on ne sera pas étonné de voir qu'un faisceau lumineux homogène transmis, dans certains cas, à travers ces lames, se partage et se répartisse progressivement entre les deux sens de polarisation que l'on y observe, comme M. Fresnel l'objecte contre l'idée d'une polarisation intermittente et alternative. C'est que cette lumière, même lorsqu'on la suppose rigoureusement identique dans sa nature, n'a pas toutes ses particules, à leur entrée dans les lames, exactement dans la même phase d'accès; d'où il suit que les unes commencent leurs alternatives de polarisation plus tôt et les autres plus tard, selon cet état, en sorte que l'intermittence n'a pas lieu et ne peut pas avoir lieu pour le faisceau total qu'elles composent, mais seulement pour chacune d'elles individuellement. Quant à la loi de cette progression et de ce partage, elle ne peut être déterminée que par des expériences très-délicates; et même, d'après quelques recherches que j'ai commencées dans cette vue, je serais porté à croire qu'elle varie avec l'énergie des forces qui produisent la double réfraction, c'est-à-dire, avec l'inclinaison des rayons sur les axes des cristaux qui les réfractent; les anneaux formés par chaque espèce de lumière sensiblement unicolore offrant d'abord, près de ces axes, des intermittences de polarisation nettement tranchées, tandis que, sous des inclinaisons plus grandes, ils s'étalent graduellement jusqu'à faire quelquefois disparaître leurs intervalles. Au reste, quel que soit ce mode de partage, il ne serait peut-être pas parfaitement sûr de le déterminer avec le verre rouge dont MM. Arago et Fresnel ont fait usage, et dont M. le rapporteur a bien voulu me confier un échantillon pour répéter leurs expériences; car je me suis assuré que ce verre transmet, non-seulement une certaine espèce de rouge, mais laisse aussi passer des rayons jaunes et même quelques rayons verts; d'où il est probable qu'il en transmet aussi de diverses espèces de rouges et même d'orangés, quoique sans doute dans une très-

(A). petite proportion. A la vérité, on n'aperçoit pas cette diversité de couleurs par des réfractions même très-énergiques, et cela suffit pour le très-grand nombre des expériences; mais la réfraction n'est pas, à beaucoup près, le moyen le plus précis que l'on puisse employer pour discerner des rayons de nature diverse; et les phénomènes d'intermittences, dépendants de l'inégale longueur de leurs accès, sont bien plus propres à les séparer quand on leur fait subir des alternatives nombreuses. C'est par des moyens pareils que j'ai reconnu ce fait[1]; et quelque faible que soit dans la lumière transmise à travers ce verre la proportion des rayons qui accompagnent le rouge, leur présence suffit pour montrer que ce rouge lui-même n'est pas rigoureusement simple; d'où il résulte que les alternatives de polarisation, en se multipliant, doivent de plus en plus séparer ses diverses parties hétérogènes en vertu de l'inégale longueur de leurs accès, et les amener ainsi à des époques différentes dans la même image, jusqu'à ce qu'enfin ces alternatives, étant devenues suffisamment nombreuses, les répartissent toutes en quantité semblablement égale dans les deux sens de polarisation o et $2i$: ce qui produira dans les deux images une égalité d'intensité complète qui se maintiendra sans modification sensible dans toutes les alternatives plus nombreuses, comme en effet on l'observe[2], au lieu que, dans les premières alternatives, l'égalité du

[1] Par exemple, en observant les anneaux formés par la lumière polarisée autour d'un des axes de la topaze blanche dans une plaque taillée perpendiculairement à cet axe. Alors, d'après la loi générale de la double réfraction que j'ai donnée dans les Mémoires de l'Académie pour 1818[a], les diamètres des anneaux successifs croissent simplement en progression arithmétique, de sorte que les contours mêmes des anneaux sont équidistants dans une étendue visuelle considérable; ce qui les montre plus détachés les uns des autres que dans les cristaux à un axe, ou dans les anneaux réfléchis par des lames minces limitées par des surfaces sphériques. ceux-ci se rapprochant les uns des autres à mesure qu'ils s'éloignent du centre. C'est aussi par les observations des anneaux formés autour des axes des cristaux que l'on peut le mieux reconnaître l'intermittence de la loi de polarisation qui les forme, les intervalles lucides étant égaux aux intervalles noirs. (*Note ajoutée après la lecture.*)

[2] C'est pour cela que, lorsque l'on transmet un rayon polarisé à travers une lame de chaux sulfatée suffisamment épaisse, si l'on analyse ce rayon par un prisme de chaux carbonatée, et qu'ensuite on le reçoive dans l'œil à travers le verre rouge, on obtient toujours deux images O, E d'in-

[a] Mémoire sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation dans les corps régulièrement cristallisés. (*Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut pour 1818*. T. III, p. 177.)

partage ne peut s'obtenir qu'à certaines épaisseurs, ou sous certaines inclinaisons, périodiquement déterminées par les conditions exposées plus haut. N° X

On voit donc que ce partage progressif de la lumière sensiblement homogène entre les deux alternatives de polarisation o et $2i$, loin d'être en opposition directe avec l'analyse exacte des phénomènes, comme M. Fresnel et, après lui, MM. les Commissaires le supposent, en est au contraire une conséquence très-délicate, que je n'avais pas suffisamment développée. Toutefois ce fait ayant été présenté dans le rapport comme une objection décisive contre la loi de polarisation que j'avais donnée, j'ai voulu étudier directement le sens de polarisation des faisceaux mêmes que le verre rouge donnait; et, en les soumettant à des épreuves très-précises déduites de mes formules mêmes, j'ai pu m'assurer que, depuis le premier état de faiblesse de chaque image jusqu'à leur égalité parfaite, les caractères tirés de la polarisation dans l'angle $2i$ s'observent toujours avec une fidélité et une continuité rigoureuses[1]. Ainsi l'on ne doit pas, ce me semble, dire, avec M. Fresnel et les Commissaires, que ce mode de polarisation a lieu seulement dans certains cas très-particuliers entre lesquels le rayon se trouve partiellement polarisé, ce qui est une chose

tensités égales, qui n'éprouvent pas le moindre changement appréciable quand on fait varier l'inclinaison de la lame, quoique cette inclinaison puisse changer considérablement, et avec une progression aussi lente qu'on le désire, les longueurs du trajet des faisceaux dans la lame, ainsi que leur inclinaison par rapport aux axes du cristal. Mais cette constance tient à l'hétérogénéité de la lumière transmise et au grand nombre d'alternatives de polarisation qu'elle a subies; car ces alternatives, à mesure qu'elles se multiplient, séparant toujours de plus en plus les particules lumineuses de réfrangibilité diverse, finissent par les répartir, en nombre sensiblement égal, entre les deux sens de polarisation qu'elles prennent successivement; ce qui produit deux images d'intensités égales d'une lumière sensiblement unicolore; de même qu'avec toutes les lumières du spectre transmises à travers ces mêmes lames, il se produit toujours deux images blanches d'égale intensité. (*Note ajoutée après la lecture.*)

[1] J'ai fait cette observation en inclinant des lames minces cristallisées sous des angles tels que l'intensité de l'image O, formée par la lumière transmise à travers le verre rouge, fût d'abord très-petite, et augmentât graduellement jusqu'à devenir égale à E; puis cherchant, dans chaque cas, la position de la section principale de la lame pour laquelle les deux images données par le prisme de chaux carbonatée avaient des intensités égales; car cette position, qui dépend évidemment de la direction de polarisation des deux faisceaux O, E, s'accorde avec la supposition de la polarisation de E dans l'azimut $2i$, et ne s'accorde pas avec une polarisation d'émergence rectangulaire.

(A). vague; ou ne se trouve pas polarisé du tout, ce qui serait contraire à la continuité observée des phénomènes; mais il faut dire que le même mode de polarisation déduit des expériences sur la lumière blanche s'applique encore exactement à la lumière uniforme pour l'œil, que le verre rouge transmet, soit que la répartition progressive de cette lumière entre les deux images résulte seulement de la phase inégale d'accès de transmission où ses diverses particules se trouvent lorsqu'elles ont pénétré la lame cristallisée; soit, ce qui est plus vraisemblable, que cette cause de partage se combine avec celle qui résulte d'une petite hétérogénéité dans les rayons transmis.

8. On a élevé dans le rapport une autre objection contre les lois de la polarisation mobile, laquelle est tirée d'une opposition qui aurait lieu entre ces lois et l'expérience, dans le cas où la lumière est transmise à travers deux lames de chaux sulfatée égales, ayant leurs axes croisés l'un avec l'autre sous l'angle de 45°. Il y a plusieurs années que je me suis expliqué avec M. Fresnel sur cette opposition apparente[a]. Elle tient à une application inexacte que j'avais faite, dans cette circonstance, des lois mêmes que j'avais trouvées. En rectifiant cette application, je me suis assuré depuis longtemps que mes formules donnent, dans ce cas, les mêmes variations d'intensité que M. Fresnel avait remarquées; ce qui n'a rien de surprenant, puisque, comme je l'ai montré plus haut, les formules employées par M. Fresnel coïncident exactement avec les miennes, et donnent les mêmes directions de polarisation quand on les applique aux lames isolées ou superposées [1].

9. Enfin le rapport attaque aussi la liaison que j'ai indiquée comme devant exister entre les phénomènes de la polarisation mobile et le fait de la polarisation rectangulaire que l'on observe toujours dans les faisceaux doublement

[1] L'erreur que j'avais commise tenait à ce que, après avoir déterminé les directions de polarisation des faisceaux émergents, lesquelles sont au nombre de quatre pour deux lames superposées, j'avais calculé leurs intensités partielles comme si le faisceau primitif, après avoir traversé la première lame, devait *toujours* se subdiviser, suivant une proportion invariable, entre les sens de polarisation divers de la seconde, quel que fût l'azimut i, lorsque l'angle des sections principales était constant. Or cette supposition est évidemment en opposition avec les expériences mêmes sur lesquelles j'ai établi mes formules. Mais il suffit de la corriger pour avoir les formules véritables qui s'appliquent à tous les angles de croisement des lames, comme on peut aisément le vérifier.

[a] Voyez N° XIX (D).

réfractés, lorsqu'ils sont assez écartés l'un de l'autre pour que l'œil puisse les recevoir séparément. Ici je dois m'expliquer. Les deux modes de polarisation que je viens de décrire sont tous deux certains dans les circonstances où on les observe, en ce sens que chacun d'eux est un résultat positif d'expériences. Il existe même entre les formules qui les expriment une relation singulière, que je n'avais pas encore aperçue. C'est que, dans les cas où la lumière transmise à travers les lames cristallisées se partage également entre les deux sens de polarisation qu'on y observe, ce qui arrive lorsque ces lames ont une épaisseur suffisante pour séparer les rayons inégalement réfrangibles de chaque couleur jusqu'à les répartir également aux deux limites o et 2 *i*, alors les deux images données par le prisme rhomboïdal qui sert pour analyser la lumière transmise deviennent, dans toutes les positions possibles de la lame cristallisée, identiquement les mêmes que les donnerait la polarisation rectangulaire; de sorte qu'au delà de cette épaisseur des lames les molécules lumineuses pourraient passer d'un de ces états à l'autre, sans qu'il fût aucunement possible de s'en apercevoir par ce genre d'observation. J'ignorais, j'ignore encore comment ce passage s'opère; et, dans cette incertitude, j'avais présenté comme une chose possible qu'il fût progressif, c'est-à-dire que les diverses particules lumineuses, après avoir d'abord éprouvé la polarisation alternative, se fixassent successivement sur le sens intermédiaire de polarisation propre à la polarisation rectangulaire; mais je n'ai dissimulé ni mon doute, ni la singularité de deux effets si différents. J'ai même fait aussi et publié des expériences dans lesquelles je produisais les phénomènes de coloration par le croisement de prismes cristallisés qui, individuellement, donnaient des images sensiblement séparées; et j'ai signalé tout ce que la jonction de ces deux phénomènes pouvait présenter de mystérieux. Je ne puis en donner une meilleure preuve qu'en citant les expressions mêmes dont M. Fresnel s'est servi dans son premier Mémoire (page 30)[a] en parlant des recherches que j'ai publiées, sur cet objet, dans mon Traité de physique : « Quelque surprenantes que fussent les « conséquences de sa théorie, M. Biot a dû les regarder comme résultant né- « cessairement des faits, parce qu'elles étaient déduites d'une hypothèse qui les « représentait fidèlement, et qui pouvait *seule* en rendre raison dans le système « de Newton. C'est pour faire sentir les inconvénients de ce système que j'ai cru

---

[a] Voyez N° XV (B), § 36.

(A). « devoir présenter, ou plutôt rappeler ces objections, que j'ai tirées de l'ouvrage « de M. Biot. » Ces expressions de M. Fresnel me placent précisément dans la position où j'ai toujours voulu me placer moi-même. Je n'ai jamais prétendu, dans mes recherches, établir autre chose que des lois expérimentales. Ainsi, lorsque l'on parviendra à lier entre eux des groupes de faits que je n'aurai pas pu réunir, ou que j'aurai seulement tenté de rapprocher par des inductions, je jouirai de cette extension de la science d'autant plus librement qu'elle ne saurait porter atteinte aux lois physiques que j'ai découvertes, lois que je regarde seules comme durables, et auxquelles j'attache quelque prix.

Ayant ainsi répondu aux objections scientifiques élevées contre les résultats de mes recherches, je dois encore, pour l'intérêt même des sciences et de ceux qui les cultivent, considérer le rapport sous un autre point de vue, je veux dire relativement à l'ordre historique dans lequel les travaux successifs y sont présentés.

10. Les pièces qui m'ont été remises sont, outre le rapport, la moitié d'un premier Mémoire manuscrit présenté à l'Académie, par M. Fresnel, le 7 octobre 1816[a], un supplément présenté le 19 janvier 1818[b], et qui ne se rapporte pas à ce Mémoire, mais à un autre dont on n'a pas encore rendu compte à l'Académie; enfin, deux notes détachées, sans date de présentation, et dont l'une même ne semble pas entièrement achevée[c]. En examinant ces documents, tout incomplets qu'ils sont, j'y ai trouvé avec plaisir, dans plusieurs passages, la preuve que M. Fresnel ne s'était pas primitivement proposé, pour but de son travail, de montrer que ce qu'il appelle ma *théorie de la polarisation mobile* était, sur beaucoup de points, insuffisante et inexacte, comme MM. les commissaires ont cru pouvoir l'établir au commencement de leur rapport; mais qu'au contraire, par une marche d'idées plus naturelle, M. Fresnel avait d'abord pris pour base les lois que j'avais trouvées, et avait entrepris de chercher les conditions hypothétiques qu'il fallait introduire dans les interférences pour y satisfaire; précisément comme il l'a fait encore depuis dans un autre travail, où il s'est proposé de représenter, par des ondes lumineuses, les phénomènes

---

[a] N° XV (B).
[b] N° XVII.
[c] N° XIX (C) et (D).

de polarisation par rotation que j'ai découverts dans certains fluides (1). Ainsi, N°
à la page 29 de son premier Mémoire [a], M. Fresnel considère son travail et le mien exactement sous ce point de vue. «Toutes les conséquences de ces formules, dit M. Fresnel, sont confirmées par l'expérience. Il me semble que «cet accord prouve suffisamment qu'elles représentent aussi fidèlement les faits «dans la théorie des ondulations, que celles de M. Biot dans le système de «Newton. A la vérité, les siennes ont, sur celles que j'ai employées, l'avantage «d'indiquer dans chaque cas laquelle des deux images doit répondre aux anneaux transmis ou aux anneaux réfléchis; mais l'explication déduite de la «théorie des ondulations est bien plus conforme aux principes généraux de «polarisation dans les substances cristallisées.» Dans un autre passage, page 23, M. Fresnel déclare que c'est sur les résultats de mes observations qu'il a établi certaines conditions nécessaires dans les interférences pour que les deux faisceaux transmis par la lame cristallisée donnent des images colorées telles qu'on les observe. «Voici, dit-il, la règle que j'ai déduite des expériences de «M. Biot [b].» La même déclaration se trouve répétée dans une note manuscrite que M. Fresnel m'avait remise depuis longtemps, et qui contient le résumé de tous les principes dont il fait dépendre les couleurs des lames cristallisées [c]: enfin elle se retrouve encore dans le second Mémoire dont on n'a pas encore rendu compte à l'Académie, et dont M. Fresnel m'a confié une copie [d] (2). A la

(1) On a dit, dans la discussion devant l'Académie, que M. Fresnel adoptait sans restriction toutes les expressions du rapport comme offrant l'interprétation exacte de sa pensée; mais cette assertion n'infirme rien de ce que je prétends ici établir; car il ne s'agit nullement de ce que M. Fresnel peut dire ou penser aujourd'hui, mais de ce qu'il a pensé et écrit il y a cinq ans, dans le système d'idées et de notions acquises où il se trouvait alors: or, c'est ce que les pièces écrites à cette époque peuvent seules prouver. (*Note ajoutée après la lecture.*)

(2) M. Fresnel a cherché si peu à dissimuler cette vérité, qu'il l'a reconnue avec les mêmes expressions dans la Note qu'il a imprimée à la fin du cahier des Annales de chimie et de physique, pour mai 1821, p. 104 [e]. Cela suffit, ce me semble, pour prouver que mes recherches ne lui ont pas été inutiles.

(a) Voyez N° XV (B), § 35.

(b) Voyez N° XV (B), § 28.

(c) Voyez N° XIX (B).

(d) Voyez N° XVII, § 6.

(e) Voyez N° XXII (A).

(A). vérité, MM. les commissaires citent, dans leur rapport, une expérience de M. Fresnel sur des rhomboïdes croisés, de laquelle ils paraissent déduire la même règle ou une règle équivalente. Mais, en supposant que cette expérience ait réellement toutes les conséquences physiques qu'ils en tirent, ce que je n'ai besoin ici ni de contester ni d'affirmer, on peut sans doute en faire aujourd'hui, si l'on veut, le fondement des formules auxquelles M. Fresnel arrive, et qui sont, comme je l'ai fait voir, les mêmes que celles que j'avais données plusieurs années avant lui, du moins quant aux deux sens de polarisation, et au mode de subdivision des faisceaux entre eux. Mais, dans un rapport lu à l'Académie et soumis à sa sanction, il était juste, ce me semble, de dire ce que M. Fresnel avait trouvé de secours dans les travaux de ceux qui l'avaient précédé; et, surtout dans un rapport qui, par le fait, se trouve embrasser des Mémoires de dates si diverses, et même des notes sans date, l'équité exigeait que les idées de M. Fresnel fussent présentées, avec une attention particulière, dans l'ordre où elles s'étaient succédé réellement. Je demanderais donc à l'Académie qu'il fût fait une rectification à cet égard dans le rapport, s'il devait être adopté. Je demanderais aussi, comme conséquence, que l'on y supprimât l'expression du motif attribué à M. Fresnel, motif à la conception duquel je n'ai pu trouver de prétexte que quelques mots contenus dans une de ces notes sans date, qui, n'ayant pu faire primitivement partie du corps du Mémoire, ne doivent, par conséquent, pas faire supposer une intention première, et surtout ne peuvent pas en autoriser l'expression dans une lecture faite devant l'Académie.

Mais, indépendamment de ces inexactitudes de détail, le rapport me semble s'écarter des règles généralement établies dans les sociétés savantes pour assurer l'équité de leurs décisions....... (Le reste de ces remarques portant sur la légalité du rapport considéré sous le point de vue des formes académiques, je l'ai supprimé ici comme étant devenu maintenant inutile depuis que l'Académie a seulement adopté les conclusions du rapport, et non pas le rapport même.)

et que les lois expérimentales que j'avais le premier établies dans cette classe mystérieuse de phénomènes lui ont offert des données assez exactes pour être employées. Or cette utilité est la seule chose que je réclame, et je ne crois pas qu'on puisse me l'ôter. (*Note ajoutée après la lecture.*)

N° XXI (B).

EXAMEN

DES REMARQUES DE M. BIOT,

PAR M. ARAGO.

[*Annales de chimie et de physique*, cahier de juillet 1821, t. XVII, p. 258. — *Œuvres d'Arago*, t. X, p. 425.]

1. En ne mettant aucun obstacle à la publication des Remarques de M. Biot dans les Annales de chimie et de physique, je ne me suis pas engagé à les laisser sans réponse; je vais donc rappeler les objections contenues dans notre rapport, les rapprocher des arguments qu'on leur oppose, et mettre ainsi le lecteur en état de juger par lui-même si elles sont aussi dépourvues de fondement que l'annonce notre savant confrère. J'aurais bien désiré aussi pouvoir me borner à la partie purement scientifique de la discussion; mais il m'importe de prouver, puisque M. Biot, tout en annonçant qu'il ne s'occuperait point des formes, a prononcé le mot de *légalité* (pages 225 et 258[a]), que le rapport ne renfermait rien d'illégal, et qu'il ne violait, quoi qu'on en dise, aucune des *règles généralement établies dans les sociétés savantes*.

2. Aussitôt que M. Biot eut manifesté l'intention de répondre au rapport que nous lûmes devant l'Académie, M. Ampère et moi, le 4 juin 1821, je m'empressai de le lui remettre; j'y joignis, comme pièces à l'appui, les écrits de M. Fresnel dans lesquels tous les arguments dont je m'étais étayé se trouvaient développés. L'un de ces écrits (le Mémoire présenté à l'Académie en 1816 [b]) n'était plus complet. J'en prévins M. Biot; je lui fis savoir que la partie qui manquait n'était point relative à ses expériences, qu'elle ne traitait que des modifications apportées par la polarisation aux phénomènes d'interférence, et que je n'avais pu conséquemment y puiser aucune objection contre sa théorie

[a] 570 et 590 de la présente édition.

[b] Voyez la note de l'éditeur au commencement du N° XV.

de la polarisation mobile. J'indiquai, de plus, les motifs qui m'avaient imposé l'obligation de séparer la première section du Mémoire de la seconde. Cette première section, du reste, ayant été imprimée depuis longtemps dans les Annales de chimie (c'était précisément pour cela qu'on n'avait pas jugé nécessaire de conserver le manuscrit), j'en fis remettre un exemplaire à M. Biot. Je croyais avoir ainsi satisfait à toutes les convenances et prévenu jusqu'à l'ombre d'une objection : vains efforts! M. Biot s'est obstiné à soutenir, dans la discussion verbale et dans ses remarques écrites, qu'en ne faisant notre rapport que sur la seconde partie du Mémoire original, nous avions violé, M. Ampère et moi, les règlements de l'Académie. Ce savant physicien oubliait sans doute, quand il nous adressait un reproche aussi peu fondé, que jamais on n'a contesté aux auteurs qui soumettent leurs ouvrages au jugement de l'Académie le droit de les retirer. Ce qui se fait journellement pour un Mémoire tout entier est à plus forte raison applicable à un simple chapitre, à un paragraphe isolé. Un écrit ne devient évidemment la propriété d'une société savante qu'après qu'elle a prononcé sur son mérite; jusque-là, l'auteur, éclairé par de nouvelles réflexions ou par les conseils des commissaires, peut le modifier à son gré, et ce serait blesser à la fois l'usage et les convenances que de ne point permettre la rectification d'erreurs qu'on avouerait,

3. Après avoir ainsi établi, en thèse générale, que M. Fresnel aurait eu le droit de retirer ou de changer une partie quelconque du Mémoire, je dois m'empresser de déclarer que cet habile physicien n'avait rien à rectifier dans son travail; que j'ai fait, moi seul, la suppression dont M. Biot se plaint, et qu'elle était commandée par ces mêmes règlements qu'on nous accuse si légèrement d'avoir violés. M. Biot, qui s'est si fréquemment associé, pour ses recherches scientifiques, des observateurs étrangers à l'Académie, doit savoir mieux que personne qu'on ne rend jamais compte devant elle des travaux auxquels les académiciens ont pris part. La première section du Mémoire renfermant des expériences que nous avions faites en commun, M. Fresnel et moi, j'ai dû évidemment, soit pour me conformer à l'usage, soit pour ne pas me constituer juge dans ma propre cause, n'examiner, dans le rapport, que la section relative aux couleurs des lames cristallisées.

4. On a parlé de notes sans date. Je réponds que la date n'aurait quelque importance que dans une question de priorité : or je n'ai pas appris jusqu'ici qu'aucune prétention de ce genre se soit élevée à l'égard des expériences de

M. Fresnel. Si le cas arrivait par la suite, il me serait facile de prouver que ces notes sont de simples développements du premier mémoire présenté en 1816. Du reste, je ne les avais volontairement communiquées à M. Biot que pour l'aider dans ses recherches, et j'étais, je l'avoue, bien loin d'imaginer qu'il croirait y trouver le sujet d'un reproche. N°

5. M. Biot dit qu'on a puisé des objections dans un supplément déposé en 1818 [a], et qui ne se rapporte pas au Mémoire principal : le fait est vrai; mais je ne devine pas quelle conclusion il veut en tirer. M. Fresnel a présenté deux Mémoires. Les commissaires chargés de les examiner les avaient d'abord compris l'un et l'autre dans un seul et même rapport. Il leur parut ensuite, tant pour ne pas fatiguer l'attention de l'Académie que pour répandre sur une matière si compliquée toute la clarté possible, qu'il serait plus convenable de séparer les faits relatifs à la polarisation mobile d'une seconde classe de phénomènes qui ne se rattachaient à cette théorie que d'une manière très-éloignée, et dont ils se proposaient de rendre compte séparément. Je ne doute pas qu'il n'y ait là une irrégularité flagrante, puisque M. Biot l'affirme; mais j'avoue que jusqu'ici je n'ai pas eu la satisfaction de l'apercevoir. Ce qui me paraît plus évident, c'est qu'en s'attachant aussi minutieusement aux formes, notre savant confrère fera naître l'idée que les arguments qu'on a opposés à sa théorie lui paraissaient, au fond, beaucoup plus solides qu'il n'a l'air de le reconnaître.

6. Le long intervalle de temps qui s'est écoulé entre la présentation du Mémoire de M. Fresnel et celle de notre rapport a été aussi l'objet de quelques observations critiques dont il ne m'a pas été possible de deviner le but. J'aurais conçu, par exemple, que M. Biot voulût attribuer les inexactitudes dans lesquelles, suivant lui, nous sommes tombés à la précipitation de notre travail; mais est-il bien naturel, quand on nous accuse d'avoir mal interprété diverses expériences, d'insinuer en même temps que l'examen auquel nous nous sommes livrés n'a pas été assez prompt? Au reste, je n'éprouve aucune répugnance à déclarer ici, comme je l'ai déjà fait devant l'Académie, que les longs retards qu'on nous reproche ont été principalement occasionnés par le désir d'éviter la discussion dans laquelle je me trouve maintenant engagé. Les Mémoires que M. Biot a publiés sur la théorie de la polarisation mobile formeraient plus de deux gros volumes in-4°. Ce n'est certainement pas

---

[a] Voyez le N° XVII.

(B). trop, si ces Mémoires établissent, comme on l'a prétendu, que les molécules de lumière, dans leur trajet au travers des cristaux, oscillent sur elles-mêmes à la manière d'un pendule; tandis que le tout pourrait, sans difficulté, être réduit à une quarantaine de pages si les objections de M. Fresnel sont fondées. Il était donc bien présumable qu'en parlant favorablement du travail de ce jeune physicien, nous n'obtiendrions pas l'assentiment de notre savant confrère; aussi aurais-je tardé longtemps encore, peut-être, à appeler l'attention de l'Académie sur cet objet, si M. Biot n'avait lui-même, tout récemment, engagé M. Fresnel à me presser de faire le rapport. Je crus alors, je l'avoue, que M. Biot, à qui le Mémoire avait été anciennement communiqué, passait condamnation sur les objections qu'il renferme. Il est aujourd'hui trop évident que j'avais mal interprété sa démarche, mais on conviendra, du moins, que mon erreur était excusable.

7. Après avoir ainsi répondu aux divers reproches qu'on nous a adressés, pourrai-je, à mon tour, et avant d'entrer dans le fond de la question, discuter quelques expressions de l'écrit qu'on vient de lire : «Les commissaires, dit M. Biot, page 225 [a], *ayant déclaré, dans cette seconde séance,* qu'ils ne demandaient pas à l'Académie de se prononcer sur le rapport même, mais seulement sur les conclusions qui le terminent, etc.» Les commissaires n'avaient point oublié que l'Académie se prononce uniquement sur les conclusions; jamais ils n'ont réclamé autre chose, et c'est bien gratuitement qu'on leur attribue une prétendue *déclaration* d'où semblerait résulter qu'à l'origine ils avaient fait des demandes contraires aux usages. Quant à M. Biot, il voulut d'abord, je ne dis pas faire rejeter notre travail, ce qui assurément lui était bien permis, mais obtenir de l'Académie que le titre même de *Rapport* fût rayé. Cette proposition n'ayant eu aucune suite, M. Biot se borna à demander la suppression de divers passages qu'il indiquait. Je repoussai, comme je le devais, ces nouvelles prétentions, et, pour couper court à une discussion qui durait déjà depuis trop longtemps, je fis remarquer que les modifications qu'on réclamait étaient relatives au corps même du rapport, c'est-à-dire à une partie sur laquelle, d'après des usages anciens que l'Académie avait de nouveau sanctionnés dans une occasion toute récente, elle n'aurait pas à se prononcer. Si c'est là ce que M. Biot appelle la *déclaration* des commissaires, je ferai remar-

[a] P. 569 du présent volume.

quer qu'il a employé une expression impropre, puisqu'elle tendrait à faire croire que nous avons consenti, M. Ampère et moi, à sortir de la règle commune, ce qui est contraire à la vérité. En faisant une analyse détaillée du Mémoire de M. Fresnel, je remplissais un devoir qui m'avait été imposé. En défendant avec persévérance cet important travail dans le sein même de l'Académie contre les attaques d'un académicien, je croyais rendre un service aux sciences. Sans vouloir deviner quelle décision l'assemblée aurait prise, si ses règlements ne lui avaient pas prescrit de se borner aux conclusions du rapport, je puis dire que la bienveillance dont elle m'honora durant la lecture et pendant la discussion me permettait de croire qu'une critique franche ne lui paraissait pas, comme à M. Biot, une violation des formes académiques. Qui m'aurait donc forcé, dans la *seconde séance*, au pas rétrograde qu'on m'attribue? Comment, du 4 au 11 juin, mes droits se seraient-ils affaiblis? Dans cet intervalle, il est vrai, on me fit savoir par écrit que si je consentais à retirer le rapport on retiendrait les foudres dont j'étais menacé. La paix et la tranquillité sont des biens très-désirables, mais M. Biot doit se rappeler que je ne consentis pas à les acquérir au prix d'une telle concession.

Encore un mot, et j'arrive à la partie scientifique de la discussion. Dans cette *seconde séance*, où M. Biot semble vouloir nous faire jouer, M. Ampère et moi, les rôles de pécheurs repentants, nous modifiâmes, dit-il, les conclusions, de manière « qu'elles n'exprimaient plus que de justes éloges du travail de M. Fresnel. » Qu'exprimaient donc les conclusions primitives? Le lecteur va en juger.

CONCLUSIONS ADOPTÉES PAR L'ACADÉMIE LE 11.

Les résultats curieux renfermés dans le Mémoire que l'Académie avait renvoyé à notre examen sont de nouvelles preuves de la persévérance infatigable, de l'exactitude et de la rare sagacité de M. Fresnel; ses expériences occuperont par la suite, quand la théorie des interférences aura reçu de nouveaux développements et sera plus répandue, une place distinguée parmi les plus ingénieux travaux des physiciens modernes. Dès à présent elles établissent qu'il y a, non pas seulement de simples analogies, mais la liaison la plus intime entre les phénomènes de coloration des lames cristallisées, le phénomène des anneaux colorés ordinaires et celui de la diffraction. A notre avis, M. Fresnel prouve jusqu'à l'évidence que toutes ces couleurs sont de simples effets d'interférence. Nous ne proposerons pas néanmoins à l'Académie de se prononcer sur une matière aussi difficile et qui, peut-être, sera encore entre les physiciens l'objet de beaucoup de contestations : nos conclusions

se borneront à demander que l'important Mémoire de M. Fresnel soit inséré dans le *Recueil des Savants étrangers.*

CONCLUSIONS LUES À LA SÉANCE DU 4.

Le Mémoire dont nous venons de rendre compte à l'Académie montre d'une manière incontestable le mode de production des couleurs que développent les lames cristallisées douées de la double réfraction, lorsqu'après les avoir exposées à un faisceau polarisé on dissèque les rayons transmis avec un rhomboïde de spath calcaire ou à l'aide d'un prisme achromatisé. M. Fresnel établit aussi qu'il y a, non pas seulement de simples analogies, mais la liaison la plus intime entre ces phénomènes et ceux des anneaux colorés ordinaires et de la diffraction. Les expériences difficiles, nombreuses et variées, sur lesquelles les résultats s'appuient, sont une nouvelle preuve de la persévérance infatigable, de l'exactitude et de la rare sagacité de M. Fresnel. Il nous semble que ces expériences occuperont par la suite, quand la théorie des interférences aura reçu de nouveaux développements et sera plus répandue, une place distinguée parmi les plus importants travaux des physiciens modernes. Nous proposerons conséquemment à l'Académie de donner son approbation au Mémoire qu'elle avait renvoyé à notre examen, et de décider qu'il sera imprimé dans le *Recueil des Savants étrangers.*

Dans cette rédaction, nous proposions à l'Académie de se prononcer sur le mérite du Mémoire, de lui donner son approbation. Nous pensions alors que la question serait l'objet d'une discussion contradictoire : or, telle est, suivant nous, la netteté des expériences de M. Fresnel, telle est l'évidence des conclusions qu'il en tire, que nous espérions faire partager notre persuasion à ceux-là mêmes qui se sont le moins occupés d'optique. Dès les premiers mots de la réplique verbale de M. Biot, il me fut démontré que le débat auquel je m'attendais n'aurait aucun résultat, et qu'il porterait plutôt sur ce qu'on appelait des irrégularités de forme que sur le fond même de la question. N'ayant jamais eu, M. Ampère et moi, la prétention de faire adopter sur parole des résultats contestés par un physicien du mérite de M. Biot, nous modifiâmes aussitôt nos conclusions, de manière que l'Académie n'eût plus à se prononcer que sur les justes éloges auxquels M. Fresnel avait droit. Le lecteur aura remarqué que, tout en faisant ces modifications, nous donnâmes plus de force à l'expression de la conviction personnelle où nous étions que la théorie de la polarisation mobile est erronée. Il reste à examiner aujourd'hui si les nouvelles *Remarques* de M. Biot nous forceront d'apporter quelques changements à notre première opinion.

8. En lisant les *Remarques* de M. Biot, je me suis involontairement rappelé le petit jeu de société connu sous le nom de *propos interrompus*, et dans lequel, comme on sait, il faut répondre au hasard à une question qu'on n'a pas entendue. J'ai montré l'inexactitude de la théorie de la polarisation mobile par des expériences directes, positives : on m'oppose une grande dissertation sur la théorie newtonienne des accès dont je n'ai pas dit un seul mot. Si j'examine la question du sens de polarisation dans les lames minces, on répond que des formules empiriques dont je n'ai parlé ni en bien ni en mal représentent exactement la succession des couleurs. M. Biot ajoute, ce que je n'ai point contesté, que ses ouvrages ont pu être de quelque secours à M. Fresnel; qu'il possède même des écrits dans lesquels on lui rendait cette justice, etc. etc. Je ne m'enfoncerai pas dans de telles digressions; car, outre que je n'en devine pas bien le but, elles auraient évidemment pour effet d'obscurcir la question. N°

J'ai rapporté plusieurs expériences qui me paraissaient en opposition manifeste avec la théorie de la polarisation mobile; rappelons-les, et voyons comment on y répond.

M. Biot dit clairement, dans dix endroits différents de ses ouvrages, qu'un rayon polarisé, de lumière simple, qui traverse une lame mince cristallisée, douée de la double réfraction, est polarisé tout entier à sa sortie, ou dans le plan primitif ou dans l'azimut $2i$. M. Fresnel a contesté l'exactitude de ce principe; M. Biot a persisté dans son opinion pendant la discussion verbale devant l'Académie, et attribuait ce qu'il appelait notre méprise au défaut d'homogénéité de la lumière transmise par le verre coloré dont nous nous servions. Aujourd'hui, dans ses *Remarques,* page 246 [a], il déclare que « *il n'est pas* ÉTONNÉ « *de voir qu'un faisceau lumineux homogène transmis, dans certains cas, à travers ces* « *lames* (minces), *se partage et se répartisse progressivement entre les deux sens de* « *polarisation que l'on y observe;* » ce qui revient à dire qu'il n'est pas étonné que M. Fresnel ait raison. Quant à moi, si je m'étonne ici de quelque chose, c'est de la grande modestie de M. Biot. Avant de croire qu'un physicien aussi habile était tombé dans une telle erreur, il m'avait paru nécessaire, je l'avoue, de répéter ses expériences un grand nombre de fois, et ce n'est pas sans beaucoup d'hésitation que je me suis enfin rendu à l'évidence des faits. Aussi, en prenant acte, dans l'intérêt des sciences, de l'aveu que je viens de transcrire,

---

[a] P. 583 du présent volume.

B). je serai de bonne composition sur l'obscurité dont on l'a enveloppé. Je ne relèverai pas non plus les tentatives qu'on a faites pour insinuer qu'en énonçant la loi de l'azimut $2i$, on entendait parler d'une molécule isolée, et non pas d'un rayon : cette version tardive n'obtiendrait d'ailleurs aucun crédit auprès des personnes qui ont eu l'occasion de remarquer avec quels minutieux détails toutes les expériences de polarisation ont été rapportées dans les ouvrages de M. Biot, et quelle clarté cet écrivain distingué sait répandre, quand il le veut, sur les théories les plus difficiles.

En parlant, dans le rapport, des formules que M. Fresnel a données pour représenter les successions variées de couleurs qu'offrent les lames cristallisées, j'ai dû, pour prévenir toute objection, faire remarquer que l'opposition qui existait entre ces formules et une expérience de M. Biot, dans le cas des lames croisées, tenait uniquement à l'inexactitude de l'expérience. Comme on avoue aujourd'hui cette inexactitude (page 251)[a], j'accorderai très-volontiers que M. Biot l'avait lui-même reconnue *il y a plusieurs années*, pourvu qu'il veuille convenir qu'elle n'est pas encore rectifiée dans ses ouvrages imprimés.

9. Parmi tous les reproches que M. Biot m'adresse, il en est un que j'aurais vivement senti s'il était mérité, je veux parler des inexactitudes qu'il annonce avoir remarquées dans le rapport, *relativement à l'ordre historique dans lequel les travaux successifs y sont présentés* : mais où peut être le fondement d'un tel reproche? Les expériences de M. Fresnel, que j'ai rapportées, étant la critique directe des expériences de M. Biot, personne, ce me semble, ne pouvait douter que celles-ci n'eussent l'antériorité! Je suis prêt, du reste, à donner à cet égard toutes les satisfactions qu'on pourra désirer. Pour le prouver, je transcrirai ici quelques détails historiques relatifs à l'expérience des lames croisées, qui d'abord m'avaient paru inutiles, mais où l'on verra aujourd'hui la preuve de ma bonne volonté.

M. Biot, si je ne me trompe, a parlé pour la première fois de cette expérience dans un Mémoire lu à l'Académie le 1er janvier 1813, et imprimé en 1814 dans l'ouvrage intitulé : *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvements des molécules de lumière autour de leur* CENTRE DE GRAVITÉ. A la page 285 de cet ouvrage, je trouve que les teintes données par deux lames d'égale épaisseur, croisées sous l'angle de 45°, ne devaient, *d'après la théorie,* éprouver aucun changement quand on faisait tourner le système dans son plan. L'expé-

---

[a] P. 581 du présent volume.

rience montrait des changements sensibles : M. Biot le reconnaît, mais il les présente comme des anomalies dont la cause ne lui est pas bien connue. En 1816, cette opposition entre la théorie et l'expérience n'existait plus, la théorie avait raison, le mouvement des lames laissait les teintes constantes, les anomalies avaient entièrement disparu (Voyez *Traité de Physique*, tome IV, p. 407); maintenant qu'on a reconnu l'imperfection des formules, les changements de teinte non-seulement existent (ce qui était nié en 1816), mais ils sont réels et ne tiennent plus aux imperfections de l'expérience, comme on le supposait en 1813. Je me trompe, peut-être; mais il me paraît, même aujourd'hui, que de tels détails *historiques* ne devaient point entrer dans un rapport fait devant l'Académie. N'est-il pas d'ailleurs évident qu'ils sont plutôt contraires que favorables à la théorie de la polarisation mobile, et que s'ils prouvent quelque chose, c'est seulement la grande mobilité d'idées de M. Biot?

Le Mémoire de M. Fresnel renferme une expérience capitale, d'où me paraît résulter mathématiquement la conséquence que les lames minces agissent sur la lumière comme les cristaux épais, et la partagent constamment en deux faisceaux polarisés à angles droits. Si ce fait est exact, la théorie de la polarisation mobile ne l'est pas; car jamais opposition entre un système et l'expérience n'a été plus manifeste. Dans une réfutation du rapport, qui embrasse près de trente-quatre pages, et où l'on remarque tant de digressions, M. Biot n'aurait-il pas dû montrer, au moins en quelques lignes, comment il concilie le mode de production des couleurs qu'il a indiqué avec l'existence constante, dans les cristaux de toutes les épaisseurs, de deux faisceaux polarisés perpendiculairement? Toujours est-il certain que nous serons en droit, M. Ampère et moi, de déclarer, même après la publication des *Remarques* de M. Biot, que toutes nos objections subsistent.

10. M. Biot a joint à ses *Remarques* une longue note destinée à prouver que les formules du *Mémoire* ne représentent pas exactement les couleurs des anneaux colorés ordinaires. Cette note n'étant point relative à notre rapport, je n'ai pas besoin de m'en occuper : M. Fresnel, qu'elle regarde, y répondra. Je pourrais même, à la rigueur, me dispenser tout à fait de parler des formules, puisque ce n'était pas là l'objet en discussion; mais il m'est impossible de ne point signaler, comme je l'ai déjà fait devant l'Académie, le singulier moyen que M. Biot emploie pour prouver que ses formules sont identiques avec celles de M. Fresnel.

(B). L'expression que donne M. Biot pour le rayon ordinaire se compose (p. 231)[a] d'un premier terme en $\cos^2\alpha$, et d'un second terme en $\cos^2(\alpha - 2i)$; les coefficients O et E, qui multiplient ces cosinus, sont ce que M. Biot appelle des *faits* (page 235)[b] : on calcule leur valeur, pour chaque cas particulier, à l'aide de la table des anneaux colorés de Newton. La formule de M. Fresnel renferme comme la précédente, quand on la développe, des termes en $\cos^2\alpha$ et $\cos^2(\alpha - 2i)$ mais leurs coefficients sont des expressions analytiques, fonctions de quantités qui déterminent les propriétés optiques des lames et celles des rayons colorés. Que fait maintenant M. Biot? Il représente ces deux coefficients par O et par E, c'est-à-dire par les deux lettres dont il s'était déjà servi, et en tire la conclusion que ses formules et celles de M. Fresnel coïncident! J'accorde volontiers que *le moyen* (je ne dis pas la formule) donné par M. Biot pour déterminer la nature des couleurs des lames est exact : cela tient uniquement à ce que, dans chaque cas, on va chercher la teinte initiale dans la table de Newton. Mais pour établir que les deux formules sont identiques, il aurait fallu, ce me semble, les ramener l'une à l'autre par de simples transformations, et retrouver ainsi précisément les mêmes termes : j'expliquerai plus nettement ma pensée en prenant un exemple dans les propres ouvrages de M. Biot.

Si l'on représente par i l'angle que fait l'aiguille aimantée avec l'horizon, et par λ la latitude magnétique, on trouve que ces deux quantités sont liées entre elles par la formule

$$\tang(i+\lambda) = \frac{\sin 2\lambda}{\cos 2\lambda - \frac{1}{3}};$$

cette formule est de M. Biot. A l'aide de transformations purement analytiques que, par des raisons que j'ignore, ce célèbre physicien n'a pas voulu faire, un géomètre américain, M. Bowditch, a ramené l'expression précédente à la forme : $\tang i = 2 \tang \lambda$. Dans ce cas-ci, on peut dire en toute rigueur que ces deux formules sont identiques, quoique la seconde soit à la fois plus simple et plus élégante que l'autre; mais la discussion à laquelle M. Biot s'est livré sur les formules de polarisation n'est évidemment pas de ce genre, puisque toutes ses transformations se réduisent, en dernier résultat, à substituer les deux lettres O et E aux coefficients complexes de la formule de M. Fresnel.

---

[a] P. 574 du présent volume.
[b] P. 576.

N° XXI (C).

NOTE

SUR LES REMARQUES DE M. BIOT,

PAR M. A. FRESNEL.

[*Annales de chimie et de physique,* cahier d'août 1821, t. XVII, p. 393.]

1. Pour juger de l'exactitude des formules d'intensité que j'ai déduites du principe des interférences, M. Biot les a appliquées à différents cas de la Table de Newton, qui est relative aux teintes des anneaux réfléchis. Mais cette vérification repose elle-même sur deux hypothèses : la parfaite exactitude de la Table de Newton et celle de la formule empirique qu'il a donnée pour calculer la teinte résultant d'un mélange quelconque de rayons colorés. Or, je ne sache pas d'abord qu'on ait fait la série d'expériences nombreuses et méthodiques qui aurait été nécessaire pour démontrer la justesse rigoureuse de cette formule, et surtout pour prouver qu'elle représente bien les proportions de lumière blanche; ce qui me semble peu probable. Certaines couleurs, telles que celles de plusieurs fleurs, dans lesquelles on trouve avec le prisme une quantité notable de rayons hétérogènes, nous paraissent souvent aussi vives et aussi pures que les rayons les mieux simplifiés du spectre solaire. Il est des couleurs composées, telles que le rose et le pourpre, qui produisent sur l'œil des sensations dont on ne peut pas trouver l'équivalent dans les rayons simples du spectre : cependant la construction empirique de Newton suppose cette équivalence. On ne doit donc la regarder que comme une représentation assez grossière des sensations si variées que nous font éprouver les diverses combinaisons des rayons hétérogènes; et quand elle indique une forte proportion de lumière blanche, il n'en faut pas toujours conclure que la couleur

composée est pâle et sans vivacité [1]. Il ne me paraît donc pas sûr d'employer cette construction pour juger en dernier ressort de la justesse d'une formule qui donne les intensités de la lumière simple, en s'appuyant d'ailleurs sur une table dont la parfaite exactitude n'a pas encore été démontrée, et dont les expressions peuvent être diversement interprétées par les différents observateurs, selon leur manière de sentir et de nommer les couleurs [2].

[1] Newton dit lui-même, page 153 du premier volume de la traduction française de son Traité d'optique, que *le violet composé a plus d'éclat et de feu que le violet simple;* et cependant, d'après la construction, celui-là contenant un peu de lumière blanche devrait présenter, au contraire, une teinte moins vive que celui-ci.

Newton dit encore dans la même page : «Si l'on mêle en quantité égale seulement «deux des couleurs prismatiques qui se «trouvent opposées l'une à l'autre dans le «cercle, le point Z tombera bien sur le «centre O; mais la couleur composée sera «faible et anonyme, au lieu de former un «blanc parfait; car il est manifeste que le «mélange de deux seules couleurs primi«tives ne forme pas un *vrai blanc.*» Or ce blanc devrait être parfait si la règle de Newton était rigoureuse : aussi présente-t-il ces faits comme des exceptions à sa règle, qu'il ne croyait point tout à fait exacte, puisqu'il dit, page 155, «quoique cette «règle ne soit pas d'une justesse mathéma«tique, etc.»

M. Biot s'exprime différemment sur le même sujet, à la fin de la page 454 du tome III de son Traité de physique : «Il faut «donc bien se garder, dit-il, de confondre «cette règle donnée par Newton avec une «hypothèse empirique : elle doit être consi«dérée comme une *véritable loi* tirée de l'ex«périence.» Il est assez remarquable que M. Biot ait meilleure opinion de l'exactitude de la règle de Newton que Newton lui-même. M. Biot se montre plus sévère à l'égard de ma formule, et la croit fausse, quoique je l'aie présentée comme rigoureuse; mais je suis persuadé que, lorsqu'il se sera donné le temps d'y réfléchir davantage, il reconnaîtra qu'il l'a jugée trop vite et trop défavorablement.

[2] J'ai souvent eu l'occasion d'observer qu'un peintre très-habile, qui assurément se connaît bien en couleurs et sait distinguer leurs nuances les plus délicates [a], ne leur donne pas, dans beaucoup de cas, tout à fait les mêmes noms que M. Biot. Je suis loin d'en conclure que M. Biot se trompe; je veux seulement montrer par là que deux personnes peuvent donner des noms différents aux mêmes teintes et les mêmes noms à des teintes différentes, et qu'ainsi ce n'est point par les noms qu'on peut s'assurer de leur identité, mais seulement par la comparaison directe des teintes mises à côté l'une de l'autre : encore ne juge-t-on ainsi que l'identité de sensation et non celle de composition.

[a] M. Léonor Mérimée, oncle de Fresnel. (Voyez son Traité de la Peinture à l'huile, ch. VII.)

Il est possible que la Table de Newton ne soit pas très-exacte dans le premier anneau, et particulièrement auprès de la tache noire, où la plus légère flexion du verre peut induire en erreur sur l'épaisseur de la lame d'air, quand on en juge par sa distance au centre. Ainsi la partie de la lame d'air que Newton a considérée comme le commencement du noir, et à laquelle il a supposé une épaisseur de 2 millioniènes de pouce anglais, d'après la mesure du diamètre, pouvait être un peu plus mince. D'ailleurs, rien ne prouve que ce que Newton appelle *le commencement de la tache noire* réfléchisse une lumière beaucoup plus faible que le tiers de celle du blanc du premier ordre; car il distingue en outre *le noir* et *le très-noir*.

J'ai refait, pour ce cas seulement, le calcul de M. Biot, et j'ai trouvé que la somme des différents rayons pris dans leurs proportions colorifiques données par la formule empirique de Newton était un peu plus du tiers de la même somme calculée pour l'épaisseur qui réfléchit le blanc du premier ordre; mais en comparant les rayons verts, jaunes et orangés, qui sont beaucoup plus brillants que les autres et ont bien plus d'influence comme rayons éclairants, j'ai trouvé que leur somme, dans le premier cas, n'était pas le tiers de leur somme dans le second : or cette différence d'intensité est déjà considérable. On a pu remarquer souvent, en regardant les caractères d'un livre à travers un rhomboïde de spath calcaire, combien la simple réduction à moitié de la lumière, sur un point d'un espace éclairé, rendait ce point sombre en comparaison des parties environnantes.

Je ne m'arrêterai pas à discuter les autres cas dans lesquels M. Biot a comparé ma formule avec la Table de Newton. Il me semble qu'ils prouvent encore moins que le premier la fausseté de cette formule; car les couleurs qu'il en déduit sont les mêmes, du moins quant aux noms, que celles de la Table de Newton, puisque M. Biot trouve *rouge* quand elle dit *rouge*, et *violet* quand elle dit *violet;* et les discordances qu'il croit apercevoir ne roulent plus que sur des proportions de lumière blanche, qu'il n'a pas mesurées. Ainsi, en considérant même la Table de Newton et sa règle empirique pour le mélange des rayons colorés,

comme étant l'une et l'autre d'une exactitude rigoureuse, on n'y trouve rien qui prouve réellement que ma formule est en défaut, du moins dans les cas particuliers choisis par M. Biot. Ce savant compare les résultats de ma formule avec ceux que donne la construction indiquée par Newton pour déterminer les rayons simples qui entrent dans les teintes des anneaux réfléchis, et parce que ma formule ne donne pas la même proportion de lumière blanche, il en conclut qu'elle est fausse. Avec cette manière de raisonner il était inutile de faire tous ces calculs, et il suffisait de dire : « La formule de M. Fresnel ne coïncide pas « avec la construction de Newton : donc elle est fausse. »

2. Il est d'autant plus permis de ne pas se rendre à cet argument, que la construction de Newton, que ce grand géomètre ne supposait pas rigoureuse, comme M. Biot l'observe lui-même, étant fondée sur l'hypothèse que les anneaux complétement obscurs dans la lumière homogène ont la même largeur que ceux qui la réfléchissent en partie, est en contradiction manifeste avec les faits. Pour s'en convaincre, il suffit d'employer une lumière brillante, et, après l'avoir simplifiée au moyen d'un prisme ou d'un verre rouge, la faire tomber sur un prisme en contact avec un verre légèrement convexe, dont on a noirci la surface inférieure, afin d'éteindre la seconde réflexion : les deux faces supérieures du prisme doivent faire un angle d'autant plus obtus, qu'on veut observer les anneaux plus près de l'incidence perpendiculaire. En vertu de cet angle, l'œil ne reçoit que les rayons réfléchis à la seconde surface du prisme et à la première surface du verre convexe, c'est-à-dire, seulement ceux qui concourent à la formation des anneaux. Or, en les observant avec une loupe, on reconnaîtra que les parties des anneaux obscurs qui présentent une absence presque totale de lumière et paraissent d'un noir sensiblement uniforme sont beaucoup plus étroites que les parties éclairées, même dans les anneaux du premier, deuxième et troisième ordre, où le défaut d'homogénéité de la lumière se fait très-peu sentir. On peut se servir, pour cette expérience, de la lumière des nuages blancs fortement éclairés par le soleil, ou des rayons solaires introduits dans une chambre obscure. C'est ce

second procédé qu'il faudrait adopter, si l'on voulait comparer exactement les intensités d'une lumière sensiblement homogène dans les différents points des anneaux obscurs et brillants. Je suis persuadé qu'on trouverait alors des résultats conformes à ma formule, du moins pour les anneaux des deux premiers ordres.

Cette confiance est fondée sur les vérifications nombreuses et variées auxquelles j'ai soumis les mêmes calculs d'interférences dans mes expériences de diffraction; car, en déterminant la position des bandes obscures et brillantes, je n'ai pas seulement vérifié les formules pour les cas extrêmes de discordance ou d'accord complets, comme il serait vrai de le dire, si je n'avais calculé que les *maxima* et *minima* des franges produites par deux miroirs, par exemple, où il n'y a que deux systèmes d'ondes qui interfèrent : dans les phénomènes de diffraction proprement dite, les *minima* sont produits par la réunion d'une infinité de systèmes d'ondes élémentaires qui s'y trouvent à tous les degrés possibles d'accord et de discordance; et si le calcul d'interférence qui donne l'intensité de leur résultante totale n'était pas juste pour tous ces degrés, j'aurais dû quelquefois trouver des différences notables entre la théorie et l'observation sur la position des *minima*. Il est vrai que je vérifiais ainsi des formules déduites à la fois du calcul des interférences, qui suffit pour les anneaux colorés, et du principe de Huyghens, qui est nécessaire à l'explication des phénomènes de diffraction; et l'on supposera peut-être que la fausseté de ce principe, combinée avec celle de mes calculs d'interférence, a pu me conduire, par un heureux hasard, à des résultats constamment exacts. C'est pourquoi je me propose de vérifier séparément les formules d'interférences sur les anneaux réfléchis, aussitôt que mes occupations me le permettront, et de comparer ensuite les intensités des différents points des franges de diffraction, pour compléter la démonstration expérimentale du principe de Huyghens [a].

3. En attendant, je remarquerai que les formules d'intensité dé-

---

[a] Il ne paraît pas que Fresnel ait jamais pu donner suite à ce projet.

duites du principe des interférences n'ont point seulement été vérifiées directement dans les cas extrêmes de *maximum* et de *minimum*, mais encore dans les cas intermédiaires où les deux systèmes d'ondes diffèrent d'un quart d'ondulation, ou en général d'un nombre entier et impair de quarts d'ondulation; car on trouve alors par l'expérience sur les lames cristallisées, en tournant leur section principale dans l'azimut de 45°, que les deux images sont toujours d'égale intensité, conformément au calcul. Ainsi, par cela seul, l'exactitude de mes formules serait déjà aussi probable que celle de la loi de Malus, qui n'a été rigoureusement vérifiée jusqu'à présent que pour les angles extrêmes 0° et 90°, et pour l'angle intermédiaire de 45°.

Elles satisfont d'ailleurs, comme la loi de Malus, à la condition que la somme des intensités des deux images reste toujours constante; il est donc invraisemblable que, s'accordant avec l'expérience sur tous ces points, elles soient aussi fausses que M. Biot le suppose.

Je remarquerai encore que le résultat expérimental dont je viens de parler est entièrement opposé à l'idée que ce savant physicien s'est faite sur les intensités relatives de la lumière aux divers points des anneaux réfléchis; car, si l'épaisseur qui répond à la limite d'un anneau parfaitement obscur dans la lumière homogène était la moyenne entre celles qui répondent au milieu de l'anneau obscur et au milieu de l'anneau brillant, il s'ensuivrait, d'après l'analogie que M. Biot établit lui-même entre ce phénomène et celui des lames cristallisées, que l'épaisseur de lame moyenne entre celle qui produit la polarisation complète dans l'azimut $2i$, et celle qui présente la polarisation complète suivant le plan primitif, ne devrait plus donner de lumière sensible dans l'image extraordinaire : or c'est précisément dans ce cas que les deux images sont d'égale intensité.

4. M. Biot rappelle une conversation dans laquelle il m'a expliqué comment les formules qui l'avaient induit en erreur sur les teintes produites par deux lames d'égale épaisseur croisées à 45° n'étaient point une conséquence nécessaire de la théorie de la polarisation mobile. J'avoue que je ne compris pas très-bien ce qu'il me fit l'honneur

de me dire sur ce sujet, et que je ne devine pas encore comment ce savant physicien peut *déduire de sa théorie* les formules générales pour le cas où les axes font entre eux un angle quelconque. Mais je n'ai jamais cité l'erreur dans laquelle il avait été conduit par ses premières formules, et *dont j'ai été averti par les miennes*, comme une preuve décisive de l'inexactitude de sa théorie; j'ai voulu seulement montrer par cet exemple que j'avais choisi un meilleur guide que le sien : et il me semble qu'il n'en disconvenait pas dans la conversation dont il s'agit; car il me dit que « la théorie que j'avais adoptée prenait les phénomènes de plus haut, et les conduisait plus loin. »

5. En terminant cette note, je conviendrai de nouveau des secours que j'ai trouvés dans les travaux de M. Biot, lorsque je me suis occupé de la coloration des lames cristallisées. Ses formules m'ont servi à reconnaître facilement, sans recourir à l'expérience, dans quels cas les teintes devenaient blanches, ou atteignaient leur *maximum* d'intensité, et m'ont indiqué l'image pour laquelle il faut ajouter une demi-ondulation à la différence de marche des deux systèmes d'ondes, règle que je pouvais également déduire de mon expérience des deux rhomboïdes. Mais voilà tout ce que j'ai emprunté à M. Biot [1]; et l'on sentira aisément que, malgré le rapport qu'il remarque entre mes formules et les siennes, dans le cas d'une seule lame, les miennes en diffèrent trop au fond pour en avoir été déduites, puisqu'elles donnent les intensités de chaque espèce de rayons, tandis que les siennes renvoient simplement

[1] Je devrais peut-être ajouter que c'est avec les mesures précieuses de ce célèbre physicien que je me suis assuré que les teintes des lames cristallisées tenaient à la différence de marche des rayons ordinaires et extraordinaires qui les ont traversées. Cette idée me vint aussitôt que je commençai à m'occuper de ces phénomènes, sans que je connusse alors la note publiée par M. Young sur ce sujet plusieurs années auparavant. M. Arago ne m'en avait pas encore parlé, lorsque je lui communiquai le résultat de mon calcul pour le cas particulier de l'incidence perpendiculaire. Je ne dis point cela pour réclamer une partie de l'honneur de cette découverte, qui appartient tout entier à M. Young, mais pour faire sentir combien il était facile, avec la théorie des ondulations, de découvrir cette relation intime entre les anneaux colorés et les teintes des lames cristallisées, qui avait échappé à la sagacité de M. Biot guidé par le système de l'émission.

(C). à la Table de Newton, ainsi qu'il le remarque lui-même. Mais c'est principalement lorsque la superposition de plusieurs lames vient compliquer le phénomène, que la différence est grande entre les secours qu'on trouve dans les deux théories. Avec celle que j'ai adoptée, les lois des phénomènes les plus compliqués sont des conséquences *forcées* des mêmes principes qui ont servi à calculer les teintes d'une seule lame; tandis que M. Biot est obligé de faire de nouvelles suppositions pour *renouer les oscillations des molécules lumineuses* d'une lame à la suivante : c'est là surtout que la complication et la multiplicité de ses hypothèses rend sa théorie bien improbable. Si l'on joint aux accès des molécules lumineuses leurs axes de polarisation, les oscillations de ces axes, et toutes les propriétés physiques qu'elles doivent prendre dans l'intérieur des cristaux et transporter avec elles pour recommencer leurs oscillations dans un second cristal, tantôt à une profondeur, tantôt à une autre, on aura peine à concevoir comment tant de modifications diverses peuvent se trouver réunies dans une même molécule.

N° XXII.

NOTE

SUR LE CALCUL DES TEINTES QUE LA POLARISATION DÉVELOPPE DANS LES LAMES CRISTALLISÉES [a].

[*Annales de chimie et de physique*, t. XVII, p. 102, 167 et 312.]

1. On a vu, dans le rapport de M. Arago, que la nature de ces teintes est déterminée par la différence de marche entre les deux systèmes d'ondes dans lesquels la lumière se divise en traversant un cristal qui jouit de la double réfraction; mais que les deux images produites par le rhomboïde de spath calcaire, au travers duquel on fait passer la lumière émergente, étant toujours complémentaires, il en résulte nécessairement que, si l'une répond à la différence de marche

[a] Cette note a paru en trois parties sous les titres suivants :

1° *Note sur le calcul des teintes que la polarisation développe dans les lames cristallisées* (cahier de mai 1821, page 102);

2° *Deuxième note sur la coloration des lames cristallisées* (cahier de juin 1821, page 167 [*]);

3° *Addition à la Deuxième note insérée dans le cahier précédent* (cahier de juillet 1821, page 312).

Ces trois parties ont ensuite été réunies au rapport de M. Arago dans un tirage à part; la suppression de quelques mots rétablit les transitions.

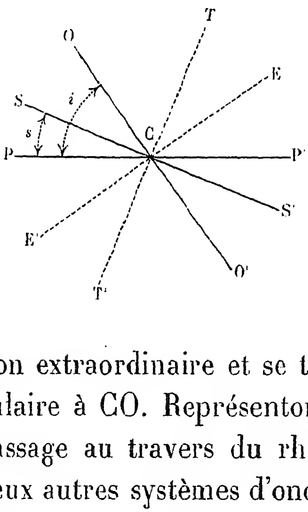
Nous reproduisons le texte du tirage à part.

On a classé cette note après les diverses pièces de la polémique avec M. Biot, bien qu'elle ait été publiée antérieurement. C'est presque uniquement en effet au rapport d'Arago que la polémique se rattache.

[*] Nota. De la page 113 à la page 176 du tome XVII des Annales, les chiffres de pagination ont été par erreur augmentés d'une centaine.

II. des deux systèmes d'ondes dans la lame cristallisée, l'autre répond à la même différence augmentée ou diminuée d'une demi-ondulation. Voici la règle générale qui fait connaître pour laquelle des deux images il faut ajouter une demi-ondulation à la différence des chemins parcourus : *l'image dont la teinte correspond précisément à la différence des chemins parcourus est celle dont les plans de polarisation des deux faisceaux constituants, après s'être écartés l'un de l'autre, se rapprochent ensuite par un mouvement contraire pour se réunir; tandis que les plans de polarisation des deux faisceaux constituants de l'image complémentaire continuent à s'éloigner l'un de l'autre (considérés d'un seul côté de leur commune intersection), jusqu'à ce qu'ils se soient placés sur le prolongement l'un de l'autre.*

Cette règle devient plus facile à entendre, à l'aide de la figure suivante, dans laquelle PP′ représente le plan primitif de polarisation des rayons incidents, OO′ la section principale de la lame cristallisée, et SS′ celle du rhomboïde au travers duquel on la regarde.



On voit que la lumière incidente, d'abord polarisée suivant CP, se divise, en traversant la lame cristallisée, en deux parties, l'une qui éprouve la réfraction ordinaire et reçoit une nouvelle polarisation suivant CO, l'autre qui éprouve la réfraction extraordinaire et se trouve polarisée dans un plan CE′ perpendiculaire à CO. Représentons le premier par F_o et le second par F_e. Le passage au travers du rhomboïde divise F_o, polarisé suivant CO, en deux autres systèmes d'ondes, l'un polarisé suivant la section principale CS, que je représente par $F_{o+o'}$, et le second polarisé suivant un plan perpendiculaire CT, que j'appellerai $F_{o+e'}$. De même F_e, polarisé suivant CE′, se divise dans le rhomboïde en deux systèmes d'ondes, le premier $F_{e+o'}$, polarisé suivant CS, et le second $F_{e+e'}$, polarisé suivant CT′. Si l'on suit le mouvement des plans de polarisation des deux faisceaux $F_{o+o'}$ et $F_{e+o'}$, qui concourent à la formation de l'image ordinaire (en les considérant d'un seul côté de leur commune intersec-

tion projetée en C), on voit que, partis primitivement de CP, ils s'écartent l'un de l'autre pour prendre les directions CO et CE′, et, se rapprochant ensuite, se réunissent en CS. Or, dans ce cas, l'image ordinaire répond précisément à la différence des chemins parcourus, au même instant, par les rayons ordinaires et extraordinaires sortis de la lame cristallisée. Si l'on suit de même la marche des plans de polarisation des deux faisceaux de l'image extraordinaire $F_{o+e'}$ et $F_{e+e'}$, on voit que, partis l'un et l'autre de CP, et après avoir pris dans la lame cristallisée les directions CO et CE′, au lieu de se rapprocher ensuite ils continuent à s'écarter jusqu'à ce qu'ils se soient placés sur le prolongement l'un de l'autre dans les directions CT et CT′; ainsi, d'après la règle que nous venons de donner, il faut ajouter une demi-ondulation à la différence des chemins parcourus par ces deux systèmes d'ondes, ou, ce qui revient au même, changer dans l'un d'eux les signes des mouvements oscillatoires, pour calculer, par la formule d'interférence, le système d'ondes qui résulte de la réunion de ces deux faisceaux. On voit que les choses se passent absolument comme s'il s'agissait de la combinaison de forces dirigées dans le plan de la figure, c'est-à-dire perpendiculairement aux rayons, suivant leurs plans de polarisation, ou perpendiculairement à ces plans; car les composantes des deux forces CO et CE′, qui se réuniraient en CS, auraient le même signe, comme les deux faisceaux $F_{o+o'}$ et $F_{e+o'}$ qui s'y sont réunis, et les deux autres composantes CT et CT′, agissant en sens opposés, devraient être affectées de signes contraires.

Le principe de la conservation des forces vives indiquait d'avance que les deux images doivent être complémentaires l'une de l'autre; mais il ne désignait pas laquelle des deux répond à la différence des chemins parcourus, et laquelle répond à la même différence augmentée d'une demi-ondulation; c'est pourquoi j'ai eu recours aux faits, et j'ai déduit des observations de M. Biot la règle que je viens d'énoncer.

Elle explique pourquoi deux faisceaux de lumière directe, qui ont été polarisés à angle droit, ne présentent aucune apparence d'influence

II. mutuelle lorsqu'on les ramène à un plan commun de polarisation par l'action d'une pile de glace ou d'un rhomboïde de spath calcaire. Ce n'est pas qu'ils n'exercent alors aucune influence l'un sur l'autre; car, indépendamment des considérations mécaniques, cette supposition serait trop contraire à l'analogie; mais c'est que les effets produits par les différents systèmes d'ondes de la lumière directe se compensent et se neutralisent mutuellement. En effet, on peut concevoir la lumière directe comme l'assemblage ou, plus exactement, la succession rapide d'une infinité de systèmes d'ondes polarisés dans tous les azimuts, et de telle sorte qu'il y a toujours autant de lumière polarisée dans un plan quelconque que dans le plan perpendiculaire : or, il résulte de la règle que nous venons d'énoncer, que si, par exemple, l'on doit ajouter une demi-ondulation à la différence des chemins parcourus pour calculer l'image extraordinaire produite par la lumière polarisée suivant le premier plan, il ne faut point l'ajouter pour l'image extraordinaire qui résulte de la lumière polarisée suivant le second; en sorte que les deux teintes qu'elles apportent ensemble ou successivement dans l'image extraordinaire sont complémentaires. La compensation qui s'établit ainsi, et de la même manière pour tous les azimuts, empêche d'apercevoir les effets d'interférence.

2. Reprenons le cas représenté par la figure, où la lumière incidente a éprouvé une polarisation préalable suivant le plan PP′, avant de traverser la lame cristallisée, dont la section principale OO′ fait un angle i avec ce plan, et cherchons, pour une espèce particulière de lumière homogène d'une longueur d'ondulation égale à λ, quelles doivent être les intensités des images ordinaires et extraordinaires données par le rhomboïde de spath calcaire, dont la section principale SS′ fait un angle s avec le plan primitif PP′. Je ferai abstraction, dans ce calcul, de la perte de lumière occasionnée par les réflexions partielles aux deux surfaces de la lame cristallisée et du rhomboïde, parce qu'elle n'a d'influence que sur les intensités absolues des images, et aucune sur leurs intensités relatives, les seules qui nous intéressent ici. Je représente par F l'intensité des vitesses des molécules éthérées dans leurs

oscillations[1], pour le faisceau incident polarisé; son *intensité de lumière* sera représentée par F^2, ou l'intensité de la force vive, d'après le sens même qu'on attache à la première expression, et la manière dont on évalue les intensités de lumière dans toutes les expériences d'optique; puisque c'est la somme des forces vives, et non celle des vitesses d'oscillation qui reste constante, comme l'intensité totale, dans les diverses subdivisions que la lumière peut éprouver. Cela posé, le faisceau incident, en traversant la lame cristallisée, se divise en deux autres, dont les intensités lumineuses doivent être égales, d'après la loi de Malus, à $F^2 \cos^2 i$, pour celui qui subit la réfraction ordinaire, et $F^2 \sin^2 i$, pour celui qui subit la réfraction extraordinaire : l'intensité des vitesses d'oscillation sera donc dans le premier $F \cos i$ et dans le second $F \sin i$[2]. Ainsi la lumière incidente, en traversant la lame cristallisée, se divise en deux systèmes d'ondes, qu'on peut représenter de la manière suivante :

$$\begin{array}{cc} \cos i F_o & \sin i F_e \\ \text{P.O.} & \text{P.E}'. \end{array}$$

Les petites lettres o et e, placées au bas de F, ne changent en rien la valeur de cette quantité; elles indiquent seulement la longueur des chemins parcourus au même instant par les rayons ordinaires et extraordinaires après qu'ils sont sortis de la lame cristallisée, et déterminent ainsi, par leur différence $o-e$, l'intervalle qui sépare les points correspondants des deux systèmes d'ondes. Les majuscules P.O et P.E' montrent la marche successive du plan de polarisation de chaque faisceau, pour faciliter l'application de la règle énoncée précédemment.

Chacun de ces deux systèmes d'ondes se divisera en deux autres

[1] Dorénavant, pour abréger, j'appellerai ces vitesses *vitesses d'oscillation*. Il ne faut pas les confondre avec la durée d'oscillation, qui reste toujours constante pour la même espèce de rayons, quelle que soit l'intensité de la lumière.

[2] Si les oscillations lumineuses, comme je suis très-porté à le croire, s'exécutent uniquement dans le plan de l'onde, perpendiculairement au plan de polarisation, la loi de Malus devient une conséquence simple et rigoureuse du principe de la composition et de la décomposition des petits mouvements.

II. par l'action du rhomboïde de spath calcaire, ce qui produira en tout les quatre faisceaux suivants, dont les deux premiers sont produits par le premier système d'ondes, et les deux autres par le second :

$$\begin{array}{cc} \cos i \cos (i-s)\, F_{o+o'} & \cos i \sin (i-s)\, F_{o+e'} \\ \text{P.O.S.} & \text{P.O.T.} \\ \sin i \sin (i-s)\, F_{e+o'} & \sin i \cos (i-s)\, F_{e+e'} \\ \text{P.E}'\text{.S.} & \text{P.E}'\text{.T}'. \end{array}$$

Le premier avec le troisième composent l'image ordinaire, et le deuxième avec le quatrième, l'image extraordinaire. Calculons d'abord l'intensité de celle-ci.

3. On voit, d'après la marche des plans de polarisation indiquée par les majuscules placées sous chaque faisceau, que le deuxième et le quatrième, ramenés à un plan commun de polarisation, doivent différer d'une demi-ondulation, indépendamment de la différence $o-e$ entre les chemins parcourus; il faut donc ajouter une demi-ondulation à $o-e$, ou, ce qui revient au même, changer le signe d'une des expressions qui représentent l'intensité ou le facteur commun des vitesses d'oscillation. Il s'agit donc de trouver la résultante de deux systèmes d'ondes, dont la différence de marche est $o-e$ et les intensités des vitesses d'oscillation sont respectivement égales à

$$F \cos i \sin (i-s) \quad \text{et} \quad -F \sin i \cos (i-s).$$

En appliquant ici la formule générale que j'ai donnée dans l'extrait de mon Mémoire sur la diffraction, page 258 du tome XI des Annales de chimie et de physique[a],

$$A^2 = a^2 + a'^2 + 2aa' \cos 2\pi \left(\frac{c}{\lambda}\right),$$

dans laquelle a et a' représentent les intensités des vitesses d'oscillation des deux systèmes d'ondes, 2π la circonférence dont le rayon est 1, c la différence des chemins parcourus et λ la longueur d'ondulation,

---

[a] Page 291 du présent volume.

on trouve pour l'intensité de la lumière homogène dans l'image extraordinaire :

$$F^2\left[\cos^2 i \sin^2(i-s)+\sin^2 i \cos^2(i-s)-2\sin i\cos i\sin(i-s)\cos(i-s)\cos 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)\right],$$

ou

$$F^2\left\{[-\cos i\sin(i-s)+\sin i\cos(i-s)]^2+2\sin i\cos i\sin(i-s)\cos(i-s)\left[1-\cos 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)\right]\right\}$$

ou enfin,

$$F^2\left[\sin^2 s+\sin 2i\sin 2(i-s)\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)\right].$$

En faisant un calcul semblable sur les deux faisceaux constituants de l'image ordinaire, et observant que les deux expressions $F\cos i\cos(i-s)$ et $F\sin i\sin(i-s)$ doivent avoir le même signe, en raison de la marche des plans de polarisation, on trouve, pour l'intensité de la lumière dans l'image ordinaire :

$$F^2\left[\cos^2 s-\sin 2i\sin 2(i-s)\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)\right].$$

Voilà les formules générales qui donnent l'intensité de chaque espèce de lumière homogène dans les images ordinaire et extraordinaire en fonction de sa longueur d'ondulation et de la différence des chemins parcourus $o-e$ par les rayons qui ont traversé la lame cristallisée. Connaissant son épaisseur et les vitesses des rayons ordinaires et des rayons extraordinaires dans ce cristal, il sera facile de déterminer $o-e$. Dans le sulfate de chaux, le cristal de roche et la plupart des autres cristaux jouissant de la double réfraction, $o-e$ n'éprouve que de très-légères variations en raison de la différence de nature des rayons lumineux, en sorte qu'on peut le regarder comme une quantité constante, du moins pour les cristaux que nous considérons ici, où la *dispersion de double réfraction* est très-petite relativement à la double réfraction. Si après avoir calculé la différence de marche $o-e$, on la divise successivement par la longueur moyenne d'ondulation de chacune des sept principales espèces de rayons colorés; et si l'on substitue successivement ces différents quotients dans les expressions ci-dessus, on aura les

II. intensités de chaque espèce de rayons colorés dans les images ordinaire et extraordinaire, et l'on pourra déterminer alors leurs teintes à l'aide de la formule empirique que Newton a donnée pour trouver la teinte résultant d'un mélange quelconque de rayons divers dont on connaît les intensités relatives. C'est pourquoi l'on doit considérer les formules générales qui donnent l'intensité de chaque espèce de lumière homogène en fonction de sa longueur d'ondulation, comme l'expression même de la teinte produite par la lumière blanche. C'est du moins tout ce qu'on peut déduire à présent de la théorie, et pour le reste il faut avoir recours à la construction empirique de Newton fondée sur l'expérience; car expliquer et calculer théoriquement l'effet produit sur l'œil par un mélange de rayons hétérogènes, c'est un double problème de physique et de physiologie qu'on est sans doute encore loin de résoudre.

4. Reprenons les formules ci-dessus, en supprimant le facteur commun F^2, qu'on peut prendre pour unité de lumière :

$$\text{Image ordinaire}\ldots\ldots\quad \cos^2 s - \sin 2i \sin 2(i-s)\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right).$$

$$\text{Image extraordinaire,}\quad \sin^2 s + \sin 2i \sin 2(i-s)\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right).$$

On voit, à l'inspection de ces formules, que les deux images doivent devenir blanches lorsque le terme qui contient

$$\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$$

s'évanouit, puisque c'est le seul qui varie avec la longueur d'ondulation, et qui rend l'intensité différente pour les divers rayons colorés. Ainsi les images deviendront blanches quand on aura :

$$\sin 2i \sin 2(i-s) = 0;$$

équation à laquelle on satisfait en égalant à zéro,

$$\sin 2i \qquad \text{ou} \qquad \sin 2(i-s);$$

ce qui donne pour i les quatre valeurs

$$i = 0, \quad i = 90^\circ, \quad i = 180^\circ, \quad i = 360^\circ;$$

et pour s,

$$s=i,\ s=90^\circ-i,\ s=180^\circ-i,\ s=360^\circ-i.$$

Il suffit donc, pour que les images deviennent blanches, qu'une de ces huit conditions soit satisfaite, c'est-à-dire que la section principale de la lame cristallisée soit parallèle ou perpendiculaire au plan primitif de polarisation ou à la section principale du rhomboïde; ce qu'on pouvait déduire aisément de la théorie sans le secours de la formule; car, lorsque la section principale de la lame est parallèle ou perpendiculaire au plan primitif, la lumière incidente ne subit qu'une espèce de réfraction dans ce cristal; et lorsque cette section principale est parallèle ou perpendiculaire à celle du rhomboïde, chaque image ne contient que des rayons qui ont éprouvé la même réfraction dans la lame cristallisée : ainsi, dans un cas comme dans l'autre, chaque image ne contient qu'un seul système d'ondes; partant plus de couleurs, puisqu'il n'y a plus d'interférences.

Les deux images sont au contraire colorées l'une et l'autre avec le plus de vivacité possible, quand le coefficient du terme variable est égal à l'unité; ce qui arrive lorsque $s=0$ et $i=45^\circ$; alors les deux expressions deviennent :

$$\text{Image ordinaire,}\quad 1-\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)\quad\text{ou}\quad\cos^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right).$$

$$\text{Image extraordinaire}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right).$$

Il est à remarquer que la seconde expression est semblable à celle qui donne, pour les anneaux colorés, la résultante des deux systèmes d'ondes réfléchies sous l'incidence perpendiculaire à la première et à la seconde surface de la lame d'air, lorsque son épaisseur est égale à $\frac{1}{2}(o-e)$, ce qui rend la différence des chemins parcourus égale à $o-e$. En effet, représentons par $\frac{1}{2}$ l'intensité d'oscillation de chaque système d'ondes, et remarquons que leurs vitesses d'oscillation doivent être prises avec des signes contraires, parce que l'un est réfléchi en dedans du milieu le plus dense et l'autre en dehors; ce qui entraîne l'opposition de signe, comme il résulte des calculs de M. Young et de

II. M. Poisson sur la réflexion des ondes à la surface de contact de deux milieux élastiques de densités différentes. Cela posé, on trouve pour l'intensité de la lumière résultante, d'après la formule que nous avons déjà employée :

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\cos 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right), \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right),$$

ou enfin

$$\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right).$$

Ainsi, les teintes de l'image extraordinaire produites par les lames cristallisées doivent être semblables à celles des anneaux réfléchis, du moins tant que la différence de marche $o-e$ produite par le cristal ne varie pas sensiblement avec la nature des rayons; car dans les anneaux colorés, cette différence de marche, étant le double de l'épaisseur de la lame d'air, est rigoureusement la même pour toutes les espèces de rayons.

5. Les expressions ci-dessus :

$$\cos^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right) \qquad \text{et} \qquad \sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right),$$

qui donnent les intensités respectives des images ordinaire et extraordinaire dans une lumière homogène dont la longueur d'ondulation est λ, lorsque l'axe de la lame cristallisée fait un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation, et que la section principale du rhomboïde est parallèle à ce plan, font voir que l'*ensemble* des deux systèmes d'ondes qui sortent de la lame cristallisée doit être polarisé suivant le plan primitif de polarisation, quand $o-e$ est égal à zéro ou à un nombre entier d'ondulations, puisque alors

$$\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$$

devenant égal à zéro, l'image extraordinaire s'évanouit. Au contraire, quand $o-e$ est égal à un nombre impair de demi-ondulations, c'est

$$\cos^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$$

qui devient nul, et par conséquent l'image ordinaire qui s'évanouit; d'où l'on doit conclure que la lumière *totale* est polarisée dans le plan perpendiculaire à la section principale, qui est précisément ici ce que

M. Biot appelle l'azimut $2i$. Mais pour toutes les valeurs intermédiaires de λ, l'*ensemble* des deux systèmes d'ondes ne peut présenter qu'une polarisation partielle, et même il doit paraître complétement dépolarisé lorsque $o-e$ est égal à un nombre impair de quarts d'ondulation, parce qu'alors

$$\cos^2 \pi \left(\frac{o-e}{\lambda}\right) \qquad \text{et} \qquad \sin^2 \pi \left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$$

devenant l'un et l'autre égaux à $\frac{1}{2}$, les deux images sont de même intensité, et que cela a lieu, quel que soit l'azimut dans lequel on tourne la section principale du rhomboïde, comme on peut s'en convaincre par les formules générales présentées plus haut, en y faisant

$$i = 45^\circ \qquad \text{et} \qquad \sin^2 \pi \left(\frac{o-e}{\lambda}\right) = \frac{1}{2};$$

car alors elles deviennent :

$$\text{Image ordinaire.........} \quad \cos^2 s - \frac{1}{2}\cos 2s = \frac{1}{2};$$

$$\text{Image extraordinaire.....} \quad \sin^2 s + \frac{1}{2}\cos 2s = \frac{1}{2}.$$

Il est aisé de voir de même sur les formules générales, quelle que soit la valeur de i, que lorsque $o-e$ est égal à zéro ou à un nombre pair de demi-ondulations, l'image extraordinaire s'évanouit pour $s=o$, et que lorsque $o-e$ est égal à un nombre impair de demi-ondulations, la même expression devient nulle si l'on y fait $s=2i$, et que, par conséquent, la lumière totale est polarisée suivant le plan primitif dans le premier cas, et dans le second, suivant l'azimut $2i$; tandis que, pour toutes les valeurs intermédiaires de $o-e$, il ne peut y avoir disparition complète d'aucune image, de quelque manière qu'on tourne la section principale du rhomboïde. Toutes ces conséquences de la théorie sont confirmées par l'expérience.

Dans une seconde note, j'indiquerai la manière de calculer les teintes produites par un nombre quelconque de lames superposées, et je donnerai les formules générales pour le cas de deux lames dont les sections principales font entre elles un angle quelconque. J'y joindrai aussi quelques considérations mécaniques sur la polarisation et la double

II. réfraction, ainsi que sur la cause des propriétés remarquables que nous avons découvertes, M. Arago et moi, dans la lumière polarisée.

IIe NOTE SUR LA COLORATION DES LAMES CRISTALLISÉES.

6. Je viens de donner les formules générales des teintes d'une seule lame cristallisée; je vais calculer maintenant les effets qui résultent de la réunion de plusieurs lames. Je supposerai toujours ces cristaux à faces parallèles et perpendiculaires au rayon incident, afin de n'être point obligé de faire entrer dans le calcul les déviations des plans de polarisation produites par l'inclinaison des surfaces, pour lesquelles nous n'avons point de formule rigoureuse, et dont il faudrait tenir compte, du moins dans les grandes obliquités. Peu importe d'ailleurs que les faces de ces lames soient parallèles ou obliques à leurs axes, et qu'elles en aient un ou deux, pourvu que la position des plans de polarisation des rayons ordinaire et extraordinaire soit connue dans chaque lame, ainsi que leur différence de marche, qu'on peut toujours calculer quand on connaît leurs vitesses respectives; les raisonnements que nous allons faire s'appliqueront également à tous les cas.

Lorsqu'on superpose un nombre quelconque de lames cristallisées, en plaçant leurs sections principales[1] suivant la même direction, les rayons ordinaires et extraordinaires qui sortent de la première lame continuent à subir dans les autres le même genre de réfraction qu'ils ont éprouvé d'abord; en sorte qu'il n'en résulte définitivement que deux systèmes d'ondes, comme pour le cas d'une seule lame. On peut donc appliquer à un pareil assemblage de lames cristallisées les formules que nous avons données pour une seule, en y substituant la différence totale de marche produite par le passage de la lumière au travers de toutes ces lames. Cette différence sera égale à la somme de celles qui résultent de chaque lame, si ce sont les rayons de même nom, les rayons ordinaires, par exemple, qui les traversent toutes avec le plus de vitesse; dans le cas contraire, il faudra ajouter les différences de mar-

[1] J'entends ici par *section principale* le plan de polarisation des rayons ordinaires, soit que le cristal ait deux axes, soit qu'il n'en ait qu'un.

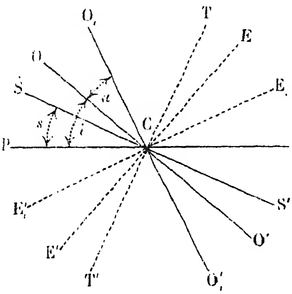
che produites par les lames où la vitesse de propagation des rayons ordinaires est plus grande que celle des rayons extraordinaires, faire ensuite la somme des différences de marche données par les lames où les rayons ordinaires marchent moins vite que les rayons extraordinaires, et retrancher ces deux sommes l'une de l'autre; on aura ainsi la différence définitive des chemins parcourus au même instant par les deux systèmes d'ondes qui sont sortis de cet assemblage de lames cristallisées.

Si les sections principales d'une partie des lames étaient perpendiculaires à celles des autres, que je suppose parallèles entre elles, il est clair qu'il n'en résulterait encore que deux systèmes d'ondes, comme dans le cas précédent; seulement les rayons qui ont été réfractés ordinairement par les premières le seraient extraordinairement par les autres, et les rayons extraordinaires de celles-là deviendraient ordinaires dans celles-ci. On voit donc que, pour avoir la différence définitive de marche des deux systèmes d'ondes, il faut faire la somme des différences produites par tous les cristaux *attractifs* (pour me servir de l'expression usitée), dont les sections principales sont parallèles à la première direction, en retrancher la somme des différences produites par les cristaux répulsifs dont les sections principales ont la même direction, faire un calcul semblable pour les lames dont les sections principales sont perpendiculaires à la première direction, et retrancher les deux résultats l'un de l'autre; ou, ce qui revient au même, on ajoutera les différences de marche provenant des cristaux de même genre qui ont leurs sections principales parallèles entre elles, avec les différences de marche provenant de cristaux de genre contraire dont les sections principales leur sont perpendiculaires, et l'on retranchera l'une de l'autre les deux sommes ainsi obtenues.

7. Après avoir considéré les cas particuliers où l'on peut appliquer à la réunion d'un nombre quelconque de lames cristallisées les formules que nous avons données pour une seule, occupons-nous maintenant du cas général de deux lames superposées dont les sections principales font entre elles un angle quelconque, et sont disposées d'une manière quelconque par rapport au plan primitif de polarisation, ainsi que la

section principale du rhomboïde de spath calcaire qui sert à analyser la lumière émergente.

Soient PP′ le plan primitif de polarisation, OO′ la section principale de la première lame, $O_{,}O'_{,}$ celle de la seconde, SS′ la section principale du rhomboïde; EE′, $E_{,}E'_{,}$, TT′ des plans respectivement perpendiculaires aux trois premiers: je représente par i l'angle OCP que la première lame fait avec le plan primitif de polarisation, par a l'angle $OCO_{,}$, que la section principale de la seconde lame fait avec celle de la première, et par s l'angle PCS de la section principale du rhomboïde avec le plan primitif.



La lumière incidente se divisera dans la première lame en deux systèmes d'ondes polarisés, l'un suivant CO, et l'autre suivant CE′; chacun d'eux se divisera, dans la seconde lame, en deux systèmes d'ondes polarisés, l'un suivant $O_{,}O'_{,}$, et l'autre suivant $E_{,}E'_{,}$; et enfin, en traversant le rhomboïde, chacun de ces quatre faisceaux se divisera en deux autres, l'un polarisé suivant sa section principale SS′, et l'autre dans le plan perpendiculaire TT′. Les quatre faisceaux polarisés définitivement suivant SS′ formeront l'image ordinaire, et les quatre autres polarisés suivant TT′ constitueront l'image extraordinaire. Nous ne nous occuperons que de l'image ordinaire, l'autre image étant toujours complémentaire de celle-ci. On trouve, pour les intensités des vitesses d'oscillation des quatre faisceaux constituants de l'image ordinaire, les expressions suivantes:

$\cos i \cos a \cos(a+i-s)\,F_{o+o'}$	$\cos i \sin a \sin(a+i-s)\,F_{o+e'}$
P.O.$O_{,}$.S	P.O.$E'_{,}$.S.
$-\sin i \sin a \cos(a+i-s)\,F_{e+o'}$	$\sin i \cos a \sin(a+i-s)\,F_{e+e'}$
P.E′.$O'_{,}$.S′.	P.E′.$E'_{,}$.S.

dans lesquelles F représente toujours l'intensité des vitesses d'oscillation de la lumière incidente, ou plus exactement de cette lumière diminuée de tout ce qu'elle perd en traversant les trois cristaux. On n'a marqué

que les chemins parcourus au même instant par les différents systèmes d'ondes après qu'ils ont traversé les deux lames cristallisées, sans s'occuper de leur marche dans le rhomboïde, qui est la même pour tous, puisqu'ils y ont tous subi la réfraction ordinaire. On a affecté la troisième expression du signe —, en raison de la marche du plan de polarisation de ce système d'ondes comparé à celles des plans de polarisation des trois autres : en suivant les changements successifs de ces plans de polarisation, indiqués par les lettres majuscules placées sous chaque expression, on reconnaîtra en effet que, pour le troisième faisceau, l'extrémité P du plan primitif est venue se placer définitivement en S′, tandis que, pour les trois autres, elle est allée en S; d'où résulte l'opposition de sens qui entraîne l'opposition de signe, comme dans la composition des forces.

Pour trouver la résultante de ces quatre systèmes d'ondes, il faut suivre la règle que j'ai donnée dans mon Mémoire sur la diffraction déjà cité, page 256 [a]; elle consiste à décomposer chaque système d'ondes en deux autres, dont les positions sont les mêmes pour tous, et diffèrent l'une de l'autre d'un quart d'ondulation : on fait ensuite la somme des composantes rapportées à la première position, puis celle des composantes rapportées à la seconde, et, en ajoutant les carrés de ces deux sommes, on a l'intensité de la lumière totale qui résulte de l'interférence des différents systèmes d'ondes. Je choisis pour la position des premières composantes celle qui répond au chemin parcouru $o+e$, par exemple; la position des autres différera de celle-ci d'un quart d'ondulation : l'on aura, pour la somme des premières :

$$\cos i \cos a \cos(a+i-s) \cos 2\pi\left(\frac{e-o'}{\lambda}\right) + \cos i \sin a \sin(a+i-s) \cos 2\pi\left(\frac{e-e'}{\lambda}\right)$$
$$-\sin i \sin a \cos(a+i-s) \cos 2\pi\left(\frac{o-o'}{\lambda}\right) + \sin i \cos a \sin(a+i-s) \cos 2\pi\left(\frac{o-e'}{\lambda}\right);$$

et pour la somme des secondes :

$$\cos i \cos a \cos(a+i-s) \sin 2\pi\left(\frac{e-o'}{\lambda}\right) + \cos i \sin a \sin(a+i-s) \sin 2\pi\left(\frac{e-e'}{\lambda}\right)$$
$$-\sin i \sin a \cos(a+i-s) \sin 2\pi\left(\frac{o-o'}{\lambda}\right) + \sin i \cos a \sin(a+i-s) \sin 2\pi\left(\frac{o-e'}{\lambda}\right).$$

---

[a] Page 289 du présent volume.

J'ai supprimé ici le facteur commun F, qui aurait compliqué inutilement le calcul, et qu'on peut d'ailleurs prendre pour unité.

En élevant les deux sommes au carré et ajoutant ces deux carrés, on trouve, après plusieurs réductions :

$$\ldots os^2 s + \sin 2a \sin 2i \cos 2(a+i-s) \sin^2 \pi \left(\frac{o-e}{\lambda}\right) - \sin 2a \cos 2i \sin 2(a+i-s) \sin^2 \pi \left(\frac{o'-e'}{\lambda} \ldots\right.$$

$$\ldots s^2 a \sin 2i \sin 2(a+i-s) \sin^2 \pi \left(\frac{o-e+o'-e'}{\lambda}\right) + \sin^2 a \sin 2i \sin 2(a+i-s) \sin^2 \pi \left(\frac{o-e-(o \ldots}{\lambda} \ldots\right.$$

Telle est l'expression générale de l'intensité d'une lumière simple dans l'image ordinaire. On peut la considérer en même temps comme représentant la teinte produite par la lumière blanche, puisque cette formule donne l'intensité relative de chaque espèce de rayons colorés en fonction de leur longueur d'ondulation.

8. On voit que cette expression contient quatre termes variables avec la longueur λ de l'ondulation lumineuse, multipliés par des coefficients qui ne dépendent que des angles a, i et s. La première fonction de λ est :

$$\sin^2 \pi \left(\frac{o-e}{\lambda}\right),$$

la seconde,

$$\sin^2 \pi \left(\frac{o'-e'}{\lambda}\right),$$

la troisième,

$$\sin^2 \pi \left(\frac{o-e+o'-e'}{\lambda}\right),$$

et la quatrième,

$$\sin^2 \pi \left(\frac{o-e-(o'-e')}{\lambda}\right).$$

Ce sont précisément celles qui formeraient le terme variable de la formule pour une seule lame cristallisée, dont on supposerait successivement l'épaisseur égale à celle de la première lame, à celle de la seconde, à la somme de leurs épaisseurs, et à leur différence, si les deux lames sont de même nature. Et en effet, le système des deux lames croisées peut présenter les mêmes effets qu'une seule lame qui aurait successivement les épaisseurs que nous venons d'indiquer; 1° quand la section principale

du rhomboïde est parallèle ou perpendiculaire à celle de la seconde lame, puisqu'alors chaque image donnée par le rhomboïde ne contient que des rayons qui ont éprouvé la même réfraction dans cette lame, et entre lesquels elle n'a établi aucune nouvelle différence de chemins parcourus; 2° lorsque la section principale de la première lame est parallèle ou perpendiculaire au plan primitif de polarisation, puisque les rayons incidents n'éprouvent plus alors dans cette lame qu'un seul mode de réfraction; 3° lorsque les sections principales des deux lames sont parallèles entre elles; 4° quand elles sont rectangulaires. Ces deux derniers cas rentrent dans ceux dont nous avions déjà parlé avant de calculer la formule. Les expériences de M. Biot avaient démontré d'avance ces conséquences de la théorie, qu'on peut déduire de la formule en y faisant successivement :

$$a+i-s=0, \quad a+i-s=90^\circ, \quad i=0, \quad i=90^\circ, \quad a=0, \quad a=90^\circ.$$

Par une marche semblable à celle que nous venons d'indiquer pour deux lames, on pourrait également calculer les formules générales des intensités des diverses espèces de rayons colorés dans les images ordinaires et extraordinaires, pour trois, quatre, cinq, etc. lames superposées, dont les sections principales feraient entre elles des angles quelconques. L'application de la théorie à ces cas plus compliqués serait aussi facile; les calculs seraient seulement plus longs.

9. On voit quel avantage a cette théorie sur celle *de la polarisation mobile*, qui devient si embarrassante quand on veut savoir comment *les oscillations des axes des molécules lumineuses* se renouent dans le passage d'une lame à une autre dont la section principale fait un angle quelconque avec celle de la première. Aussi la théorie de la polarisation mobile n'a-t-elle fourni à M. Biot le moyen de déterminer tous les coefficients de ses formules, pour deux lames superposées, que dans des cas très-particuliers; et même il en est un où ses formules ne représentent pas les faits avec exactitude, comme j'en ai été averti par les miennes; c'est le cas où la section principale du rhomboïde étant parallèle ou perpendiculaire au plan primitif, les deux lames, étant de

II. même nature, ont la même épaisseur, et leurs axes croisés sous un angle de 45°. M. Biot avait conclu de ses formules que lorsqu'on fait tourner le système des deux lames croisées dans son plan, les teintes des images doivent rester constantes. L'expression générale que nous venons de trouver pour l'intensité de chaque espèce de lumière simple dans l'image ordinaire conduit à une conséquence différente. En effet, dans le cas dont il s'agit, $o'-e'=o-e$, puisque les deux lames sont de même nature et de même épaisseur, $a=45°$ et $s=0$ ou $90°$: supposons $s=0$ et substituons ces valeurs dans la formule; nous aurons, toutes réductions faites :

$$\cos^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)-\frac{1}{4}\sin 4\,i\sin^2 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right).$$

Cette expression, n'étant pas indépendante de i, qui est l'angle que la section principale de la première lame fait avec le plan primitif de polarisation, doit changer de valeur quand on fait tourner le système des deux lames dans son plan. Lorsque $\sin 4i=0$, elle devient

$$\cos^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right),$$

qui est précisément la formule que nous avons trouvée pour une seule lame de même épaisseur qu'une des deux dont il s'agit, quand sa section principale fait un angle de 45° avec le plan primitif; et en effet dans toutes les positions du système des deux lames croisées où $\sin 4i=0$, c'est-à-dire lorsque i est égal à 45°, 90°, 135°, 180°, etc. la teinte de l'image est parfaitement semblable à celle que donne une des deux lames prise séparément, et tournée de manière que sa section principale soit dans l'azimut de 45°, ainsi que M. Biot l'avait annoncé, et comme on peut le vérifier aisément par l'expérience. Mais, pour toutes les valeurs intermédiaires de i, la formule diffère plus ou moins de

$$\cos^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right);$$

et cette différence atteint son *maximum* lorsque $\sin 4i$ devient égal à 1, c'est-à-dire quand i est égal à un nombre impair de quarts de quadrant.

Il est à remarquer que, même dans ce cas, le coefficient de sin $4i$ N°
ne peut pas excéder $\frac{1}{4}$, quelle que soit la valeur de

$$\sin^2 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right),$$

puisqu'il est multiplié par $\frac{1}{4}$. D'ailleurs, il s'évanouit pour les deux espèces de rayons dont la longueur d'ondulation rend

$$\frac{o-e}{\lambda}$$

égal à un nombre entier, ou à un nombre entier plus $\frac{1}{2}$, puisqu'alors

$$\sin^2 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$$

est égal à zéro : or la première espèce de rayons est celle qui domine dans l'image ordinaire, puisque

$$\cos^2 \pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$$

devient égal à 1, quand

$$\frac{o-e}{\lambda}$$

est un nombre entier, et la seconde espèce est celle qui en est entièrement exclue, puisque

$$\cos^2 \pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$$

devient nul quand

$$\frac{o-e}{\lambda}$$

est égal à un nombre entier plus $\frac{1}{2}$. Ainsi les variations de i ne doivent apporter que des changements assez légers dans la teinte de l'image ordinaire lorsqu'on emploie de la lumière blanche; 1° parce que le terme qui contient i est multiplié par $\frac{1}{4}$; 2° parce qu'il est nul pour les rayons qui dominent dans l'image et pour ceux qui en sont entièrement exclus, et qu'en conséquence ces deux espèces de rayons, qui déterminent particulièrement la nature de la teinte, n'é-

II. prouvent aucun changement d'intensité quand on fait tourner le système des deux lames croisées dans son plan. Ce sont donc seulement les autres espèces de rayons dont l'intensité varie ; mais comme ces variations sont multipliées par un quart, on conçoit qu'elles ne peuvent guère, en général, changer la couleur de l'image d'une manière très-sensible, et que leur effet ordinaire doit être de la rendre seulement plus ou moins foncée. Voilà sans doute pourquoi ces légères variations ont pu échapper à l'attention d'un observateur aussi habile et aussi exercé que M. Biot, ou lui paraître de simples anomalies indépendantes du phénomène principal.

Lorsque i est égal à un quart de quadrant, ou, en général, à un nombre entier plus $\frac{1}{4}$ de quadrant, $\sin 4i = 1$, et tous les rayons qui se mêlent aux rayons dominants sont réduits au *minimum* d'intensité, parce que le terme variable atteint son *maximum* en restant négatif; ainsi la teinte de l'image ordinaire doit devenir alors plus pure et plus foncée, puisqu'elle contient moins de lumière hétérogène. Quand, au contraire, i est égal aux $\frac{3}{4}$ d'un quadrant, ou à un nombre entier plus $\frac{3}{4}$ de quadrant, $\sin 4i = -1$, et tous les rayons hétérogènes dont nous venons de parler atteignent leur *maximum* d'intensité; alors l'image ordinaire doit être à la fois plus éclairée et d'une couleur moins pure que dans le premier cas. C'est ce qu'on reconnaîtra facilement en faisant l'expérience avec attention.

Les variations d'intensité de ces rayons deviennent bien plus sensibles quand, au lieu de lumière blanche, on emploie une lumière à peu près homogène, en choisissant celle pour laquelle $o - e$ est un nombre impair de quarts d'ondulation, ou l'épaisseur de lame qui satisfait à cette condition. Il est facile de reconnaître quand elle est remplie; car, ainsi que nous l'avons vu, la lumière homogène doit être, dans ce cas, complétement dépolarisée en passant au travers d'une seule des deux lames, dont on a dirigé la section principale à 45° du plan primitif. Alors, si l'on fait tourner le système des deux lames croisées dans son plan, on verra l'intensité de l'image ordinaire changer con-

sidérablement, comme l'indique la formule; car lorsque $e - o$ est un nombre impair de quarts d'ondulation,

$$\sin^2 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$$

atteint son *maximum* et est égal à 1, tandis que

$$\cos^2 \pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$$

est égal à $\frac{1}{2}$, et la formule devient $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\sin 4i$, qui donne $\frac{1}{4}$ lorsque i est égal au quart d'un quadrant ou à un nombre entier plus $\frac{1}{4}$ de quadrant, et $\frac{3}{4}$ lorsque i est égal aux trois quarts d'un quadrant ou à un nombre entier plus $\frac{3}{4}$ de quadrant; en sorte que, dans le second cas, l'intensité de l'image ordinaire est triple de ce qu'elle est dans le premier. On conçoit que cette différence doit être diminuée, en général, par le défaut d'homogénéité de la lumière employée, et d'autant plus que les lames sont plus épaisses.

CONSIDÉRATIONS MÉCANIQUES SUR LA POLARISATION DE LA LUMIÈRE.

10. Lorsque je m'occupais de la rédaction de mon premier Mémoire sur la coloration des lames cristallisées (en septembre 1816), je remarquai que les ondes lumineuses polarisées agissaient les unes sur les autres comme des forces perpendiculaires aux rayons qui seraient dirigées dans leurs plans de polarisation, puisqu'elles ne s'affaiblissent ni ne se fortifient mutuellement quand ces plans sont rectangulaires, et que deux systèmes d'ondes présentent une opposition de signe indépendante de la différence des chemins parcourus, lorsque leurs plans de polarisation, d'abord réunis, se séparent et rentrent ensuite dans un plan commun, en se plaçant sur le prolongement l'un de l'autre. M. Ampère, à qui j'avais communiqué ces résultats de l'expérience, fit la même réflexion relativement à l'opposition de signe résultant de la marche des plans de polarisation. Nous sentîmes l'un et l'autre que ces phénomènes s'expliqueraient avec la plus grande

III. simplicité, si les mouvements oscillatoires des ondes polarisées n'avaient lieu que dans le plan même de ces ondes. Mais que devenaient les oscillations longitudinales suivant les rayons? Comment se trouvaient-elles détruites par l'acte de la polarisation, et comment ne reparaissaient-elles pas lorsque la lumière polarisée était réfléchie ou réfractée obliquement par une plaque de verre?

Ces difficultés me semblaient si embarrassantes que je négligeai notre première idée, et continuai de supposer des oscillations longitudinales dans les rayons polarisés, en y admettant en même temps des mouvements transversaux, sans lesquels il m'a toujours paru impossible de concevoir la polarisation et la non-influence mutuelle des rayons polarisés à angle droit. Ce n'est que depuis quelques mois qu'en méditant avec plus d'attention sur ce sujet, j'ai reconnu qu'il était très probable que les mouvements oscillatoires des ondes lumineuses s'exécutaient uniquement suivant le plan de ces ondes, pour la lumière directe comme pour la lumière polarisée. Je ne puis pas entrer ici dans le détail des calculs sur les diverses combinaisons de mouvements longitudinaux et transversaux qui m'ont conduit à cette conséquence. Je m'attacherai seulement à faire voir que l'hypothèse que je présente n'a rien de physiquement impossible, et qu'elle peut déjà servir à l'explication des principales propriétés de la lumière polarisée au moyen de considérations mécaniques très-simples.

11. Les géomètres qui se sont occupés des vibrations des fluides élastiques n'ont considéré, je crois, comme force accélératrice que la différence de condensation ou de dilatation entre les couches consécutives. Je ne vois rien du moins dans leurs équations qui indique, par exemple, qu'une couche indéfinie, en glissant entre deux autres, doit leur communiquer du mouvement, et il est évident que sous ce rapport leurs équations ne disent pas tout ce qui se passe réellement. Cela tient à ce qu'ils représentent mathématiquement les fluides élastiques par une réunion de petits éléments différentiels susceptibles de se condenser ou de se dilater et *juxtaposés;* tandis que, dans la nature, les fluides élastiques sont composés sans doute de points matériels sé-

parés par des intervalles plus ou moins considérables relativement aux dimensions de ces molécules. Or concevons dans un fluide trois files indéfinies parallèles et consécutives de points matériels ainsi disposés : si l'on suppose entre ces molécules une certaine loi de répulsion, elles affecteront, dans l'état d'équilibre et de repos absolu, un arrangement régulier d'après lequel elles seront également espacées sur les trois rangées, et celles de la file intermédiaire répondront, je suppose, aux milieux des intervalles compris entre les molécules des deux autres : je n'indique cette disposition particulière que pour fixer les idées, car il est clair qu'elle ne saurait avoir lieu suivant toutes les directions. Mais quelle que soit celle des files que l'on considère dans le milieu élastique, leurs points matériels tendront toujours à se placer dans les positions relatives qui amènent l'équilibre stable. Supposons donc que cette condition soit satisfaite; si l'on dérange un peu la file intermédiaire en la faisant glisser sur elle-même, mais seulement d'une quantité très-petite par rapport à l'intervalle de deux molécules consécutives, et qu'ensuite on la laisse libre, chacun de ses points matériels reviendra vers sa première situation (indépendamment de ce qui se passe aux extrémités de la rangée, puisque nous la supposons indéfinie)[1], et oscillera de part et d'autre comme un pendule qui a été écarté de la verticale. Mais si l'on avait assez éloigné ces molécules de leurs points de départ pour les placer exactement vis-à-vis les molécules des deux autres rangées (supposées immobiles), il en serait résulté un nouvel équilibre. Faisons encore glisser la file intermédiaire jusqu'à ce que ses points matériels répondent de nouveau aux milieux des vides des deux autres, et elle rentrera dans un troisième état d'é-

[1] Comme il n'arrive jamais que les ondes lumineuses présentent, dans le sens perpendiculaire aux rayons, cette longueur indéfinie que nous avons considérée ici pour simplifier les raisonnements, on pourrait se demander comment ces mouvements transversaux ne se propagent point sensiblement au delà de l'extrémité des ondes. Ils ne peuvent pas sans doute s'anéantir brusquement à leur extrémité; mais il est aisé de voir qu'à une distance un peu grande par rapport à la longueur d'une ondulation lumineuse, les oscillations contraires qu'y envoient les différentes parties du système d'ondes doivent se neutraliser mutuellement.

quilibre semblable au premier. On voit qu'en continuant à la faire glisser dans le même sens elle serait en équilibre à chaque demi-intervalle de molécules, et n'éprouverait ainsi que dans les positions intermédiaires l'action des forces retardatrices, dont l'effet serait compensé, après chaque instant très-court, par les forces accélératrices qui leur succéderaient.

Il est très-possible que la fluidité d'un corps tienne à ce qu'en vertu d'une grande dissémination de ses molécules ces différentes positions d'équilibre sont beaucoup plus rapprochées que dans les solides, en sorte que la force retardatrice qui tend à ramener le système dans son premier état, ne pouvant croître que dans un trop petit intervalle, n'acquiert jamais une grande intensité; mais on conçoit que, quand il ne s'agit que de déplacements très-petits relativement aux intervalles qui séparent deux molécules consécutives, la force retardatrice pourrait avoir dans un liquide autant ou même plus d'intensité que dans un solide. Or ce sont seulement de très-petits déplacements de ce genre dans les couches de l'éther et des corps transparents qui constitueraient les vibrations lumineuses, d'après l'hypothèse que j'ai nouvellement adoptée [1].

J'ai supposé, pour simplifier les idées et expliquer plus clairement la nature des forces d'équilibre dont je voulais parler, que les deux tranches voisines de la tranche intermédiaire restaient en repos pendant que celle-ci glissait sur elle-même. Il est clair que les choses ne

[1] Si les molécules des corps diaphanes participent aux vibrations de l'éther qui les environne de toutes parts, comme cela me paraît probable, les forces développées par les déplacements relatifs des tranches du milieu parallèlement aux ondes doivent être bien supérieures en intensité à celles qui propagent les ondulations sonores dans les mêmes milieux, par rapport aux masses des tranches que les unes et les autres mettent en mouvement, puisque la vitesse de propagation de la lumière est incomparablement plus grande que celle du son. Mais cela peut tenir à ce que les déplacements qui constituent les oscillations sonores ont lieu entre des particules d'un ordre beaucoup plus composé, entre des tranches beaucoup plus épaisses que ceux qui constituent les vibrations lumineuses, et que les premiers déplacements ne font pas naître des forces accélératrices aussi énergiques relativement aux masses des tranches qu'elles mettent en mouvement.

se passent pas de cette manière, et qu'une tranche ne peut pas se déplacer sans mettre en mouvement les tranches voisines. La rapidité plus ou moins grande avec laquelle le mouvement se propage dépend de l'énergie de la force accélératrice qui tend à ramener les tranches contiguës dans les mêmes positions relatives et des masses de ces tranches, comme la vitesse de propagation des ondes sonores de l'air (telles qu'on les conçoit ordinairement) dépend du rapport entre sa densité et la résistance qu'il oppose à la compression. Il est évident qu'on peut appliquer à ces nouvelles oscillations perpendiculaires aux rayons les mêmes raisonnements et les mêmes calculs qu'à celles où le mouvement oscillatoire s'exécute suivant les directions de propagation. Le principe des interférences et toutes les conséquences que M. Young en a déduites pour expliquer plusieurs phénomènes d'optique, ainsi que les formules au moyen desquelles j'ai représenté les lois de la diffraction, s'accordent aussi bien avec cette nouvelle hypothèse sur la lumière qu'avec celle que j'avais adoptée d'abord.

12. Après avoir fait sentir la possibilité de pareilles vibrations dans un fluide, il me reste à expliquer comment il peut arriver que ses molécules n'éprouvent d'oscillations sensibles que suivant la surface même des ondes, perpendiculairement aux rayons. Il suffit pour cela de supposer entre les molécules une loi de répulsion telle que la force qui s'oppose au rapprochement de deux tranches du fluide soit beaucoup plus grande que celle qui s'oppose au glissement de l'une d'elles par rapport à l'autre, et d'admettre ensuite que les oscillations du petit corps solide, qui mettent le fluide en vibration, ont des vitesses absolues infiniment moindres que la vitesse avec laquelle les condensations et les dilatations se transmettent dans le fluide. Et en effet, si l'on suppose que l'égalité de tension s'y rétablit avec une rapidité extrême, en raison de la grande résistance qu'il oppose à la compression, on conçoit que, pendant la marche beaucoup plus lente du petit corps oscillant, l'équilibre de pression se rétablira à chaque instant autour de ce corps entre la partie contiguë du fluide, qu'il tend à condenser en s'en rapprochant, et la partie située du côté opposé, qu'il tend à dila-

II. ter en s'en éloignant; d'où l'on voit que les principaux mouvements des molécules consisteront dans une sorte de circulation oscillatoire autour du petit solide oscillant. Ce mouvement se communiquera de proche en proche à toutes les couches concentriques, en s'affaiblissant et se régularisant à mesure qu'il s'éloignera du centre d'ébranlement, et à une petite distance il n'y aura plus de déplacement sensible des molécules éthérées que dans le sens même de la surface des ondes. Telle est, à mon avis, l'idée qu'il faut se faire de la nature des ondes lumineuses, pour se rendre compte des différents phénomènes qu'elles présentent, particulièrement dans la polarisation et la double réfraction.

13. Je dois dire ici qu'un article d'une lettre de M. Young, en date du 29 avril 1818, qui m'avait été communiqué par M. Arago, a contribué à me faire douter de l'existence des oscillations longitudinales. M. Young concluait des propriétés optiques des cristaux à deux axes, découvertes par M. Brewster, que les ondulations de l'éther pourraient bien ressembler à celles d'une corde tendue d'une longueur indéfinie, et se propager de la même manière. Il y a sans doute une grande analogie entre cette définition des ondes lumineuses et celle que je viens d'en donner, mais je ne crois pas que M. Young ait fait voir comment on pouvait concilier une pareille dépendance mutuelle des molécules de l'éther avec sa fluidité, et y concevoir la production de ces ondulations à l'exclusion des oscillations dirigées suivant la ligne de propagation. Or c'était la difficulté qui m'avait embarrassé jusqu'à présent, et m'avait empêché de m'arrêter à ma première idée. Je dois convenir néanmoins que, s'il ne l'a pas expliquée, M. Young est le premier qui ait énoncé positivement la possibilité d'une telle propriété dans un fluide élastique[a]. J'ignore si ce savant physicien a publié ses vues sur ce

---

[a] *Chromatics from the Supplement to the Encyclopedia Britannica,* sect. XVI, art. 5. (*Miscellaneous Works,* vol. I, p. 332). *Correspondance relating to optical subjects from D^r Young to M. Arago* (12^th January 1817). (*Miscellaneous Works,* vol. I, p. 380.) Note annexée au Mémoire du docteur Brewster intitulé : *On the laws of Polarisation and double Refraction in regularly crystallised Bodies.* (*Philosophical Transactions for 1818,* p. 272.)

sujet, et si même elles sont bien arrêtées dans son esprit; mais j'ai pensé que la publicité que je leur donne ici ne saurait lui être désagréable [a]. N°

Si la polarisation d'un rayon lumineux consiste en ce que toutes ses

---

[a] Les idées du Dr Young n'avaient probablement pas en effet pris une forme bien précise dans son esprit. On ne connaît pas, il est vrai, sa lettre à Arago du 29 avril 1818, mais dans celle du 12 janvier 1817 et dans son article *Chromatics,* écrit à la même époque pour le Supplément de l'Encyclopédie Britannique, il regarde comme une impossibilité mécanique de trouver dans la constitution des milieux élastiques quelque force comparable à la pesanteur, qui détermine à la surface des liquides la propagation des ondes perpendiculairement à la direction des oscillations.

Des vibrations transversales n'ont donc, suivant lui, aucune probabilité comme explication physique des phénomènes, mais seulement une utilité pour leur représentation mathématique; c'est un *postulatum* mécanique de la théorie ondulatoire.

Plus tard, en 1827, le Dr Young analyse les idées de Fresnel dans un article du même ouvrage intitulé : *Theoretical Observations intended to illustrate the phenomena of Polarisation, being an addition made to M. Arago's Treatise on the Polarisation of Light.* (*Miscellaneous Works*, vol. I, p. 412.) Il reproduit les mêmes observations et arrive à conclure que l'éther devrait être non-seulement très-élastique, mais solide.

Ces objections de Young font juger des résistances que les autres mathématiciens devaient opposer à des conceptions qui venaient renverser toutes les idées reçues sur la constitution des fluides élastiques. Arago avait reculé devant des nouveautés si hardies.

«Il a souvent raconté dans la suite, dit M. Whewell, qu'après que Fresnel et lui eurent «prouvé par leurs expériences communes la non-interférence des rayons polarisés à angle «droit, alors que Fresnel eut reconnu que des vibrations transversales étaient le seul moyen «de concilier ce fait avec la théorie ondulatoire, Arago affirma qu'il n'aurait jamais le cou«rage de publier une pareille conception, et d'un commun accord le nom de Fresnel parut «seul en tête de la seconde partie du Mémoire.» [*History of the inductive Sciences,* by Wil. Whewell, vol. II, p. 454. (2e édition, Londres, 1847.)] — Voyez également *Œuvres complètes de F. Arago,* t. VII, p. 428. [DE SENARMONT.]

Pour être tout à fait juste envers Arago, il est bon de compléter le récit qu'on vient de lire par une autre citation que nous empruntons également à l'ouvrage de M. Whewell et qui, comme la première, est probablement fondée sur des communications personnelles du savant historien des sciences expérimentales avec Arago : «M. Arago,» lit-on dans le chapitre du même ouvrage qui raconte l'accueil fait par les contemporains de Young et de Fresnel à leurs théories, «M. Arago aurait peut-être adopté tout de suite la conception des vibrations «transversales, lorsqu'elle fut proposée par son collaborateur, s'il n'avait pas été membre de «l'Institut, et n'avait pas eu à supporter le choc de l'ennemi (*the brunt of the war*), dans les

vibrations s'exécutent suivant une même direction, il résulte de mon hypothèse sur la génération des ondes lumineuses qu'un rayon émanant d'un seul centre d'ébranlement se trouve toujours polarisé suivant un certain plan, à un instant déterminé. Mais, un instant après, la direction du mouvement change, et avec elle le plan de polarisation; et ces variations se succèdent aussi rapidement que les perturbations des vibrations de la particule éclairante; en sorte que, lors même qu'on pourrait séparer la lumière qui en émane de celle des autres points lumineux, on n'y reconnaîtrait sans doute aucune apparence de polarisation. Si l'on considère maintenant l'effet produit par la réunion de toutes les ondes qui émanent des différents points d'un corps éclairant, on sentira qu'à chaque instant, et pour un point déterminé de l'éther, la résultante générale de tous les mouvements qui s'y croisent aura une direction déterminée, mais que cette direction variera d'un instant à l'autre. Ainsi la lumière directe peut être considérée comme la réunion, ou, plus exactement, comme la succession rapide de systèmes d'ondes polarisés suivant toutes les directions. D'après cette manière d'envisager les choses, l'acte de la polarisation ne consiste plus à créer ces mouvements transversaux, mais à les décomposer suivant deux directions rectangulaires invariables, et à séparer les deux composantes l'une de l'autre; car alors, dans chacune d'elles, les mouvements oscillatoires s'opéreront toujours suivant le même plan.

14. Appliquons ces idées à la double réfraction, et concevons un cristal à un axe comme un milieu élastique dans lequel la force accélératrice qui résulte du déplacement d'une file de molécules perpendiculaires à l'axe, relativement aux rangées contiguës, est la même

---

« discussions fréquentes qui avaient pour objet la doctrine des ondulations, Laplace et d'autres « membres influents se montrant si opposés à cette théorie qu'ils ne voulaient pas même « écouter avec quelque patience les arguments qu'on présentait en sa faveur. » (Ouvrage cité, t. II, page 473.) Il a paru utile d'insérer la lettre de Young, du 12 janvier 1817, dans la présente édition. (Voyez le n° LVI.) [E. Verdet.]

tout autour de l'axe; tandis que les déplacements parallèles à l'axe produisent des forces accélératrices d'une intensité différente, plus fortes si le cristal est répulsif (pour me servir de l'expression usitée), et plus faibles s'il est attractif[1]. Le caractère distinctif des rayons qui éprouvent la réfraction ordinaire étant de se propager avec la même vitesse suivant toutes les directions, il faut admettre que leurs mouvements oscillatoires s'exécutent perpendiculairement au plan mené par ces rayons et l'axe du cristal; car alors les déplacements qu'ils occasionnent s'effectuant toujours suivant des directions perpendiculaires à l'axe, développeront toujours, par hypothèse, les mêmes forces accélératrices. Mais, d'après le sens qu'on attache à l'expression *plan de polarisation,* le plan dont nous venons de parler est précisément le plan de polarisation des rayons ordinaires; ainsi, dans un faisceau polarisé, le mouvement oscillatoire s'exécute perpendiculairement à ce qu'on appelle *le plan de polarisation.*

Les oscillations des rayons ordinaires étant perpendiculaires au plan mené par l'axe, les oscillations des rayons extraordinaires seront parallèles à ce plan, et, bien entendu, toujours perpendiculaires aux rayons. On voit alors qu'à mesure qu'ils changeront d'inclinaison relativement à l'axe, la direction du mouvement oscillatoire en changera aussi : il sera parallèle à l'axe quand les rayons lui seront perpendiculaires, et perpendiculaire à l'axe quand les rayons lui seront parallèles; ainsi, dans ce dernier cas, la vitesse de propagation des rayons extraordinaires sera la même que celle des rayons ordinaires. Mais pour toutes les autres directions de ceux-là, les petits dérangements des files de molécules ne s'exécutant plus perpendiculairement à l'axe, les forces accélératrices qui en résultent, et par suite la vitesse de propagation,

[1] Je suppose les particules du cristal et les intervalles qui les séparent infiniment petits par rapport à la longueur d'une ondulation lumineuse, et je considère ici ces particules et l'éther qui les environne comme formant ensemble un milieu homogène. Cette conception mathématique, qui n'est pas applicable aux corps opaques ou imparfaitement transparents, peut représenter cependant, dans beaucoup de cas, les effets mécaniques des milieux diaphanes sur la lumière avec une approximation suffisante.

ne peuvent plus être les mêmes. Cette différence augmente progressivement jusqu'à ce que le mouvement oscillatoire soit parallèle à l'axe : c'est alors qu'elle atteint son *maximum*.

Considérons ce cas particulier, pour simplifier les idées, et supposons qu'on expose perpendiculairement au rayon incident une plaque cristallisée parallèle à l'axe, en sorte que les rayons qui la traversent soient perpendiculaires à ce dernier; supposons en outre que le faisceau incident soit polarisé suivant un plan déterminé faisant un angle i avec la section principale du cristal; ses oscillations seront perpendiculaires à ce plan. Cela posé, on peut, en raison du principe de la composition et de la décomposition des petits mouvements, concevoir chacune des vitesses d'oscillation des ondes incidentes décomposée en deux autres, l'une perpendiculaire et l'autre parallèle à la section principale; les premières composantes produiront les ondes ordinaires, et les autres celles qui éprouvent la réfraction extraordinaire. Or, si l'on prend pour unité le facteur commun qui multiplie toutes les vitesses d'oscillation des diverses couches de l'onde qui entre dans le cristal, $\cos i$ sera le facteur commun des premières composantes ou leur intensité de vitesse absolue, et $\sin i$ celle des autres composantes; et les intensités de lumière étant proportionnelles aux forces vives, les intensités de lumière des rayons ordinaires et extraordinaires seront entre elles comme $\cos^2 i$ est à $\sin^2 i$. Voilà une explication mécanique bien simple de la loi de Malus. Les oscillations de ces deux systèmes d'ondes, étant rectangulaires, s'exécuteront dans le cristal d'une manière indépendante; et, en raison de la différence d'énergie des forces accélératrices qui résultent des petits déplacements des molécules du milieu parallèlement ou perpendiculairement à l'axe, les deux systèmes d'ondes se propageront avec des vitesses différentes, et la distance entre leurs points correspondants deviendra d'autant plus considérable qu'ils auront traversé une plus grande épaisseur de cristal.

Si c'est de la lumière directe qu'on fait tomber sur le cristal, on pourra appliquer aux divers systèmes d'ondes polarisés dont elle se compose ce que nous venons de dire pour un seul. Chacun se divisera

de la même manière en ondes ordinaires et ondes extraordinaires, dont les intensités seront en général différentes. Mais comme, en raison de la multitude des chances, il doit se trouver en somme autant de lumière polarisée suivant un plan quelconque que suivant le plan perpendiculaire, les rayons ordinaires et extraordinaires auront la même intensité.

15. Je ne m'arrêterai pas à expliquer en détail, d'après cette nouvelle idée sur les vibrations lumineuses, les propriétés que nous avons découvertes, M. Arago et moi, dans les rayons polarisés. On conçoit pourquoi des rayons polarisés à angle droit ne peuvent plus s'influencer, c'est-à-dire, produisent toujours par leur réunion la même intensité de lumière, quelle que soit la différence des chemins parcourus, puisque, en vertu de la perpendicularité de leurs oscillations, le carré de la résultante des deux vitesses absolues imprimées à chaque point de l'éther est toujours égal à la somme des carrés de ses deux composantes, et qu'ainsi la somme des forces vives du système d'ondes résultant est toujours égale à la somme des forces vives réunies des deux composants, quelle que soit la différence des chemins parcourus. Il est également facile de concevoir la raison de la règle que j'ai donnée dans le calcul des teintes produites par les lames cristallisées, pour savoir quand on doit ajouter une demi-ondulation à la différence des chemins parcourus en raison des changements des plans de polarisation.

16. J'aurais désiré faire voir avec quelque détail, par la composition des mouvements oscillatoires en chaque point, comment les deux systèmes d'ondes de lumière simple qui sortent d'une lame cristallisée donnent réellement, *par leur réunion*, un système d'ondes polarisé suivant le plan primitif de polarisation, quand la différence des chemins parcourus est *zéro* ou un nombre pair de demi-ondulations, et polarisé dans l'azimut $2i$, quand cette différence est égale à un nombre impair de demi-ondulations; pourquoi la lumière totale ne présente qu'une polarisation partielle dans les cas intermédiaires, et paraît même entièrement dépolarisée lorsque, la différence des chemins parcourus étant égale à un nombre entier et impair de quarts d'ondulation, la

II. section principale de la lame est à 45° du plan primitif[1]. Mais il me paraît plus nécessaire d'employer le peu d'espace qui me reste à dire un mot des formules d'intensité de la lumière réfléchie obliquement sur les corps transparents, auxquelles je viens d'être conduit par les mêmes idées théoriques.

17. On peut toujours décomposer la lumière directe incidente qui vient tomber sur la surface réfléchissante en deux faisceaux d'égale intensité, polarisés, l'un suivant le plan de réflexion, et l'autre perpendiculairement à ce plan. Je n'ai encore trouvé de formule générale que pour la réflexion du premier. Mais il est aisé de déterminer le rapport d'intensité entre les deux faisceaux par la simple déviation du plan de polarisation d'un rayon primitivement polarisé dans l'azimut de 45°, et réfléchi sous la même incidence que le faisceau de lumière directe; car le système d'ondes polarisé dans l'azimut de 45° peut se diviser en deux autres systèmes d'ondes d'égale intensité et polarisés, l'un suivant le plan de réflexion et l'autre perpendiculairement à ce plan, qui seront réfléchis en proportions inégales par le corps transparent; et ces proportions sont précisément les mêmes que pour les deux faisceaux qui composent la lumière ordinaire : or, si l'on représente par 1 l'intensité du système d'ondes après sa réflexion, les intensités de lumière de ses deux composants seront en général représentées par $\sin^2 s$ et $\cos^2 s$, et il est aisé de voir que l'angle s sera précisément l'azimut du plan de polarisation du système d'ondes réfléchi. Si donc on a déterminé l'angle s par expérience pour l'incidence particulière dont on s'occupe, et que l'on connaisse la quantité de lumière réfléchie du faisceau polarisé suivant le plan d'incidence, il suffira de la multiplier par $\tang^2 s$ pour avoir l'autre faisceau réfléchi. Je vais faire voir maintenant comment on peut calculer l'intensité de la lumière réfléchie sous une incidence quelconque pour le faisceau polarisé suivant le plan de réflexion.

[1] Une conséquence remarquable de la composition des oscillations dans ce dernier cas, c'est que, dans le système d'ondes résultant, les molécules éthérées, au lieu d'osciller, tournent chacune autour de leurs positions d'équilibre avec une vitesse uniforme.

18. Ce qui rend ce calcul facile, c'est que les oscillations étant alors perpendiculaires au plan de réflexion ont la même direction dans le faisceau incident, le faisceau réfléchi et le faisceau réfracté. Soit m la masse d'un élément différentiel du premier milieu, qui, en glissant sur lui-même, met en mouvement l'élément différentiel contigu m' du milieu réfléchissant, que je suppose de même élasticité. Dans le premier instant, m' était en repos, et m avait une vitesse v; un instant après, les deux éléments ont la même vitesse, et c'est alors que s'arrête le déplacement du premier par rapport au second; mais, en raison du déplacement effectué, le premier doit recevoir après, en sens contraire, toute la partie de la vitesse initiale qu'il a perdue [1]. A l'instant dont nous venons de parler, la vitesse commune des deux éléments était :

$$\frac{mv}{m+m'};$$

donc la vitesse perdue par m est,

$$v-\frac{mv}{m+m'} \qquad \text{ou} \qquad \frac{m'v}{m+m'};$$

et par conséquent la vitesse définitive de m sera,

$$v\left(\frac{m-m'}{m+m'}\right).$$

Si donc on prend pour unité l'intensité des vitesses absolues dans l'onde incidente,

$$\frac{m-m'}{m+m'}$$

représentera l'intensité d'oscillation dans l'onde réfléchie, et

$$\left(\frac{m-m'}{m+m'}\right)^2$$

[1] Ce raisonnement abrégé, que j'emprunte à M. Young [a] et qui ne présente qu'un équivalent de ce qui se passe, a été vérifié dans ses conséquences, pour un cas analogue, par l'analyse rigoureuse de M. Poisson [b].

[a] *Chromatics from the Supplement to the Encyclopedia Britannica*, sect. XVI, art. 6. (*Miscellaneous Works*, vol. I, p. 336.)

[b] *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut* pour 1817, p. 305.

II. son intensité de lumière [1]. Il ne s'agit donc plus, pour résoudre le problème, que de déterminer les rapports des masses m et m' des éléments différentiels des ondes incidentes et réfractées qui s'ébranlent mutuellement dans les deux milieux.

Pour cela, il faut faire attention que chaque onde réfractée étant produite par chaque onde incidente, si on les conçoit divisées en un même nombre de couches infiniment minces, chaque couche élémentaire de l'onde réfractée sera la partie du second milieu ébranlée par la tranche correspondante de l'onde incidente; ainsi les épaisseurs des éléments des deux milieux qui se communiquent l'ébranlement, mesurées suivant la direction des rayons, sont dans le même rapport que les longueurs d'ondulation, c'est-à-dire, dans le rapport de $\sin i$ à $\sin i'$, en représentant par i et i' les angles d'incidence et de réfraction. Il ne nous reste donc plus, pour avoir les rapports de leurs volumes, qu'à déterminer leurs largeurs relatives. Concevons deux rayons incidents parallèles et les mêmes rayons réfractés; les ondes comprises entre les rayons incidents occuperont après la réfraction tout l'espace compris entre les rayons réfractés; ainsi, la largeur de l'élément du premier

[1] Il est à remarquer que lorsque m' est plus grand que m, c'est-à-dire, quand le second milieu est plus réfringent que le premier, cette expression de la vitesse d'oscillation des rayons réfléchis est de signe contraire à celle des rayons incidents; en sorte qu'au point de départ les oscillations des premiers se feront de leur gauche à leur droite, par exemple, lorsque celles des rayons incidents se feront de droite à gauche, ce qui équivaut à la différence d'une demi-ondulation que l'expérience m'avait présentée. Ainsi, la difficulté qui en résultait quand on supposait la direction des vibrations lumineuses parallèle aux rayons n'existe plus avec la nouvelle hypothèse; et l'on peut considérer maintenant la réflexion comme provenant de la différence de densité des deux milieux composés de leurs molécules propres et de celles de l'éther, sans être conduit à des conséquences contraires aux faits. Il est possible que les choses ne se passent point rigoureusement ainsi, et que cependant cette conception mécanique représente la plupart des propriétés optiques des *corps transparents* avec une exactitude suffisante. Le phénomène de la dispersion peut même s'expliquer sans abandonner cette conception mécanique, et en supposant seulement que la dépendance mutuelle des molécules du milieu s'étend à des distances sensibles relativement à la longueur des ondes lumineuses; car il en résulte que la vitesse de propagation doit diminuer un peu avec la longueur d'ondulation.

milieu qui communique l'ébranlement à l'élément du second, sera à la largeur de celui-ci comme la distance entre les deux rayons incidents est à la distance entre les deux rayons réfractés, ou comme $\cos i$ est à $\cos i'$. Multipliant ce nouveau rapport par le premier, nous aurons

$$\frac{\sin i \cos i}{\sin i' \cos i'},$$

qui sera le rapport entre les volumes des deux éléments. Je fais abstraction ici de la dimension perpendiculaire au plan de réflexion, qui est la même dans les ondes incidentes et réfractées. Maintenant, pour avoir les masses m et m', il faut multiplier les volumes par les densités des milieux : or, en considérant la différence de vitesse de propagation de la lumière dans les deux milieux comme résultant de leur différence de densité, leurs densités doivent être en raison inverse des carrés de ces vitesses; ainsi, la densité du premier est à la densité du second comme $\sin^2 i'$ est à $\sin^2 i$. Multiplions ce rapport des densités par celui des volumes, et nous aurons le rapport des masses m et m', qui sera

$$\frac{\sin i' \cos i}{\sin i \cos i'}, \qquad \text{ou} \qquad \frac{\operatorname{tang} i'}{\operatorname{tang} i};$$

ainsi, m étant représenté par $\operatorname{tang} i'$, $\operatorname{tang} i$ représentera m'. Si nous substituons ces valeurs dans la formule

$$\left(\frac{m-m'}{m+m'}\right)^2,$$

nous aurons pour l'expression de l'intensité de la lumière réfléchie :

$$\left(\frac{\operatorname{tang} i - \operatorname{tang} i'}{\operatorname{tang} i + \operatorname{tang} i'}\right)^2,$$

à l'aide de laquelle on peut calculer *à priori*, sous une incidence quelconque, la proportion de lumière réfléchie par un milieu diaphane dont le pouvoir réfringent est connu, lorsque la lumière incidente est toute polarisée suivant le plan de réflexion.

19. Je n'ai pas encore vérifié directement cette formule sur des mesures d'intensité faites dans le même cas, ne connaissant que des résultats obtenus avec la lumière ordinaire. Heureusement qu'à l'aide

XII. de la déviation du plan de polarisation observée sous la même incidence, on peut calculer le rapport d'intensité entre la lumière réfléchie du faisceau polarisé suivant le plan de réflexion, et la lumière réfléchie du faisceau polarisé perpendiculairement à ce plan, comme nous l'avons vu précédemment, et déduire ainsi la seconde intensité de la première. C'est le procédé indirect que j'ai suivi pour vérifier ma formule sur deux résultats précieux des observations de M. Arago, qu'il a eu la bonté de me communiquer[a]. Il a trouvé qu'une glace non étamée à faces parallèles réfléchissait autant de lumière qu'elle en laissait passer lorsqu'elle était inclinée sur les rayons de 11° 23'; c'est la moyenne de quatre observations faites avec beaucoup de soin, et dont les plus grandes variations n'étaient guère que d'un tiers de degré, malgré la différence des procédés. Il a trouvé de même que deux glaces pareilles laissent passer autant de lumière qu'elles en réfléchissent lorsqu'elles sont inclinées de 16° 58'. C'est aussi la moyenne de quatre observations, mais entre deux desquelles il y avait presque un degré de différence. En mesurant, sous les mêmes incidences, la déviation du plan de polarisation d'un rayon polarisé dans l'azimut de 45°, j'ai trouvé pour le nouvel azimut *s*, dans le premier cas, 31° 45', et, dans le second, 24° 30'. J'ai supposé que le rapport de réfraction des plaques de verre employées par M. Arago était 1,51, qui est celui de la plupart des glaces de Saint-Gobain. D'après cette hypothèse, qui ne doit guère s'écarter de la réalité, j'ai calculé la valeur de l'angle de réfraction i' pour chacune des deux incidences, et, substituant la valeur de $\tang i$ et $\tang i'$ dans la formule, j'ai trouvé, dans le premier cas, 0,4994, et dans le second 0,3604, pour la proportion de lumière réfléchie par une seule surface, lorsque le faisceau incident est polarisé suivant le plan de réflexion. Considérons d'abord le premier cas, celui où la lumière est réfléchie par les deux surfaces d'une seule plaque. Si l'on représente par 2 l'intensité

---

[a] Voyez Arago. *Œuvres complètes*, t. X, art. XXV, p. 468 et suivantes.

de toute la lumière directe qui vient tomber sur la plaque, celle de chacun des deux faisceaux polarisés à angle droit, dans lesquels nous la divisons, est égale à 1, et la somme des rayons réfléchis à la première surface est 0,4994 pour le faisceau polarisé suivant le plan d'incidence : en multipliant ce nombre par $\tan^2 31° 45'$, nous aurons pour la portion de lumière réfléchie du second faisceau 0,1912. Cela posé, on trouve, pour chacun des deux faisceaux, en sommant une progression géométrique, que si n représente la lumière réfléchie à la première surface, et m la lumière transmise, de sorte que $m + n = 1$, la somme totale des réflexions en nombre infini que la seconde surface de la plaque ajoute à celle de la première est égale à

$$\frac{mn}{1+n}.$$

Appliquant cette formule au premier faisceau, pour lequel $n = 0,4994$ et $m = 0,5006$, on trouve 0,1667, qui, ajouté à 0,4994, donne 0,6661. On obtient de la même manière, pour la totalité de lumière réfléchie du second faisceau, 0,3211 : or ces deux nombres réunis donnent 0,9872, qui ne diffère que d'un centième environ de la moitié de la lumière incidente, que j'ai supposée égale à 2.

En multipliant, dans le second cas, par $\tan^2 24° 30'$, le nombre 0,3604, qui est la portion de lumière réfléchie du faisceau polarisé suivant le plan d'incidence sur la première surface, on a, pour le second faisceau, 0,0748. Avec ces deux données, on peut aisément calculer, par de simples progressions géométriques, la somme de lumière résultant de toutes les réflexions que produisent les quatre surfaces des deux plaques, et l'on trouve de cette manière, pour la totalité de la lumière réfléchie du premier faisceau, 0,6926, et, pour le second, 0,2444, qui, ajoutés ensemble, font 0,9370. On voit que ce nombre ne diffère guère que de 6 centièmes de la moitié de la lumière incidente.

La table de Bouguer m'offrait des cas plus simples et des incidences plus variées; mais M. Arago m'ayant averti qu'elle était très-inexacte, j'ai jugé inutile de la comparer à la théorie.

XII. 20. Post-Scriptum. Lorsqu'on terminait l'impression de cette Note, j'ai trouvé, par une solution mécanique, mais fondée sur une hypothèse empirique, une formule d'intensité pour la lumière réfléchie polarisée perpendiculairement au plan de réflexion; cette formule, que je me propose de calculer de nouveau d'après des considérations plus rigoureuses, paraît être exacte, si l'on en juge du moins par son accord avec plusieurs résultats de l'expérience auxquels je l'ai comparée. Si l'on représente toujours par i et i' les angles d'incidence et de réfraction, et par 1 l'intensité d'un faisceau incident polarisé perpendiculairement au plan de réflexion, l'intensité de la portion de lumière réfléchie est égale à

$$\left(\frac{\sin 2i - \sin 2i'}{\sin 2i + \sin 2i'}\right)^2.$$

Cette formule, jointe à celle que j'ai déjà donnée pour la lumière polarisée dans le plan de réflexion, doit donner l'intensité de la lumière réfléchie, lorsque la lumière incidente n'a éprouvé aucune polarisation préalable; représentant l'intensité de celle-ci par 2, celle de la lumière réfléchie sera égale à

$$\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')} + \left(\frac{\sin 2i - \sin 2i'}{\sin 2i + \sin 2i'}\right)^2.$$

Cette formule, appliquée aux deux observations déjà citées de M. Arago, s'accorde, à un centième près, avec la première, et donne sur la seconde six centièmes de différence.

21. Ayant mesuré depuis longtemps plusieurs déviations du plan de polarisation dans la réflexion sur le verre et sur l'eau, je pouvais mettre ces formules à de nouvelles épreuves, en en déduisant l'expression générale de l'azimut du plan de polarisation du faisceau réfléchi, et l'appliquant aux cas observés. Lorsque le plan de polarisation de la lumière incidente est incliné de 45° sur le plan de réflexion, les deux faisceaux polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence dans lesquels on peut la décomposer sont égaux; et a et b représentant les intensités des vitesses d'oscillation dans les mêmes faisceaux réfléchis, $\frac{b}{a}$ est la tangente de l'angle que le plan de polarisa-

tion de la lumière totale réfléchie fait avec le plan d'incidence. Mais nous avons, pour les valeurs de b et de a :

$$a = \frac{\sin(i - i')}{\sin(i + i')} \text{ et } b = \frac{\sin 2i - \sin 2i'}{\sin 2i + \sin 2i'};$$

Ainsi la tangente de l'azimut du plan de polarisation de la lumière réfléchie est égale à

$$\frac{(\sin 2i - \sin 2i')\sin(i + i')}{(\sin 2i + \sin 2i')\sin(i - i')}.$$

Le tableau suivant offre la comparaison de plusieurs angles déduits de cette formule avec ceux qui m'avaient été donnés par l'observation.

RÉFLEXION DE LA LUMIÈRE POLARISÉE SUIVANT UN AZIMUT DE 45°
RELATIVEMENT AU PLAN DE RÉFLEXION.

INCIDENCES comptées de la perpendiculaire.	AZIMUT du plan de polarisation de la lumière réfléchie, avec le signe relatif à l'image du plan primitif.		DIFFÉRENCES.
	D'après la formule.	D'après l'observation.	
SUR LE VERRE.			
24°	37° 54′	38° 55′	− 1° 1′
39°	24° 38′	24° 35′	+ 0° 3′
49°	10° 52′	11° 45′	− 0° 53′
La lumière était polarisée dans le plan de réflexion vers l'incidence de 56° ½, conformément à la loi de Brewster, avec laquelle s'accorde la formule.			
60°	− 5° 29′	− 5° 15′	− 0° 14′
70°	− 20° 24′	− 19° 52′	− 0° 32′
80°	− 33° 25′	− 32° 45′	− 0° 40′
85°	− 39° 19′	− 38° 55′	− 0° 24′
87°	− 41° 36′	− 40° 55′	− 0° 41′
88°	− 42° 44′	− 41° 15′	− 1° 29′
89°	− 43° 52′	− 44° 35′	+ 0° 43′
SUR L'EAU.			
La lumière réfléchie était polarisée dans le plan de réflexion vers l'incidence de 53°, conformément au calcul.			
60°	− 10° 51′	− 10° 20′	− 0° 31′
70°	− 24° 48′	− 25° 20′	+ 0° 32″
80°	− 35° 49′	− 36° 20′	+ 0° 31′
85°	− 40° 32′	− 40° 50′	+ 0° 18′

III. On voit que la différence la plus considérable entre le calcul et l'observation est d'un degré et demi pour la réflexion sur le verre sous l'incidence de 88°, et que cette discordance un peu forte provient sans doute de l'inexactitude de l'observation, si l'on en juge du moins par les signes contraires de la différence qui la suit et de celle qui la précède. Il est difficile de déterminer avec une grande précision le plan de polarisation d'un faisceau de lumière, en l'observant au travers d'un rhomboïde de spath calcaire, parce que l'image extraordinaire est invisible un peu avant et un peu après le moment où la section principale du rhomboïde coïncide avec le plan de polarisation. J'espère néanmoins obtenir des résultats plus exacts en me servant de la lumière du soleil, dont la grande vivacité permet de suivre l'image extraordinaire plus près du plan de polarisation. En attendant ces nouvelles vérifications, on peut considérer l'exactitude de la formule comme très-probable, par son accord assez satisfaisant avec les observations faites, et sa coïncidence plus certaine encore avec l'expérience dans les trois cas principaux, 1° quand les rayons incidents sont perpendiculaires à la surface réfléchissante; 2° lorsqu'ils font avec elle l'angle de la polarisation complète; 3° quand ils lui sont parallèles; car elle indique que, dans le premier cas, le plan de polarisation ne change pas; que, dans le second, il se confond avec le plan de réflexion; et, dans le troisième, en est éloigné de 45°, du côté opposé à l'image du plan primitif de polarisation; en sorte qu'il se trouve sur le prolongement de celui-ci : or, toutes ces conséquences de la formule s'accordent avec l'observation.

22. Les deux formules d'intensité que je viens de donner peuvent servir encore à calculer la proportion de lumière polarisée par réflexion; il suffit pour cela de retrancher

$$\left(\frac{\sin 2i - \sin 2i'}{\sin 2i + \sin 2i'}\right)^2 \text{ de } \frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')},$$

et de diviser leur différence par leur somme.

APPENDICE.

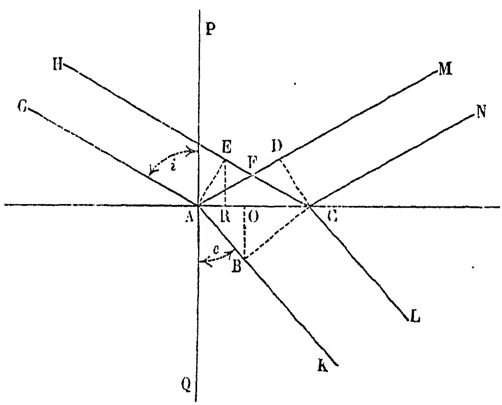
Fresnel avait depuis longtemps cherché à exprimer par des formules l'intensité des rayons réfléchis et réfractés, et il avait essayé plus d'une hypothèse mécanique avant que la conception des vibrations transversales l'eût définitivement conduit au résultat en 1821.

Ces tentatives réitérées n'ont pour la plupart laissé d'autres traces que des calculs ébauchés, qui ne sont accompagnés d'aucune explication et qu'il eût été difficile et superflu de reproduire.

Nous avons au contraire pensé que l'écrit suivant méritait d'être conservé : il est suffisamment arrêté dans sa forme, curieux à divers titres et montre, par sa date, avec quelle puissante opiniâtreté cet esprit pénétrant poursuivait la vérité une fois pressentie.

Cette note se lit sur les premiers feuillets d'un carnet de poche commencé le 12 juillet 1819.

$\sin i = r \sin e;$ $\quad \mathrm{EAC} = i;$ $\mathrm{QAK} = \mathrm{BCA} = e;$ $\quad \mathrm{AC} = a;$ $\mathrm{EC} = a \sin i;$



$$\mathrm{AB} = \frac{\mathrm{EC}}{r} = \frac{a \sin i}{r}.$$

$$\mathrm{ABC} : \mathrm{AEC} :: \mathrm{OB} : \mathrm{ER}.$$

$$\mathrm{OB} = \mathrm{AB} \cos e = a \sin e \cos e;$$

$$\mathrm{ER} = \mathrm{EC} \cos i = a \sin i \cos i.$$

$$\mathrm{OB} : \mathrm{ER} :: \sin e \cos e : \sin i \cos i,$$

$$\mathrm{OB} : \mathrm{ER} :: \cos e : r \cos i.$$

Mais la densité du milieu ABC est proportionnelle à r^2; ainsi la masse du triangle ABC est à celle du triangle AEC comme $r^2 \cos e$ est à $r \cos i$, ou comme $r \cos e$ est à $\cos i$.

Soit V la vitesse d'oscillation dans le rayon incident, u celle du rayon réfracté, v celle du rayon réfléchi; soit m la masse du triangle AEC ou ADC, μ celle du triangle ABC; on aura pour la conservation du mouvement du centre de gravité :

$$\mathrm{V}m \sin i = u\mu \sin e + vm \sin i,$$

et

$$\mathrm{V}m \cos i = u\mu \cos e - vm \cos i.$$

XXII. Substituant à la place de μ et m les quantités proportionnelles $r\cos e$ et $\cos i$, ces deux équations deviennent

$$V \sin i \cos i = ur \sin e \cos e + V \sin i \cos i,$$

$$V \cos^2 i = ur \cos^2 e - v \cos^2 i,$$

ou

$$ur \sin e \cos e = \sin i \cos i\,(V - v),$$

$$ur \cos^2 e = \cos^2 i\,(V + v);$$

d'où l'on tire

$$v = V\frac{\sin i \cos e - \sin e \cos i}{\sin i \cos e + \sin e \cos i},$$

ou

$$v = V\frac{\sin(i-e)}{\sin(i+e)},$$

$$u = V\frac{\cos^2 i}{r\cos^2 e}\left(\frac{\sin(i+e)+\sin(i-e)}{\sin(i+e)}\right) = \frac{V}{r}\,\frac{2\sin i\cos^2 i}{\cos e \sin(i+e)} = V\frac{\cos i}{r\cos e}\times\frac{\sin 2i}{\sin(i+e)}.$$

Quand $i = 0$, ces valeurs deviennent

$$v = V\frac{\sin i - \sin e}{\sin i + \sin e} = V\frac{r\sin e - \sin e}{r\sin e + \sin e} = V\frac{r-1}{r+1},$$

et

$$u = V\frac{1}{r}\,\frac{2\sin i}{\sin i + \sin e} = \frac{V}{r}\,\frac{2r\sin e}{r\sin e + \sin e} = \frac{2V}{r+1}.$$

Dans ce cas les formules s'accordent avec le principe de la conservation des forces vives.

Alors, en effet, μ et m sont entre eux comme r est à 1.

On a donc

$$mV^2 = V^2,\quad mv^2 = v^2,\quad \text{et}\quad \mu u^2 = ru^2;$$

par conséquent

$$mv^2+\mu u^2 = v^2 + ru^2 = V^2\left(\frac{r-1}{r+1}\right)^2 + r\frac{4V^2}{(r+1)^2} = V^2\frac{r^2-2r+1+4r}{(r+1)^2} = V^2\left(\frac{r+1}{r+1}\right)^2 = V^2 = mV^2,$$

ce qu'il fallait démontrer.

Il est facile de voir que dans le cas général ces formules ne s'accordent pas avec le principe de la conservation des forces vives.

Pour que cette condition fût satisfaite, il faudrait qu'on eût

$$mV^2 - mv^2 = \mu u^2;$$

or

$$mv^2 = m(V^2 - v^2) = \cos i\,(V^2 - v^2) = \cos i\, V^2 \left(1 - \frac{\sin^2(i-e)}{\sin^2(i+e)}\right) = V^2 \cos i \,\frac{\sin^2(i+e) - \sin \ldots}{\sin^2(i+ \ldots}$$

$$= V^2 \cos i \,\frac{4 \sin i \cos i \sin e \cos e}{\sin^2(i+e)} = V^2 \cos i \,\frac{\sin 2i \sin 2e}{\sin^2(i+e)};$$

$$\mu u^2 = r \cos e\, V^2 \frac{\cos^2 i}{r^2 \cos^2 e} \times \frac{\sin^2 2i}{\sin^2(i+e)} = V^2 \frac{\cos^2 i}{r \cos e} \times \frac{\sin^2 2i}{\sin^2(i+e)}.$$

Ainsi, pour que μu^2 fût égal à $mV^2 - mv^2$, il faudrait qu'on eût

$$V^2 \cos i \,\frac{\sin 2i \sin 2e}{\sin^2(i+e)} = V^2 \frac{\cos^2 i}{r \cos e} \times \frac{\sin^2 2i}{\sin^2(i+e)}$$

ou

$$\sin 2e = \frac{\cos i}{r \cos e} \sin 2i,$$

ou

$$\sin e \cos e = \frac{\cos i}{r \cos e} \sin i \cos i,$$

ou

$$r \sin e \cos^2 e = \sin i \cos^2 i;$$

mais $r \sin e = \sin i$, et, divisant les deux membres de l'équation par ce facteur, on a :

$$\cos^2 e = \cos^2 i.$$

Cette équation ne peut être satisfaite, tant que r n'est pas égal à 1, que lorsque $i = 0$, c'est-à-dire dans le cas de l'incidence perpendiculaire.

C'est aussi le seul cas où l'on soit sûr de la marche de l'onde réfractée, quelle que soit la nature de l'ébranlement; car le rapport constant du sinus d'incidence au sinus de réfraction n'étant démontré rigoureusement qu'à l'aide du principe des interférences, n'est certain que pour le cas où l'on suppose ce principe, c'est-à-dire celui d'une série indéfinie d'ondes produites par des oscillations. Or, dans ce cas, les mouvements en avant des molécules fluides étant égaux aux mouvements rétrogrades, le principe de la conservation des mouvements du centre de gravité se trouve satisfait, quelles que soient les intensités relatives des rayons incidents réfléchi et réfracté.

II. Mais si l'analyse découvrait (ce qu'elle n'a pas encore fait) que la loi de la réfraction doit être la même, quelle que soit la nature de l'ébranlement, alors les calculs que nous avons déduits de la conservation du mouvement du centre de gravité ne seraient plus illusoires et devraient conduire à la détermination des intensités des rayons réfléchis et réfractés. Nous avons vu cependant que les résultats de ces calculs ne s'accorderaient pas avec le principe de la conservation des forces vives; mais il est à remarquer que nous n'avons considéré que le mouvement des molécules éthérées dans le sens de la propagation de l'ébranlement, et qu'il est possible qu'elles aient en outre des mouvements transversaux.

A l'aide des mouvements transversaux on pourrait satisfaire à la fois au principe général de la conservation du mouvement du centre de gravité et à celui de la conservation des forces vives, qui doit se vérifier dans toutes les vibrations des fluides élastiques, et l'on parviendrait peut-être, en déterminant ainsi les mouvements transversaux des ondes, à définir cette singulière modification de la lumière à laquelle on a donné le nom de *polarisation*.

Dans le cas de l'incidence perpendiculaire, on ne peut pas déterminer *à priori* l'intensité des ondes réfléchies avec le seul secours du principe de la conservation du mouvement du centre de gravité, qui ne donne alors qu'une équation. Mais le principe de la conservation des forces vives en donne une autre qui, jointe à la première, donne le moyen de déterminer les deux inconnues v et u.

D'après le principe de la conservation du mouvement du centre de gravité on a

$$Vm = u\mu - vm;$$

Mais

$$m : \mu :: ld : \lambda\delta,$$

l et d, λ et δ représentant les longueurs d'ondes et les densités dans les deux milieux, d'où

$$\frac{\mu}{m} = \frac{\lambda\delta}{ld}.$$

Mais

$$\frac{\lambda}{l}=\frac{1}{r},$$

et

$$\delta : d :: l^2 : \lambda^2 :: r^2 : 1,$$

d'où

$$\frac{\delta}{d}=\frac{r^2}{1};$$

donc

$$\frac{\lambda\delta}{ld}=\frac{1}{r}\times\frac{r^2}{1}=r.$$

Ainsi l'équation

$$V=u\frac{\mu}{m}-v$$

devient

$$V=ur-v.$$

D'une autre part, le principe de la conservation des forces vives nous fournit l'équation

$$V^2m=u^2\mu+v^2m, \quad \text{ou} \quad V^2=u^2r+v^2.$$

Substituant à la place de u, dans cette équation, la valeur tirée de l'autre, on a

$$V^2=\frac{(V+v)^2}{r}+v^2,$$

ou

$$r(V^2-v^2)=(V+v)^2,$$

ou

$$r(V-v)=V+v,$$

ou

$$v(1+r)=V(r-1);$$

d'où

$$v=V\frac{r-1}{r+1}.$$

N° XXIII.

MÉMOIRE

SUR LES COULEURS DÉVELOPPÉES

DANS DES FLUIDES HOMOGÈNES,

PAR LA LUMIÈRE POLARISÉE[a],

PRÉSENTÉ À L'ACADÉMIE, LE 30 MARS 1818.

(Imprimé par ordre de l'Académie dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut* pour 1849, t. XX, p. 163.)

1. M. Biot a remarqué le premier que plusieurs fluides homogènes jouissent de la propriété de colorer la lumière polarisée, et de faire renaître l'image extraordinaire, comme les substances cristallisées. Cette belle découverte a démontré que l'action polarisante des corps pouvait s'exercer indépendamment de l'arrangement des particules, et en conséquence de leur seule constitution[b].

[a] Voyez, comme introduction à ce Mémoire, le Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée, avec son supplément (N°s XVI et XVII). Voyez également les lettres à Léonor Fresnel des 10 avril et 15 septembre 1818.

C'est dans la séance du 9 mars 1846 que, sur la proposition de MM. Biot et Arago, l'Académie ordonna l'impression du présent Mémoire N° XXIII et du Mémoire N° XXV, qu'on croyait perdu depuis longtemps. On trouvera quelques détails à ce sujet dans les comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences, t. XXII, p. 405 et 407. Les deux Mémoires ont été d'abord imprimés dans les Annales de chimie et de physique, 3e série, t. XVII.

[b] Extrait d'un Mémoire sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux [*Annales de chimie et de physique,* t. IX, p. 372, et t. X, p. 63.]

Mémoire sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux. [*Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut pour* 1817, t. II, p. 41.]

II. L'analogie me faisait soupçonner depuis longtemps que ces phénomènes de polarisation devaient être accompagnés de la double réfraction dans les fluides comme dans les cristaux. La coloration de la lumière s'explique d'ailleurs d'une manière si satisfaisante dans la théorie des ondulations par le concours de deux systèmes d'ondes, qu'il était très-naturel de supposer leur existence, même dans des fluides homogènes, en voyant ces fluides développer des couleurs. Néanmoins aucune hypothèse n'avait plus besoin d'être confirmée par une expérience directe.

La théorie des interférences indique plusieurs moyens très-simples de reconnaître les plus légères différences dans la marche de deux systèmes d'ondes sorties d'une source commune. On peut employer à cet effet le phénomène des anneaux colorés, par exemple; ou celui des franges produites par le concours de deux faisceaux lumineux.

2. J'ai d'abord suivi le premier procédé. Ayant serré deux prismes l'un contre l'autre, de manière à former des anneaux colorés, j'ai fait tomber sur les surfaces en contact la lumière d'une lampe, sous l'incidence de la polarisation complète. Les rayons ainsi réfléchis traversaient un tube de $1^{m},715$ de longueur, rempli d'essence de térébenthine. Je me servais d'une lorgnette de spectacle pour bien distinguer les anneaux, à cause de l'éloignement des prismes.

Avec la lunette seule, je n'apercevais pas plus d'anneaux au travers de l'huile de térébenthine qu'avant l'interposition de ce liquide; mais en plaçant un rhomboïde de chaux carbonatée dans l'intérieur de la lunette, de manière à produire deux images séparées, je voyais dans chacune d'elles un bien plus grand nombre d'anneaux : ils s'étendaient à des épaisseurs de la lame d'air où je n'avais pas pu en découvrir auparavant[1]. Or on ne peut expliquer l'apparition de ces nouveaux an-

(1) M. Arago avait fait depuis longtemps une expérience absolument pareille sur des plaques de cristal de roche taillées perpendiculairement à l'axe[a]. On produit le même phénomène avec des lames de cristal de roche ou de sulfate de chaux parallèles à l'axe,

(a) *Mémoire sur plusieurs nouveaux phénomènes d'optique* (œuvres complètes, t. X, p. 85).

neaux qu'en supposant une diminution dans l'intervalle des deux systèmes d'ondes concourant à leur production; ou, ce qui revient au même, en supposant qu'une partie du système d'ondes réfléchi à la première surface de la lame d'air a parcouru le tube un peu plus lentement qu'une partie du système réfléchi à la seconde surface. Ainsi il faut admettre que l'essence de térébenthine, comme les cristaux, ralentit la marche de la lumière suivant deux degrés différents. Les rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air devant éprouver également la double réfraction de ce liquide, il en résulte que les nouveaux anneaux ne sont formés que par la moitié au plus de la lumière qui arrive à l'œil; en sorte qu'ils doivent être beaucoup plus faibles que les autres.

On pourrait objecter aux conséquences que je viens de tirer de cette expérience que les circonstances qui font naître les nouveaux anneaux étant précisément celles qui développent des couleurs dans l'essence de térébenthine, il est possible que la simplification de la lumière soit la cause de l'augmentation du nombre d'anneaux apparents. Mais d'abord je répondrai que ces couleurs étaient très-faibles, à cause de la grande longueur du tube, et que même, dans certaines positions du rhomboïde de spath calcaire, elles devenaient insensibles, les deux images ne paraissant plus avoir alors que la couleur propre du liquide. On verra d'ailleurs que plusieurs autres phénomènes confirment l'hypothèse d'une double réfraction dans l'essence de térébenthine.

3. Ayant porté le même tube dans une chambre obscure, je l'ai dirigé vers un point lumineux, devant lequel j'avais mis une pile de glaces pour polariser la lumière incidente. J'ai placé à l'autre extrémité du tube, sous l'angle de la polarisation complète, deux glaces non étamées très-légèrement inclinées entre elles, de manière à produire des franges

d'une épaisseur peu considérable. Quand elles ont seulement un ou deux millimètres d'épaisseur, les nouveaux anneaux se trouvent parfaitement séparés de ceux qui entourent le point de contact, et mettent en évidence la double réfraction du cristal. Cette propriété des lames cristallisées pourrait être également appliquée à la mesure de leur double réfraction, de leur épaisseur, ou de la courbure des objectifs de télescope.

III. d'une largeur suffisante. Alors, en observant avec une loupe la lumière ainsi réfléchie, j'ai reconnu l'existence de trois systèmes de franges qui se touchaient et se mêlaient un peu les uns aux autres, parce que le tube n'était pas assez long. Le système du milieu, qui provenait de la superposition des franges produites par le concours des rayons qui avaient éprouvé la même réfraction, était beaucoup plus intense que les deux autres, résultant du concours des rayons de réfractions opposées. La lumière n'était pas assez vive pour que je pusse bien distinguer dans ceux-ci la position des bandes obscures du premier ordre; mais il m'a semblé, autant que je pouvais en juger, que la distance du centre de chacun des systèmes de droite et de gauche au centre de celui du milieu était de sept largeurs de franges. Il résulte d'une autre expérience plus précise, rapportée à la fin de ce Mémoire, que les faibles couleurs produites par ce tube appartiennent au sixième ordre.

Si l'existence de la double réfraction dans l'essence de térébenthine établit une grande analogie entre le phénomène de sa coloration et celui que présentent les lames minces cristallisées parallèles à l'axe, ils diffèrent cependant essentiellement sous plusieurs rapports. Dans les lames cristallisées la rotation du rhomboïde de spath calcaire ne fait varier que l'intensité de la teinte sans changer sa nature; dans l'essence de térébenthine, au contraire, le même mouvement du rhomboïde change la nature de la teinte sans diminuer son intensité. Enfin on peut faire tourner sur lui-même le tube qui contient ce liquide, sans apporter aucun changement ni à la nature ni à la vivacité des couleurs; tandis qu'en faisant tourner la lame cristallisée dans son plan, l'on augmente ou l'on affaiblit les couleurs jusqu'à les amener au blanc parfait.

4. La modification singulière que la double réflexion complète dans un azimut de 45° imprime à la lumière polarisée, et qui lui donne les apparences d'une entière dépolarisation, lorsqu'on l'analyse avec un rhomboïde de spath calcaire, ne lui ôte point cependant, comme on sait, la propriété de colorer les lames cristallisées. Ces teintes

ont même autant de vivacité que les teintes produites par la lumière polarisée ordinaire, et sont seulement d'une autre nature. Or voici encore une différence caractéristique entre l'action des lames cristallisées et celle de l'essence de térébenthine : la lumière ainsi modifiée ne se colore plus dans ce liquide, et paraît, à cette épreuve, aussi complétement dépolarisée que lorsqu'on la fait passer immédiatement au travers d'un rhomboïde de chaux carbonatée.

A l'extrémité d'un tube de $0^{m},50$ de longueur, rempli d'essence de térébenthine, j'ai placé un parallélipipède de verre, dans lequel les rayons incidents, préalablement polarisés, éprouvaient deux réflexions complètes suivant un plan incliné de 45° sur celui de la polarisation primitive. En regardant alors par l'autre extrémité de ce tube avec un rhomboïde de spath calcaire, je n'apercevais plus aucune trace de coloration, lorsque les rayons avaient été réfléchis sous une incidence convenable dans le parallélipipède de verre; tandis que la lumière polarisée, qui n'avait pas éprouvé cette modification, développait dans le même tube des couleurs de la plus grande vivacité. Le cristal de roche taillé perpendiculairement à l'axe produit, dans cette circonstance, le même effet que l'essence de térébenthine.

La lumière polarisée modifiée par la double réflexion complète ne se colorant plus dans ce fluide, l'analogie indique qu'elle ne doit plus produire qu'un seul système de franges avec l'appareil que j'ai décrit plus haut, et c'est aussi ce que l'expérience confirme.

5. Il est naturel de conclure de ces deux expériences que la lumière ainsi modifiée n'éprouve plus qu'une seule réfraction dans l'essence de térébenthine. Pour vérifier cette conséquence et m'assurer qu'en effet la lumière en sortant du tube ne contenait plus alors qu'un seul système de franges, je lui ai fait traverser une lame mince cristallisée, et j'ai vu qu'elle développait les mêmes couleurs que lorsqu'elle n'avait pas traversé l'huile de térébenthine, ou du moins que ces teintes en différaient fort peu, et que cette légère différence tenait à la couleur propre du liquide, comme on le reconnaît en faisant passer la lumière incidente au travers de ce fluide avant sa polarisation primitive.

II. Mais voici une autre expérience assez remarquable, qui démontre encore mieux peut-être que, dans le cas dont il s'agit, l'huile de térébenthine rend la lumière telle qu'elle la reçoit. Lorsque des rayons polarisés ont éprouvé la double réflexion complète dans un azimut de 45° par rapport au plan primitif de polarisation, si on leur fait subir de nouveau deux réflexions complètes dans un second parallélipipède de verre, ils reprennent toutes les apparences et les propriétés de la polarisation parfaite; c'est un phénomène qui s'explique aisément par la théorie exposée dans mon dernier Mémoire [a]. Or le même phénomène a encore lieu en plaçant entre les deux parallélipipèdes un tube rempli d'essence de térébenthine, quelle que soit sa longueur; ainsi les modifications imprimées aux rayons incidents ne sont point altérées dans ce cas par l'interposition du fluide.

6. Quand, au lieu de placer le parallélipipède de verre à l'extrémité antérieure du tube, on le met du côté de l'œil, la lumière polarisée, qui, après avoir traversé l'essence, est réfléchie deux fois dans ce parallélipipède, offre les caractères d'un faisceau lumineux qui aurait traversé une lame mince parallèle à l'axe; car, en faisant tourner le rhomboïde de spath calcaire, on ne fait plus alors varier la nature, mais seulement l'intensité des teintes, qui passent au blanc parfait dans deux positions rectangulaires de sa section principale, lorsqu'elle est inclinée de 45° sur le plan de la double réflexion. Les teintes parviennent, au contraire, à leur plus haut degré de vivacité lorsque la section principale du rhomboïde est parallèle ou perpendiculaire à ce plan. Quant à leur nature, elle dépend de la position du parallélipipède de verre, et est précisément celle des couleurs qu'on obtiendrait directement sans son interposition, en dirigeant la section principale du rhomboïde de spath calcaire dans le même azimut.

En modifiant ainsi, par la double réflexion complète, la lumière polarisée qui a traversé l'huile de térébenthine, on peut combiner les

---

[a] Mémoire *sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée*, et *Supplément* à ce Mémoire. (N^os XVI et XVII.)

effets de ce liquide avec ceux d'une lame cristallisée parallèle à l'axe, comme on combine entre eux les effets produits par deux lames de cette espèce. Mais pour que l'addition ou la soustraction des teintes s'exécute d'une manière tout à fait semblable, pour obtenir, par exemple, la disparition totale d'une des images avec une lame d'une épaisseur convenable, il faut que le plan de la double réflexion soit tourné dans un certain azimut dépendant de la longueur du tube; cet azimut, dans le cas particulier de la compensation parfaite, est celui qui donne la même teinte que la lame cristallisée. Lorsque l'axe de la lame est à gauche du plan de double réflexion, les teintes s'ajoutent; quand il est à droite, elles se retranchent. Ce serait l'inverse avec un fluide tel que l'essence de citron, dont l'action polarisante s'exerce en sens contraire de celle de l'huile de térébenthine.

7. Dans le dernier Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie [a], j'ai décrit un appareil au moyen duquel on peut, avec une lame cristallisée parallèle à l'axe, imiter les phénomènes de coloration que présentent l'essence de térébenthine et les plaques de cristal de roche taillées perpendiculairement à leur axe. Il consiste en deux parallélipipèdes de verre disposés rectangulairement, entre lesquels on place la lame cristallisée, de façon que le faisceau lumineux polarisé éprouve la double réflexion complète en sortant de la lame comme avant d'y entrer, mais suivant un plan perpendiculaire au premier, ces deux plans étant inclinés l'un et l'autre de 45° sur l'axe du cristal. Ce système de la lame cristallisée et des deux parallélipipèdes de verre ainsi combinés jouit de la singulière propriété qu'on peut le faire tourner sur lui-même entre les deux plans de polarisation extrêmes, comme une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, sans changer la nature ni l'intensité des couleurs; tandis qu'en faisant varier un de ces deux plans par rapport à l'autre, on obtient toutes les teintes diverses que présentent, dans le même cas, les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe et l'essence de térébenthine. Il y a plus :

---

[a] Voir les nos XVI, § 21, note (2), p. 460, et XVII, § 11.

III. quand on a fait éprouver à la lumière incidente la double réflexion complète suivant un plan incliné de 45° sur celui de la polarisation primitive, elle ne se colore plus en traversant cet appareil, dans quelque azimut qu'il soit tourné; et lorsqu'elle éprouve cette modification en sortant de l'appareil, au lieu de la recevoir avant d'y entrer, elle prend encore, comme avec l'essence de térébenthine en pareil cas, les mêmes apparences que si elle était reçue dans le rhomboïde de spath calcaire, immédiatement après sa sortie de la lame cristallisée.

Enfin, lorsque la lumière incidente, après avoir été complétement dépolarisée par deux réflexions consécutives avant d'entrer dans cet appareil, est encore à sa sortie réfléchie deux fois complétement dans un parallélipipède de verre, elle se trouve ramenée à l'état de polarisation parfaite, comme si l'on supprimait l'appareil, ou qu'on lui substituât un tube rempli d'essence de térébenthine. Il paraîtrait donc, d'après cette série de faits nombreux et variés, que cet appareil jouit de toutes les propriétés optiques de l'huile de térébenthine. C'est aussi ce que j'avais pensé d'abord; mais un examen plus attentif m'a fait reconnaître qu'il existait une différence notable entre ces deux espèces de phénomènes.

8. Ayant placé un parallélipipède de verre à l'extrémité d'un tube de $0^{m},50$, rempli d'essence de térébenthine, de façon que les rayons qui l'avaient traversé éprouvassent la double réflexion complète parallèlement au plan primitif de polarisation, j'ai fait disparaître l'image extraordinaire, qui était d'un rouge violâtre, par l'interposition d'une lame de chaux sulfatée, d'une épaisseur de $0^{mm},12$ environ, qui donnait à peu près la même teinte dans l'image extraordinaire, c'est-à-dire le rouge extrême du second ordre, ou le pourpre du troisième. Or, en calculant sur cette donnée la rotation apparente du plan de polarisation des rayons rouges dans l'essence de térébenthine, d'après la théorie de l'appareil dont je viens de parler, je trouvais un angle plus que double de celui que M. Biot avait déterminé par des mesures directes, et qu'il avait eu la bonté de me communiquer. Pour découvrir à quoi pouvait tenir une aussi grande différence, j'ai voulu observer la série

des couleurs produites par l'essence de térébenthine, depuis zéro jusqu'à cinquante centimètres de longueur. Après avoir placé le tube dans une position verticale, et fixé la section principale du rhomboïde de spath calcaire dans le plan primitif de polarisation, j'ai fait écouler graduellement le liquide qu'il contenait; et j'ai été très-étonné de voir l'image extraordinaire passer par un blanc légèrement coloré, et enfin arriver au noir sans offrir le rouge du premier ordre.

Il est assez différent du rouge du second ordre pour qu'il soit facile de les distinguer; et, par la seule inspection des teintes, on peut reconnaître que celui qui répond à cinquante centimètres d'essence de térébenthine n'est pas du premier ordre. D'ailleurs, ce qui détermine encore mieux son rang, c'est l'épaisseur de la lame cristallisée qui faisait disparaître l'image extraordinaire. On objectera peut-être que cette disparition n'ayant lieu qu'à l'aide du parallélipipède de verre, il est possible que la double réflexion altère la teinte produite par l'essence de térébenthine, et la fasse descendre dans l'ordre des anneaux. Mais d'abord, en regardant à la fois les images directes et les images réfléchies, on peut s'assurer que leur couleur est absolument la même; en second lieu, l'expérience et la théorie démontrent que la double réflexion, sous l'incidence qui produit la dépolarisation complète, modifie tous les rayons de la même manière, et que si elle change en général l'intervalle qui sépare deux systèmes d'ondes polarisés en sens contraires, ce changement, pour chaque espèce de rayons, est proportionnel à la longueur de leurs vibrations; en sorte qu'il ne peut faire monter ni descendre la teinte, dont le rang dépend uniquement du rapport de la partie constante de l'intervalle aux longueurs des différentes ondes lumineuses. Ainsi il reste constant que l'image extraordinaire passe du noir au rouge du second ordre, sans passer par le rouge du premier.

9. Cette marche des couleurs, si bizarre en apparence, et si opposée à celle qu'on observe dans les anneaux réfléchis, peut s'expliquer d'une manière fort simple, en admettant que la double réfraction dans l'essence de térébenthine n'est pas la même pour les rayons de diverses

III. natures, et qu'elle est plus forte pour ceux dont les vibrations sont plus courtes. On sait que la double réfraction des rayons violets dans le spath calcaire est plus prononcée que celle des rayons rouges; il est probable qu'il en est de même dans les autres cristaux; mais ces différences sont très-légères par rapport à la différence de vitesse entre le rayon ordinaire et le rayon extraordinaire. C'est pourquoi nous avons supposé jusqu'à présent que l'intervalle qui sépare les deux systèmes d'ondes était sensiblement le même pour les rayons de diverses couleurs. Mais, lorsque la double réfraction devient extrêmement faible, comme dans l'essence de térébenthine, où les vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires diffèrent à peine d'un millionième, il est très-possible que la dispersion de la double réfraction (s'il m'est permis de m'exprimer ainsi) soit une partie considérable de la double réfraction elle-même. Il résulterait, de quelques mesures approximatives rapportées dans la suite de ce Mémoire, que la double réfraction des rayons violets extrêmes devrait être une fois et demie environ celle des rayons rouges extrêmes. Cette hypothèse ne me paraît point improbable ni même contraire à l'analogie, qu'on ne doit pas rigoureusement étendre jusqu'à la limite; et, en l'adoptant, on peut se rendre compte de cette anomalie singulière dont je viens de parler, qui, sans cela, me paraîtrait inexplicable [a].

On conçoit aisément que l'intervalle entre les deux systèmes d'ondes n'étant plus le même pour tous les rayons, comme dans le phénomène des anneaux colorés, ou celui que présentent les lames minces cristallisées, mais changeant avec la longueur des vibrations lumineuses, la marche des couleurs peut être toute différente, puisque cet intervalle est d'autant plus grand que les vibrations sont plus courtes, ce qui fait varier doublement le rapport entre sa longueur et celle des ondes

[a] Il résulte de ces mesures que la double réfraction, c'est-à-dire la différence de marche absolue des deux systèmes d'ondes est, pour les rayons rouges extrêmes et violets extrêmes, sensiblement réciproque à la longueur d'ondulation. La rotation est donc sensiblement réciproque au carré de la longueur d'ondulation, conformément à la loi établie par M. Biot. [E. Verdet.]

lumineuses. Voilà comment on arrive au rouge du second ordre, lorsque l'intervalle entre les deux systèmes d'ondes rouges n'a pas encore dépassé celui qui donnerait le rouge du premier ordre, s'il était le même dans les rayons de diverses couleurs.

Cette hypothèse permet d'appliquer à la polarisation exercée par les fluides homogènes la théorie que j'ai exposée dans le Mémoire précédent[a], pour expliquer les couleurs produites par une lame cristallisée comprise entre deux parallélipipèdes de verre perpendiculaires entre eux. Il est naturel de penser, d'après les rapports intimes qui existent entre ces deux classes de phénomènes, qu'ils résultent des mêmes modifications générales imprimées aux rayons lumineux, et que la différence qu'ils présentent dans la marche des couleurs tient uniquement à ce que la double réfraction n'est pas la même pour les rayons divers dans les particules fluides, tandis qu'elle est sensiblement constante, au contraire, dans la lame cristallisée.

Il est évident qu'il faut chercher dans la constitution individuelle de ces particules la cause des phénomènes de coloration auxquels elles donnent naissance, puisqu'ils sont indépendants de leur arrangement, et qu'en même temps ils dépendent tellement de leur forme, que, selon la nature du fluide, la lumière tourne de gauche à droite ou de droite à gauche, pour me servir de l'expression de M. Biot. Je supposerai donc qu'elles sont constituées de manière à imprimer aux rayons lumineux qui les traversent les modifications qu'ils éprouvent dans l'appareil dont je viens de parler; c'est-à-dire que la lumière, à son entrée dans chaque particule et à sa sortie, reçoit la même modification que celle qui lui est imprimée par la double réflexion complète, et qu'elle éprouve en outre dans son intérieur la double réfraction.

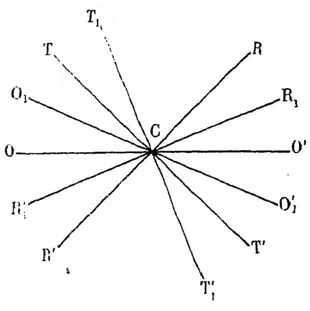
10. Je vais d'abord démontrer qu'il résulte de cette hypothèse que les rayons qui ont été réfractés ordinairement ou extraordinairement dans une particule ainsi constituée éprouvent toujours la même ré-

[a] Voyez n° XVII, § 11, p. 505.

fraction dans les particules semblables qu'ils traversent successivement, quels que soient les azimuts de leurs axes.

Soit OO' la section principale de la première particule, RR' et TT', les deux plans qui répondent à ceux de double réflexion dans l'appareil, et que j'appellerai *plan d'entrée* et *plan de sortie :* ils sont, par hypothèse, perpendiculaires entre eux, et inclinés de 45° sur la section principale. Soit O_1O_1' la section principale de la seconde particule traversée par le faisceau lumineux, $R_1'R_1$ et T_1T_1' les deux plans suivant lesquels il éprouve, à son entrée et à sa sortie, la modification dont on vient de parler. Elle consiste, comme on l'a vu dans le Mémoire précédent, en ce que chaque faisceau lumineux se divise en deux systèmes d'ondes polarisés l'un parallèlement, l'autre perpendiculairement au plan, le premier se trouvant en arrière d'un quart d'ondulation par rapport au second.

Fig. 1.



Considérons la partie du rayon incident qui a été réfractée ordinairement dans la première particule et polarisée ainsi suivant OO', et représentons-la par O. En sortant de la particule, elle se divise en deux systèmes d'ondes polarisés l'un parallèlement, l'autre perpendiculairement à TT', dont les intensités, ainsi que les positions relatives, sont représentées par les expressions suivantes :

$$\underset{O.T}{\sqrt{\tfrac{1}{2}}\,O_{\frac{1}{4}}} \qquad\qquad \underset{O.R}{\sqrt{\tfrac{1}{2}}\,O}$$

En effet, comme je l'ai observé dans le Mémoire précédent, lorsqu'un système d'ondes se décompose ainsi en deux autres, les vitesses des molécules éthérées dans leurs oscillations ne sont pas proportionnelles aux carrés des cosinus et sinus de l'angle OCT, mais simplement au sinus et au cosinus; en sorte que ce n'est pas la somme des vitesses qui est constante, mais la somme des carrés des vitesses.

C'est une conséquence du principe de la conservation des forces vives dans les vibrations des corps élastiques. N°

Par l'action du plan d'entrée R_1R_1' de la seconde particule, chacun de ces faisceaux lumineux se divisera en deux autres systèmes d'ondes, ce qui en produira quatre. Si l'on représente par p l'angle OCO que la section principale de la seconde particule fait avec celle de la première, les intensités de leurs vibrations seront :

$$\underset{\text{O.T.R}_1}{\sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin p\, O_{\frac{1}{2}}} \qquad \underset{\text{O.T.T}_1}{\sqrt{\tfrac{1}{2}}\cos p\, O_{\frac{1}{4}}} \qquad \underset{\text{O.R.R}_1}{\sqrt{\tfrac{1}{2}}\cos p\, O_{\frac{1}{4}}} \qquad \underset{\text{O.R.T}_1'}{\sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin p\, O}$$

Par le fait de la double réfraction de cette particule, chacun de ces faisceaux se divisera ensuite en deux autres, polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan O_1O_1'. Les intensités des systèmes d'ondes réfractés ordinairement dans la seconde particule seront représentées par les expressions suivantes :

$$\underset{\text{O.T.R}_1.\text{O}_1}{+\tfrac{1}{2}\sin p\, O_{\frac{1}{2}}} \qquad \underset{\text{O.T.T}_1.\text{O}_1}{+\tfrac{1}{2}\cos p\, O_{\frac{1}{4}}} \qquad \underset{\text{O.R.R}_1.\text{O}_1}{+\tfrac{1}{2}\cos p\, O_{\frac{1}{4}}} \qquad \underset{\text{O.R.T}'_1.\text{O}_1'}{-\tfrac{1}{2}\sin p\, O}$$

Ajoutant les expressions qui ont la même caractéristique, et faisant attention que $\frac{1}{2}$ à la caractéristique équivaut au signe moins, on a : $-\sin p$ O et $\cos p\ O_{\frac{1}{4}}$. Or la résultante de ces deux systèmes d'ondes différant d'un quart d'ondulation est $\sqrt{O^2\cos^2 p + O^2\sin^2 p}$ ou O. Ainsi les ondes provenant de la réfraction ordinaire de la première particule subissent en entier la réfraction ordinaire dans la seconde, parce que dans l'une et dans l'autre la section principale est tournée du même côté par rapport au plan d'entrée.

On peut encore vérifier ce principe en calculant l'intensité de la lumière polarisée suivant le plan E_1E_1' perpendiculaire à la section principale OO'. On trouve, pour les quatre faisceaux constituants :

$$\underset{\text{O.T.R}_1.\text{E}'_1}{-\tfrac{1}{2}\sin p\, O_{\frac{1}{2}},\ \text{ou}\ +\tfrac{1}{2}\sin p\, O}, \quad \underset{\text{O.T.T}_1.\text{E}_1}{+\tfrac{1}{2}\cos p\, O_{\frac{1}{4}}}, \quad \underset{\text{O.R.R}_1.\text{E}'_1}{-\tfrac{1}{2}\cos p\, O_{\frac{1}{4}}}, \quad \underset{\text{O.R.T}_1'.\text{E}'_1}{-\tfrac{1}{2}\sin p\, O}$$

On voit que les expressions ayant la même caractéristique sont égales

III. et de signes contraires, en sorte que ces quatre systèmes d'ondes se détruisent mutuellement. Ainsi, aucun des rayons ordinaires sortis de la première particule ne peut éprouver la réfraction extraordinaire dans la seconde. Si l'on retourne celle-ci de manière que le plan de sortie devienne plan d'entrée, il est évident qu'il se trouvera placé du même côté relativement à la section principale, et par conséquent les rayons y seront encore réfractés de la même manière.

11. Il est à remarquer que les calculs que nous venons de faire et le résultat auquel ils nous ont conduit sont indépendants des rapports d'intensité des doubles réfractions exercées par ces particules, et que nous avons supposé seulement qu'elles étaient constituées de la même façon, c'est-à-dire que leurs axes étaient tournés du même côté par rapport à leur plan d'entrée. Ainsi, quelles que soient d'ailleurs les inclinaisons, ou même la nature des diverses particules traversées successivement par la lumière incidente, les rayons qui auront subi primitivement la réfraction ordinaire ou extraordinaire continueront à subir la même espèce de réfraction dans toute l'étendue du fluide. L'hypothèse que nous avons adoptée peut donc expliquer (ce qui, au premier abord, paraissait difficile à concevoir) comment il se fait que la double réfraction exercée par des particules aussi irrégulièrement arrangées ne développe que deux systèmes d'ondes lumineuses dans le fluide.

Quand il est homogène, les effets produits par toutes les particules s'ajoutent, et l'intervalle entre les deux systèmes d'ondes doit augmenter en proportion de la longueur du trajet. Quand le fluide est composé de deux espèces différentes de particules, mais dont les axes sont tournés de la même manière par rapport à leurs plans d'entrée, leurs effets s'ajoutent, si dans les unes et les autres c'est la même réfraction qui est la plus rapide; et ils se retranchent, au contraire, si les réfractions les plus rapides sont de natures opposées. C'est l'inverse lorsque les particules ont leurs axes tournés en sens contraires relativement à leurs plans d'entrée.

On voit aussi que le mélange d'un nombre quelconque de fluides de natures diverses, dont les particules seraient ainsi constituées, doit pro-

duire sur la lumière le même effet qu'elle éprouverait si elle traversait successivement ces différents fluides. Ainsi le problème, dans ce cas général, peut toujours être ramené au cas particulier d'un fluide homogène.

12. Dans le Mémoire précédent, en exposant la théorie de l'appareil que je prends ici pour modèle de la constitution des particules, j'ai démontré que l'intensité et la position des différents systèmes d'ondes qu'il produit réunis dans un plan de polarisation quelconque, sont indépendantes de l'azimut dans lequel cet appareil est dirigé, et ne dépendent que de l'inclinaison réciproque des deux plans de polarisation extrêmes. On peut donc supposer toutes les particules du fluide tournées de façon que leurs sections principales soient parallèles entre elles : alors, si l'on considère une de ces particules comprise entre deux autres, on voit que son plan d'entrée est perpendiculaire au plan de sortie de celle qui la précède, et fait disparaître ainsi la différence d'un quart d'ondulation produite par celui-ci. De même son plan de sortie est perpendiculaire au plan d'entrée de la particule suivante, qui détruit, par conséquent, la modification que celui-là avait imprimée à la lumière. On peut donc supprimer par la pensée tous les plans d'entrée et de sortie intermédiaires, en conservant seulement le plan d'entrée de la première particule et le plan de sortie de la dernière. Il est évident alors que la formule que j'ai calculée pour l'appareil s'applique au fluide. Si donc on représente par o et e les nombres des ondulations ordinaires et extraordinaires dans le fluide, et par i l'angle que le plan primitif de polarisation fait avec la section principale du rhomboïde de spath calcaire qui sert à développer les couleurs, on aura pour l'expression générale de l'intensité des vibrations lumineuses dans l'image ordinaire :

$$\mathrm{F}\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos\left[2i-2\pi(e-o)\right]} \quad \text{ou} \quad \mathrm{F}\cos\left[i-\pi(e-o)\right],$$

F étant l'intensité du faisceau incident; et, pour l'image extraordinaire, $\mathrm{F}\sin\left[i-\pi(e-o)\right]$.

Ces formules ont été calculées dans le cas où l'axe de la lame cristallisée comprise entre les deux parallélipipèdes de verre était à droite

du premier plan de double réflexion ; elles s'appliquent en conséquence aux fluides dont les particules ont leur section principale à droite de leur plan d'entrée. Dans le cas inverse, les formules deviennent :
F cos $[i + \pi (e - o)]$, pour l'image ordinaire, et F sin $[i + \pi (e - o)]$, pour l'image extraordinaire.

M. Biot a reconnu que l'angle dont il fallait tourner la section principale du rhomboïde de spath calcaire pour faire disparaître la même espèce de rayons de l'image extraordinaire était proportionnel au chemin parcouru dans le fluide. Cette loi remarquable est une conséquence immédiate des formules ci-dessus. En effet, l'espèce de rayons que l'on considère sera nulle dans l'image extraordinaire, quand on aura :

$$i \mp \pi (e - o) = o, \text{ ou } i = \pm \pi (e - o),$$

les signes supérieurs répondant au cas où les particules ont leur section principale à droite de leur plan d'entrée, et les signes inférieurs au cas contraire. Or e et o sont proportionnels au chemin parcouru dans le fluide; par conséquent, l'angle i doit aussi lui être proportionnel.

Si l'on suppose $e > o$, la première valeur de i sera positive et la seconde négative. Les angles ayant été comptés de gauche à droite dans les calculs, on doit conclure de ces valeurs de i que dans le premier cas la lumière tournera de gauche à droite, et dans le second de droite à gauche, selon l'expression de M. Biot, qui est le plus simple énoncé des apparences du phénomène. Si l'on suppose, au contraire, $e < o$, la lumière tournera de gauche à droite, lorsque la section principale des particules sera à gauche de leur plan d'entrée; et de droite à gauche, lorsque ce plan sera à gauche de la section principale.

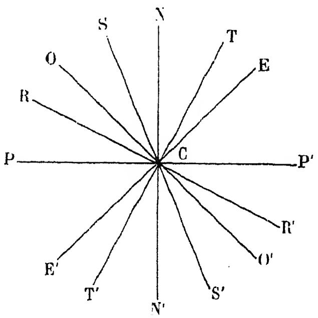
Il est clair d'après cela que, lorsque la lumière polarisée traverse successivement deux fluides qui font tourner la lumière en sens contraires, les effets produits par l'un sur chaque espèce de rayons se retranchent des effets produits par l'autre; en sorte que dans une lumière homogène on fera toujours disparaître complétement l'image extraordinaire en raccourcissant ou rallongeant convenablement un des tubes. Mais il pourrait se faire que dans la lumière blanche cette compensation

fût impossible, si, par exemple, les variations de la double réfraction des rayons divers ne suivaient pas la même loi dans les deux fluides, parce qu'alors les rapports de longueurs qui produiraient la compensation exacte pour une espèce de rayons ne la produiraient pas pour une autre.

13. Pour compléter la théorie que je viens d'exposer, il me reste à expliquer deux phénomènes décrits au commencement de ce Mémoire. Lorsque la lumière polarisée a reçu dans un azimut de 45° la modification que lui imprime la double réflexion complète avant de traverser l'huile de térébenthine, elle n'y développe plus de couleurs; et quand elle n'éprouve cette modification qu'après être sortie du tube, les teintes des deux images demeurent constantes pendant la rotation du rhomboïde de spath calcaire avec lequel on les observe, et ne varient que d'intensité seulement, en allant jusqu'au blanc parfait, comme celles des lames cristallisées parallèles à l'axe.

La raison du premier phénomène est bien simple : la lumière n'éprouve plus alors dans le liquide qu'une seule espèce de réfraction. En effet, nous avons vu que les rayons polarisés parallèlement ou perpendiculairement à la section principale d'une particule, après avoir éprouvé en en sortant la modification dont il s'agit, ne pouvaient plus subir qu'une seule espèce de réfraction dans la particule suivante. La lumière polarisée, ainsi modifiée, ne peut donc être réfractée que d'une seule manière dans l'essence de térébenthine, et ne doit produire, en conséquence, qu'un seul système d'ondes.

Fig. 2.



14. Je vais m'occuper maintenant du cas où la lumière ne reçoit cette modification qu'à sa sortie du tube. Soit PP' le plan primitif de polarisation. Nous avons vu que l'action des particules sur les vibrations lumineuses était toujours la même dans quelque azimut que leurs axes fussent tournés. Nous pouvons, en conséquence, supposer toutes les sections principales inclinées de 45° sur le plan

XIII. de la polarisation primitive, de façon que leurs plans d'entrée ou de sortie coïncident avec ce plan. Je supposerai, par exemple, que ce sont les plans d'entrée. Ayant ainsi tourné toutes les sections principales dans la même direction, on peut supprimer tous les plans d'entrée et de sortie, excepté le premier et le dernier. Le premier coïncide avec PP′, par hypothèse, et le dernier, représenté dans la figure par NN′, lui est perpendiculaire. Soit RR′ le plan suivant lequel la lumière est réfléchie deux fois dans le parallélipipède de verre, après avoir traversé l'essence de térébenthine; soit enfin SS′ la section principale du rhomboïde de spath calcaire avec lequel on développe les couleurs. Je représente l'angle PCR par r, et l'angle PCS par i.

Le plan d'entrée, coïncidant avec celui de la polarisation primitive, ne modifie pas la lumière. Par la double réfraction des particules elle se trouve divisée en deux systèmes d'ondes, polarisés, l'un suivant la section principale OO′, l'autre suivant le plan perpendiculaire EE′. Si l'on représente par F la vitesse des molécules éthérées dans les vibrations du faisceau incident, leurs vitesses dans les ondes ordinaires et extraordinaires seront :

$$\underset{\text{P.O}}{\sqrt{\tfrac{1}{2}}\,F_o} \qquad \text{et} \qquad \underset{\text{P.E}'}{\sqrt{\tfrac{1}{2}}\,F_e}$$

o et e représentent toujours les nombres d'ondulations ordinaires et extraordinaires exécutées dans l'essence de térébenthine par l'espèce de rayons que l'on considère. Par l'action du plan de sortie NN′ chacun de ces faisceaux se divisera en deux autres; ce qui donnera en tout les quatre faisceaux suivants :

$$\underset{\text{P.O.N.}}{\tfrac{1}{2}F_{o+\frac{1}{2}}} \qquad \underset{\text{P.O.P.}}{\tfrac{1}{2}F_{o}} \qquad \underset{\text{P.E}'\text{.N}'\text{.}}{\tfrac{1}{2}F_{e+\frac{1}{2}}} \qquad \underset{\text{P.E}'\text{.P.}}{\tfrac{1}{2}F_{e}}$$

La double réflexion dans le parallélipipède de verre divise ensuite chacun de ces quatre faisceaux en deux autres, polarisés, l'un suivant le plan de réflexion RR′, l'autre suivant le plan perpendiculaire TT′.

Enfin, par l'action du rhomboïde de spath calcaire, chacun de ces huit faisceaux se trouve divisé en deux autres, polarisés parallèlement et perpendiculairement à sa section principale SS′. Il suffit de considérer ceux qui concourent à la formation d'une des images, l'image ordinaire, par exemple. Leurs intensités sont représentées par les expressions suivantes :

P.O.N.R.S.	$+\frac{1}{2}\sin r\cos(i-r)\,F_{o+\frac{1}{2}}$
P.O.N.T.S.	$+\frac{1}{2}\cos r\sin(i-r)\,F_{o+\frac{1}{4}}$
P.O.P.R.S.	$+\frac{1}{2}\cos r\cos(i-r)\,F_{o+\frac{1}{4}}$
P.O.P.T′.S′.	$-\frac{1}{2}\sin r\sin(i-r)\,F_{o}$
P.E′.N′.R′.S′.	$-\frac{1}{2}\sin r\cos(i-r)\,F_{e+\frac{1}{2}}$
P.E′.N′.T′.S′.	$-\frac{1}{2}\cos r\sin(i-r)\,F_{e+\frac{1}{4}}$
P.E′.P.R.S.	$+\frac{1}{2}\cos r\cos(i-r)\,F_{e+\frac{1}{4}}$
P.E′.P.T′S′.	$-\frac{1}{2}\sin r\sin(i-r)\,F_{e}$

Ajoutant les expressions qui ont la même caractéristique, et observant que $\frac{1}{2}$ à la caractéristique équivaut au signe moins, ces huit faisceaux se réduisent à quatre :

$$-\frac{1}{2}\sin r\,[\cos(i-r)+\sin(i-r)]\,F_o$$

$$+\frac{1}{2}\cos r\,[\cos(i-r)+\sin(i-r)]\,F_{o+\frac{1}{4}}$$

$$+\frac{1}{2}\sin r\,[\cos(i-r)-\sin(i-r)]\,F_e$$

$$+\frac{1}{2}\cos r\,[\cos(i-r)-\sin(i-r)]\,F_{e+\frac{1}{4}}$$

A l'inspection de ces formules, on voit d'abord que l'image passe au blanc lorsque $i-r=45°$, parce qu'alors les deux derniers faisceaux s'évanouissant, l'intensité de la lumière devient indépendante de la différence entre e et o, et par conséquent est la même pour toute espèce de rayons. La couleur de l'image atteint au contraire son plus

III. haut degré de vivacité lorsque $i-r$ est égal à zéro ou à 90°, c'est-à-dire, lorsque la section principale du rhomboïde de spath calcaire est parallèle ou perpendiculaire au plan de la double réflexion; en effet, les expressions dont la caractéristique est fonction de e deviennent alors égales à celles dont la caractéristique contient o.

Il est aisé de voir aussi que la rotation du rhomboïde, c'est-à-dire les variations de i ne doivent pas altérer la nature de la teinte. En effet, considérons la résultante des deux premiers systèmes d'ondes : les variations de i, n'affectant que le facteur commun $\cos(i-r)+\sin(i-r)$, ne peuvent pas changer la position de cette onde, mais seulement son intensité. Par la même raison, ces variations ne changent pas non plus la position de l'onde résultant du concours des deux autres faisceaux. Ainsi l'intervalle entre ces deux résultantes, qui seul détermine la nature de la teinte, n'éprouve aucun changement pendant la rotation du rhomboïde.

Il n'en est pas de même des variations de r; comme elles affectent inégalement les deux premiers faisceaux, dont l'un est multiplié par $\sin r$, et l'autre par $\cos r$, elles font varier la position de leur résultante. Elles changent aussi la position de l'autre résultante, et en sens contraire, à cause de l'opposition de signe entre le premier et le troisième faisceau. Mais ceci devient plus évident encore en calculant la résultante totale de ces quatre systèmes d'ondes. On trouve pour l'expression générale de l'intensité de ses vibrations

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\left[\cos^2(i-r)-\sin^2(i-r)\right]\cos\left[2r-2\pi(e-o)\right]},$$

ou,

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos 2(i-r)\cos\left[2r-2\pi(e-o)\right]}.$$

Il est clair, d'après cette formule, que les variations de i n'affectent que l'intensité de la teinte [1], tandis que celles de r changent sa nature. Quand r est égal à 45°, par exemple, $\cos\left[2r-2\pi(e-o)\right]$ devient $\cos 2\pi\left[\frac{1}{4}-(e-o)\right]$, et la couleur de l'image est celle qui répond

[1] Le maximum d'intensité de la teinte répond à $i=r$, comme on l'avait déjà reconnu par la seule inspection des faisceaux constituants. La formule devient alors,

à un changement d'un quart d'ondulation dans l'intervalle $e-o$ compris entre les deux systèmes d'ondes. Quand r est égal à zéro, au contraire, la teinte répond exactement à l'intervalle $e-o$; c'est celle qu'on pourrait appeler la teinte fondamentale. La formule devient alors N°

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos 2i \cos 2\pi(e-o)}\ ;$$

c'est précisément l'expression générale de l'intensité des rayons lumineux dans l'image ordinaire, pour le cas particulier d'une lame cristallisée dont l'axe est placé dans un azimut de 45° par rapport au plan primitif de polarisation. Si la double réfraction exercée par l'essence de térébenthine sur les différentes espèces de rayons était sensiblement constante, comme dans les cristaux, il en résulterait qu'on pourrait toujours compenser exactement l'effet qu'elle produit sur la lumière blanche polarisée avec une lame cristallisée d'une épaisseur convenable, en tournant le parallélipipède de façon que le plan de double réflexion fût parallèle au plan primitif de polarisation. Mais nous avons vu qu'il n'en était pas ainsi, et qu'il résultait de la marche de la teinte fondamentale que la double réfraction de l'essence de térébenthine variait beaucoup, au contraire, avec la longueur des vibrations lumineuses. On conçoit même que la loi de ces variations pourrait être telle que toute compensation exacte devînt impossible dans la lumière blanche.

15. Pour concevoir nettement les conditions nécessaires de cette compensation, au lieu de rapporter à une même unité de longueur les intervalles compris entre les deux systèmes d'ondes dans l'essence de térébenthine et dans la lame cristallisée, supposons-les exprimés, pour chaque espèce d'ondulation lumineuse, en fonction de la longueur de cette ondulation. Il est clair que, si les différences entre les nombres qui expriment ces rapports pour le tube rempli d'essence de térében-

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos\,[2r-2\pi(e-o)]},$$

ou

$$F\cos\,[r-\pi(e-o)].$$

Ainsi la teinte est précisément celle qu'on observait avant l'interposition du parallélipipède de verre, dans la même position du rhomboïde de spath calcaire.

III. thine sont égales aux différences entre les nombres correspondants de la lame cristallisée, la compensation exacte est possible; car il résulte de cette hypothèse que les nombres de la lame cristallisée sont égaux aux nombres du tube, plus un même nombre, en général fractionnaire. Or on peut en supprimer toutes les unités entières, et ne considérer que la fraction restante, seule quantité qui s'oppose à la compensation exacte. Mais d'après la formule

$$F\sqrt{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\cos 2(i-r)\cos\left[2r-2\pi(e-o)\right]},$$

on voit qu'il est toujours possible, par la valeur que l'on donne à r, d'introduire la fraction que l'on veut dans la parenthèse $2r-2\pi(e-o)$, et de faire disparaître cette dernière discordance. C'est donc cette dernière fraction qui détermine l'azimut dans lequel il faut tourner le plan de double réflexion pour obtenir la disparition complète d'une des images.

D'après quelques expériences de ce genre, auxquelles je n'ai pas encore pu donner toute la précision dont elles sont susceptibles, il m'a semblé que la condition que je viens d'énoncer était sensiblement satisfaite dans l'essence de térébenthine; car j'ai observé des disparitions complètes d'une des images, du moins autant que j'en ai pu juger.

16. La première expérience que j'ai faite est celle dont j'ai déjà parlé au commencement de ce Mémoire. Ayant rempli d'huile de térébenthine un tube de $0^{m},50$ de longueur, j'ai fixé à son extrémité postérieure un parallélipipède de verre dans lequel les rayons émergents éprouvaient la double réflexion complète suivant un plan parallèle à celui de la polarisation primitive : alors, en plaçant entre ce parallélipipède et le rhomboïde de spath calcaire une lame de sulfate de chaux de $0^{mm},12$ environ d'épaisseur, et en inclinant son axe à droite de $45°$ par rapport au plan de double réflexion, je faisais disparaître l'image extraordinaire, qui était d'un rouge violâtre ou pourpre du troisième ordre. Une lame de sulfate de chaux de $0^{mm},12$ d'épaisseur ne répond pas tout à fait à cette teinte dans la table de Newton; mais, comme il fallait incliner un peu cette lame perpendiculairement à son axe pour

obtenir la disparition complète, j'ai estimé que le tube de $0^m,50$ devait être compensé par une lame de sulfate de chaux répondant au nombre 21 dans la première colonne de la table de Newton. Si l'on calcule la rotation du plan de polarisation des rayons rouges moyens produite par une pareille lame comprise entre deux parallélipipèdes perpendiculaires entre eux, on trouve, par la formule $i = -\pi(e-o)$, pour l'arc total, $309°,6$. Mais, d'après la marche des couleurs que présente l'essence de térébenthine depuis zéro jusqu'à une longueur de $0^m,50$, on a vu qu'il devait y avoir pour ce fluide une ondulation de moins dans l'intervalle entre les deux systèmes d'ondes. Or une ondulation répond ici à $180°$; retranchant $180°$ de $309°,6$, il reste $129°,6$, qui, divisés par 50, donnent $2°,59$ pour la rotation des rayons rouges dans un centimètre. En faisant le même calcul sur les autres espèces de rayons, on trouve, pour les diverses rotations qu'ils éprouvent en traversant un centimètre d'essence de térébenthine, savoir :

Rayons orangés.	2°,99
Rayons jaunes.	3°,36
Rayons verts.	3°,90
Rayons bleus.	4°,48
Rayons indigos.	4°,96
Rayons violets.	5°,49

Ayant fixé une lame de sulfate de chaux de $0^{mm},46$ d'épaisseur sur un parallélipipède de verre, je l'ai placée à l'extrémité d'un appareil rempli d'essence de térébenthine, dont je pouvais faire varier la longueur. Par un double tâtonnement, j'ai cherché quelle était celle qui produisait la compensation la plus exacte, et dans quel azimut il fallait placer le plan de double réflexion du parallélipipède pour faire disparaître complétement une des images. J'ai trouvé pour cette longueur $2^m,03$, et, pour l'azimut, 35° environ à gauche du plan de polarisation; c'était l'image ordinaire qui disparaissait. Il en résulte que, pour avoir la rotation produite par ce tube, il faut d'abord retrancher $90° - 35°$, ou 55°, de la rotation qui serait produite par la lame de $0^{mm},46$, et qui est de $1145°,8$ pour les rayons rouges moyens. Il faut,

III. en outre, en soustraire un nombre entier de demi-circonférences, dépendant aussi de la différence de marche des teintes produites par la lame et par l'essence de térébenthine. Mon appareil ne me permettant pas de les suivre depuis 0^{m},50 jusqu'à 2^{m},03, j'ai calculé ce nombre d'après l'expérience précédente, certain de ne pas me tromper d'une demi-circonférence; et j'ai vu ainsi qu'il fallait retrancher trois demi-circonférences ou 540°. La rotation des rayons rouges produite par un trajet de 2^{m},03 dans l'essence de térébenthine est donc de 550°,8; divisant cette quantité par 203, on a pour la rotation des rayons rouges dans un centimètre, 2°,71 [1]. Ce résultat s'accorde fort bien avec celui que M. Biot a obtenu par la mesure même des angles, si du moins ce sont des rayons rouges *moyens* qui dominaient dans la lumière dont il s'est servi.

En faisant le même calcul relativement aux autres rayons, on trouve les angles suivants :

Rayons orangés	3°,07
Rayons jaunes	3°,42
Rayons verts	3°,91
Rayons bleus	4°,44
Rayons indigos	4°,87
Rayons violets	5°,35

Ces résultats diffèrent sensiblement de ceux qu'on a déduits de l'expérience précédente; et les bases du calcul sont en effet assez différentes: car si, par une proportion, en partant des données de la seconde observation, on cherche quelle longueur d'essence de térébenthine doit être exactement compensée par une lame de sulfate de chaux répondant au nombre 21 de la première colonne de la table de Newton, on trouve 0^{m},548 au lieu de 0^{m},50.

[1] En partant de ces données, on trouve que les rayons rouges ordinaires et extraordinaires ne diffèrent dans leur vitesse que de $\frac{1}{1\,573\,000}$, et les rayons violets ordinaires et extraordinaires de $\frac{1}{1\,170\,000}$; en sorte que la double réfraction des rayons rouges est à la double réfraction des rayons violets comme 1 est à 1,34.

Malgré les difficultés qui résultaient de la plus grande longueur de l'appareil dans la seconde expérience, et qui pouvaient être des causes d'erreur, je suis porté à croire que les résultats qui en découlent sont plus exacts que les premiers, non-seulement parce que les mesures et les observations ont été faites sur des quantités plus grandes, mais encore parce que j'avais réfléchi davantage aux précautions à prendre pour approcher de l'exactitude. Néanmoins je ne regarde pas non plus ces derniers résultats comme fort exacts, parce que l'appareil n'était pas disposé d'une manière assez commode pour faire avec précision des observations aussi délicates [1]. Avant d'avoir l'honneur de les présenter à l'Académie, j'aurais désiré répéter l'expérience avec un appareil mieux disposé, et vérifier ces angles par des mesures directes de la rotation dans la lumière homogène; mais d'autres recherches m'obligent d'abandonner celles-ci, du moins pour quelque temps.

J'ai fait voir comment on pouvait distinguer les différents phénomènes que présente l'essence de térébenthine, en supposant que chacune de ses particules jouit de la double réfraction, et fait éprouver aux rayons lumineux, à leur entrée et à leur sortie, la même modification que leur imprime la double réflexion complète dans l'intérieur des corps transparents. La définition de ces modifications dans l'état actuel de la théorie est assez compliquée. Il est possible cependant qu'au fond l'hypothèse soit plus simple qu'elle ne le paraît [a]. Il est certain du moins que les phénomènes ne peuvent pas être présentés plus simplement que par la formule générale $F \cos [i \pm \pi (e - o)]$, à laquelle cette hypothèse m'a conduit. Il me paraît très-probable, en consé-

[1] Il m'a semblé que les teintes produites par les $2^m,03$ d'essence de térébenthine étaient un peu moins faibles que celles de la lame de $0^{mm},46$. En traversant $2^m,60$ de cette huile essentielle, la lumière polarisée présentait encore une coloration appréciable; ce qui paraîtrait établir une petite différence entre les phénomènes et l'hypothèse d'une compensation parfaite par l'interposition d'une lame de sulfate de chaux.

[a] La théorie de la polarisation circulaire n'a pas tardé à apporter la simplification que Fresnel jugeait nécessaire à son hypothèse. (Voyez Nos XXVI et XXVII.)

II. quence, que cette formule est effectivement l'expression de la résultante de tous les mouvements divers des ondes lumineuses dans l'essence de térébenthine. Mais il est possible que ces mouvements élémentaires ne s'exécutent pas précisément comme je l'ai supposé. Quoi qu'il en soit, la théorie que je viens d'exposer a l'avantage de rattacher la coloration des fluides homogènes dans la lumière polarisée aux mêmes principes que celle des lames cristallisées; elle indique les points de contact de ces phénomènes, dont les apparences sont si différentes, et sous ce rapport elle peut être, ce me semble, de quelque utilité pour la science.

N°

APPENDICE.

Le Mémoire précédent est longtemps resté inédit, mais divers extraits communiqués par l'auteur avaient fait connaître plusieurs des résultats qu'il contient.

On peut consulter à ce sujet :

1° Un longue note annexée par M. Biot à son Mémoire sur la rotation que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux. [*Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut* pour 1817, t. II, p. 133.]

2° Un Mémoire de M. Biot sur une nouvelle relation physique entre les éléments des corps naturels et les affections propres des différents rayons simples, etc. [*Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, t. II, p. 54.]

Nous reproduisons les deux notes auxquelles M. Biot fait allusion dans ces écrits.

1° FRAGMENT SANS TITRE [a].

Il est évident qu'il faut chercher dans la constitution individuelle de ces particules la cause des phénomènes de coloration auxquels elles donnent naissance, puisqu'ils sont indépendants de leur arrangement, et qu'en même temps ils dépendent tellement de leur forme que, suivant la nature du fluide, la lumière tourne de droite à gauche, ou de gauche à droite, suivant l'expression de M. Biot, qui est l'énoncé le plus simple des apparences du phénomène.

Je suppose que ces particules sont constituées de manière à imprimer aux ondes lumineuses qui les traversent les mêmes modifications que l'appareil dont je viens de parler, c'est-à-dire que la lumière éprouve la double réfraction dans l'intérieur de chaque particule, et qu'elle est modifiée en outre à son entrée et à sa sortie, comme elle le serait par la double réflexion complète.

Dans la suite du Mémoire que j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie, je fais voir d'abord que les rayons qui ont éprouvé une certaine réfraction dans une particule ainsi constituée doivent subir la même réfraction dans toutes les particules semblables qu'ils traversent successivement, quels que soient les azimuts de leurs sections principales.

---

[a] Inséré au compte rendu de la séance de l'Académie des sciences du 6 juin 1836.

III. Ainsi l'hypothèse que j'ai adoptée peut expliquer (ce qui au premier abord paraissait difficile à concevoir) comment il se fait que la double réfraction exercée par des particules aussi irrégulièrement arrangées ne développe que deux systèmes d'ondes lumineuses dans le fluide. Elle rend également raison de tous les autres phénomènes que je viens de décrire, et conduit enfin à une formule extrêmement simple, dont on déduit immédiatement la loi observée par M. Biot, savoir que l'angle dont il faut tourner le rhomboïde de spath calcaire pour faire disparaître une même espèce de rayons de l'image extraordinaire est proportionnel à la longueur du chemin parcouru dans le fluide.

Je ne présente néanmoins cette hypothèse que comme un point de vue théorique, sous lequel on peut envisager la coloration des fluides homogènes pour la rattacher aux mêmes principes que celle des corps cristallisés.

2° NOTE EXTRAITE DU MÉMOIRE SUR LES COULEURS QUE LA POLARISATION DÉVELOPPE DANS LES FLUIDES HOMOGÈNES [a].

ROTATIONS DES SEPT PRINCIPALES ESPÈCES DE RAYONS DANS L'ESSENCE DE TÉRÉBENTHINE, DÉDUITES DE LA COMPENSATION OPÉRÉE AVEC UNE LAME DE SULFATE DE CHAUX.

1re Observation, sur une longueur de $0^m,50$ d'huile de térébenthine.

ROTATIONS POUR UN CENTIMÈTRE :

Rouge moyen	$2°,59$
—— orangé	$2°,99$
—— jaune	$3°,36$
—— vert	$3°,90$
—— bleu	$4°,48$
—— indigo	$4°,96$
—— violet moyen	$5°,49$

La longueur d'ondulation des rayons rouges moyens étant $24,42$, celle des rayons violets moyens est $16,64$, d'après les expériences de Newton :

$$(24,42)^2 : (16,64)^2 :: 5°,49 : x = 2°,55$$

au lieu de . . . . $2°,59$

différence . . . . $0°,04$

[a] M. Biot a inscrit en marge de cette note l'apostille suivante :

« Cette note m'a été remise par Fresnel pour en insérer les résultats numériques dans mon « Traité de physique, ce que j'ai fait. »

N°

2^e Observation, sur une longueur de $2^m,03$.

Rouge moyen	2°,71
——— orangé	3°,07
——— jaune	3°,42
——— vert	3°,91
——— bleu	4°,44
——— indigo	4°,87
——— violet moyen	5°,35

$(24,42)^2 : (16,64)^2 :: 5°,35 : x = 2°,48$

au lieu de	2°,71
différence	0°,23

Nota. Malgré les difficultés qui résultaient de la plus grande longueur de l'appareil dans la seconde expérience, et qui pouvaient être des causes d'erreur, je suis porté à croire que ces résultats sont plus exacts que les premiers, non-seulement parce que les mesures et les observations ont été faites sur des quantités plus grandes, mais encore parce que j'avais réfléchi davantage aux précautions à prendre pour approcher de l'exactitude.

N° XXIV.

RÉSUMÉ D'UN MÉMOIRE

SUR

LA RÉFLEXION DE LA LUMIÈRE[a],

LU À L'ACADÉMIE DES SCIENCES LE 15 NOVEMBRE 1819.

[*Annales de chimie et de physique,* t. XV, p. 379, cahier de décembre 1819;
et *Bulletin de la Société philomathique,* 1820, p. 113.]

Ce Mémoire a pour objet la recherche des causes mécaniques de la réflexion de la lumière. Dans le système des ondulations il y a deux manières très-différentes de la concevoir. On peut supposer qu'elle résulte uniquement de la plus grande densité de l'éther contenu dans le corps réfléchissant, et l'assimiler à la réflexion des ondes d'un fluide élastique en contact avec un autre fluide plus dense. On peut la concevoir aussi sans admettre cette condensation de l'éther, en supposant que la lumière est réfléchie par les particules mêmes des corps.

La seconde hypothèse, qui attribue la réflexion au choc des ondes lumineuses contre les particules pondérables, présente, au premier abord, une difficulté qui s'évanouit bientôt par un examen plus attentif : si chaque particule, considérée séparément, peut être un centre de réflexion, comment se fait-il que les corps diaphanes ne réfléchissent pas la lumière dans toute leur épaisseur ?

En divisant par la pensée le corps réfléchissant en tranches très-minces, dont l'épaisseur réponde à la différence d'une demi-ondulation

---

[a] Le Mémoire lui-même est le n° XXV de la présente édition.

IV. entre les chemins parcourus par les rayons réfléchis, il est aisé de voir, à l'aide du principe des interférences, que ces ondes élémentaires doivent se détruire mutuellement dans l'intérieur d'un milieu homogène, et que la somme de toutes les réflexions doit se réduire à celles qui s'opèrent dans ses deux tranches extrêmes, lorsque les intervalles qui séparent ses molécules sont infiniment petits relativement à la longueur d'une ondulation lumineuse. Mais comme réellement ces intervalles ne sont jamais entièrement négligeables par rapport à la longueur d'une ondulation, il s'ensuit qu'on ne peut plus assigner, dans le voisinage de chaque particule pondérable, une autre particule située à une distance telle que les rayons qu'elles réfléchissent diffèrent exactement d'une demi-ondulation et se détruisent complétement; en sorte qu'il doit en résulter une réflexion intérieure, à la vérité très-faible, à cause de la discordance presque complète des ondes élémentaires, mais qui finit toujours par devenir sensible lorsque le milieu a une profondeur suffisante.

L'atmosphère nous en présente un exemple frappant par l'abondance de la lumière solaire qu'elle renvoie de toutes parts à nos yeux, même dans les jours où l'air est le plus pur. Les lois de polarisation qu'elle présente ne peuvent se concevoir, comme l'a observé M. Arago, qu'en supposant que ce sont les particules mêmes de l'air qui réfléchissent cette lumière, la faiblesse des réflexions partielles étant compensée par leur multitude.

Beaucoup d'autres phénomènes confirment l'hypothèse que la réflexion s'opère sur les molécules pondérables. Mais comme ils ne peuvent pas lui servir de démonstration rigoureuse et ne font qu'en augmenter la probabilité, j'ai cherché, dans les conséquences de ce système et de celui qui attribue la réflexion à la seule différence de densité de l'éther, un cas où l'expérience pût décider la question.

Ces deux hypothèses expliquent également bien les anneaux colorés produits par la réflexion de la lumière aux deux surfaces d'une lame mince; elles s'accordent nécessairement en conséquence sur la nature des anneaux transmis, qui doivent être, dans tous les cas, complé-

mentaires des anneaux réfléchis, d'après le principe général de la conservation des forces vives. Mais en analysant la génération des anneaux transmis, qui résultent, comme M. Young l'a démontré, de l'interférence des rayons directs avec les rayons réfléchis deux fois dans la lame mince, on est conduit à cette conséquence singulière, que, si la réflexion s'opère sur les molécules propres des corps, les rayons réfléchis à l'extérieur d'un milieu plus réfringent que celui avec lequel il est en contact doivent différer d'une demi-ondulation des rayons incidents ou transmis, indépendamment de la différence des chemins parcourus, comptés pour les rayons réfléchis comme s'ils partaient de la surface même de séparation des deux milieux; tandis qu'en supposant la réflexion produite par la seule différence de densité de l'éther dans les deux milieux en contact, les rayons directs et les rayons réfléchis à l'extérieur du milieu le plus réfringent doivent se trouver d'accord, abstraction faite de la différence des chemins parcourus. Ainsi, dans ce cas, les deux hypothèses conduisent à des conséquences opposées.

Pour les soumettre à l'expérience, j'ai fait interférer deux faisceaux lumineux émanés du même point éclairant, et dont l'un avait été réfléchi une fois à la surface extérieure d'une glace non étamée, noircie par derrière. Les deux faisceaux étaient ensuite ramenés à des directions presque parallèles par deux miroirs de verre noir. Cette seconde réflexion sur des miroirs pareils, en imprimant aux deux faisceaux des modifications semblables, ne pouvait pas altérer la différence résultant de la première réflexion. Or les franges produites par l'interférence des deux systèmes d'ondes présentaient le même arrangement de teintes que les anneaux réfléchis sur une lame d'air comprise entre deux verres; le centre du groupe était occupé par une bande noire parfaitement incolore dans son milieu, et les teintes étaient disposées symétriquement de part et d'autre de cette bande centrale; en sorte qu'on ne pouvait pas se méprendre sur sa position. Ainsi, puisque la ligne centrale, qui répond toujours à des chemins égaux, était parfaitement noire, on doit en conclure que les deux systèmes

IV. d'ondes différaient d'une demi-ondulation, indépendamment des chemins parcourus.

On voit donc que le résultat de l'expérience est absolument opposé à la première hypothèse, et qu'il confirme la seconde, d'après laquelle la réflexion s'opérerait sur les particules mêmes des corps.

Cette manière d'envisager la réflexion, qui dans sa généralité embrasse les différents degrés de transparence des corps, et laisse entrevoir la possibilité d'expliquer leurs couleurs propres d'une manière satisfaisante, a encore l'avantage de détruire une des principales objections qui aient été faites contre le système des ondulations, celle qui est relative au phénomène de la dispersion.

L'analyse démontre que les ondulations de diverses longueurs doivent se propager avec la même vitesse dans un fluide élastique homogène; en sorte que, si le ralentissement de la lumière dans le verre, par exemple, ne dépendait que de la plus grande densité de l'éther qu'il contient, les différentes espèces d'ondes lumineuses, qui doivent se propager avec une égale vitesse dans le vide, éprouveraient un ralentissement égal dans le verre et se réfracteraient en conséquence de la même manière, car le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction dépend uniquement de celui qui existe entre les vitesses de la lumière dans les deux milieux. Mais d'après l'expérience que je viens de rapporter, il est très-probable que l'éther contenu dans le verre n'est pas sensiblement plus dense que celui qui l'environne; en sorte que le raccourcissement des ondes lumineuses qui pénètrent le verre est principalement dû à ses propres molécules, dont on ne peut pas d'ailleurs, et par une raison bien simple, révoquer en doute la grande influence sur la dispersion, puisqu'elle varie avec la nature ou l'arrangement de ces molécules, suivant des rapports tout à fait différents de ceux des pouvoirs réfringents moyens.

Mais celui de tous les phénomènes d'optique qui met le plus en évidence peut-être l'influence immédiate des particules des corps sur la marche de la lumière, c'est la double réfraction, qui lui imprime des vitesses différentes, selon le sens dans lequel on tourne le cristal

qu'on lui fait traverser, quoique la densité de l'éther qu'il renferme reste toujours la même.

Je citerai, à cette occasion, une loi que je viens de découvrir dans les phénomènes de double réfraction que présente le verre courbé, et qui fait voir jusqu'à quel point l'arrangement des molécules influe sur la marche de la lumière.

Quand on courbe une plaque de verre, elle acquiert des propriétés analogues à celles des lames minces cristallisées; comme ces cristaux, elle colore la lumière polarisée, ainsi que M. Brewster l'a remarqué depuis longtemps. L'analogie indique que ces teintes, parfaitement semblables à celles des lames cristallisées, doivent résulter aussi de l'interférence de deux systèmes d'ondes qui parcourent la plaque de verre avec des vitesses inégales; et c'est aussi ce que confirme l'expérience.

Pour mesurer les changements de vitesses qui répondent à ces deux systèmes d'ondes, j'ai employé les procédés délicats que fournit la diffraction; et j'ai trouvé que la vitesse des rayons réfractés ordinairement différait deux fois plus que celle des rayons extraordinaires de la vitesse de la lumière dans le verre non courbé : ainsi la différence de vitesse entre les rayons ordinaires et extraordinaires est égale à l'accroissement ou à la diminution de vitesse que la flexion du verre a fait éprouver à la lumière réfractée extraordinairement : résultat bien remarquable, puisqu'ici la double réfraction est aussi grande que le changement de réfraction provenant de la dilatation ou de la condensation du milieu.

J'ai essayé de déterminer la dilatation et la condensation absolue du parallélipipède de verre dans les points traversés par les faisceaux lumineux que je faisais interférer; mais je n'ai encore obtenu qu'un résultat qui me paraisse mériter quelque confiance.

J'ai trouvé, d'après cette expérience, que le changement de vitesse de la lumière résultant de la dilatation ou de la condensation du verre était, pour les rayons réfractés ordinairement, moitié moindre à très-peu près que celui que l'on conclurait de la dilatation ou de la con-

V. densation absolue du verre, en employant la formule qui se déduit également du système de l'émission et de celui des ondulations, lorsqu'on suppose, dans le premier, que l'attraction exercée sur les molécules lumineuses est proportionnelle à la densité du milieu, et que, dans le second, on assimile le milieu réfringent à un fluide élastique homogène, dont la densité éprouverait les mêmes variations que le parallélipipède de verre, son élasticité restant constante.

D'après ces deux suppositions, les petites variations de vitesse de la lumière doivent être moitié des variations de la densité du milieu, et j'ai trouvé, dans cette expérience, qu'elles n'en étaient que le quart pour les rayons ordinaires, qui sont cependant ceux dont la marche éprouve les plus grandes variations [1].

Je me propose de continuer mes recherches sur cet objet dès que mes occupations me le permettront, et de déterminer, par des observations exactes, les rapprochements ou écartements des particules du verre qui répondent à chaque degré de différence de vitesse entre les rayons ordinaires et extraordinaires. Des expériences de ce genre, dans lesquelles on peut faire varier à volonté et mesurer les modifications apportées dans l'arrangement des particules du milieu réfringent, serviront peut-être à jeter quelque jour sur les causes mécaniques de la double réfraction.

[1] Cette seconde loi, ayant été déduite d'un résultat isolé, a besoin d'être confirmée par de nouvelles expériences.

N° XXV.

MÉMOIRE

SUR

LA RÉFLEXION DE LA LUMIÈRE[a],

PRÉSENTÉ À L'ACADÉMIE LE 15 NOVEMBRE 1819.

(Imprimé par ordre de l'Académie dans les *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut* pour 1849, t. XX, p. 195.)

1. La théorie des ondulations donne une idée nette et précise de ce qui constitue le poli spéculaire, comme je l'ai observé dans le premier Mémoire que j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie[b]. Il résulte du principe des interférences que la surface d'un miroir doit réfléchir

[a] Ce Mémoire paraît avoir eu pour but principal de constater la perte d'une demi-période, que la théorie de plusieurs phénomènes admettait encore en principe sans raison suffisante et «comme une vérité de fait démontrée par l'expérience» [N° XIX (E), p. 549]. Voyez à ce sujet N° X, § 18, note 1, p. 144.

Fresnel n'a pas tardé à abandonner entièrement le point de vue développé dans ce Mémoire, pour ramener le fait particulier dont il y est question à dépendre de principes généraux qui rendent compte de toutes les modifications que produit la réflexion dans l'amplitude et la direction des vibrations lumineuses. On a vu plus haut une première esquisse de ces nouveaux principes (N° XXII, deuxième note en *post-scriptum*). On en trouvera l'exposition complète et définitive dans le Mémoire *sur la loi des modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée,* qui forme le N° XXX de cette édition. On verra dans ce Mémoire comment la théorie a modifié, en l'expliquant, l'ancienne hypothèse de la perte d'une demi-longueur d'onde dans l'acte de la réflexion.

Relativement à la publication tardive de ce Mémoire, voyez N° XXIII, p. 655 note (a). [E. Verdet.]

[b] Voyez N° II, § 39.

V. régulièrement la lumière sous toutes les incidences, lorsque ses aspérités sont très-petites relativement à la longueur d'une ondulation lumineuse. Mais, comme les ondes lumineuses qui produisent la sensation des diverses couleurs ont des longueurs différentes, il suit de cette définition du poli qu'elles ne doivent pas exiger toutes le même degré de petitesse dans les aspérités de la surface pour être régulièrement réfléchies, et que, relativement aux ondes rouges, par exemple, qui sont les plus longues, une surface peut être encore un peu polie lorsqu'elle ne l'est plus du tout pour les ondes violettes.

Il serait sans doute bien difficile, dans le travail d'un miroir, d'arrêter le poli à ce degré intermédiaire où il permettrait, sous l'incidence perpendiculaire, une réflexion régulière assez sensible des rayons rouges, en dispersant entièrement les rayons de l'autre extrémité du spectre. Mais il est un moyen bien simple de vérifier cette conséquence remarquable de la théorie avec un miroir seulement douci; c'est de l'incliner graduellement sur les rayons incidents. On sait que, sous des incidences très-obliques, des surfaces qui ne sont pas polies, mais seulement dressées, peuvent présenter des images régulières et brillantes des objets. La raison en est que l'obliquité diminue les différences des chemins parcourus par les rayons réfléchis sur les petites éminences ou les parties rentrantes des aspérités de la surface; et l'on conçoit aisément que, sous certaines inclinaisons, ces différences des chemins parcourus peuvent être déjà assez petites, par rapport à la longueur d'une ondulation rouge, pour permettre un commencement de réflexion régulière des rayons rouges, tandis qu'elles sont encore trop grandes, par rapport aux rayons violets, pour qu'ils se réfléchissent régulièrement en quantité sensible. On obtient de cette manière, en faisant varier l'obliquité des rayons incidents, les mêmes effets qu'on obtiendrait sous l'incidence perpendiculaire en changeant progressivement le degré de poli de la surface; et l'on voit sous une certaine inclinaison l'image régulièrement réfléchie d'un objet blanc prendre une teinte fauve rougeâtre assez prononcée, ainsi que M. Arago et d'autres physiciens peut-être l'avaient déjà remarqué.

J'ai analysé le phénomène dans la chambre obscure en faisant tomber le spectre solaire sur des miroirs de verre et d'acier simplement doucis; et j'ai vu disparaître successivement le violet, l'indigo, le bleu et une partie du vert, en diminuant l'obliquité des miroirs; tandis que le rouge extrême, beaucoup plus obscur que le bleu et cette portion du vert dans les rayons incidents, continuait cependant à donner une image aussi distincte que celle qui résultait de la réflexion des rayons jaunes et orangés. Je n'ai pas pu parvenir à faire disparaître entièrement le vert situé près du jaune sans anéantir en même temps tout le reste de l'image du spectre solaire. Mais on en sera peu surpris si l'on réfléchit que les ondulations vertes ne diffèrent des ondulations rouges que d'un sixième de celles-ci environ; en sorte qu'une différence de chemins parcourus égale à une demi-ondulation verte est bien près de produire aussi la discordance complète entre les rayons rouges.

On voit ainsi l'expérience confirmer le principe d'Huyghens et celui des interférences dans toutes les conséquences que l'on en peut déduire, sans faire entrer en considération les lois d'équilibre et l'arrangement des molécules des corps, sur lesquels on n'a encore aucune notion positive. Ces seuls principes nous indiquent les lois de la diffraction, où les corps qui l'occasionnent ne jouent d'autre rôle que d'intercepter ou retarder une portion des ondes lumineuses. Ils suffisent aussi à l'explication des lois de la réfraction et de la réflexion, soit que la surface réfléchissante ait reçu un poli parfait ou grossier, soit qu'elle ait une étendue indéfinie ou très-limitée, du moins quant à ce qui concerne la marche des rayons; car le rapport d'intensité entre le rayon incident et le rayon réfléchi sous différentes obliquités n'a pas encore été déterminé par la théorie des ondulations. Il est clair que ce rapport doit dépendre du pouvoir réfringent du milieu à la surface duquel la réflexion s'opère; mais on ignore encore la forme de la fonction qui exprime cette relation. Pour résoudre ce problème difficile, il faudrait connaître d'abord toutes les causes de la réfraction, ou, ce qui revient au même, du raccourcissement des ondes lumineuses dans le milieu

réfringent. Tout ce qu'on sait, c'est que chaque espèce d'ondes doit avoir évidemment la même longueur dans le même milieu, quelle que soit la direction suivant laquelle elles le traversent, si ce milieu est homogène et n'affecte pas, comme les substances cristallisées, un arrangement régulier dans ses particules. Cette constance de la longueur d'ondulation dans le même milieu suffit pour expliquer la seule loi connue de la réfraction, le rapport constant du sinus d'incidence au sinus de réfraction.

2. Mais quelle est la cause du raccourcissement des ondes lumineuses dans les corps denses ? Est-ce seulement une plus grande densité de l'éther qu'ils contiennent, celle de leurs propres particules, ou ces deux causes à la fois ?

Je n'ai pas été longtemps à douter de la justesse de la première hypothèse, que j'avais adoptée d'abord parce qu'elle est plus facile à suivre dans ses conséquences. En songeant combien la force répulsive des molécules éthérées est considérable relativement à leur masse, j'ai pensé qu'il était peu probable que l'attraction des corps pondérables pût augmenter d'une manière sensible la densité de ce fluide; car il faut bien supposer que les particules de ces corps possèdent aussi un pouvoir répulsif, qui, d'après l'analogie, doit s'exercer plus énergiquement sur les molécules de l'éther, éminemment répulsives, que sur les molécules pondérables, où cette répulsion est contre-balancée par une attraction puissante. D'ailleurs, en admettant même cette plus grande densité de l'éther dans les milieux réfringents, elle ne suffirait pas pour expliquer la dispersion du spectre solaire et la double réfraction, où la nature et l'arrangement des molécules pondérables ont une influence qu'on ne peut méconnaître.

Mais, dira-t-on, n'est-il pas possible qu'elles jouent un rôle essentiel dans ces phénomènes secondaires, tandis que la plus grande densité de l'éther serait la cause principale de la réfraction, et par conséquent de la réflexion ? C'est précisément la question que je m'étais faite depuis longtemps, et que je crois avoir résolue d'une manière négative par les expériences que je viens de terminer.

3. Ces deux manières différentes d'envisager la réflexion conduisent à des conséquences semblables dans plusieurs cas, par exemple relativement aux anneaux colorés.

On sait qu'une lame mince, comprise entre deux milieux d'un pouvoir réfringent supérieur, telle qu'une lame d'air ou d'eau comprise entre deux verres, présente une tache noire au point de contact de ces deux milieux, c'est-à-dire, dans l'endroit où son épaisseur est nulle. Les anneaux réfléchis résultant de l'interférence des deux systèmes d'ondes réfléchies à la première et à la seconde surface de la lame mince, il semblerait, au premier aperçu, qu'ils doivent se trouver d'accord au point de contact, puisque la différence des chemins parcourus y est nulle, et qu'en conséquence le centre des anneaux devrait être occupé par une tache blanche au lieu d'une tache noire. Mais un examen plus attentif de la question fait voir que ce doit être au contraire un point de discordance complète, quelle que soit celle qu'on adopte des deux hypothèses sur la manière dont s'opère la réflexion.

En effet, si l'on admet que la réflexion résulte d'une plus grande densité du fluide contenu dans le milieu plus réfringent, les rayons devront être considérés comme réfléchis à la surface même qui sépare les deux milieux contigus, et par conséquent la différence des chemins parcourus par les rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame mince sera exactement nulle là où son épaisseur est nulle. Mais il résulte de la même manière d'envisager la réflexion, que l'expression de la vitesse d'oscillation des molécules éthérées, dans les ondes réfléchies à la surface de séparation de deux milieux, diffère de signe selon que le second milieu est plus réfringent ou moins réfringent que le premier. C'est ce que M. Young avait découvert par des considérations mécaniques très-simples, et ce que M. Poisson a démontré depuis, d'une manière plus rigoureuse, par une analyse savante dans son beau Mémoire sur le mouvement des fluides élastiques.

Ainsi, en considérant, pour fixer les idées, le cas ordinaire d'une lame d'air comprise entre deux verres, on voit donc, qu'abstraction

V. faite des chemins parcourus, les rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air doivent différer de signe dans leur vitesse oscillatoire, puisque les premiers sont réfléchis dans un milieu plus dense à la surface d'un milieu plus rare, et les autres dans un milieu plus rare à la surface d'un milieu plus dense. Or, l'opposition de signe indique des mouvements oscillatoires opposés; elle explique donc cette différence d'une demi-ondulation indépendante des chemins parcourus que présente l'expérience, et qui ainsi, loin d'être une objection contre la théorie, en est précisément une confirmation.

Cette même théorie a encore l'avantage d'annoncer d'avance le cas où la tache centrale doit devenir blanche; c'est celui où le milieu compris entre deux autres, de pouvoirs réfringents inégaux, a un pouvoir réfringent intermédiaire. Quand il est plus considérable que celui des deux milieux extrêmes, le point de contact redevient noir, comme lorsqu'il est plus faible : cela est évident d'après le principe que nous venons d'énoncer.

M. Young a vérifié par l'expérience ces conséquences, qu'il avait déduites de la théorie, en introduisant de l'huile de sassafras entre deux prismes légèrement convexes et pressés jusqu'au contact [a]. Lorsque ces deux prismes sont de verre ordinaire, qui est moins réfringent que l'huile de sassafras, la tache centrale est noire; et lorsqu'un des prismes étant de verre ordinaire l'autre est de flint-glass, milieu plus réfringent que l'huile de sassafras, cette tache est toujours blanche, soit que le prisme de flint-glass soit par-dessus ou par-dessous. J'ignore comment le système de l'émission pourrait rendre raison de ces phénomènes remarquables, dont l'explication est si satisfaisante dans la théorie des ondulations.

4. Nous venons de voir qu'ils s'accordent avec notre première hypothèse, d'après laquelle la réflexion résulterait uniquement d'une

---

[a] *On the theory of Light and Colours.* (*Philosophical Transactions* for 1802, p. 12. *Miscellaneous Works,* vol. I, p. 140.) — An account of some cases of the production of Colours not hitherto described. (*Philosophical Transactions* for 1802, p. 387. *Miscellaneous Works,* vol. I, p. 170.)

plus grande densité de l'éther des milieux réfringents. Ils se concilient aussi bien avec celle qui attribue la réflexion totale à la réunion des réflexions élémentaires sur les particules mêmes des corps.

On conçoit aisément, dans cette seconde hypothèse, pourquoi la réflexion sur les molécules propres des corps ne peut avoir lieu d'une manière sensible que dans le voisinage de leur surface, lorsque les intervalles qui séparent ces molécules sont très-petits relativement à la longueur d'une onde lumineuse. Car, si l'on divise par la pensée l'intérieur du corps en couches très-minces, d'une épaisseur telle que les rayons réfléchis par les particules d'une couche quelconque se trouvent en discordance complète avec ceux que réfléchissent les deux couches entre lesquelles elle est comprise, on voit que les réflexions élémentaires que les particules de chaque couche tendent à produire sont détruites par la moitié des rayons de la couche antérieure et de la couche suivante, excepté à la surface du milieu, où la couche extrême ne perd ainsi que la moitié de l'intensité des rayons réfléchis. Il est évident que le point de départ de la résultante de toutes les ondes élémentaires réfléchies par ces particules doit être au milieu, lorsqu'elle a assez de transparence pour que les rayons qui la pénètrent à différentes profondeurs conservent sensiblement la même intensité. Or, d'après l'épaisseur que nous avons supposée à chaque couche, les rayons réfléchis au milieu doivent différer d'un quart d'ondulation des rayons partis de ses limites. Ainsi, la résultante des ondes élémentaires réfléchies par la couche extrême parcourt un quart d'ondulation de plus que les rayons réfléchis à la surface même du corps.

5. Nous avons supposé implicitement que le corps réfléchissant était dans le vide. Mais quand il est en contact avec un autre corps, les rayons réfléchis sur ses molécules dans le voisinage de sa surface, déjà réduits à moitié de leur intensité par la couche inférieure, sont encore affaiblis par la couche supérieure appartenant au corps en contact, et sont même entièrement détruits si le second milieu réfléchit autant ou plus de lumière que le premier. Dans le premier cas il n'y a plus de lumière réfléchie; dans l'autre ce sont les molécules du second milieu

qui réfléchissent la seule lumière sensible; et c'est, en conséquence, du centre de la couche supérieure que doit être compté le chemin parcouru par la résultante des ondes élémentaires, qui diffère ainsi d'un quart d'ondulation en moins du chemin parcouru par les rayons réfléchis à la surface même.

Cela posé, lorsque la lame mince est comprise entre deux milieux d'un pouvoir réfléchissant supérieur, c'est hors de cette lame que s'opèrent les deux réflexions; de telle manière que le chemin parcouru par la résultante de la réflexion supérieure est moindre d'un quart d'ondulation que le chemin parcouru par les rayons élémentaires réfléchis à la surface supérieure, et que le chemin parcouru par la résultante de la réflexion inférieure est plus grand d'un quart d'ondulation que le chemin parcouru par les rayons élémentaires réfléchis à la seconde surface. Par conséquent, l'intervalle compris entre les deux ondes résultantes doit être plus grand d'une demi-ondulation que si elles étaient parties des surfaces mêmes de la lame mince; ainsi, au point de contact des deux milieux extrêmes, où l'épaisseur de la lame intermédiaire est nulle, ces deux ondes résultantes doivent se trouver en discordance complète, et en conséquence produire une tache noire.

Lorsque le pouvoir réfléchissant de la lame mince est intermédiaire entre ceux des deux milieux extrêmes, l'une des deux réflexions a lieu en dedans de cette lame, tandis que l'autre s'opère en dehors. Il s'ensuit que la différence d'un quart d'ondulation, entre les deux résultantes et les rayons réfléchis aux surfaces mêmes de la lame mince, se trouve alors dans le même sens pour les deux surfaces, et qu'ainsi l'aspect du phénomène doit être le même que si ces résultantes partaient des surfaces de la lame mince: elles doivent donc être parfaitement d'accord au point où son épaisseur est nulle, et y former une tache blanche.

Enfin, lorsque la lame mince a un pouvoir réfléchissant plus grand que les deux milieux qu'elle sépare, les deux réflexions s'opèrent l'une et l'autre en dedans de la lame, et les différences d'un quart d'ondulation dont nous venons de parler, ayant lieu en sens contraires, s'ajoutent et changent ainsi d'une demi-ondulation l'intervalle qui sépare les

deux systèmes d'ondes; d'où résulte une tache noire au point de contact, conformément à l'expérience.

Les deux hypothèses sur la réflexion s'accordent ainsi dans les conséquences que nous venons d'en déduire relativement aux anneaux réfléchis. Appliquons-les maintenant aux anneaux transmis.

6. Les anneaux transmis résultent nécessairement de l'existence des anneaux réfléchis, et doivent en être complémentaires dans les milieux parfaitement diaphanes, par la seule raison du principe de la conservation des forces vives. Car, la lumière incidente étant supposée d'une intensité uniforme, la somme des intensités des lumières réfléchie et transmise à chaque point de la lame mince doit être constante. Ainsi les anneaux noirs, dans la lumière transmise, doivent répondre aux anneaux brillants de la lumière réfléchie. Par conséquent, dans le cas d'une lame d'air comprise entre deux verres, par exemple, le point où ils se touchent, qui paraît noir vu par réflexion, doit paraître brillant par transmission.

M. Arago s'est assuré, par une expérience ingénieuse, que les anneaux transmis, quoique beaucoup plus faibles en apparence que les anneaux réfléchis, à cause de la grande quantité de lumière blanche dans laquelle ils sont en quelque sorte noyés, les neutralisent cependant complétement lorsqu'on les projette dessus, et qu'en conséquence ils en sont réellement complémentaires[a]. Cette observation paraissait une objection contre l'hypothèse de M. Young, qui attribuait la formation des anneaux transmis à l'interférence des rayons directs avec ceux qui ne sortent de la lame d'air qu'après y avoir été réfléchis deux fois. Mais il a démontré, par un calcul fort simple, que son hypothèse s'accordait très-bien au contraire avec l'observation de M. Arago[b]. Ainsi, puisque ces deux systèmes d'ondes doivent produire des anneaux d'une intensité précisément égale à celle que présente l'expérience, il faut

---

[a] *Mémoire sur les couleurs des lames minces.* (*Mémoires de la Société d'Arcueil,* t. III, p. 223. *Œuvres complètes d'Arago,* t. X, p. 1.)

[b] *Chromatics from the Supplement to the Encyclopedia Britannica,* art. 6 (sect. V). (*Miscellaneous Works,* vol. I, p. 336.)

XV. que l'hypothèse qu'on adoptera sur la réflexion, quelle qu'elle soit, puisse se concilier avec cette manière d'envisager la génération des anneaux transmis.

L'hypothèse suivant laquelle on considère la réflexion comme s'opérant à la surface même de séparation des deux milieux en contact, en raison de la seule différence de leurs densités, s'accorde parfaitement avec cette génération des anneaux transmis. En effet, supposons, par exemple, que la lame mince soit comprise entre deux milieux d'un pouvoir réfringent supérieur; on sait qu'en pareil cas le centre des anneaux réfléchis est noir, et celui des anneaux transmis est blanc: or c'est précisément ce qui résulte de l'hypothèse adoptée. Car, d'après cette manière de concevoir la réflexion, la vitesse d'oscillation est de même signe pour les rayons réfléchis en dedans de la lame mince que pour les rayons transmis en la rapportant à la direction de leur marche; ainsi les rayons réfléchis, ramenés à la direction des rayons transmis par une seconde réflexion, n'en diffèrent donc qu'en raison de la différence des chemins parcourus, qui est égale au double de l'épaisseur de la lame mince sous l'incidence perpendiculaire. Au point de contact des deux milieux extrêmes, où cette épaisseur est nulle, les rayons deux fois réfléchis sont donc en accord parfait avec les rayons transmis directement, et, par conséquent, la tache centrale doit être blanche.

Lorsque les deux milieux extrêmes sont au contraire d'un pouvoir réfringent plus faible que celui de la lame mince qu'ils comprennent, la vitesse d'oscillation des ondes lumineuses, considérée dans le sens de leur marche, change de signe, il est vrai, à chaque réflexion; mais après deux réflexions elle reprend le même signe que dans les rayons transmis immédiatement; leur accord doit donc être encore parfait, là où la différence des chemins parcourus est nulle, c'est-à-dire, au point de contact.

Enfin, quand la lame mince est d'un pouvoir réfringent supérieur à l'un des deux milieux extrêmes et inférieur à l'autre, les rayons deux fois réfléchis, ne changeant de signe qu'une fois dans leurs mouvements vibratoires, diffèrent d'une demi-ondulation des rayons directement transmis, indépendamment des chemins parcourus; en sorte que la

tache centrale doit paraître noire, vue par transmission, conformément à l'expérience.

7. Cette manière d'envisager la génération des anneaux transmis ne se concilie pas aussi facilement avec l'hypothèse où l'on considère la réflexion comme produite par les particules mêmes des corps; du moins il devient nécessaire alors de supposer que les ondes élémentaires ainsi réfléchies changent d'un quart d'ondulation par l'acte même de la réflexion.

Il me semble qu'on peut s'en rendre compte jusqu'à un certain point, en faisant attention que les particules du corps ébranlées par les ondulations lumineuses doivent sans doute partager à la fois les mouvements des rayons incidents et des rayons réfléchis, et que ce sont probablement leurs vibrations dans la direction de ceux-ci qui constituent principalement la réflexion. Or, pour que ces deux sortes de vibrations s'exécutent à la fois dans les mêmes particules de la manière la plus indépendante, il faut que les unes ne commencent leurs oscillations qu'un quart d'ondulation après les autres. Je ne présente néanmoins qu'avec beaucoup de défiance ces idées sur une question aussi délicate, et je ne regarde point l'explication que je viens de hasarder comme une démonstration rigoureuse de la différence d'un quart d'ondulation entre les rayons transmis et les rayons réfléchis, mais seulement comme une manière de la concevoir. D'ailleurs, ce retard d'un quart d'ondulation dans la marche des rayons réfléchis résulte nécessairement du principe de la conservation des forces vives appliqué à l'hypothèse que nous considérons, puisque, sans ce changement opéré par la réflexion, les anneaux transmis seraient absolument semblables aux anneaux réfléchis, au lieu d'en être complémentaires. Cette différence d'un quart d'ondulation est donc une conséquence nécessaire de notre seconde hypothèse sur la réflexion.

8. Cela posé, nous avons vu que la résultante de toutes les ondes élémentaires réfléchies dans le voisinage de la surface se trouvait en arrière d'un quart d'ondulation par rapport aux rayons partis de la surface même; et, puisque par le seul acte de la réflexion les ondes

réfléchies doivent se trouver retardées d'un quart d'ondulation, il en résulte une différence totale d'une demi-ondulation entre les rayons incidents et les rayons réfléchis, indépendamment de la différence des chemins parcourus comptés à partir de la surface pour les rayons réfléchis. Nous supposons ici que le corps réfléchissant est dans le vide : s'il était en contact avec un autre milieu d'un moindre pouvoir réfléchissant, ce serait encore la même chose; mais si le milieu supérieur était au contraire plus réfringent, la résultante des ondes élémentaires se trouvant alors en avance d'un quart d'ondulation par rapport aux rayons réfléchis à la surface même, le retard d'un quart d'ondulation qu'elle éprouve dans l'acte de la réflexion serait ainsi compensé. On tire des conséquences absolument opposées de la première hypothèse, suivant laquelle la réflexion, résultant uniquement de la différence de densité de l'éther dans les deux milieux, s'opérerait à la surface même de séparation. Ainsi, ces deux hypothèses, qui s'accordent sur les anneaux réfléchis, et par conséquent sur les anneaux transmis, puisque ceux-ci sont nécessairement complémentaires des premiers d'après le principe de la conservation des forces vives, ces deux hypothèses, dis-je, en nous conduisant à des conséquences contradictoires sur les différences de vibration entre les rayons réfléchis et les rayons transmis, nous offrent le moyen de décider par l'expérience laquelle des deux il faut rejeter [a].

Pour cela, j'ai choisi le cas le plus commode, celui où la lumière est réfléchie dans l'air à la première surface d'une plaque de verre. Alors, d'après la première hypothèse, les rayons réfléchis doivent s'accorder dans leurs vibrations avec les rayons directs, en les supposant ramenés

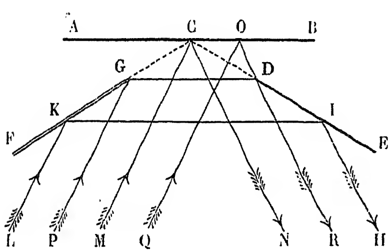
---

[a] L'opposition dont il s'agit n'existe réellement pas, et Fresnel a pu ultérieurement se rendre compte de la perte d'une demi-ondulation en admettant que la réflexion s'opérât à la surface même de séparation des deux milieux. L'expérience décrite dans ce paragraphe n'a pas pour cela moins d'intérêt, car elle est jusqu'ici la seule qui prouve d'une manière directe et rigoureuse que, sous des incidences notablement différentes de l'incidence parallèle à la surface, la vitesse de vibration de la lumière est changée de signe par la réflexion. [E. Verdet.]

à la même direction, et abstraction faite de la différence des chemins parcourus; tandis que, suivant la seconde hypothèse au contraire, ils doivent différer d'une demi-ondulation. Il s'ensuit, qu'en faisant interférer les deux faisceaux lumineux sous un très-petit angle, de manière à produire des franges visibles, la bande centrale, qui répond aux points où les chemins parcourus sont égaux, doit être blanche, d'après la première hypothèse, et noire suivant la seconde.

Pour établir cette interférence, j'ai reçu sur deux miroirs de verre noir les rayons directs et ceux qui avaient déjà subi une première réflexion sur une autre plaque de verre parfaitement transparente et noircie par derrière; cette réflexion sur deux miroirs pareils des rayons incidents et des rayons déjà réfléchis, en leur imprimant la même modification, ne pouvait pas altérer la différence résultant de la réflexion d'un des faisceaux lumineux sur le premier miroir[1].

Les deux miroirs de verre noir, destinés à ramener les deux faisceaux lumineux à des directions à peu près parallèles, étaient aussi disposés de façon que les chemins parcourus, répondant à la partie commune des deux champs lumineux, fussent sensiblement égaux; ce que j'obtenais au moyen d'une épure



tracée sur un carton de la manière indiquée par cette figure : FG est la plaque de verre transparent sur laquelle les rayons incidents éprouvent la première réflexion; AB et DE les deux miroirs noirs qui réfléchissent, le premier, les rayons venus directement du point lumineux; le second, les rayons déjà réfléchis par la plaque de verre FG. Pour que les rayons incidents soient ramenés à des directions paral-

[1] La réflexion sur le verre noir produit les mêmes modifications que sur un verre blanc, comme je m'en suis assuré en faisant interférer des rayons réfléchis sur une glace de verre noir, avec des rayons réfléchis sur un miroir de verre blanc. Il n'en est plus de même en substituant un miroir métallique au verre noir; les franges cessent alors d'être symétriques par rapport à la bande brillante du milieu.

V. lèles, il faut que les deux miroirs FG et DE fassent avec le miroir AB des angles égaux à la moitié de l'angle NCB, que les rayons directs font avec ce même miroir AB; et, pour que les chemins parcourus par les rayons LKIH et NCM soient égaux, il suffit que les plans des miroirs FG et DE prolongés rencontrent au même point C la surface du miroir AB. C'est d'après cette règle que toutes mes épures ont été tracées; mais comme on ne peut parvenir par un simple dessin au degré de précision nécessaire pour des expériences aussi délicates, où une différence de quelques millièmes de millimètre dans les chemins parcourus suffit pour faire disparaître les franges, je faisais varier lentement la position du miroir DE à l'aide d'une vis de rappel, qui l'avançait ou le reculait parallèlement à lui-même dans une direction perpendiculaire à sa surface; et, par un tâtonnement très-court, je parvenais aisément à obtenir l'apparition des franges.

J'ai répété cette expérience sous des inclinaisons très-diverses, j'ai donné successivement à l'angle ACF $7°\frac{1}{2}$, 15°, 20°, 25°, $27°\frac{1}{2}$, 30°, 35°, 40°, et j'ai toujours vu le milieu du groupe de franges occupé par une bande noire, conformément aux conséquences de la seconde hypothèse sur la réflexion.

Pour rendre la chose bien évidente, il faut rapprocher beaucoup entre elles les deux images du point lumineux, de manière à donner aux franges le plus de largeur possible, afin que l'effet prismatique de la loupe dont on se sert pour les observer ne puisse pas occasionner de méprise sur le rang de chacune et sur la symétrie de leurs teintes[1].

[1] Il est une autre précaution à prendre pour parvenir à faire naître des franges; et, faute d'y avoir songé d'abord, j'ai cru pendant quelques jours que les deux faisceaux lumineux ne s'influençaient plus lorsque les rayons s'approchaient de l'incidence perpendiculaire. Cela tenait tout simplement à ce que je n'avais pas rapproché les miroirs DE et FG de AB, à mesure que je diminuais l'obliquité des rayons incidents; en sorte que les rayons PGDR et QOR, que je faisais interférer, étaient émanés du point lumineux sous des directions trop différentes. Or j'ai fait voir, dans mon premier Mémoire sur la diffraction, que ce n'est que dans des intervalles angulaires assez petits qu'on peut considérer comme vibrant d'accord tous les rayons partis du foyer de la lentille dont on se sert pour former le point lumineux.

Alors les franges présentent des couleurs disposées symétriquement de part et d'autre de la bande noire centrale, qui est parfaitement incolore dans le milieu de sa largeur; en sorte qu'on ne peut pas douter que ce ne soit un point de discordance complète pour toutes les espèces de rayons, et que les deux systèmes d'ondes qui interfèrent ne diffèrent en conséquence que d'une demi-ondulation. Les rayons deux fois réfléchis sur le verre diffèrent donc d'une demi-ondulation de ceux qui n'ont été réfléchis qu'une seule fois, ou, ce qui revient au même, les rayons réfléchis une seule fois diffèrent d'une demi-ondulation des rayons directs ou transmis, indépendamment des chemins parcourus comptés à partir de la surface même de la glace. Ainsi l'expérience confirme dans ses conséquences l'hypothèse d'après laquelle la réflexion s'opérerait sur les particules mêmes des corps transparents.

9. Ces réflexions intérieures sur les particules propres des corps étaient déjà indiquées par d'autres phénomènes. Les couleurs que la polarisation développe dans la lumière qui a éprouvé plusieurs réflexions sur des miroirs métalliques démontrent, d'après le principe des interférences, qu'une partie des rayons réfléchis a pénétré dans l'intérieur même du métal jusqu'à une petite distance de sa surface. Car la lumière ainsi modifiée se comporte dans les lames cristallisées qu'on lui fait traverser exactement comme si elle était composée de deux systèmes d'ondes, polarisés, l'un parallèlement, et l'autre perpendiculairement au plan d'incidence, et séparés par un intervalle plus ou moins grand, selon l'angle d'incidence et le nombre des réflexions successives.

Les corps les plus transparents ne réfléchissent pas seulement la lumière dans la couche très-mince qui touche à leur surface, mais encore de tous les autres points de leurs parties intérieures; et cette lumière devient toujours sensible quand le milieu réfléchissant a assez de profondeur.

L'atmosphère nous en présente un exemple frappant. L'abondance de la lumière solaire, qu'elle renvoie de toutes parts à nos yeux, même dans les jours où l'air est le plus pur, ne peut se concevoir, comme l'a

observé M. Arago, qu'en supposant que ce sont les particules mêmes de l'air qui réfléchissent cette lumière, et que la faiblesse de ces réflexions partielles est compensée par leur multitude [a].

Les phénomènes de cette espèce deviennent faciles à concevoir dans l'hypothèse dont nous venons de voir les conséquences confirmées par l'expérience. En effet les réflexions élémentaires résultant du choc des ondes lumineuses contre les particules propres des corps, ne peuvent se détruire complétement dans leur intérieur qu'autant que les intervalles qui les séparent sont infiniment petits, relativement à la longueur d'une ondulation; parce qu'alors on peut toujours trouver, derrière chaque particule, une autre particule située à une distance telle que les rayons qu'elle tend à réfléchir diffèrent exactement d'une demi-ondulation de ceux qui seraient réfléchis par la première. Mais, dès que les intervalles qui séparent les molécules du milieu ne sont pas absolument nuls par rapport à la longueur d'une ondulation, il n'y a plus destruction complète des réflexions élémentaires dans l'intérieur du milieu, et elles finissent par devenir sensibles, lorsqu'elles s'ajoutent sur une grande profondeur [1].

10. Cette théorie de la réflexion, beaucoup plus générale et plus féconde en conséquences que l'autre hypothèse, qui ne peut s'appliquer qu'au cas particulier d'une transparence parfaite, a encore l'avantage de détruire, par ses fondements, l'objection qui a été faite contre

[1] Cette manière d'envisager la réflexion laisse entrevoir la possibilité d'expliquer les couleurs propres des corps d'une manière plus satisfaisante que celle indiquée par Newton, qui ne paraît pas applicable à des liquides colorés parfaitement limpides, dont les particules sont sans doute beaucoup plus petites que la longueur d'un accès, même dans le verre, et auxquelles il faudrait en conséquence supposer des densités invraisemblables, et beaucoup plus grandes que celles qu'elles devraient avoir, d'après la même théorie, dans d'autres composés incolores d'une diaphanéité parfaite.

[a] *Œuvres complètes,* t. VII, p. 435. L'hypothèse d'Arago a été généralement abandonnée pour celle d'une réflexion sur les particules de toute nature que l'atmosphère tient en suspension, notamment sur les globules de vapeur vésiculaire. [E. VERDET.]

le système des ondulations, relativement au phénomène de la dispersion des rayons colorés qui accompagne la réfraction. L'analyse démontre que les ondulations de diverses longueurs doivent se propager avec la même vitesse dans un fluide élastique homogène; en sorte que, si le ralentissement de la lumière dans le verre, par exemple, ne dépendait que de la plus grande densité de l'éther qu'il contient, les différentes espèces d'ondes lumineuses, qui doivent se propager avec une égale vitesse dans le vide, c'est-à-dire, dans l'éther seul, éprouveraient un ralentissement égal dans le verre, et se réfracteraient en conséquence de la même manière; car le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction dépend uniquement de celui qui existe entre les vitesses de la lumière dans les deux milieux. Mais, d'après l'expérience que j'ai rapportée, il est très-probable que l'éther contenu dans le verre n'est pas sensiblement plus dense que celui qui l'environne; en sorte que le raccourcissement des ondes lumineuses qui pénètrent le verre est principalement dû à ses propres molécules, dont on ne peut pas d'ailleurs, et par une raison bien simple, révoquer en doute la grande influence dans le phénomène de la dispersion, puisqu'elle varie avec la nature ou l'arrangement de ces molécules, suivant des rapports tout à fait différents de ceux des pouvoirs réfringents moyens.

Mais celui de tous les phénomènes d'optique qui met le plus en évidence, peut-être, l'influence immédiate des particules des corps sur la marche de la lumière, c'est la double réfraction, qui nous fait voir un rayon polarisé changer de vitesse selon le sens dans lequel on tourne le cristal qu'on lui fait traverser, quoique la densité de l'éther qu'il renferme reste toujours la même.

11. Je citerai encore, à cette occasion, une loi que je viens de découvrir dans les phénomènes de double réfraction que présente le verre courbé, et qui fait voir jusqu'à quel point l'arrangement des molécules influe sur la marche de la lumière.

On sait que, quand on courbe le verre, il acquiert des propriétés analogues à celles des lames minces cristallisées. Comme ces cristaux, il fait reparaître l'image extraordinaire en la colorant, ainsi que M. Brews-

ter l'a remarqué depuis longtemps [a]. L'analogie indique que ces teintes, parfaitement semblables à celles des lames minces cristallisées, doivent résulter aussi de l'interférence de deux systèmes d'ondes lumineuses, qui parcourent le verre courbé avec des vitesses inégales; et c'est aussi ce que confirme l'expérience.

Pour mesurer les vitesses de ces deux systèmes d'ondes, j'ai employé le procédé délicat que fournit la diffraction. Après avoir courbé un parallélipipède de verre à l'aide d'un étau dans lequel une de ses extrémités était engagée, et d'une vis de pression qui appuyait sur l'autre extrémité, j'ai fait passer au travers de ce parallélipipède deux faisceaux lumineux émanés d'un même point radieux et introduits par deux fentes pratiquées dans un écran qui interceptait le reste de la lumière; elles n'avaient guère que $0^{mm},15$ de largeur, et étaient assez rapprochées l'une de l'autre pour que les deux faisceaux pussent interférer en raison de la dilatation qu'elles leur faisaient éprouver. Ces fentes répondaient à des points également éloignés de la ligne milieu, où les particules du verre n'éprouvent ni rapprochement ni écartement sensibles par l'effet de la flexion; ainsi les particules du verre se trouvaient aussi rapprochées dans le plan qui répondait à l'une des fentes, qu'elles s'étaient écartées dans celui qui passait par l'autre; en sorte que la différence de marche entre les deux faisceaux lumineux devait être le double de celle d'un de ces systèmes d'ondes avec les rayons qui auraient suivi le plan milieu, dans lequel le verre n'est point modifié par la flexion, comme on pourrait d'ailleurs le vérifier par une expérience directe, en plaçant une des fentes vis-à-vis ce plan milieu.

Les franges produites par l'interférence de ces deux faisceaux lumineux ne présentaient plus les teintes vives et pures des anneaux colorés, comme avant la flexion du verre; mais elles offraient un mélange de

---

[a] *On the communication of the structure of doubly refracting cristals to glass, muriate of soda, etc. by mechanical compression and dilatation.* (*Philosophical Transactions* for 1816, p. 156.)

ces teintes semblable à celui qui résulte de la superposition de deux groupes de franges dont les centres ne coïncident pas. En analysant la lumière avec un rhomboïde de spath calcaire, lorsque sa section principale était parallèle ou perpendiculaire à la ligne de courbure du verre, les franges de chaque image présentaient exactement les teintes des anneaux colorés; mais la bande brillante centrale n'occupait pas la même position par rapport au fil du micromètre dans l'image ordinaire et dans l'image extraordinaire; ce qui démontre que la différence de marche entre les deux faisceaux polarisés parallèlement à la ligne de courbure n'est pas la même que la différence de marche des deux faisceaux polarisés dans le plan normal.

En mesurant le déplacement des franges dans l'image ordinaire et dans l'image extraordinaire occasionné par la flexion du verre, j'ai trouvé que, pour les rayons polarisés parallèlement aux faces courbées, il était précisément double de celui que présentaient les franges produites par les rayons polarisés suivant le plan normal.

Le raisonnement et toutes les analogies indiquent pour l'axe de double réfraction du verre courbé précisément la ligne de courbure[1], du moins quand la flexion est assez légère pour que les molécules du verre n'éprouvent de rapprochement ou d'écartement sensible que dans cette direction. Cette hypothèse se trouve d'ailleurs confirmée par les expériences que j'ai faites sur la manière dont les teintes que

[1] En effet, concevons le parallélipipède de verre divisé en tranches très-minces parallèlement aux faces courbées; le rapprochement ou l'écartement de ses particules augmente ou diminue avec la position des tranches, qui forment comme un assemblage de cristaux jouissant de la double réfraction à des degrés différents. Mais chaque tranche étant supposée très-mince, le rapprochement ou l'écartement de ses molécules ne varie pas sensiblement dans l'étendue de son épaisseur; ainsi les molécules du verre n'éprouvant de déplacement sensible, par hypothèse, que suivant la direction des fibres longitudinales, l'arrangement des molécules dans le plan normal est tout à fait le même dans tous les sens autour de ces fibres, qui sont en conséquence les seules lignes qu'on puisse considérer comme les axes de double réfraction. Elles doivent effectivement en posséder la propriété caractéristique, car il est évident qu'un rayon lumineux qui traverserait le verre suivant cette direction devrait toujours le parcourir avec une égale vitesse, quel que fût l'azimut de son plan de polarisation.

la polarisation développe dans le verre courbé montent ou descendent dans l'ordre des anneaux, selon le sens suivant lequel on incline le verre.

J'admets donc que l'axe de double réfraction est la tangente à la courbe résultant de la flexion; alors j'appellerai *rayons ordinaires* ceux qui ont été polarisés parallèlement aux faces courbées, et *rayons extraordinaires* ceux qui ont été polarisés dans un plan perpendiculaire. Ainsi, d'après cette manière d'envisager les choses, le changement de vitesse de la lumière, qui résulte du rapprochement ou de l'écartement des molécules du parallélipipède de verre, est deux fois plus considérable dans les rayons qui ont éprouvé la réfraction ordinaire que dans ceux qui ont été réfractés extraordinairement; résultat bien remarquable, puisqu'ici la double réfraction est du même ordre que le changement de réfraction qui résulte de la dilatation ou de la condensation du milieu.

12. J'ai essayé de déterminer la dilatation et la condensation absolue du parallélipipède de verre dans les points traversés par les faisceaux lumineux que je faisais interférer; mais je n'ai pas encore fait des observations assez nombreuses et assez précises pour déterminer la relation qui existe entre ces modifications et les variations qui en résultent dans la marche de la lumière. J'ai cependant reconnu que ces variations sont beaucoup moindres que celles que l'on conclurait de l'augmentation ou de la diminution de densité du milieu dans le système de l'émission, en supposant que l'attraction exercée par le milieu sur les molécules lumineuses est proportionnelle à sa densité, ou dans le système des ondulations, en assimilant ce milieu à un fluide élastique homogène, dont la densité éprouverait les mêmes variations que la plaque de verre, son élasticité restant contante. Avec ces hypothèses les deux théories conduisent à la même formule : je l'ai appliquée à plusieurs observations, dont une me paraît mériter quelque confiance, à raison du soin que j'y avais apporté. Or le calcul m'a conduit, pour la variation que doit éprouver la vitesse de la lumière, à un résultat à très-peu près double de celui que m'avait donné cette expérience pour

les rayons qui éprouvent les variations les plus sensibles dans leur marche, c'est-à-dire les rayons ordinaires.

En admettant toujours que l'axe de double réfraction du verre courbé est dans la direction même de la courbure, j'ai trouvé, par le croisement de la plaque de verre avec des lames cristallisées, que la moitié située du côté de la convexité, ou la partie dilatée suivant l'axe, était du genre des cristaux attractifs, et la partie où les molécules du verre sont rapprochées dans le sens de l'axe, du genre des cristaux répulsifs, pour me servir des expressions usitées dans le système de l'émission; ou, en d'autres termes, et en envisageant la chose sous le point de vue de la théorie des ondulations, que, lorsque la double réfraction est occasionnée par une dilatation suivant l'axe, c'est le rayon ordinaire qui marche plus vite que le rayon extraordinaire; et lorsqu'elle provient d'une condensation suivant l'axe, c'est au contraire le rayon extraordinaire qui devance le rayon ordinaire; ce qu'on pouvait déjà conclure des expériences de diffraction que je viens de rapporter.

M. Brewster avait déjà remarqué depuis longtemps cette analogie entre les deux moitiés d'une plaque de verre courbée et les cristaux attractifs et répulsifs [a]. Mais je ne sache pas qu'il ait indiqué la direction de l'axe. Quoi qu'il en soit, il est très-probable qu'il l'aura supposé aussi parallèle à la ligne de courbure, car c'est l'hypothèse la plus naturelle [1].

Le mauvais temps et des occupations pressantes m'ont obligé d'abandonner momentanément mes recherches sur la double réfraction du verre courbé. Je me propose de les reprendre dans des circonstances

[1] *P. S.* Depuis la rédaction de ce Mémoire, je me suis assuré que M. Brewster avait déterminé la direction de l'axe de double réfraction dans le verre courbé en inclinant les rayons incidents suivant des plans parallèles ou perpendiculaires à cet axe, et qu'il avait reconnu qu'il était parallèle au sens de la condensation ou de la dilatation du verre.

---

[a] *On the communication of the structure of doubly refracting cristals to glass, muriate of soda, etc. by mechanical compression and dilatation.* (*Philosophical Transactions* for 1816, p. 156.)

V. plus favorables, et de déterminer, par des observations exactes, les rapprochements ou écartements des particules du verre qui répondent à chaque degré de différence de vitesse entre les rayons ordinaires et extraordinaires. Des expériences de ce genre, dans lesquelles on peut faire varier à volonté et mesurer les modifications apportées dans l'arrangement des particules du milieu réfringent, jetteront peut-être quelque jour sur les causes mécaniques de la double réfraction [a].

---

[a] Voyez la note suivante sur la double réfraction du verre comprimé, N° XXVI.

N° XXVI.

NOTE

SUR LA DOUBLE RÉFRACTION DU VERRE COMPRIMÉ,

LUE À L'ACADÉMIE DES SCIENCES LE 16 SEPTEMBRE 1822 [(a)].

[*Bulletin de la Société philomathique* pour 1822, p. 139. — *Annales de chimie et de physique*, t. XX, p. 376, cahier d'août 1822.]

M. Brewster a le premier reconnu qu'on pouvait donner au verre, en le comprimant, la propriété de colorer la lumière polarisée; et s'étant assuré, par une suite d'expériences importantes, que les phénomènes de coloration d'une plaque de verre comprimée ou dilatée suivant une seule direction étaient tout à fait semblables à ceux que présentent les lames cristallisées douées de la double réfraction, il n'hésita pas à avancer que la compression ou la dilatation du verre lui donnaient la structure des cristaux doublement réfringents.

Supposer que le verre reçoit dans ce cas une structure cristalline, même imparfaite, est, à mon avis, une hypothèse hasardée; il ne me paraît pas probable que les faces homologues des dernières particules du verre soient plus parallèles entre elles pendant la compression qu'elles ne l'étaient avant; le seul changement régulier qui soit bien

---

[(a)] Le texte imprimé dans les Annales est seul complet. Celui du Bulletin de la Société philomathique manque des trois derniers alinéa et n'est pas accompagné de la figure.

La Note se rattache d'une manière intime aux conceptions théoriques sur lesquelles repose la théorie générale de la double réfraction. On a cru cependant devoir la placer ici, parce qu'elle est le développement immédiat du dernier paragraphe du N° XXV, et parce que Fresnel y fait allusion au commencement des N^os XXVII et XXVIII.

VI. certain, c'est un plus grand rapprochement des molécules dans le sens de la compression que dans les directions perpendiculaires.

Quant à l'existence de la double réfraction dans le verre comprimé, de très-habiles physiciens n'avaient pas considéré les expériences de M. Brewster comme une preuve suffisante de la bifurcation de la lumière, et ils pensaient que le verre ainsi modifié pouvait offrir les phénomènes de polarisation des cristaux doublement réfringents, sans posséder pour cela toutes leurs autres propriétés optiques.

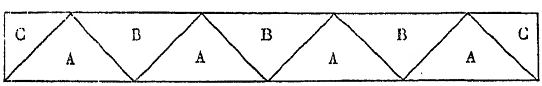
Dans l'hypothèse de la polarisation mobile, la double réfraction du verre comprimé n'est point une conséquence nécessaire des phénomènes de coloration qu'il présente, malgré leur parfaite ressemblance avec ceux d'une lame cristallisée; tandis que, lorsqu'on a admis que ceux-ci proviennent de l'influence mutuelle des rayons qui ont traversé la lame cristallisée avec des vitesses différentes, comme M. Young l'a indiqué le premier, il devient presque indispensable d'admettre aussi que les phénomènes de coloration du verre comprimé résultent pareillement d'une petite différence de marche entre les rayons lumineux qui le parcourent, c'est-à-dire, en un mot, qu'il jouit de la double réfraction.

Quoique j'eusse adopté cette opinion depuis longtemps, elle ne me paraissait pas tellement démontrée qu'on dût négliger les vérifications expérimentales qui pouvaient s'offrir; c'est ce qui m'engagea, en 1819, à m'assurer que la lumière parcourt effectivement le verre comprimé avec deux vitesses différentes, par les procédés si précis que fournit la diffraction et le principe des interférences. Je reconnus qu'effectivement la lumière parcourait la même plaque de verre avec plus ou moins de vitesse, selon que le faisceau incident était polarisé parallèlement ou perpendiculairement à l'axe de compression, et je mesurai même la différence pour divers degrés de condensation et de dilatation du verre dans une plaque courbée. J'avoue qu'après avoir fait ces expériences il ne me resta plus aucun doute sur l'existence de la double réfraction dans le verre comprimé, et la séparation angulaire de la lumière en deux faisceaux distincts, lorsqu'elle le pénètre sous une in-

cidence oblique; car cette bifurcation est une conséquence mécanique nécessaire des deux vitesses de propagation de la lumière dans le même milieu, soit qu'on adopte la théorie des ondes ou celle de l'émission.

Néanmoins il m'a paru intéressant de produire deux images avec le verre comprimé, pour compléter les preuves de sa double réfraction et la rendre sensible aux yeux des physiciens qui n'auraient pas la même confiance dans les procédés d'interférences, ou qui, n'adoptant aucune hypothèse sur les causes mécaniques de la réfraction, ne regarderaient pas la bifurcation de la lumière comme une suite indispensable de l'existence de ses deux vitesses. C'était une nouvelle occasion de prouver l'infaillibilité du principe des interférences et la justesse des conséquences que l'on en déduit.

Comme la double réfraction du verre comprimé, même jusqu'à éclater, est très-faible, un seul prisme n'aurait donné qu'une divergence très-peu sensible, lors même que son angle réfringent aurait été très-obtus; c'est pourquoi j'ai employé quatre prismes A, A, A, A. L'angle réfringent de chacun d'eux est droit; ils sont placés l'un à côté de l'autre, les angles réfringents tournés du même côté, et les bases opposées appuyées sur un même plan et rapprochées les unes des autres de manière qu'elles se touchent par leurs arêtes longitudinales. C'est dans le sens de ces arêtes que les prismes sont comprimés entre deux mâchoires de fer, à l'aide de quatre vis qui pressent une plaque d'acier recouverte d'une lame de bois et d'une feuille de carton; les autres extrémités des prismes s'appuient contre une des mâchoires de cette espèce d'étau, par l'intermédiaire aussi d'une feuille de carton et d'une lame de bois, afin que le verre soit pressé d'une manière plus égale et n'éclate pas aussi facilement : les vis ont leurs écrous et prennent leurs points d'appui dans l'autre mâchoire de l'étau.



Pour achromatiser ces quatre prismes et supprimer dans la marche de la lumière les déviations inutiles à l'expérience, j'ai placé entre eux trois prismes renversés B, B, B, ayant également 90° d'angle réfrin-

VI. gent, et aux extrémités de l'appareil deux prismes C, C, de 45° seulement, de manière à recomposer un parallélipipède rectangle de verre, que les rayons traversent presque en ligne droite et perpendiculairement à ses deux faces extrêmes. Pour qu'ils puissent passer d'un prisme dans l'autre, les neuf prismes sont collés les uns aux autres avec de la térébenthine, dont le pouvoir réfringent est presque égal à celui du crown de Saint-Gobain, employé dans cette expérience; en sorte que la lumière est peu affaiblie par les réflexions partielles aux surfaces de passage.

Les trois prismes de 90°, B, B, B, et les deux demi-prismes C, C, de 45°, qui servent à achromatiser les quatre prismes comprimés A, A, A, A, sont un peu moins longs que ceux-ci, de manière à ne pouvoir éprouver aucune pression. On conçoit que, s'ils avaient été pressés comme les autres et au même degré, ils auraient détruit l'effet des premiers, puisque leurs angles sont tournés en sens contraire; tandis que les petites divergences entre les faisceaux ordinaires et extraordinaires produites par ceux-ci s'ajoutent successivement les unes aux autres, parce que leurs angles réfringents sont tournés du même côté.

L'axe de double réfraction du verre comprimé dans un seul sens doit être la direction même de la compression, ainsi que M. Brewster l'a judicieusement observé. Or, dans un milieu à un seul axe, c'est toujours perpendiculairement à cet axe que la différence de vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires est la plus grande, et qu'on peut obtenir en conséquence les divergences les plus sensibles : voilà pourquoi j'ai pressé les prismes dans le sens de leurs arêtes longitudinales, perpendiculairement à la direction suivant laquelle la lumière les traverse. J'ai obtenu ainsi, par une forte compression, des doubles images dont l'écartement était d'un millimètre et demi, à un mètre de distance.

On pourrait craindre que cette séparation de la lumière en deux faisceaux ne tînt à quelques stries des verres; mais, en changeant la position de l'œil, il est aisé de reconnaître que ce n'est point un effet de ce genre : on voit, à la vérité, varier l'écartement des images, ce

qui provient de ce que les prismes ne sont pas comprimés partout au même degré; mais, pour un œil exercé, ces variations ne sauraient se confondre avec les effets que présentent les stries. D'ailleurs, ce qui tranche toute difficulté, l'une des images est polarisée parallèlement à l'axe de compression, et l'autre suivant un plan perpendiculaire.

D'après l'idée que je me suis faite des causes mécaniques de la double réfraction, je crois que l'on doit reproduire tous les phénomènes optiques des cristaux à un axe en comprimant le verre ou le dilatant dans une seule direction, et ceux des cristaux à deux axes en le comprimant ou le dilatant suivant deux directions rectangulaires et à des degrés différents. Ainsi pour expliquer clairement la modification que je suppose imprimée à cette substance, concevons un cube de verre dont les particules, situées d'abord à des distances égales les unes des autres, dans les trois directions perpendiculaires aux faces du cube, soient ensuite un peu rapprochées par la compression suivant deux de ces directions. Si ces compressions sont égales, on rentrera dans le cas des cristaux à un seul axe; mais si elles sont inégales, le milieu présentera trois espacements différents de ses molécules, suivant les trois directions rectangulaires, et devra posséder toutes les propriétés optiques des cristaux à deux axes. Les inclinaisons des deux axes optiques, relativement à ces trois directions rectangulaires, pourront se calculer aisément d'après les degrés de raccourcissement qu'on fait éprouver aux dimensions du cube. Je n'ai pas encore essayé de vérifier ces indications de la théorie par l'expérience, ce qui paraît difficile à cause des inégalités de pression presque inévitables sur les divers points de la même surface de verre. Néanmoins, avec des précautions convenables, peut-être viendra-t-on à bout d'obtenir des vérifications approchées. Dans ce cas je suis persuadé qu'on trouvera les faits conformes aux résultats du calcul.

Avant d'entreprendre ces expériences, et aussitôt que mes occupations me le permettront, je me propose de me servir d'une pile de prismes analogue à celle que je viens de décrire, pour étudier la double réfraction des rayons qui traversent le cristal de roche suivant l'axe

VI. de cristallisation. Il faudra placer l'un à côté de l'autre quatre ou cinq prismes de cristal de roche ayant leurs angles réfringents tournés du même côté et achromatisés par des prismes de crown collés avec de la térébenthine; les faces d'entrée et de sortie de chaque prisme de cristal seront également inclinées sur l'axe, et leurs inclinaisons relatives d'un prisme à l'autre devront être telles que les rayons lumineux, qui auront traversé le premier prisme parallèlement à son axe, traversent aussi tous les autres parallèlement à leurs axes. Les deux images qu'on obtiendra ainsi présenteront un phénomène bien particulier : au lieu d'être polarisées, comme toutes celles qui résultent des doubles réfractions observées jusqu'à présent, elles offriront les caractères de la lumière directe, lorsqu'on les regardera au travers d'un rhomboïde de spath calcaire; mais elles en différeront en ce que, si on leur fait éprouver deux réflexions complètes dans un parallélipipède de verre, sous une incidence intérieure de 50° environ, elles se trouveront polarisées suivant deux plans rectangulaires inclinés chacun de 45° sur le plan de réflexion.

J'ai cru pouvoir annoncer d'avance ces résultats (au moins comme très-probables), à cause des ressemblances frappantes et multipliées qui existent entre les phénomènes de coloration des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe et ceux que j'ai obtenus en plaçant une lame mince cristallisée parallèle à l'axe entre deux parallélipipèdes de verre croisés à angle droit, dans lesquels la lumière polarisée éprouve deux réflexions complètes avant et après son passage dans la lame cristallisée et suivant des plans inclinés de 45° sur la section principale. Ces phénomènes singuliers ont été décrits et calculés dans deux Mémoires, que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie vers la fin de l'année 1817 et au commencement de 1818 [a].

Paris, ce 8 septembre 1822.

A. FRESNEL.

---

[a] Voyez les N^os XVI et XVII.

N° XXVII.

EXTRAIT D'UN MÉMOIRE

SUR

LA DOUBLE RÉFRACTION PARTICULIÈRE

QUE PRÉSENTE LE CRISTAL DE ROCHE

DANS LA DIRECTION DE SON AXE.

[*Bulletin de la Société philomathique*, pour 1822, p. 191. — *Annales de chimie et de physique*, t. XXVIII, p. 147, cahier de février 1825.]

Avant d'avoir opéré la bifurcation de la lumière par le moyen de cette double réfraction, M. Fresnel avait prévu et indiqué ses caractères distinctifs à la fin d'une note sur la double réfraction du verre comprimé, lue à l'Institut le 16 septembre, et publiée dans le cahier des Annales de chimie et de physique du mois d'août dernier. L'expérience a confirmé ce qu'il avait annoncé [a].

Avant de décrire ces phénomènes nouveaux, nous allons faire connaître une modification remarquable de la lumière à laquelle ils se rattachent d'une manière intime, et dont M. Fresnel a donné les lois dans un Mémoire présenté à l'Institut vers la fin de 1817. Ce préambule est d'autant plus nécessaire que le Mémoire dont il s'agit n'a point été imprimé et qu'on n'en a donné l'extrait dans aucun ouvrage périodique [b].

---

[a] Voyez le N° XXVI.
[b] Voyez le N° XVI.

VII. Si après avoir polarisé un rayon lumineux, on lui fait éprouver successivement deux réflexions totales dans l'intérieur d'un parallélipipède de verre sous une incidence de 54° environ[1], et suivant un plan incliné de 45° sur le plan primitif de polarisation, il paraît complétement dépolarisé quand on l'analyse avec un rhomboïde de spath calcaire, c'est-à-dire qu'il donne toujours deux images d'égale intensité, dans quelque azimut qu'on tourne la section principale du rhomboïde; mais il diffère de la lumière directe en ce qu'il produit deux images colorées lorsqu'il a traversé une lame mince cristallisée avant son passage dans le rhomboïde, et en ce qu'il reprend tous les caractères de la lumière polarisée quand on lui fait éprouver, dans un second parallélipipède de verre, deux nouvelles réflexions totales pareilles aux premières, quel que soit d'ailleurs l'azimut du nouveau plan de réflexion par rapport au premier : on sait qu'un nombre quelconque de réflexions totales ne change en rien les propriétés apparentes de la lumière ordinaire.

Les teintes que la lumière polarisée, ainsi modifiée par deux réflexions complètes, développe dans les lames minces cristallisées sont très-différentes de celles que donne la lumière polarisée ordinaire, et répondent sur le cercle chromatique de Newton à des points également distants des deux couleurs complémentaires produites par celle-ci, c'est-à-dire situés à un quart de circonférence de chacune d'elles. Ce caractère, et surtout celui dont nous venons de parler, consistant en ce que la lumière ainsi modifiée recouvre toutes les propriétés de la lumière polarisée après deux nouvelles réflexions totales, qui dépolariseraient entièrement celle-ci, démontrent que celle-là peut être considérée comme composée de deux faisceaux polarisés à angle droit et différant dans leur marche d'un quart d'ondulation. A l'aide de cette définition théorique et des règles d'interférence des rayons polarisés, qui avaient servi à trouver les formules générales des phénomènes or-

[1] Le parallélipipède de verre doit être taillé de manière que ses faces d'entrée et de sortie se trouvent perpendiculaires au rayon, afin qu'elles n'exercent sur lui aucune action polarisante.

dinaires de la coloration des lames minces cristallisées, M. Fresnel est parvenu aussi aisément à calculer les teintes particulières que produit dans les mêmes lames cette nouvelle modification de la lumière, et il a été conduit ainsi à plusieurs théorèmes curieux, dont voici le plus remarquable : Si l'on place une lame mince cristallisée entre deux parallélipipèdes de verre croisés à angle droit, dans chacun desquels la lumière, préalablement polarisée, éprouve deux réflexions totales sous l'incidence de $54° \frac{1}{2}$, d'abord avant son entrée dans la lame (que nous supposons perpendiculaire aux rayons), et ensuite après sa sortie, et si de plus la lame est tournée de telle sorte que son axe fasse un angle de 45° avec les deux plans de double réflexion, ce système présentera les propriétés optiques des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe et des liquides qui colorent la lumière polarisée. Quand on fera tourner la section principale du rhomboïde avec lequel on analyse la lumière émergente, les deux images changeront graduellement de couleur, au lieu de n'éprouver que de simples variations dans la vivacité de leurs teintes, comme cela arrive pour le cas ordinaire des lames minces cristallisées; de plus, la nature de ces couleurs ne dépendra que de l'inclinaison respective du plan primitif de polarisation et de la section principale du rhomboïde, c'est-à-dire des deux plans extrêmes de polarisation. Ainsi, quand cet angle restera constant, on pourra faire tourner le système de la lame cristallisée et des deux parallélipipèdes autour du faisceau qui le traverse sans changer la couleur des images[1]. C'est cette analogie entre les propriétés optiques de ce petit appareil et celles des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, qui a fait prévoir à M. Fresnel les caractères particuliers de la double réfraction que ce cristal exerce sur les rayons parallèles à l'axe.

Pour mettre cette double réfraction en évidence M. Fresnel a taillé,

[1] L'expérience fait voir que, pour achever de représenter rigoureusement les singuliers phénomènes de coloration des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, il faudrait que, dans la lame cristallisée dont nous venons de parler, les rayons de diverses couleurs éprouvassent des doubles réfractions très-différentes et qui fussent en raison inverse de leurs longueurs d'ondulation.

II. dans une aiguille de cristal de roche, un prisme très-obtus, dont l'angle réfringent était de 152°, et avait ses deux côtés également inclinés sur l'axe de l'aiguille. Il l'a d'abord achromatisé le mieux possible avec deux demi-prismes de verre collés sur les faces d'entrée et de sortie, et il s'est assuré que les deux faisceaux distincts qu'il obtenait ainsi possédaient en effet les propriétés qu'il avait prévues. Mais comme l'achromatisme donné par ce procédé est toujours très-imparfait, M. Fresnel a substitué aux demi-prismes de verre deux demi-prismes de cristal de roche pris dans une autre aiguille, dont les propriétés optiques étaient inverses de celles de la première : or il résulte des formules par lesquelles M. Fresnel avait représenté les phénomènes de coloration de l'essence de térébenthine et des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe[a], que l'opposition dont il s'agit tient à ce que celui des deux faisceaux lumineux qui traverse le plus vite certaines plaques est, au contraire, celui qui marche le plus lentement dans les autres. Ainsi, puisque le faisceau lumineux le moins réfracté dans le prisme du milieu est le plus réfracté dans les deux demi-prismes extrêmes, et que d'ailleurs les angles réfringents de ceux-ci sont tournés dans un sens opposé, on conçoit que les petites divergences qu'ils produisent s'ajouteront à celle qui résulte du prisme intermédiaire, au lieu de s'en retrancher, comme cela aurait lieu si les trois prismes étaient pris dans la même aiguille ou des aiguilles de même espèce. Cet appareil a le grand avantage d'être susceptible d'un achromatisme parfait, ou du moins d'empêcher toute dispersion des rayons colorés étrangère à la double réfraction, et permet de vérifier directement ce que M. Fresnel avait annoncé dans un Mémoire présenté à l'Institut au commencement de 1818, savoir : que cette double réfraction s'exerce avec une énergie bien différente sur les rayons de diverses couleurs; et qu'elle est beaucoup plus forte, par exemple, pour les rayons violets que pour les rayons rouges. Il est presque inutile d'ajouter qu'il

---

[a] Voyez le n° XXIII.

faut avoir soin que les deux demi-prismes aient leurs axes de cristallisation sur le prolongement de celui du prisme intermédiaire, et que les rayons lumineux traversent l'appareil suivant la direction commune des axes, ou du moins ne fassent avec elle que de fort petits angles; car, dès qu'ils s'en écartent un peu trop, ils éprouvent la double réfraction ordinaire, et beaucoup plus énergique, que le cristal exerce perpendiculairement à son axe, en passant graduellement de l'une à l'autre. On rendra l'écartement des deux images plus sensible en augmentant le nombre des prismes.

Les deux faisceaux divergents qu'on obtient ainsi, soit qu'on emploie de la lumière polarisée, ou de la lumière directe, présentent exactement les mêmes caractères que la lumière polarisée modifiée par deux réflexions complètes, comme M. Fresnel l'avait annoncé. Quand on les analyse avec un rhomboïde de spath calcaire, ils donnent constamment chacun deux images d'égale intensité; et quand on leur fait éprouver deux réflexions totales dans un parallélipipède de verre, sous l'incidence intérieure de 54°, ils se trouvent complétement polarisés suivant des plans inclinés de 45° sur le plan de réflexion; le plan de polarisation de l'un est à droite du plan de réflexion, et celui de l'autre à gauche; en sorte que le premier est absolument semblable à la lumière polarisée modifiée par deux réflexions totales, lorsque le plan de réflexion est à gauche du plan de la polarisation primitive, et les propriétés du second sont celles que la lumière polarisée aurait présentées après les mêmes réflexions, si le plan d'incidence avait été à droite du plan de polarisation; ou, en d'autres termes, chacun des deux faisceaux sortants peut être considéré comme composé de deux systèmes d'ondes polarisés à angle droit et différant dans leur marche d'un quart d'ondulation; pour le premier faisceau le système d'ondes en avant d'un quart d'ondulation a son plan de polarisation à gauche de celui du système d'ondes en arrière; et pour l'autre faisceau le premier plan de polarisation est à droite du second. En un mot, les propriétés optiques des deux faisceaux sont pareilles, mais en sens inverse, ce qui fait que l'un se comporte de droite à gauche, comme l'autre de gauche

à droite. Si l'on remarque, en outre, qu'un rayon ainsi modifié ne présente aucune différence dans ses réflexions ou ses réfractions, de quelque côté qu'on le prenne, tandis que le rayon qui a reçu la polarisation ordinaire offre, perpendiculairement à son plan de polarisation, des caractères très-différents de ceux qu'il présente dans la direction de ce plan, on est naturellement conduit à donner le nom de *polarisation circulaire* à cette nouvelle modification de la lumière, en la subdivisant en polarisation circulaire de gauche à droite, et polarisation circulaire de droite à gauche, et à désigner par le nom de *polarisation rectiligne* celle qu'on a remarquée pour la première fois dans la double réfraction du spath d'Islande, et que Malus a produite par la simple réflexion sur la surface des corps transparents.

Ces dénominations découlent plus naturellement encore de l'hypothèse que M. Fresnel a adoptée sur la nature des vibrations lumineuses, et qu'il a exposée dans le tome XVII des Annales de chimie et de physique, pag. 179 et suivantes [a]. Il suppose que les vibrations lumineuses s'exécutent dans le sens même de la surface des ondes, perpendiculairement à la direction des rayons, et qu'un faisceau polarisé est celui pour lequel ces vibrations ont toujours la même direction, son plan de polarisation étant le plan auquel ces petits mouvements oscillatoires des molécules éthérées restent constamment perpendiculaires. Or il suit de là que, si deux systèmes d'ondes d'égale intensité et polarisés rectangulairement, c'est-à-dire dont les mouvements oscillatoires sont perpendiculaires entre eux, diffèrent dans leur marche d'un quart d'ondulation, le mouvement composé qu'ils imprimeront à chaque molécule, au lieu d'être rectiligne comme dans les deux faisceaux considérés séparément, sera circulaire et s'exécutera avec une vitesse uniforme : les molécules tourneront de droite à gauche, lorsque le système d'ondes en avant aura son plan de polarisation à droite de celui du système d'ondes en arrière d'un quart d'ondulation, et elles tourneront de

[a] Voyez le N° XXII, § 10.

gauche à droite lorsque le premier plan sera à gauche du second, ou lorsque, les deux plans de polarisation restant disposés comme dans le premier cas, la différence de marche sera égale à trois quarts d'ondulation [1]. On conçoit que, dans cette rotation générale des molécules autour de leurs positions d'équilibre, elles n'occupent pas au même instant les mêmes points des circonférences qu'elles décrivent, vu le mouvement progressif des ondes. Pour se représenter leurs positions relatives, il faut concevoir que celles qui étaient sur une même droite parallèle au rayon, dans l'état d'équilibre, se trouvent maintenant placées sur une hélice très-étroite, décrite autour de cette ligne droite comme axe, et dont le pas est égal à la longueur d'une ondulation. Si l'on fait tourner maintenant cette hélice autour de son axe d'un mouvement uniforme, de manière qu'elle décrive une circonférence dans l'intervalle de temps pendant lequel s'accomplit une ondulation lumineuse, et que l'on conçoive d'ailleurs que, dans chaque tranche infiniment mince perpendiculaire au rayon toutes les molécules exécutent les mêmes mouvements et conservent les mêmes situations respectives, on aura une idée exacte du genre de vibration qui constitue la polarisation circulaire, d'après l'hypothèse que nous venons de rappeler.

Mais, indépendamment de toute hypothèse sur la nature des vibrations lumineuses, il résulte des faits et des lois générales de l'interférence des rayons polarisés, 1° que les deux faisceaux séparés par la double réfraction qui s'exerce le long de l'axe du cristal de roche peuvent être considérés chacun comme composés de deux systèmes d'ondes polarisés à angle droit et distants d'un quart d'ondulation, le

[1] Si la différence de marche, au lieu d'être un nombre pair ou impair de quarts d'ondulation, était un nombre fractionnaire, les mouvements vibratoires ne seraient ni rectilignes ni circulaires, mais elliptiques. On produit ce genre de vibration en changeant le nombre ou l'incidence des réflexions totales que subit le rayon polarisé. On peut aussi obtenir cette modification intermédiaire avec deux réflexions totales sous l'incidence intérieure de $54°\frac{1}{2}$, en changeant l'azimut du plan de réflexion, que nous avons supposé à 45° du plan de la polarisation primitive; le calcul démontre que dans ce cas les courbes décrites sont encore des ellipses.

plan de polarisation du système d'ondes en avant étant pour un des faisceaux à droite, et pour l'autre à gauche du plan de polarisation du système d'ondes en arrière; 2° que ces deux faisceaux ne traversent pas le cristal de roche avec la même vitesse dans le sens de son axe, et que, selon la nature des aiguilles, elles sont parcourues le plus promptement, tantôt par le faisceau polarisé circulairement de droite à gauche, et tantôt par celui qui l'est de gauche à droite, la différence de vitesse étant d'ailleurs la même dans les deux cas. On conçoit que, pour qu'une pareille différence de marche puisse avoir lieu entre ces deux faisceaux, il faut que, tout étant d'ailleurs semblable autour de l'axe de l'aiguille, le cristal ne soit pas constitué de droite à gauche comme il l'est de gauche à droite, soit en vertu de l'arrangement de ses particules ou de leur constitution individuelle.

Cela posé, considérons ce qui a lieu quand on introduit parallèlement à l'axe un rayon polarisé. Il résulte des mêmes lois d'interférence (ou du principe général de la composition des petits mouvements, si l'on adopte l'hypothèse dont nous venons de parler), qu'un système d'ondes polarisé rectilignement peut être remplacé par deux autres polarisés à angle droit, et ne différant point d'ailleurs dans leur marche, et qu'à chacun de ceux-ci on peut substituer deux autres systèmes d'ondes ayant le même plan de polarisation, mais situés, l'un en avant, l'autre en arrière d'un huitième d'ondulation, et séparés ainsi par un quart d'ondulation; ce qui donne quatre systèmes d'ondes d'égale intensité, dont deux, polarisés à angle droit, sont en arrière d'un quart d'ondulation des deux autres polarisés suivant les mêmes plans. Si maintenant l'on combine par la pensée chacun des deux systèmes d'ondes en arrière avec celui des deux systèmes d'ondes en avant qui est polarisé suivant une direction perpendiculaire, on voit qu'on aura précisément deux faisceaux égaux polarisés circulairement, l'un de droite à gauche et l'autre de gauche à droite, qui ne différeront point encore dans leur marche. Mais comme deux faisceaux de cette espèce parcourent le cristal de roche parallèlement à son axe avec des vitesses différentes, s'il est taillé en prisme et qu'ils rencontrent ainsi les faces

d'entrée et de sortie sous des incidences obliques, ils se réfracteront suivant des directions différentes, parce qu'une différence de vitesse entraîne nécessairement une différence de réfraction; et ils donneront, en conséquence, deux images distinctes d'égale intensité. Si c'est une plaque perpendiculaire à l'axe qu'on fait traverser au rayon polarisé, les deux faisceaux ne seront pas séparés quant à leurs directions; seulement l'un sera devancé par l'autre d'une petite quantité, qui croîtra proportionnellement à la longueur du trajet : or il est aisé de voir, d'après les mêmes règles d'interférences, que l'ensemble de ces deux faisceaux polarisés circulairement, l'un de droite à gauche et l'autre de gauche à droite, reproduit toujours un système d'ondes polarisé rectilignement suivant une direction unique, quelle que soit leur différence de marche; il en résulte seulement, dans le plan de polarisation de la lumière complexe qui sort de la plaque, une déviation angulaire proportionnelle à cette différence de marche; déviation qui s'opère de droite à gauche ou de gauche à droite, selon que c'est le faisceau polarisé circulairement de gauche à droite ou de droite à gauche qui a devancé l'autre.

Si tous les rayons colorés qui composent la lumière blanche éprouvaient cette double réfraction au même degré, c'est-à-dire, qu'en traversant la même épaisseur de cristal la différence de marche entre les deux faisceaux fût égale pour ces diverses espèces de rayons, la déviation du plan de polarisation serait en raison inverse de la longueur d'ondulation, ainsi qu'on le trouve par les formules d'interférence. Mais cette double réfraction est au contraire très-différente pour les rayons de différente espèce, comme on peut l'observer directement; et il paraît qu'elle est en raison inverse de la longueur d'ondulation, ou, en d'autres termes, que la petite différence de marche entre les deux faisceaux polarisés circulairement en sens contraires est la même pour un même nombre d'ondes, quelle que soit la longueur d'ondulation; car il résulte de cette supposition que la déviation du plan de polarisation de la lumière émergente doit être en raison inverse du carré de la longueur d'ondulation de chaque espèce de rayons, conformé-

II. ment aux observations de M. Biot[a]. C'est la différence de déviation, dans les plans de polarisation des rayons de diverses couleurs, qui occasionne les phénomènes de coloration qu'on observe quand on analyse, avec un rhomboïde de spath d'Islande, un faisceau de lumière blanche préalablement polarisée, à laquelle on a fait traverser une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe : il est clair que les rayons de diverses couleurs qui composent la lumière émergente, se trouvant polarisés dans des azimuts différents, ne peuvent plus se partager suivant la même proportion entre les images ordinaire et extraordinaire, qui doivent, en conséquence, être colorées de teintes complémentaires. La lumière directe étant l'assemblage ou la succession rapide d'une infinité de systèmes d'ondes polarisés rectilignement dans toutes les directions, on peut dire de chacun de ces systèmes d'ondes ce que nous avons dit d'un seul faisceau polarisé, et ils doivent se comporter de la même manière; si les deux images ne sont pas alors colorées, cela tient uniquement à ce que les effets contraires produits par les rayons polarisés dans des directions rectangulaires se compensent et se masquent mutuellement.

L'explication que nous venons de donner des propriétés optiques des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, qui peut être également appliquée aux liquides dans lesquels la polarisation développe des couleurs, ne diffère, comme on voit, de celle de M. Biot, qu'en ce qu'au lieu de nous arrêter à la simple observation du plan de polarisation de la lumière complexe qui sort de la plaque cristallisée, nous sommes remonté aux deux systèmes d'ondes polarisés circulairement en sens contraires dont cette lumière totale est composée. L'explication de M. Fresnel a l'avantage de ramener ces phénomènes, comme la coloration des lames minces cristallisées parallèles à l'axe, à de simples différences de marche entre deux faisceaux lumineux qui

---

[a] Mémoire sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux. (*Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut*, t. II, p. 41, année 1817.)

suivent la même direction : elle fait voir immédiatement pourquoi un faisceau de lumière auquel on a imprimé la polarisation circulaire, par l'un quelconque des procédés indiqués précédemment, ne doit plus développer de couleurs dans les plaques de cristal de roche qu'il traverse parallèlement à l'axe, ou dans l'essence de térébenthine; c'est qu'il ne peut y affecter qu'une seule vitesse; par la même raison il ne produira qu'une seule image en traversant le prisme achromatisé que nous avons décrit plus haut, tandis qu'il en donne toujours deux d'égale intensité avec un rhomboïde de spath calcaire. Il résulte du même principe qu'en faisant passer un faisceau de lumière directe ou polarisée rectilignement au travers d'un nombre quelconque de prismes semblables, on n'obtiendra jamais que deux images d'égale intensité, quels que soient les azimuts dans lesquels on tourne ces prismes. A l'aide de la double réfraction ordinaire, au contraire, chaque prisme peut doubler le nombre des images produites par les prismes précédents. Les deux faisceaux résultant de cette double réfraction particulière, qui ne peuvent plus développer de couleurs dans les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe ou dans l'essence de térébenthine, en produisent de très-vives dans les lames minces parallèles à l'axe, et ce sont précisément les mêmes teintes que celles qu'on obtient avec la lumière polarisée modifiée par deux réflexions totales. comme on devait s'y attendre, d'après les preuves expérimentales que nous avons déjà citées de l'identité des propriétés que la lumière acquiert dans ces deux cas. Ainsi l'on produit la polarisation circulaire par deux procédés analogues à ceux qu'on emploie pour obtenir la polarisation rectiligne : le premier consiste dans une combinaison de réflexions, et le second dans la division de la lumière directe en deux faisceaux distincts, par une double réfraction particulière.

N° XXVIII.

MÉMOIRE

SUR

LA DOUBLE RÉFRACTION

QUE LES RAYONS LUMINEUX

ÉPROUVENT EN TRAVERSANT LES AIGUILLES DE CRISTAL DE ROCHE

SUIVANT DES DIRECTIONS PARALLÈLES À L'AXE [a].

PRÉSENTÉ À L'ACADÉMIE DES SCIENCES LE 9 DÉCEMBRE 1822.

---

1. Avant les belles découvertes de Malus, on avait remarqué depuis longtemps que les deux faisceaux dans lesquels la lumière se divise en traversant un rhomboïde de spath calcaire y reçoivent cette modification singulière à laquelle il a donné le nom de *polarisation*, d'après les idées de Newton sur la cause physique du phénomène [b]. Ainsi Malus, à proprement parler, n'a pas découvert la polarisation de la lumière; mais il a montré le premier qu'on pouvait imprimer aux rayons, par la simple réflexion sur un corps transparent sous une incidence convenable, ou par leur passage oblique au travers d'une suite de lames diaphanes, la même modification qu'ils reçoivent quand ils

---

[a] Voyez comme introduction à ce Mémoire les N°s XVI, XVII et XXIII, et comme supplément le N° XXX.

[b] C'est à Huyghens qu'est due cette première remarque des phénomènes. (Voyez *Traité de la lumière*, chap. v, vers la fin.)

III. sont divisés en deux faisceaux distincts par les cristaux doués de la double réfraction.

On sait que lorsqu'on fait tomber un faisceau polarisé perpendiculairement sur une des faces naturelles d'un rhomboïde de spath calcaire, il s'y divise généralement en deux faisceaux d'intensités inégales, tandis que la lumière non polarisée donne toujours deux faisceaux sensiblement égaux en intensité. Si l'on fait tourner le rhomboïde de spath calcaire sur lui-même autour du rayon polarisé, comme axe, on remarque deux positions du rhomboïde dans lesquelles un des deux faisceaux s'évanouit entièrement et la lumière incidente n'éprouve plus qu'un seul mode de réfraction en traversant le cristal; dans un cas c'est la réfraction ordinaire, dans l'autre c'est la réfraction extraordinaire. Si l'on conçoit un plan passant par le rayon polarisé et par l'axe du cristal, il tournera avec le rhomboïde, et pour les deux positions dont nous venons de parler il prendra successivement deux directions perpendiculaires entre elles; ainsi il y a deux plans rectangulaires menés par le rayon polarisé, qui sont tels que lorsque l'axe du cristal est parallèle à l'un d'eux, ce rayon n'éprouve plus qu'un seul mode de réfraction : on appelle *plan de polarisation* celui avec lequel il faut faire coïncider l'axe du cristal pour que le faisceau extraordinaire s'évanouisse. En faisant tourner graduellement la section principale du rhomboïde, c'est-à-dire le plan normal qui contient l'axe, on voit reparaître l'image qui s'était évanouie; son intensité augmente successivement jusqu'à ce qu'elle soit égale à celle de l'autre; ce qui arrive quand la section principale divise en deux parties égales l'angle droit des deux plans dont nous venons de parler. Si l'on continue de tourner le rhomboïde dans le même sens, l'image qui s'était évanouie devient plus lumineuse que l'autre, et celle-ci finit par disparaître à son tour, quand la section principale coïncide avec le second plan. Ainsi les propriétés du rayon polarisé ne sont pas les mêmes suivant ces deux plans et varient tout autour de lui.

Cette différence de propriétés des divers côtés d'un faisceau polarisé ne se manifeste pas seulement dans son passage au travers des

cristaux doués de la double réfraction, mais dans plusieurs autres circonstances que Malus a fait connaître et que nous ne croyons pas nécessaire de rappeler ici, le procédé que nous venons de décrire suffisant toujours pour distinguer la lumière polarisée de celle qui ne l'est pas. N°

2. Dans un Mémoire que j'ai eu l'honneur de lire à l'Académie, vers la fin de 1817[a], j'ai fait connaître une nouvelle modification de la lumière, aussi générale ou pour mieux dire aussi uniforme que la polarisation elle-même, en ce que les rayons de diverses couleurs qui composent la lumière blanche la reçoivent tous à la fois et au même degré, comme cela a lieu pour la polarisation ordinaire. Voici en quoi ce procédé consiste : après avoir polarisé préalablement le faisceau lumineux, soit par son passage au travers d'un rhomboïde de spath calcaire, soit par sa réflexion sur une glace non étamée inclinée de 35°, on l'introduit dans un parallélipipède de verre, où il éprouve successivement, sur les deux faces opposées, deux réflexions intérieures et complètes, sous l'incidence de 50° environ, et suivant un plan incliné de 45° relativement au plan primitif de polarisation. L'angle des faces d'entrée et de sortie du parallélipipède avec les deux faces réfléchissantes doit être tel que celles-là se trouvent à peu près perpendiculaires aux rayons incidents et émergents, afin qu'elles n'exercent sur eux aucune action polarisante.

La lumière en sortant du parallélipipède de verre paraît complétement dépolarisée, c'est-à-dire que si on l'analyse avec un rhomboïde de spath calcaire, elle présente toujours deux images blanches d'intensités égales, dans quelque azimut qu'on tourne la section principale du rhomboïde. Mais ce n'est pas néanmoins de la lumière ordinaire; car si on la fait passer à travers une lame mince de chaux sulfatée ou de cristal de roche, et qu'on l'analyse ensuite avec un rhomboïde de spath calcaire, au lieu de deux images blanches que la lumière directe don-

[a] Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée et Supplément, N^os XVI et XVII.

VIII. nerait dans ce cas, on observe deux images vivement colorées, mais dont les teintes sont différentes de celles qui auraient été développées dans les mêmes lames par la lumière simplement polarisée. Un autre caractère bien remarquable distingue encore la modification nouvelle dont il s'agit, et de la polarisation de Malus, et de l'absence de toute modification : c'est que la lumière ainsi modifiée reprend tous les caractères de la polarisation parfaite quand on lui fait éprouver deux réflexions complètes sous l'incidence de 50° dans l'intérieur d'un parallélipipède de verre; alors le plan de polarisation des rayons émergents se trouve incliné de 45° par rapport au plan de réflexion, auquel on peut donner une direction quelconque. La lumière directe non modifiée ne prend au contraire aucune propriété nouvelle après deux réflexions complètes, et elles donnent à la lumière polarisée l'apparence d'une dépolarisation entière, si on l'analyse avec un rhomboïde de spath calcaire, quand le plan de réflexion fait un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation, comme nous venons de le dire.

Ce sont ces premières expériences qui m'ont fait reconnaître que la lumière ainsi modifiée pouvait être considérée comme composée de deux faisceaux qui suivent la même route, mais sont polarisés dans des directions rectangulaires et diffèrent dans leur marche d'un quart d'ondulation. En introduisant cette définition de la modification nouvelle dans les mêmes formules qui m'avaient servi à calculer les phénomènes ordinaires de la coloration des lames cristallisées, j'ai découvert aisément les lois des teintes particulières que ces lames présentent quand, au lieu de lumière polarisée ordinaire, on y fait passer un faisceau polarisé modifié par deux réflexions complètes. J'ai été conduit ainsi à plusieurs théorèmes curieux, et j'ai trouvé qu'on imitait les phénomènes de coloration que présentent les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, et certains liquides homogènes, tels que l'essence de térébenthine, etc. en plaçant une lame mince cristallisée parallèle à l'axe entre deux parallélipipèdes de verre dans lesquels la lumière polarisée incidente éprouvait la modification que je viens de définir, avant d'entrer dans la lame cristallisée et après sa sortie; l'axe

de la lame cristallisée doit faire un angle de 45° avec chacun des plans d'incidence des deux parallélipipèdes, lesquels sont rectangulaires entre eux. Et en effet, si l'on fait tourner la section principale du rhomboïde avec lequel on analyse les rayons émergents, on observe des changements de couleurs semblables à ceux que donnent certains liquides ou les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe; et la nature de ces teintes ne dépend, comme dans ces cas, que des inclinaisons mutuelles du plan primitif de polarisation et de la section principale du rhomboïde de spath calcaire, c'est-à-dire des deux plans extrêmes de polarisation; car si, en leur conservant les mêmes directions relatives, on fait tourner sur lui-même le petit système de la lame cristallisée comprise entre les deux parallélipipèdes de verre, on n'aperçoit aucune variation, ni dans la nature ni dans l'intensité des teintes.

Il résulte des mêmes formules qu'un assemblage d'un nombre quelconque de pareils systèmes tournés dans tous les azimuts produit le même effet que si les axes des lames comprises dans chacun d'eux se trouvaient parallèles; que les rayons qui ont éprouvé la réfraction ordinaire dans la première lame n'éprouvent jamais que la réfraction ordinaire dans les lames suivantes, quels que soient les azimuts dans lesquels les autres appareils sont tournés; en sorte que la lumière ne peut traverser un pareil assemblage qu'avec deux sortes de vitesses.

3. Ces conséquences, qui semblaient lever toutes les difficultés théoriques de la coloration de l'essence de térébenthine, me conduisaient naturellement à supposer que ce liquide, dans lequel j'avais démontré l'existence de la double réfraction par plusieurs expériences d'interférences, a ses particules constituées de telle sorte que chacune d'elles possède la double réfraction et imprime en outre aux rayons lumineux, à leur entrée et à leur sortie, la même modification qu'ils reçoivent par deux réflexions complètes dans un parallélipipède de verre. Pour achever de représenter fidèlement les phénomènes, il fallait supposer en outre que dans ces particules la double réfraction est très-différente pour les rayons de diverses couleurs, et en raison inverse de

III. leur longueur d'ondulation, d'après la loi de M. Biot sur les déviations du plan de polarisation de la lumière totale qui a parcouru un tube rempli d'essence de térébenthine[a]; car en admettant que la double réfraction de chaque espèce de rayon dans les particules de ce liquide, est en raison inverse de leur longueur d'ondulation, on trouve, par les formules d'interférences que j'ai employées, que la déviation du plan de polarisation du faisceau total de lumière homogène, au sortir du liquide, est en raison inverse du carré de la longueur d'accès ou d'ondulation, comme M. Biot l'avait conclu de ses observations. Tels sont les principaux résultats contenus dans un Mémoire présenté à l'Académie au commencement de 1818[b], et qu'il m'a paru nécessaire de rappeler ici pour l'intelligence des faits nouveaux.

Cette explication s'appliquait aux plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, comme à l'huile de térébenthine, puisque M. Biot s'est assuré de l'identité des phénomènes de coloration qu'elles présentent. Cependant je n'ai jamais regardé l'hypothèse dont je viens de parler sur les modifications que la lumière éprouvait à son entrée dans les particules d'essence de térébenthine et à sa sortie comme une réalité, mais seulement comme une manière de représenter les faits; quoique tous ceux que j'ai observés jusqu'à présent confirment les conséquences analytiques de cette explication; par exemple, que la lumière polarisée modifiée par deux réflexions complètes, qui développe de si vives couleurs dans les lames minces cristallisées, ne doit plus en produire dans l'essence de térébenthine, et dans les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe. Cet accord ne prouve pas en effet la réalité de l'hypothèse, mais seulement que les résultats sont les mêmes

---

[a] Extrait d'un Mémoire sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux. (*Ann. de chimie et de physique,* t. IX, p. 372; t. X, p. 63.) — Mémoire sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux. (*Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut,* t. II, p. 41, année 1817.)

[b] Mémoire sur les couleurs développées dans les fluides homogènes par la lumière polarisée. N° XXIII.

que si la lumière éprouvait dans chaque particule d'essence de térébenthine les modifications dont je viens de parler. Mais sans approfondir la cause mécanique de ces phénomènes, je pouvais déduire des formules qui les représentaient si bien des conséquences, sinon certaines, du moins extrêmement probables, et annoncer des phénomènes singuliers, que je n'avais pas encore vérifiés par l'expérience.

4. C'est ce que j'ai fait à la fin d'une Note sur la double réfraction du verre comprimé, que j'ai eu l'honneur de lire à l'Académie le 16 septembre et qui a été publiée dans les Annales de chimie et de physique [a]. J'ai annoncé que, si l'on mettait en évidence la double réfraction que la lumière éprouve dans le cristal de roche en le traversant parallèlement à l'axe des aiguilles, on trouverait que les deux faisceaux en lesquels la lumière se diviserait alors ne présenteraient aucune apparence de polarisation ordinaire, quand on les essayerait avec un rhomboïde de spath calcaire, et différeraient cependant des rayons directs en ce que si on leur faisait éprouver dans un parallélipipède de verre deux réflexions complètes sous l'incidence intérieure de 50° environ, ils seraient polarisés chacun suivant un plan incliné de 45° relativement au plan de réflexion, l'un à gauche et l'autre à droite de ce plan, ce qui n'arrive point à la lumière ordinaire, que ces deux réflexions complètes laissent telle qu'elle était auparavant. Aussitôt que je l'ai pu, j'ai vérifié par l'expérience cette conséquence curieuse de mes formules, et j'ai trouvé ce que j'avais prévu. J'aurais pu annoncer d'après les mêmes formules les autres caractères de cette double réfraction; mais il suffisait d'indiquer celui que je viens d'énoncer, parce qu'il la distingue parfaitement de toutes les autres doubles réfractions observées jusqu'à présent.

En effet l'on avait trouvé jusqu'ici que la double réfraction des cristaux à deux axes, comme celle des cristaux à un axe, polarise complètement les deux faisceaux en lesquels elle divise la lumière incidente,

---

[a] T. XX, p. 376, cahier d'août 1822. (Voyez N° XXVI.)

III. l'un suivant une direction, l'autre suivant une direction perpendiculaire. La double réfraction produite par la compression du verre est accompagnée des mêmes phénomènes de polarisation, comme on peut s'en assurer avec le petit appareil que j'ai eu l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie, et au moyen duquel on obtient deux images distinctes. On serait donc tenté de croire au premier abord que c'est une règle générale applicable à toute espèce de double réfraction; mais il n'en est plus ainsi pour celle que la lumière éprouve quand elle traverse les aiguilles de cristal de roche dans des directions sensiblement parallèles à leurs axes. Les deux faisceaux lumineux en sortent modifiés de la même manière qu'ils l'auraient été par le procédé que nous avons rappelé. Voilà donc maintenant, pour cette modification nouvelle, deux manières de la produire analogues aux deux moyens principaux qu'on emploie pour polariser la lumière. L'une consiste dans la division du faisceau de lumière directe par une double réfraction particulière, et l'autre dans une certaine combinaison de réflexions, la première en dehors du verre, sous une inclinaison de 35°, et les deux suivantes dans l'intérieur de cette même substance sous une incidence de 50°.

Pour obtenir la séparation de la lumière en deux faisceaux distincts dans la double réfraction très-faible que le cristal de roche exerce suivant son axe, j'ai fait tailler un prisme de cristal dont les faces d'entrée et de sortie étaient également inclinées sur l'axe et formaient entre elles un angle de 152°, et j'ai d'abord achromatisé ce prisme aussi bien que je l'ai pu avec deux demi-prismes de glace de Saint-Gobain, dont les angles réfringents étaient beaucoup moindres que la moitié de 152°, parce que le crown de Saint-Gobain est plus dispersif que le cristal de roche. Quoiqu'on puisse se servir à la rigueur de cet appareil, et qu'il m'ait suffi pour mes premières vérifications, comme il ne m'a pas paru susceptible d'un achromatisme parfait, j'ai songé que je remplirais mieux cette condition en remplaçant les deux demi-prismes de crown par deux demi-prismes de cristal de roche, dont la double réfraction suivant l'axe serait d'un genre opposé à celle du prisme intermédiaire. Car, ainsi que M. Biot l'a remarqué le premier,

il y a des plaques de cristal de roche qui font tourner le plan de polarisation de la lumière incidente de gauche à droite, tandis que d'autres le font tourner de droite à gauche [a] : or je pouvais conclure de là, d'après la représentation théorique que j'avais trouvée de ces phénomènes, que celui des deux faisceaux qui traversait le plus vite la première espèce de cristal devait, au contraire, marcher le plus lentement dans la seconde, et conséquemment que les déviations angulaires produites par les deux demi-prismes achromatisants devaient s'ajouter à celle qui proviendrait du prisme obtus s'il était d'espèce contraire, au lieu de s'en retrancher, comme cela arriverait s'ils étaient de même espèce, à cause de l'opposition des angles réfringents. C'est en effet ce qui a lieu, et l'on obtient de cette manière une séparation très-sensible des deux images, qu'on pourrait encore augmenter en multipliant le nombre des prismes.

5. Je crois qu'on parviendrait par un procédé analogue à mettre tout à fait en évidence la double réfraction des liquides qui jouissent des propriétés optiques des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, tels que l'essence de térébenthine, l'essence de citron, etc. en employant un appareil analogue à celui-là. Comme les essences de citron et de térébenthine font tourner le plan de polarisation de la lumière en sens contraires, on pourrait combiner des prismes creux remplis d'essence de térébenthine avec des prismes contenant de l'essence de citron, qui achromatiseraient ceux-là et augmenteraient en même temps la divergence des deux faisceaux lumineux. J'estime que quarante prismes suffiraient pour rendre la séparation des deux images très-sensible; mais à cause de ce grand nombre de prismes et de l'ouverture considérable de leurs angles réfringents, l'achromatisme deviendrait sans doute très-difficile. Peut-être le faciliterait-on en mêlant avec une de ces huiles essentielles quelque autre liquide, tel que l'es-

---

[a] Expériences sur les plaques de cristal de roche taillées perpendiculairement à l'axe de cristallisation. (*Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut*, pour 1812, 1re partie, p. 218.)

III. prit-de-vin. Ces mélanges de liquides présentent en général tant de ressources de ce genre que j'ai peine à croire l'expérience impraticable, et, quoiqu'elle doive être longue en tâtonnements et assez dispendieuse, je l'aurais tentée si je ne m'étais assuré depuis longtemps par des procédés d'interférences que la lumière parcourt l'essence de térébenthine avec deux vitesses différentes, et que cette double réfraction a les mêmes caractères que celle du cristal de roche suivant l'axe, identité qu'on pouvait déjà conclure, au moins comme très-probable, de la similitude parfaite que M. Biot avait reconnue dans leurs phénomènes de coloration.

Ayant obtenu, par la combinaison de deux espèces différentes de cristal de roche, un appareil qui présente avec netteté les effets de la double réfraction suivant l'axe des aiguilles, j'ai pu vérifier les principales conséquences des formules par lesquelles j'avais représenté les propriétés optiques de l'essence de térébenthine et des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, dans le Mémoire soumis à l'Académie au commencement de 1818.

6. D'abord j'ai reconnu que cette double réfraction était très-différente pour les rayons de diverses couleurs, et beaucoup plus forte pour les rayons rouges que pour les rayons violets, comme les phénomènes de coloration de l'essence de térébenthine m'avaient conduit à le supposer. Il suffit de regarder une ligne lumineuse au travers du prisme achromatisé que je viens de décrire, et l'on remarquera que les deux images sont bordées d'une frange d'un bleu violâtre sur les côtés extrêmes, et au contraire d'un rouge fauve sur les deux côtés les plus voisins l'un de l'autre; et même, lorsque la ligne brillante a une largeur un peu sensible, le milieu de l'intervalle qui sépare les deux images, au lieu d'être entièrement obscur, présente un rouge sombre. On pourrait à la rigueur mesurer cette dispersion, qu'on doit appeler *dispersion de double réfraction*, et comparer ces mesures prises pour les sept principales espèces de rayons avec les différences entre leurs doubles réfractions, qu'on déduit de la loi de M. Biot sur la déviation des plans de polarisation dans les plaques perpendiculaires à l'axe, ou

même avec les résultats que j'avais obtenus antérieurement à la découverte de cette loi en compensant l'effet polarisant d'un tube rempli d'huile de térébenthine par une lame de chaux sulfatée parallèle à l'axe. Mais cette vérification, que j'essayerai peut-être plus tard et dont je regarde le résultat comme infaillible, exigerait beaucoup de précautions et un appareil soigné; je me suis contenté pour le moment de la vérification grossière que présente le simple aspect des deux images, qui suffit pour démontrer que la dispersion de cette double réfraction est très-grande relativement à la double réfraction elle-même, comme je l'avais annoncé dans mon Mémoire sur les phénomènes de coloration de l'essence de térébenthine.

Il résultait aussi de mes formules que la lumière simplement polarisée, comme la lumière ordinaire, devait toujours donner deux images d'égale intensité quand on lui faisait éprouver cette double réfraction, quel que fût d'ailleurs l'azimut de son plan de polarisation: tandis que la lumière polarisée modifiée par deux réflexions complètes ne devait plus donner qu'une seule image, tantôt celle qui éprouve la réfraction la plus forte, et tantôt celle qui éprouve la réfraction la plus faible, selon que le plan des deux réflexions successives aurait été dirigé à droite ou à gauche du plan primitif de polarisation, et aussi, d'après ce que nous avons dit précédemment, selon la nature des aiguilles de cristal de roche; car dans les unes c'est la lumière modifiée de droite à gauche qui doit marcher le plus lentement, et dans les autres, la lumière modifiée de gauche à droite.

7. Les deux faisceaux produits par cette double réfraction devant offrir les mêmes caractères que deux faisceaux de lumière préalablement polarisée qui ont ensuite éprouvé deux réflexions complètes, dans des azimuts de 45° relativement au plan primitif de polarisation, l'un à droite de ce plan et l'autre à gauche, il s'ensuit qu'en faisant passer les deux faisceaux émergents dans un second prisme de cristal de roche, parallèlement à l'axe, chaque faisceau doit y éprouver la même réfraction que dans le premier prisme, si ces deux prismes sont de même espèce, et la réfraction contraire s'ils appartiennent à des

VIII. aiguilles d'espèces opposées. Mais dans tous les cas la superposition de ces deux prismes et même d'un nombre plus grand de prismes pareils, toujours traversés par les rayons suivant des directions à peu près parallèles aux axes, ne doivent donner jamais que deux images du même objet, dans quelques azimuts qu'on les tourne d'ailleurs les uns par rapport aux autres; tandis qu'avec les doubles réfractions observées jusqu'à présent on peut toujours obtenir quatre images par la superposition de deux prismes, huit avec trois prismes, et ainsi de suite.

Toutes ces conséquences de mes formules se trouvent confirmées par l'expérience. Je dois dire cependant que je n'ai pas combiné ensemble plus de deux prismes, et que l'un d'eux étant achromatisé avec du crown, je n'ai pas pu faire des observations aussi nettes et aussi sûres que s'il avait été achromatisé comme l'autre avec du cristal de roche de l'espèce opposée. Mais une fois qu'il est bien établi par l'expérience que les faisceaux sortant du premier prisme sont modifiés précisément comme la lumière qui a éprouvé les deux réflexions complètes, et que cette lumière ne donne qu'une image à travers le prisme, il est évident qu'un nombre quelconque de prismes pareils traversés par la lumière ordinaire ne la diviseront jamais qu'en deux faisceaux.

Si je n'ai annoncé dans la note précédente qu'une seule de ces conséquences, c'est que les autres en découlaient nécessairement. Car d'après les principes d'interférences, toute lumière qui prend les caractères de la polarisation ordinaire par les deux réflexions complètes, qui dépolarisent entièrement la lumière polarisée, doit être modifiée de la même manière que la lumière polarisée après ces deux réflexions complètes; et de là résultent tous les autres phénomènes que je viens de décrire.

Mais ne consultant que les faits, nous voyons d'abord que les deux faisceaux en lesquels la lumière directe se divise par la double réfraction dont il s'agit se comportent chacun comme la lumière polarisée modifiée par deux réflexions complètes : 1° quand on les analyse avec un rhomboïde de spath calcaire, puisqu'ils donnent toujours chacun

deux images d'intensités égales, dans quelque azimut qu'on tourne la section principale du rhomboïde; 2° quand on leur fait éprouver deux réflexions complètes dans l'intérieur d'un parallélipipède de verre, sous l'incidence de 50° environ, puisqu'ils se trouvent alors polarisés suivant deux plans inclinés de 45° sur le plan de réflexion, l'un à gauche, et l'autre à droite de ce plan.

8. J'ai voulu encore m'assurer par une autre expérience de l'identité des modifications que la lumière éprouve dans ces deux cas, en comparant les couleurs que les faisceaux résultant de cette double réfraction produisent dans les lames cristallisées avec les teintes développées dans les mêmes lames par la lumière polarisée, qui a éprouvé la double réflexion complète : or j'ai trouvé qu'elles étaient absolument pareilles. Il est donc bien démontré que ces deux procédés donnent à la lumière la même modification.

Elle présente ce caractère remarquable que le rayon lumineux qui l'a reçue a les mêmes propriétés tout autour de lui, se comporte enfin de la même manière de quelque côté qu'on le prenne. Car si on lui fait traverser un rhomboïde de spath calcaire, il donne toujours deux images blanches de la même intensité, dans quelque sens qu'on tourne la section principale du rhomboïde; si le rayon est réfléchi deux fois complétement dans l'intérieur du verre, sous l'incidence de 50°, il est toujours polarisé suivant un plan incliné de 45° sur le plan d'incidence, quelque azimut qu'on ait choisi pour celui-ci; seulement son nouveau plan de polarisation peut être à droite ou à gauche du plan de réflexion, selon que le rayon aura reçu la modification de droite à gauche ou celle de gauche à droite; enfin quand on lui fait traverser une lame mince cristallisée, et qu'on analyse la lumière émergente avec un rhomboïde de spath calcaire, on observe les mêmes teintes, dans quelque sens qu'on dirige l'axe de la lame cristallisée, en la laissant perpendiculaire au rayon, et l'absence de couleur, comme le maximum de coloration, a toujours lieu quand la section principale du rhomboïde est parallèle ou perpendiculaire à celle de la lame, et quand elle fait avec elle un angle de 45°.

VIII. Au contraire, un rayon qui a reçu la polarisation ordinaire présente des propriétés différentes autour de lui dans les divers azimuts, et ne se comporte pas de la même manière de quelque côté qu'on le prenne : il est surtout deux directions rectangulaires dans lesquelles il offre des caractères très-différents; quand on lui fait traverser un rhomboïde de spath calcaire dont la section principale est parallèle à la première direction, il y éprouve seulement la réfraction ordinaire, et il subit la réfraction extraordinaire quand cette section principale est parallèle à l'autre direction.

9. D'après la seule considération des faits, on pourrait donner le nom de *polarisation rectiligne* à celle qu'on avait observée depuis longtemps dans la double réfraction du spath calcaire, et que Malus a le premier remarquée dans la lumière réfléchie sur les corps transparents, et nommer *polarisation circulaire* la nouvelle modification dont je viens de décrire les propriétés caractéristiques : elle se divisera naturellement en *polarisation circulaire de gauche à droite*, et *polarisation circulaire de droite à gauche.* Ces dénominations, qui m'ont été suggérées par l'hypothèse que j'ai adoptée sur les vibrations lumineuses, indiquent la nature même de leurs mouvements dans les deux cas; mais, craignant d'abuser des moments de l'Académie, j'ai cru devoir me borner ici à justifier les noms nouveaux que je propose par la simple exposition des faits. Les développements théoriques trouveront naturellement leur place dans un supplément, que je joindrai à ce Mémoire[a].

10. Entre la polarisation rectiligne et la polarisation circulaire, il existe une foule de degrés intermédiaires de polarisations diverses, qui participent des caractères des deux autres, et auxquels on pourrait donner les noms de *polarisations elliptiques*, d'après les mêmes vues théoriques. On peut produire divers genres de polarisation, soit par une

---

[a] Ce supplément n'a probablement jamais été composé; mais le Mémoire sur la double réfraction, imprimé au tome VII des Mémoires de l'Académie, contient la théorie suffisamment complète de la polarisation circulaire et de la polarisation elliptique. (Voyez N° XLVIII, § 10 à 15.)

seule réflexion complète, ou plusieurs réflexions semblables, en faisant N°
varier l'angle d'incidence; soit toujours par deux réflexions complètes sous l'incidence de 50°, mais en faisant varier l'angle que le plan de réflexion fait avec le plan primitif de polarisation, angle que nous avions supposé jusqu'à présent de 45°.

Les lois d'interférence des rayons polarisés donnent un moyen bien simple de comparer tous ces différents genres de polarisation et de les comprendre dans une formule générale. Nous avons déjà dit qu'un faisceau de lumière polarisé circulairement pouvait être considéré comme composé de deux faisceaux d'égale intensité polarisés suivant des directions rectangulaires, et différant dans leur marche d'un quart d'ondulation. Quand le faisceau qui précède l'autre dans sa marche a son plan de polarisation à gauche de celui du faisceau en retard, la polarisation circulaire est de gauche à droite; elle est de droite à gauche dans le cas contraire, ou lorsque, les plans de polarisation étant disposés comme nous le supposions d'abord, la différence de marche est égale à trois quarts d'ondulation au lieu d'un quart.

Quand la différence de marche est d'une demi-ondulation ou d'une ondulation entière, ou, en général, d'un nombre entier de demi-ondulations, la réunion des deux faisceaux offre constamment tous les caractères de la polarisation rectiligne. Si les deux faisceaux sont de même intensité, comme nous l'avons supposé, le plan de polarisation du faisceau composé divise en deux parties égales l'angle des deux faisceaux constituants; s'ils sont d'intensités inégales, ce plan s'approche davantage du plan de polarisation du faisceau le plus intense, et les cosinus des angles qu'il fait avec les plans de polarisation des deux faisceaux constituants sont proportionnels aux racines carrées des intensités respectives de ces deux faisceaux.

11. Quand la différence de marche entre les deux faisceaux (supposés toujours d'égale intensité) n'est ni un nombre pair, ni un nombre impair de quarts d'ondulation, mais un nombre fractionnaire de quarts d'ondulation, alors la lumière totale ne possède ni la polarisation circulaire, ni la polarisation rectiligne, mais une polarisation d'un genre

II. intermédiaire, telle que celle dont nous venons de parler; elle approche plus de la polarisation circulaire ou de la polarisation rectiligne, selon que la différence de marche entre les deux faisceaux se rapproche plus d'un nombre impair, ou d'un nombre pair de quarts d'ondulation. En faisant varier graduellement cette différence de marche, on aura tous les genres de modification intermédiaires entre la polarisation rectiligne et la polarisation circulaire.

On peut les obtenir encore avec une différence de marche égale à un nombre impair de quarts d'ondulation, en faisant varier les intensités relatives des deux faisceaux constituants, ou l'angle que leurs plans de polarisation font entre eux. Des calculs très-simples montrent comment ces diverses combinaisons rentrent les unes dans les autres.

12. Dans tout ce que je viens de dire j'ai toujours supposé la différence de marche entre les deux faisceaux polarisés à angle droit proportionnelle à la longueur d'ondulation de l'espèce de rayons que l'on considérait; ainsi, en parlant en général d'une différence de marche d'un quart d'ondulation, j'entends une différence d'un quart d'ondulation rouge pour les rayons rouges, d'un quart d'ondulation violette pour les rayons violets, et ainsi des autres. C'est précisément à cause de cette similitude de modification (au moins très-approchée), que les divers rayons reçoivent dans les réflexions complètes, dont je viens de parler, que la lumière blanche ainsi modifiée ne présente aucune coloration sensible, quand on l'analyse avec un rhomboïde de spath calcaire.

Il n'en est plus ainsi dans les beaux phénomènes que M. Arago a découverts en faisant passer de la lumière polarisée à travers des lames minces cristallisées, et l'analysant ensuite avec un rhomboïde de spath calcaire. La lumière émergente est bien composée de deux faisceaux polarisés à angle droit, l'un parallèlement à l'axe de la lame, l'autre suivant une direction perpendiculaire, et qui, n'ayant point parcouru cette lame avec la même vitesse, diffèrent dans leur marche d'un certain intervalle dépendant de son épaisseur et de l'énergie de la double réfraction. Mais cet intervalle n'est pas pour les divers rayons

proportionnel à leur longueur d'ondulation; il est à peu près le même pour les rayons de diverses couleurs, du moins dans beaucoup de cristaux, tels que le sulfate de chaux, le mica, les lames de cristal de roche parallèles à l'axe, etc. et quand il diffère d'une manière notable d'un rayon à l'autre, loin que ce soit en se rapprochant de la proportionnalité aux longueurs d'ondulation, il paraît que c'est toujours dans un sens contraire. Il résulte de là que, si la différence de marche provenant de la double réfraction de la lame cristallisée répond à trois quarts d'ondulation pour les rayons rouges, par exemple, elle ne répondra pas à trois quarts d'ondulation pour les rayons verts, dont la longueur d'ondulation est plus petite, et qu'ainsi les rayons de diverses couleurs auront été diversement modifiés. C'est précisément à cette diversité que tiennent les phénomènes de coloration que présente la lumière blanche au sortir d'une lame cristallisée, quand on l'analyse avec un rhomboïde de spath calcaire.

Si l'on voulait, au moyen d'une pareille lame, imprimer à des rayons un mode de polarisation *unique*, il faudrait employer de la lumière aussi homogène que possible, et amincir la lame ou l'incliner légèrement, jusqu'à ce que la différence de marche entre les deux faisceaux fût égale à un nombre impair de fois le quart de la longueur d'ondulation des rayons employés, si c'est la polarisation circulaire, par exemple, qu'on veut leur imprimer. Ainsi je suppose qu'on se serve de lumière rouge et qu'après l'avoir polarisée préalablement, on lui fasse traverser une lame cristallisée dont l'axe soit tourné dans un azimut de 45°, et dont l'épaisseur soit telle que la différence de marche entre les rayons ordinaires et extraordinaires se trouve égale à $\frac{3}{4}$ d'ondulation rouge; alors la lumière émergente étant composée de deux faisceaux égaux en intensité, polarisés à angle droit, et différant dans leur marche d'un quart d'ondulation, devra présenter tous les caractères de la polarisation circulaire : si on lui fait traverser un rhomboïde de spath d'Islande, elle donnera toujours deux images de même intensité, dans quelque azimut qu'on tourne la section principale du rhomboïde; c'est ce que j'avais vérifié par l'expérience depuis longtemps; si on lui fait

III. éprouver deux réflexions complètes dans l'intérieur d'un parallélipipède de verre, sous l'incidence de 50°, elle se trouvera polarisée rectilignement dans un azimut de 45° relativement au plan de réflexion; enfin si on lui fait traverser un prisme de cristal de roche dans une direction parallèle à l'axe de cristallisation, au lieu de s'y diviser en deux faisceaux distincts, elle ne donnera qu'une seule image. Je n'ai pas encore fait ces deux dernières expériences; mais elles ne peuvent manquer de confirmer ce que je viens de dire.

13. Après avoir exposé les caractères principaux de la double réfraction singulière qui se manifeste dans le cristal de roche parallèlement à l'axe des aiguilles, et de la polarisation circulaire qu'elle imprime à la lumière en la divisant en deux faisceaux distincts, il me reste à expliquer les phénomènes de coloration des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe.

Il résulte de cette double réfraction, comme on vient de le voir, que les rayons qui sont polarisés circulairement de droite à gauche ne parcourent pas le cristal de roche avec la même vitesse que les rayons polarisés circulairement de gauche à droite; car, soit qu'on adopte le système des ondes ou celui de l'émission, une différence de réfraction entre deux faisceaux suppose toujours une différence de vitesse; s'ils avaient la même vitesse, il serait impossible de les séparer, de quelque manière qu'on taillât le prisme. J'avais déjà reconnu depuis longtemps l'existence de ces deux vitesses de la lumière dans l'essence de térébenthine, par des expériences d'interférences rapportées dans le Mémoire déjà cité.

Il résulte des lois d'interférences des rayons polarisés, qu'on peut toujours remplacer un faisceau lumineux, qui a reçu la polarisation rectiligne, par deux faisceaux égaux en intensité et polarisés circulairement, l'un de droite à gauche et l'autre de gauche à droite, la réunion de ces deux faisceaux étant l'équivalent du faisceau incident. Mais ces deux faisceaux composants ne traversant pas le cristal de roche avec la même vitesse, différeront dans leur marche, et d'autant plus que le trajet sera plus long, ou même dans leurs directions, si les faces réfrin-

gentes ne leur sont pas perpendiculaires. C'est cette divergence que nous avons rendue sensible en taillant le cristal en prisme.

Cela posé, considérons ce qui se passe quand un faisceau polarisé traverse une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe parallèlement à l'axe. Alors les deux faisceaux polarisés circulairement, dans lesquels on peut diviser par la pensée le faisceau incident, parcourront le cristal avec des vitesses différentes, mais ne se sépareront pas quant à leurs directions; seulement l'un se trouvera en arrière sur l'autre d'une quantité qui augmentera proportionnellement à la longueur du trajet. Or si l'on calcule par les mêmes règles d'interférences le résultat de cette différence de marche, pour une espèce quelconque de rayons, on trouve que l'ensemble des deux faisceaux devra toujours offrir les caractères de la polarisation rectiligne, mais que son plan de polarisation, au lieu de coïncider avec celui du faisceau incident, s'en sera écarté d'un certain angle, et que cet angle devra être proportionnel à la différence de marche divisée par la longueur d'ondulation, et partant à la longueur du trajet, pour une même espèce de rayons, comme M. Biot l'avait conclu de ses observations. Le plan de polarisation primitif est dévié de droite à gauche ou de gauche à droite, selon que le faisceau polarisé circulairement de droite à gauche traverse le cristal plus vite ou plus lentement que le faisceau polarisé circulairement de gauche à droite. Il est des aiguilles de cristal de roche où le premier marche plus vite que le second, et d'autres, au contraire, où il marche plus lentement; c'est à cela que tient l'opposition de leurs propriétés optiques. Dans ces aiguilles, où M. Biot a découvert deux sortes de rotation du plan de polarisation, l'une de droite à gauche et l'autre de gauche à droite, je vois toujours, pour chacune, la lumière incidente se diviser en deux faisceaux polarisés circulairement, l'un de droite à gauche et l'autre de gauche à droite; seulement, celui des deux qui marche le plus vite dans les unes est celui qui reste en arrière dans les autres. Cette diversité dans la manière d'énoncer les faits tient à ce que M. Biot a toujours considéré la lumière totale qui sort du cristal, tandis que je suis remonté aux éléments qui la composent; mais dès

VIII. qu'on applique les formules d'interférences à l'ensemble de ces éléments, on retombe sur la loi découverte par M. Biot.

L'angle de déviation du plan de polarisation de la lumière totale étant proportionnel à la différence de marche dont je viens de parler divisée par la longueur d'ondulation, si cette différence de marche, après le même trajet, était égale en longueur pour les divers rayons lumineux, c'est-à-dire s'ils éprouvaient la double réfraction au même degré, les angles de déviation de leurs plans de polarisation seraient entre eux en raison inverse des longueurs d'ondulation. Mais la double réfraction est très-différente pour chacun d'eux, et beaucoup plus grande pour les rayons violets, par exemple, que pour les rayons rouges, ce qui augmente dans le même rapport la séparation de leurs plans de polarisation. Si l'on admet que cette double réfraction est en raison inverse de la longueur d'ondulation du rayon, ou, en d'autres termes, que la différence de marche entre le faisceau polarisé circulairement de droite à gauche et le faisceau polarisé circulairement de gauche à droite est toujours la même pour un même nombre d'ondulations lumineuses, quelle que soit leur longueur, on est ramené à la loi que M. Biot a déduite d'expériences directes faites avec diverses espèces de lumière homogène, savoir que la déviation du plan de polarisation de la lumière totale émergente est, pour une même plaque, inversement proportionnelle au carré de la longueur des accès.

C'est à ces déviations inégales des plans de polarisation des rayons de diverses couleurs que sont dus les phénomènes de coloration que présente la lumière blanche polarisée, à laquelle on fait traverser une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, ou un tube rempli d'essence de térébenthine, et qu'on analyse ensuite avec un rhomboïde de spath calcaire. Mais on conçoit que si l'on emploie de la lumière polarisée circulairement, comme elle ne pourra affecter qu'une seule vitesse dans la plaque de cristal de roche, ou dans l'huile de térébenthine, elle n'y éprouvera aucune division, et en sortira telle qu'elle y était entrée, avec tous les caractères qu'elle avait auparavant. Ainsi étant analysée au moyen d'un rhomboïde de spath calcaire, elle don-

nera toujours deux images d'égale intensité, qui seront blanches, si la lumière incidente était blanche. Si au sortir de la plaque, ou de l'essence de térébenthine, on lui fait éprouver deux réflexions complètes sous l'incidence de 50°, elle se trouvera polarisée suivant un plan incliné de 45° sur le plan de réflexion; ou si on lui fait traverser une lame mince cristallisée, et qu'on l'analyse ensuite avec un rhomboïde de spath calcaire, elle donnera des couleurs absolument pareilles à celles qu'elle développait dans la même lame avant d'avoir traversé la plaque de cristal de roche, ou le tube rempli d'essence de térébenthine. C'est ce que j'avais depuis longtemps vérifié par l'expérience.

On peut encore expliquer d'après les mêmes principes toutes les autres propriétés optiques des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe et des fluides homogènes qui colorent la lumière polarisée.

Paris, le 9 décembre 1822.

N° XXIX (A).

EXTRAIT D'UN MÉMOIRE

SUR

LA LOI DES MODIFICATIONS IMPRIMÉES A LA LUMIÈRE POLARISÉE

PAR SA RÉFLEXION TOTALE

DANS L'INTÉRIEUR DES CORPS TRANSPARENTS.

[*Bulletin de la Société philomathique,* pour 1823, p. 29. — *Annales de chimie et de physique,* t. XXIX, p. 175, cahier de juin 1825.]

Il est remarquable que les phénomènes d'optique les plus anciennement connus, et l'on pourrait dire les plus vulgaires, la réflexion et la réfraction, soient ceux pour lesquels on est parvenu le plus tard au calcul des intensités de la lumière. Malus a donné une loi très-simple des intensités relatives des deux faisceaux dans lesquels la lumière polarisée se divise en traversant un rhomboïde de spath calcaire; et en attendant la vérification expérimentale que M. Arago doit faire de cette loi, j'estime qu'on a de fortes raisons de la regarder comme rigoureuse, abstraction faite des petites différences de proportion de lumière réfléchie aux deux faces du rhomboïde selon l'espèce de réfraction que subissent les rayons. On connaît depuis plusieurs années les lois générales des intensités de la lumière dans les phénomènes de la diffraction et de la coloration des lames cristallisées; quoiqu'elles n'aient guère été vérifiées jusqu'à présent que par des expériences indirectes, la multitude et la variété des faits qui les confirment suffiraient pour prouver leur exactitude, quand même la simplicité des principes dont elles découlent ne serait pas d'ailleurs une forte présomption en leur faveur.

M. Young a donné le premier l'expression de l'intensité de la lu-

mière réfléchie à la surface des corps transparents, en fonction du rapport des vitesses de propagation ou des longueurs d'ondulation de la lumière en dedans et en dehors du milieu réfléchissant. M. Poisson est arrivé ensuite à la même formule, pour les ondes sonores, par une analyse plus rigoureuse, mais ces deux savants n'avaient résolu le problème que dans le cas de l'incidence perpendiculaire. J'ai été conduit aux formules générales des intensités de la lumière directe ou polarisée, réfléchie sous toutes les incidences, par l'hypothèse sur la nature des vibrations lumineuses qui m'a fait découvrir peu de temps après la véritable loi de la double réfraction des cristaux à deux axes. Ces formules ont été publiées dans le tome XVII des Annales de Chimie et de Physique, pages 194 et 312 [a].

On conçoit que tous les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction doivent être intimement liés entre eux : aussi ces formules, qui donnent la proportion de lumière réfléchie ou transmise sous une inclinaison quelconque, fournissent-elles encore le moyen de calculer, pour la même incidence, la proportion de lumière polarisée par réflexion et par transmission, ou la déviation du plan de polarisation des rayons incidents, s'ils ont été préalablement polarisés, ainsi que je l'ai montré dans la note citée.

Tant que la réflexion est partielle, soit qu'elle ait lieu à la première ou à la seconde surface du milieu diaphane, elle ne fait éprouver à la lumière incidente qu'une simple déviation de son plan de polarisation, sans altérer d'ailleurs en aucune manière ses propriétés primitives, quel que soit l'azimut de ce plan relativement au plan d'incidence. Mais lorsque la réflexion est totale, les rayons réfléchis éprouvent en général une dépolarisation partielle, surtout si le plan de réflexion est dans un azimut de 45° relativement au plan primitif de polarisation. La lumière ainsi modifiée peut toujours être représentée par la réunion de deux faisceaux polarisés, l'un suivant le plan de réflexion, l'autre suivant une direction perpendiculaire, et différant d'ailleurs dans leur

[a] Voyez N° XXII, § 17 et suivants.

marche d'une certaine fraction d'ondulation. Quand cette différence est nulle, la lumière reste complétement polarisée, d'après les règles d'interférence; c'est ce qui a lieu au commencement de la réflexion totale et à sa seconde limite, c'est-à-dire quand les rayons incidents deviennent parallèles à la surface; mais entre ces deux limites il y a toujours, entre les deux faisceaux, une différence de marche, qui varie avec l'angle d'incidence, et après avoir crû jusqu'à un certain *maximum*, diminue ensuite et redevient nulle lorsque cet angle atteint 90° : l'incidence qui donne ce *maximum*, ainsi que la différence de marche correspondante, varient aussi avec le rapport de réfraction des deux milieux au contact desquels s'opère la réflexion totale. La loi de ces variations me paraissant très-difficile à découvrir, je ne l'avais pas même cherchée, depuis six ans que ces phénomènes m'étaient connus; ce n'est que tout récemment que je me suis occupé de ce problème, et j'en ai trouvé la solution dans les expressions générales qui représentent les intensités des rayons réfléchis. N°

Avant d'en déduire la loi dont il s'agit, je commence par présenter dans mon Mémoire un calcul très-simple de ces formules. Il repose sur la loi de Descartes, sur le principe de la conservation des forces vives, et sur cette hypothèse subsidiaire, savoir, que les composantes des vitesses absolues des molécules vibrantes, parallèlement à la surface réfléchissante, ne changent pas de grandeur dans les ondes réfléchies et transmises pendant que celles-ci s'éloignent de la surface [1]. Pour démontrer rigoureusement que ces formules sont une conséquence nécessaire du genre de vibration que j'attribue aux rayons lumineux, il faudrait d'abord établir l'exactitude de cette hypothèse [a], et prouver

[1] Je suppose toujours, pour simplifier les raisonnements, que l'onde incidente est plane, ou le point lumineux situé à l'infini, en sorte que les ondes réfléchies ou transmises en s'éloignant de la surface ne changent pas de distance relativement à leur centre d'ondulation, qui est aussi infiniment éloigné, et que, sous ce rapport, il ne doit pas y avoir d'affaiblissement sensible dans les vitesses absolues des molécules vibrantes.

[a] Le texte imprimé dans le Bulletin de la société philomathique ajoute entre parenthèses : «ce qui ne me paraît pas bien difficile.»

(A). ensuite la justesse de l'application du principe de la conservation des forces vives au cas que je considère, où les deux milieux réfringents ayant la même élasticité ne diffèrent qu'en densité. Je me suis borné à ce cas, parce qu'il paraît résulter de toutes les observations que la réflexion est toujours nulle au contact de deux milieux également réfringents, quelque différence d'élasticité qu'il puisse d'ailleurs y avoir entre eux, et qu'en général les proportions de lumière réfléchie ne dépendent que du rapport de réfraction; en conséquence, pour les calculer, il est indifférent de considérer le ralentissement de la marche de la lumière dans le milieu le plus réfringent comme résultant d'une plus grande densité ou d'une moindre élasticité. Néanmoins il serait très-important d'établir ce principe par les lois de la mécanique. Je me propose, quand j'en aurai le loisir, de reprendre le problème dans toute sa généralité, et de donner, si je puis, une démonstration complète et rigoureuse de ces formules. En attendant, j'ai cru devoir les faire connaître, ainsi que le calcul très-simple qui y conduit, calcul dont elles tireraient déjà un grand degré de probabilité, quand elles ne seraient pas en outre appuyées par plusieurs mesures très-précises de M. Arago, et par les observations que j'avais faites sur les déviations du plan de polarisation des rayons réfléchis à la surface extérieure du verre et de l'eau.

Je considère successivement le cas où les rayons incidents sont polarisés suivant le plan de réflexion, et celui où ils sont polarisés perpendiculairement à ce plan, c'est-à-dire les deux cas dans lesquels les vibrations de ces rayons lui sont perpendiculaires ou parallèles. Si l'on appelle i l'angle d'incidence, i' l'angle de réfraction, et qu'on prenne pour unité le coefficient commun des vitesses absolues dans les ondes incidentes, on trouve que celui des ondes réfléchies est égal, pour le premier cas, à

$$\frac{\sin i \cos i' - \sin i' \cos i}{\sin i \cos i' + \sin i' \cos i},$$

ou

et pour le second, à

$$\frac{\sin i \cos i - \sin i' \cos i'}{\sin i \cos i + \sin i' \cos i'},$$

ou

$$\frac{\operatorname{tang}(i-i')}{\operatorname{tang}(i+i')};$$

conséquemment, si l'on prend pour unité l'intensité de la lumière incidente, celle de la lumière réfléchie dans le premier cas sera

$$\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')},$$

et dans le second,

$$\frac{\operatorname{tang}^2(i-i')}{\operatorname{tang}^2(i+i')}.$$

Je ne m'arrêterai pas à montrer comment ces formules s'accordent avec les expériences de Malus et la loi de Brewster; le lecteur y suppléera aisément : il pourra voir aussi, dans la note déjà citée, comment on déduit de ces formules les déviations qu'éprouve le plan de polarisation de la lumière incidente quand il est oblique au plan de réflexion, les proportions de lumière directe polarisée par réflexion ou par réfraction, et l'expression suivante de l'intensité de la lumière réfléchie. lorsque les rayons n'ont éprouvé aucune polarisation préalable,

$$\frac{1}{2}\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')} + \frac{1}{2}\frac{\operatorname{tang}^2(i-i')}{\operatorname{tang}^2(i+i')}.$$

Je passe maintenant à l'objet principal du Mémoire, qui est la loi des modifications que la réflexion totale imprime à la lumière polarisée. Lorsque la réflexion a lieu dans l'intérieur d'un corps transparent, situé dans le vide ou dans l'air, ou en contact avec un milieu moins réfringent que lui, si l'on appelle n le nombre fractionnaire qui exprime le rapport des vitesses de la lumière dans les deux milieux, $\sin i'$, au lieu d'être égal à $\frac{\sin i}{n}$, est égal à $n \sin i$, et i' est un angle droit quand $n \sin i = 1$; après quoi son cosinus devient imaginaire; ce qui fait entrer des imaginaires dans les deux formules rapportées plus haut,

$$\frac{\sin i \cos i' - \sin i' \cos i}{\sin i \cos i' + \sin i' \cos i},$$

(A). et

$$\frac{\sin i \cos i - \sin i' \cos i'}{\sin i \cos i + \sin i' \cos i'},$$

qui expriment les intensités des vibrations des ondes réfléchies, selon que les ondes incidentes sont polarisées parallèlement ou perpendiculairement au plan de réflexion. Cependant il est clair que lorsque $n \sin i$ est plus grand que 1, la totalité de la lumière est réfléchie, d'après le principe de la conservation des forces vives, puisque la transmission des vibrations lumineuses dans le second milieu devient impossible, comme on le démontre aisément à l'aide du principe des interférences, du moins pour un point distant de la surface d'une quantité très-grande relativement à la longueur d'une ondulation. D'un autre côté, si ces formules sont vraies depuis l'incidence perpendiculaire jusqu'à celle où $i = 90°$, qui les rend l'une et l'autre égales à 1, elles doivent exprimer encore une chose vraie passé cette limite, lorsqu'elles deviennent en partie imaginaires et prennent la forme $a + b\sqrt{-1}$. En interprétant, de la manière qui m'a paru la plus naturelle et la plus probable, ce que l'analyse voulait indiquer par cette forme imaginaire, j'ai trouvé l'expression générale de la différence de marche que la réflexion totale établit entre la lumière polarisée parallèlement au plan d'incidence et celle qui l'est perpendiculairement à ce plan. Sans doute cette expression ne découle pas d'une manière aussi évidente et aussi certaine des formules précédentes que la loi des simples déviations du plan de polarisation des rayons qui n'ont éprouvé qu'une réflexion partielle[1]; mais ce qui rend très-probable la justesse de l'interprétation que je donne de ces formules dans le cas de la réflexion totale, c'est que d'abord elle trouve une première vérification dans les formules mêmes, et qu'ensuite l'expression qui en dérive s'accorde avec tous les faits que j'avais observés précédemment et avec les expériences nouvelles par lesquelles je viens de la vérifier.

La forme compliquée de l'expression à laquelle je suis ainsi parvenu,

[1] Mon but était seulement de découvrir cette loi à l'aide de la théorie, et je ne me suis proposé pour le moment que d'en donner une démonstration expérimentale.

par un calcul dont les détails sont exposés dans mon Mémoire, suffit pour faire sentir combien il aurait été difficile de la découvrir par la simple observation des faits. Nommant toujours i l'angle de l'incidence intérieure et n le rapport de réfraction, si l'on représente par une circonférence entière la longueur d'une ondulation lumineuse, la différence de marche, après la réflexion totale entre les deux faisceaux polarisés, l'un parallèlement, l'autre perpendiculairement au plan d'incidence, a pour cosinus,

$$\frac{2\,n^2 \sin^4 i - (n^2+1)\sin^2 i + 1}{(n^2+1)\sin^2 i - 1}.$$

Lorsque la lumière incidente est entièrement polarisée suivant le plan de réflexion ou dans une direction perpendiculaire, elle ne donne qu'un système d'ondes, qui conserve le même plan de polarisation, et se trouve seulement réfléchi à des profondeurs un peu différentes, selon que son plan de polarisation est parallèle ou perpendiculaire au plan de réflexion. Mais quand les ondes incidentes sont polarisées dans tout autre azimut, on peut alors décomposer leurs mouvements vibratoires parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence, et les intensités de ces vibrations composantes sont représentées par le sinus et le cosinus de l'angle que le plan de polarisation fait avec le plan d'incidence; les vibrations composantes perpendiculaires au plan d'incidence ne seront pas réfléchies à la même profondeur que celles qui lui sont parallèles, et l'on pourra calculer leur différence de marche au moyen de la formule ci-dessus : connaissant ainsi les intensités relatives et la différence de marche des deux systèmes d'ondes réfléchies, polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan de réflexion, il sera facile de déterminer les intensités des images ordinaire et extraordinaire que la lumière totale produira en traversant un rhomboïde de spath calcaire, d'après l'azimut de sa section principale, en suivant la même méthode que pour les lames minces cristallisées.

Si le rapport de réfraction n était le même pour les rayons de diverses couleurs, leurs intensités resteraient égales dans l'image ordinaire comme dans l'image extraordinaire, qui ne présenteraient alors

(A). aucune trace de coloration, lorsque la lumière incidente serait blanche; mais n varie un peu avec la nature des rayons, en sorte que leurs intensités ne restent pas rigoureusement égales dans chaque image; et le calcul fait voir que ces différences d'intensité doivent être d'autant plus sensibles, que l'angle d'incidence se rapproche davantage de la limite de la réflexion partielle, qui, comme on sait, répond à des inclinaisons diverses pour les diverses espèces de rayons colorés; tandis que les mêmes différences d'intensité s'affaiblissent rapidement à mesure qu'on s'approche du parallélisme à la surface, c'est-à-dire de l'autre limite de la réflexion totale, qui est la même pour tous les rayons; en conséquence, la coloration des images ordinaire et extraordinaire ne doit être bien sensible que dans le voisinage de la réflexion partielle, ainsi que l'expérience le montre, quand on a soin d'employer un prisme de verre bien recuit et ne conservant aucune trace de double réfraction. Je n'ai pas comparé en détail les résultats du calcul avec ceux de l'observation relativement à ces phénomènes de coloration, mais je suis persuadé d'avance que la formule ci-dessus serait pleinement confirmée par cette épreuve; je me suis particulièrement attaché à la vérifier par d'autres expériences susceptibles d'une plus grande précision.

Dans cette vérification expérimentale, je me suis proposé d'obtenir une différence de marche d'un quart d'ondulation par deux ou un plus grand nombre de réflexions totales. En dirigeant bien exactement le plan de la polarisation primitive dans un azimut de 45° relativement au plan de réflexion, afin que les deux faisceaux fussent d'égale intensité, leur réunion devait présenter, au travers d'un rhomboïde de spath calcaire, les apparences d'une lumière complétement dépolarisée, et enfin tous les caractères de la polarisation circulaire, caractères faciles à constater. L'espèce de verre que j'ai employé était le crown de Saint-Gobain, dont l'index de réfraction est 1,51. En mettant ce nombre à la place de n, on trouve, d'après la formule, que les incidences qui doivent donner rigoureusement une différence de marche égale à un quart d'ondulation après deux réflexions intérieures sont 48° 37′ et 54° 37′; entre ces deux angles la différence de marche varie très-peu

et atteint son *maximum* quand $i = 51^\circ 20'$. J'ai fait tailler un parallélipipède de verre dont les faces d'entrée et de sortie étaient inclinées de $54^\circ\frac{1}{2}$ sur les surfaces réfléchissantes, afin que les rayons réfléchis sous l'incidence de $54^\circ\frac{1}{2}$ fussent perpendiculaires aux faces d'entrée et de sortie; et j'ai proportionné la longueur de ce parallélipipède à son épaisseur, de telle sorte que les rayons entrés par le milieu de la première face sortissent au milieu de la seconde, précaution utile pour s'assurer aisément qu'ils ont été réfléchis sous l'inclinaison calculée. L'expérience m'a fait voir que l'angle de $54^\circ\frac{1}{2}$ satisfaisait à la condition énoncée, c'est-à-dire que, sous cette incidence, deux réflexions dépolarisaient complétement la lumière polarisée dans l'azimut de 45°. N°

Je me suis ensuite proposé d'obtenir le même résultat, d'abord par trois réflexions totales, et puis par quatre : pour le premier cas, le calcul donne les incidences de $43^\circ 11'$ et $69^\circ 12'$, et dans le second, celles de $42^\circ 20'$ et $74^\circ 42'$. J'ai observé, sous les deux premières, l'effet de trois réflexions, et j'ai trouvé que la lumière réfléchie sous l'incidence de $69^\circ 12'$, étant analysée avec un rhomboïde de spath calcaire, présentait toujours deux images blanches d'égale intensité, tandis qu'elles se coloraient un peu lorsque l'incidence était de $43^\circ 11'$, comme je devais m'y attendre, à cause de son voisinage de la limite de la réflexion partielle. C'est pour cette raison que, dans le second cas, de quatre réflexions successives, je n'ai point essayé l'angle de $42^\circ 20'$, mais seulement celui de $74^\circ 42'$, qui imprimait à la lumière émergente tous les caractères de la polarisation circulaire. J'ai produit enfin la même modification par quatre réflexions totales, dont deux à la surface de contact du verre et de l'eau, et les deux autres sur la seconde surface du même parallélipipède de verre non mouillée, en recevant les rayons sous l'incidence de $68^\circ 27'$, qui m'avait été donnée par le calcul. Ces vérifications, quoique peu nombreuses, me paraissent, à cause de la variété des circonstances, prouver suffisamment l'exactitude d'une formule en faveur de laquelle s'élèvent déjà des probabilités théoriques.

En résumé, l'on voit qu'on peut maintenant calculer tous les phé-

nomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction produites par les corps transparents, savoir : 1° les intensités des rayons réfléchis et transmis sous toutes les incidences, soit qu'on emploie de la lumière directe ou polarisée; 2° les déviations du plan de polarisation, quand on emploie celle-ci, et les proportions de lumière polarisée par réflexion et par réfraction, quand la lumière incidente n'a reçu aucune polarisation préalable; 3° enfin les modifications que la réflexion totale imprime à la lumière polarisée, sous toutes les inclinaisons et pour tous les azimuts du plan primitif de polarisation.

N° XXIX (B).

NOTE

SUR

LA POLARISATION CIRCULAIRE[a].

A la fin d'une Note sur la double réfraction du verre comprimé, insérée dans le cahier des Annales de chimie et de physique du mois d'août 1822, M. Fresnel avait annoncé d'avance les caractères distinctifs de la double réfraction toute particulière que la lumière devait subir en traversant le cristal de roche parallèlement à son axe; il les a vérifiés depuis par des expériences qui sont l'objet d'un Mémoire présenté à l'Institut le 9 décembre 1822, et dont il a été publié un extrait dans le Bulletin de la Société philomathique du même mois. Selon M. Fresnel, une double réfraction semblable doit exister aussi, mais à un degré beaucoup plus faible, dans les liquides où M. Biot a découvert des phénomènes de polarisation colorée analogues à ceux que présentent les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe. M. Fresnel n'a jusqu'à présent vérifié l'existence de cette double réfraction dans ces liquides que par des procédés d'interférence; tandis qu'il l'a démontrée dans le cristal de roche, en séparant en deux faisceaux distincts, au moyen d'un prisme très-obtus, les rayons qui

[a] Cette Note, qui a été probablement rédigée au commencement de 1823 pour être insérée au Moniteur, mais qui n'y a point été publiée, ne contient rien qui ne soit beaucoup plus amplement développé ailleurs; on la reproduit cependant, parce qu'il n'est pas certain qu'elle n'ait pas été imprimée dans quelque recueil périodique.

(B). traversent le cristal suivant les directions à peu près parallèles à l'axe. Ces deux faisceaux présentent toutes les apparences de la lumière ordinaire ou directe, quand on les fait passer au travers d'un rhomboïde de spath calcaire; c'est-à-dire qu'ils donnent toujours chacun deux images d'égale intensité, dans quelque sens qu'on tourne la section principale du rhomboïde, et n'offrent ainsi aucun indice du genre de polarisation qui accompagne toutes les doubles réfractions observées jusqu'à présent. Ils ont reçu cependant, par la double réfraction spéciale qui les a séparés, une modification particulière, que M. Fresnel avait obtenue depuis longtemps par d'autres procédés, et à laquelle il a donné le nom de *polarisation circulaire*, en nommant *polarisation rectiligne* celle qui a été observée pour la première fois dans le spath d'Islande, et que Malus a reconnue dans l'acte de la réflexion de la lumière sur les corps transparents. Voici les principaux caractères de la polarisation circulaire :

1° La lumière ainsi modifiée ressemble à la lumière directe, comme nous venons de le dire, quant à la manière dont elle se comporte lorsqu'on l'analyse avec un rhomboïde de spath calcaire;

2° Elle diffère de la lumière ordinaire, ou directe, en ce qu'elle développe dans les lames minces cristallisées des couleurs aussi vives que celles qu'on obtient avec la lumière qui a reçu la polarisation rectiligne; mais ce ne sont plus les mêmes teintes : elles répondent, sur le cercle chromatique de Newton, à des points également éloignés des deux couleurs complémentaires que la lumière qui a reçu la polarisation rectiligne développe dans les même lames cristallisées;

3° La lumière polarisée circulairement diffère encore de la lumière directe, en ce qu'elle reprend tous les caractères de la polarisation rectiligne, quand on lui fait éprouver successivement deux réflexions totales dans l'intérieur du verre, sous l'incidence de $54° \frac{1}{2}$ environ. Ces deux réflexions ne changent aucunement les propriétés apparentes de la lumière directe, et impriment tous les caractères de la polarisation circulaire à la lumière affectée de la polarisation rectiligne, qui les subit dans un azimut de 45° relativement à son plan primitif de pola-

risation. C'est ainsi que M. Fresnel avait obtenu d'abord cette singu- N°
lière modification de la lumière, dont il a calculé tous les effets en la représentant par la réunion de deux séries d'ondes polarisées suivant des directions rectangulaires, et différant dans leur marche d'un quart d'ondulation. Les deux faisceaux distincts résultant de la double réfraction dont il s'agit, après avoir éprouvé les deux réflexions totales, sont polarisés à 45° du plan de réflexion, l'un à droite et l'autre à gauche de ce plan : ces deux faisceaux jouissent donc des mêmes propriétés; mais l'un se comporte de droite à gauche comme l'autre de gauche à droite, et l'on peut désigner les modifications qu'ils ont reçues dans le cristal par les noms de *polarisation circulaire de gauche à droite*, ou *de droite à gauche*. Enfin chacun de ces deux faisceaux ne peut plus donner, dans un second prisme de cristal de roche, qu'il traverse parallèlement à l'axe, que l'espèce de réfraction qu'il a déjà subie dans le premier. Ainsi, lorsqu'on fait traverser à la lumière un nombre quelconque de prismes semblables, on n'obtient jamais que deux images; ce qui distingue encore cette double réfraction particulière de celle qu'on avait étudiée jusqu'à présent.

Le dernier travail de M. Fresnel, dont les résultats ont été communiqués à l'Académie, a pour objet la recherche de la loi des modifications singulières que la réflexion totale imprime à la lumière polarisée.

Il a découvert suivant quelle loi variaient ces modifications en raison de l'obliquité des rayons; il s'est servi pour cela des formules générales qu'il avait données pour calculer les intensités de la lumière réfléchie par les corps transparents sous toutes les incidences. Ces formules, dont il présente un nouveau calcul dans ce Mémoire, et qu'il se réserve d'examiner de nouveau sous le point de vue théorique, s'accordent avec le petit nombre d'observations précises que l'on possède relativement aux intensités de lumière réfléchie sous diverses inclinaisons, et qui sont dues à M. Arago. Ces formules se trouvent confirmées encore par des observations variées de M. Fresnel sur les déviations angulaires qu'éprouve le plan de polarisation de la lumière incidente préalablement polarisée qui est réfléchie à la surface exté-

rieure de l'eau ou du verre; car on déduit immédiatement des mêmes formules les déviations dont il s'agit. Elles fournissent également le moyen de déterminer les proportions de lumière polarisée par réflexion, ou par réfraction, quand on emploie la lumière directe. On peut donc calculer maintenant tous les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière dans les milieux diaphanes. L'extrait de ce dernier Mémoire a été publié dans le Bulletin des sciences de la Société philomathique, livraison de février 1823.

N° XXX.

MÉMOIRE

SUR LA LOI DES MODIFICATIONS

QUE LA RÉFLEXION IMPRIME A LA LUMIÈRE POLARISÉE[a],

LU À L'ACADÉMIE DES SCIENCES, LE 7 JANVIER 1823.

[*Mémoires de l'Académie royale des sciences*, t. XI, p. 393. — *Annales de chimie et de physique*, t. XLVI, p. 225, cahier de mars 1831.]

1. L'hypothèse que j'ai adoptée sur la nature des vibrations lumineuses m'a conduit à deux formules générales de l'intensité de la lumière réfléchie par les corps transparents, pour toutes les inclinaisons des rayons incidents; l'une de ces formules est relative aux rayons polarisés suivant le plan d'incidence, et l'autre à ceux qui l'ont été dans un plan perpendiculaire. On conçoit qu'elles devaient être différentes, puisque la lumière polarisée suivant le plan d'incidence éprouve une réflexion dont l'intensité croît toujours à mesure que l'obliquité des rayons augmente; tandis que, pour la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, il existe, entre les directions perpendi-

[a] Les éditeurs des Annales ont accompagné la publication de ce Mémoire de la note suivante :

« Ce Mémoire, qu'on croyait égaré, vient d'être retrouvé dans les papiers de M. Fourier[*]; comme il n'est connu que par des extraits tout à fait insuffisants (voyez *Ann.* t. XXIX, p. 175), nous nous empressons d'en enrichir les Annales. »

On peut voir, comme introduction à ce Mémoire, les nos XVI, XVII, XXI et XXIX.

[*] Mort dans les premiers mois de 1830.

X. culaires et parallèles à la surface, un certain degré d'obliquité, qui rend la réflexion nulle, comme Malus l'a reconnu le premier. Ces formules ont été publiées dans les Annales de chimie et de physique, t. XVII, cahier de juillet 1821. J'ai fait voir comment j'étais arrivé à la première, mais je n'ai pas indiqué le chemin qui m'avait conduit à la seconde. Je vais exposer ici le principe ou la supposition mécanique qu'il faut ajouter à l'hypothèse fondamentale sur la nature des vibrations lumineuses pour arriver à ces deux formules, en considérant toujours, comme je l'ai fait jusqu'à présent, le cas où les deux milieux contigus ont la même élasticité et ne diffèrent que par leur densité.

2. Il faut se rappeler d'abord que cette hypothèse fondamentale consiste en ce que les vibrations lumineuses s'exécutent dans le sens même de la surface de l'onde perpendiculairement au rayon; d'où il résulte qu'un faisceau de lumière polarisée est celui dont les mouvements vibratoires conservent une direction unique et constante, et que son plan de polarisation est le plan perpendiculaire à cette direction constante des petites oscillations des molécules éthérées. Ainsi, quand le faisceau est polarisé suivant le plan d'incidence, les vibrations sont perpendiculaires à ce plan, et par conséquent sont toujours parallèles à la surface réfringente, quelle que soit l'inclinaison des rayons. Il n'en est plus de même pour ceux qui ont été polarisés perpendiculairement au plan d'incidence, parce que leurs vibrations, s'exécutant alors dans ce plan, ne sont parallèles à la surface réfringente que dans le cas de l'incidence perpendiculaire, puis forment avec elle des angles d'autant plus grands que les rayons s'inclinent davantage, et lui deviennent enfin perpendiculaires quand les rayons lui sont parallèles; c'est ce qui rend le problème de la réflexion plus difficile à résoudre dans ce second cas que dans le premier. Dans celui-ci, les mouvements oscillatoires s'exécutant uniquement suivant les directions parallèles à la surface pour les ondes réfléchies et réfractées, comme pour l'onde incidente, on peut admettre que les amplitudes de ces oscillations, ou que les vitesses absolues des molécules dans un élément quelconque de l'onde réfléchie ou de l'onde réfractée ne changent pas, tandis

qu'elles s'éloignent de la surface [1]; du moins il me semble que ce principe ne serait pas difficile à démontrer rigoureusement. J'adopte aussi la même supposition pour le cas de la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, c'est-à-dire celui où les vibrations s'exécutent dans ce plan; bien entendu qu'il ne s'agit plus alors que des composantes des vitesses absolues parallèles à la surface réfléchissante; ainsi je suppose que ces composantes ont la même intensité lorsque l'ébranlement réfléchi ou réfracté touche encore à la surface, et lorsqu'il s'en est éloigné.

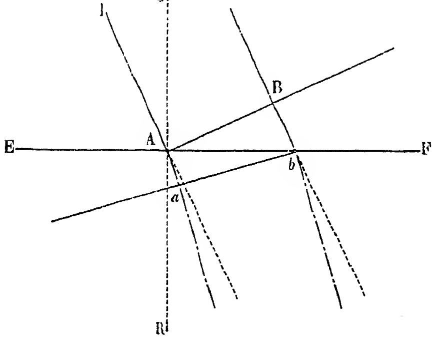
3. Cela posé, d'après la nature de l'élasticité que je considère, qui est celle qui s'oppose au glissement d'une tranche d'un même milieu sur la tranche suivante, ou au déplacement relatif des tranches en contact de deux milieux différents, les tranches contiguës des deux milieux doivent exécuter parallèlement à la surface qui les sépare des oscillations de même amplitude, sans quoi l'une de ces tranches aurait glissé sur l'autre d'une quantité d'un ordre bien supérieur aux déplacements relatifs des tranches contiguës de chaque milieu considéré séparément, d'où naîtrait une résistance beaucoup plus grande, qui s'opposerait à ce déplacement. Ainsi l'on peut admettre, comme une conséquence évidente de notre hypothèse fondamentale sur la nature de l'élasticité mise en jeu par les vibrations lumineuses, que les vitesses absolues des molécules voisines de la surface réfringente parallèlement à cette surface doivent être égales dans les deux milieux : or ces mouvements dans le premier milieu se composent à la fois de l'ébranlement apporté par l'onde incidente et de celui de l'onde réfléchie, c'est-à-dire que la composante parallèle à la surface réfringente du mouvement imprimé à chaque molécule du premier milieu par l'onde incidente et l'onde réfléchie doit être égale à la composante parallèle de la vitesse absolue des molécules dans le second milieu; ou, en d'autres termes, et supposant la surface réfringente horizontale pour simplifier les ex-

[1] Je suppose ici, bien entendu, que le centre de l'onde incidente est infiniment éloigné, en sorte qu'elle est plane, ainsi que les ondes réfléchie et réfractée, et que leurs intensités ne sont point affaiblies par leur propagation.

pressions, la composante horizontale de la vitesse absolue apportée par l'onde incidente, ajoutée à la composante horizontale de la vitesse absolue imprimée par l'onde réfléchie (prise avec le signe qui lui convient), doit être égale à la composante horizontale de la vitesse absolue des molécules du second milieu dans l'onde transmise. Il est clair que cette égalité doit avoir lieu près de la surface de contact, et la supposition que nous avons énoncée d'abord, et dont nous allons nous servir, consiste seulement à admettre que ces composantes horizontales restent constantes pendant que les éléments successifs des ondes réfléchies et réfractées s'éloignent de la surface, et que par conséquent l'équation dont il s'agit a lieu à toutes distances. Avant de donner les raisons sur lesquelles je fonde cette conservation des composantes horizontales, j'attendrai que je puisse traiter la question plus à fond, et présenter en même temps la solution du problème pour le cas où les deux élasticités sont différentes. Je ne me propose actuellement que de déduire de cette hypothèse subsidiaire et du principe de la conservation des forces vives les formules que j'avais publiées en 1821, et dont nous tirerons les lois qui font l'objet de ce Mémoire.

4. Pour appliquer ici le principe de la conservation des forces vives, il faut pouvoir comparer les masses ébranlées dans les deux milieux, ce qui devient facile au moyen de la loi connue de la réfraction.

Soit EF la surface réfringente, AB l'onde incidente, *ab* la même onde réfractée; si du point A on abaisse sur *ab* le rayon perpendiculaire A*a*, et que par le point *b* on conçoive pareillement un rayon B*b* perpendiculaire à l'onde incidente, il est clair que AB et *ab* seront des étendues correspondantes des deux ondes dans les deux milieux, c'est-à-dire que la partie AB de l'onde incidente occupera dans le second milieu l'étendue *ab*; quant aux es-



paces relatifs qu'elles occupent dans le sens perpendiculaire, suivant la direction des rayons IA et A*a*, ce sont précisément les longueurs d'ondulation dans les deux milieux, dont le rapport est celui du sinus de l'angle d'incidence IAC au sinus de l'angle de réfraction RA*a*. Si donc nous appelons i le premier angle et i' le second, les dimensions relatives des ondes dans le sens des rayons pourront être représentées par $\sin i$ et $\sin i'$; et conséquemment les volumes des deux portions correspondantes que nous considérons dans les ondes incidentes et réfractées seront entre eux comme $AB \sin i$ est à $ab \sin i$. Mais en prenant A*b* pour rayon, AB et *ab* sont les cosinus respectifs des angles BA*b* et A*ba*, ou des angles i et i', auxquels ceux-ci sont égaux; les deux volumes sont donc entre eux comme $\sin i \cos i$ est à $\sin i' \cos i'$. Il nous reste à les multiplier par les densités pour avoir le rapport des masses. Or, comme les deux milieux sont supposés avoir la même élasticité et différer seulement en densité, les vitesses de propagation dans ces deux milieux sont en raison inverse des racines carrées de leurs densités; ainsi l'on a :

$$\sin i : \sin i' :: \frac{1}{\sqrt{d}} : \frac{1}{\sqrt{d'}},$$

ou

$$d : d' :: \frac{1}{\sin^2 i} : \frac{1}{\sin^2 i'};$$

multipliant ce rapport par celui des volumes, nous aurons pour celui des masses :

$$\frac{\sin i \cos i}{\sin^2 i} : \frac{\sin i' \cos i'}{\sin^2 i'},$$

ou

$$\frac{\cos i}{\sin i} : \frac{\cos i'}{\sin i'}.$$

Si donc on prend $\frac{\cos i'}{\sin i'}$ pour représenter la masse ébranlée dans l'onde réfractée, $\frac{\cos i}{\sin i}$ sera la masse ébranlée dans l'onde incidente, et en même temps la masse de la partie correspondante de l'onde réfléchie, puisque les parties correspondantes des ondes incidentes et réfléchies ont le même volume, et que d'ailleurs elles sont dans le même milieu.

Cela posé, je prends pour unité le coefficient commun de toutes les vitesses absolues des molécules dans l'onde incidente, et je représente par v celui des vitesses absolues dans l'onde réfléchie et par u celui des mêmes vitesses dans l'onde réfractée : en divisant par la pensée l'onde incidente en une série d'une infinité d'ébranlements successifs, et les ondes réfléchies et réfractées en un même nombre d'éléments pareils, il est évident que le rapport entre les vitesses absolues de deux éléments correspondants de l'onde incidente et de l'onde réfractée, par exemple, sera constant pour toutes les parties de ces deux ondes, puisqu'il doit être indépendant de l'intensité plus ou moins grande des vitesses absolues dans les divers éléments de l'onde incidente. Si donc on prend pour unité l'intensité du mouvement vibratoire dans l'onde incidente, v et u seront les coefficients par lesquels il faut multiplier chacune des vitesses absolues des éléments de l'onde incidente pour avoir les vitesses absolues des éléments correspondants de l'onde réfractée et de l'onde réfléchie, et indiqueront ainsi le degré d'intensité des vitesses absolues dans ces deux ondes. Par conséquent, la masse de l'onde réfractée multipliée par u^2, plus la masse de l'onde réfléchie multipliée par v^2, doivent donner une somme égale à la masse de l'onde incidente multipliée par 1, pour que la somme des forces vives reste constante; on a donc :

$$\frac{\cos i}{\sin i} 1 = \frac{\cos i'}{\sin i'} u^2 + \frac{\cos i}{\sin i} v^2,$$

ou

$$\frac{\cos i}{\sin i}(1 - v^2) = \frac{\cos i'}{\sin i'} u^2,$$

ou

$$\sin i' \cos i (1 - v^2) = \sin i \cos i' u^2 \ldots\ldots (A).$$

Telle est l'équation qui résulte du principe de la conservation des forces vives et qui doit être satisfaite dans tous les cas, soit que le rayon incident ait été polarisé parallèlement ou perpendiculairement au plan d'incidence.

5. Nous avons admis que dans ces deux cas les mouvements parallèles à la surface réfringente devaient être égaux de chaque côté de cette

X. Divisant l'équation (A), qui résulte du principe de la conservation des forces vives, par cette dernière équation, l'on a :

$$\left(\frac{1-v}{1+v}\right)\frac{1}{\sin i \cos i}=\frac{1}{\sin i' \cos i'},$$

ou

$$(1-v)\sin i' \cos i' = (1+v)\sin i \cos i;$$

d'où l'on tire

$$v=-\frac{\sin i \cos i - \sin i' \cos i'}{\sin i \cos i + \sin i' \cos i'} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (2).$$

Telle est l'expression de la vitesse absolue dans l'onde réfléchie, quand le plan de réflexion est perpendiculaire au plan de polarisation de la lumière incidente. On voit que cette expression devient nulle pour une certaine obliquité des rayons, lorsqu'on a $\sin i \cos i = \sin i' \cos i'$, ou $\sin 2i = \sin 2i'$, c'est-à-dire quand $2i = 180° - 2i'$, ou $i = 90° - i'$, c'est-à-dire enfin quand l'angle de réfraction est le complément de l'angle d'incidence, ou, ce qui revient au même, lorsque le rayon réfracté est perpendiculaire au rayon réfléchi, conformément à la loi de Brewster. Il n'en est pas de même pour la formule (1); elle ne pourrait devenir nulle que dans le cas particulier où i' serait égal à i, c'est-à-dire où les ondes lumineuses auraient la même longueur dans les deux milieux en contact. Mais d'ailleurs les deux formules donnent la même vitesse réfléchie pour l'incidence perpendiculaire, et pour l'autre limite $i = 90°$, et, dans le second cas, elles indiquent l'une et l'autre que la totalité de la lumière est réfléchie; ce qu'on trouverait sans doute aussi par l'expérience, si l'on pouvait atteindre à cette limite. Dans le cas de l'incidence perpendiculaire, les deux formules donnent :

$$v=-\frac{\sin i - \sin i'}{\sin i + \sin i'}=-\frac{\dfrac{\sin i}{\sin i'}-1}{\dfrac{\sin i}{\sin i'}+1}, \quad \text{ou} \quad v=-\frac{r-1}{r+1},$$

en appelant r le rapport constant du sinus d'incidence au sinus de réfraction. C'est précisément la formule que M. Young a donnée le premier, et à laquelle M. Poisson est arrivé ensuite par une analyse plus savante et plus rigoureuse; mais en ne considérant l'un et l'autre

que le genre d'élasticité auquel les géomètres ont attribué uniquement jusqu'à ce jour la propagation des ondes sonores, je veux dire la résistance des milieux vibrants à la compression.

7. L'intensité de la lumière, d'après le sens même qu'on attache aux expressions *lumière double, lumière triple,* etc. étant mesurée par la somme des forces vives qu'elle contient, si l'on veut estimer la quantité de lumière réfléchie dans les deux cas que nous avons considérés, il faudra élever la valeur de v au carré; et en la retranchant de 1, qui représente la lumière incidente, on aura la quantité de lumière transmise. Si la lumière, au lieu d'être polarisée parallèlement ou perpendiculairement au plan d'incidence, l'était dans un autre azimut, alors, connaissant la direction suivant laquelle s'exécutent ses vibrations d'après l'azimut de son plan de polarisation, qui leur est perpendiculaire, on en déduirait les composantes de ces petits mouvements parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence. Ainsi, par exemple, si l'angle que le plan de polarisation fait avec le plan d'incidence est égal à a, l'angle que les vitesses absolues du faisceau incident feront avec ce dernier plan sera $90° - a$; par conséquent les composantes parallèles à ce plan seront toutes multipliées par $\sin a$, et les composantes perpendiculaires par $\cos a$. Si donc on représente par 1 l'amplitude de vibration de la lumière incidente, $\sin a$ en sera la composante dans le plan d'incidence et $\cos a$ suivant la direction perpendiculaire. C'est à la première composante qu'il faudra appliquer la formule (2) et à la seconde la formule (1) pour avoir les amplitudes d'oscillation de la lumière réfléchie, et l'on aura ainsi pour la composante suivant le plan de réflexion :

$$-\sin a\left(\frac{\sin i\cos i-\sin i'\cos i'}{\sin i\cos i+\sin i'\cos i'}\right),$$

et pour la composante perpendiculaire,

$$-\cos a\left(\frac{\sin i\cos i'-\sin i'\cos i}{\sin i\cos i'+\sin i'\cos i}\right),$$

ou bien

$$-\sin a\,\frac{\operatorname{tang}(i-i')}{\operatorname{tang}(i+i')}\qquad\text{et}\ -\cos a\,\frac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')},$$

X. dont la résultante est

$$-\sqrt{\sin^2 a \frac{\tang^2(i-i')}{\tang^2(i+i')} + \cos^2 a \frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}};$$

et si l'on veut avoir l'*intensité de la lumière réfléchie*, il suffira d'élever cette expression au carré, ce qui donnera

$$\sin^2 a \frac{\tang^2(i-i')}{\tang^2(i+i')} + \cos^2 a \frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}.$$

8. La lumière directe, qui n'a reçu aucune polarisation préalable, peut être considérée comme l'assemblage ou la succession rapide d'une infinité de systèmes d'ondes polarisées dans tous les azimuts; en sorte qu'en décomposant les mouvements vibratoires de chacun d'eux parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence, on aura en somme, vu la multitude des chances, autant de mouvement suivant une de ces directions que suivant l'autre, et si l'on prend toujours pour unité l'intensité de la lumière incidente, celle de la lumière réfléchie sera

$$\frac{1}{2}\frac{\tang^2(i-i')}{\tang^2(i+i')} + \frac{1}{2}\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}.$$

Je n'ai encore pu vérifier cette formule que sur deux anciennes observations de M. Arago, avec lesquelles elle s'accorde d'une manière satisfaisante, comme je l'ai fait voir dans la note déjà citée des Annales de chimie et de physique.

9. Mais les formules (1) et (2), dont celle-ci est déduite, se trouvent vérifiées d'une manière indirecte par quatorze observations que j'avais faites depuis longtemps sur les déviations angulaires qu'éprouve le plan de polarisation d'un faisceau de lumière primitivement polarisé dans un azimut de 45° relativement au plan d'incidence, lorsque ce faisceau est réfléchi à la surface extérieure du verre ou de l'eau. On peut voir dans la même note le tableau comparatif des résultats du calcul et de ceux de l'expérience.

Il est aisé de déduire ces déviations des formules (1) et (2), pour tous les azimuts du plan primitif de polarisation. Si a est l'angle que ce plan fait avec le plan d'incidence, $\sin a$ et $\cos a$ seront les compo-

santes des vitesses absolues parallèlement et perpendiculairement à celui-ci; et le système d'ondes incident pourra être considéré comme l'assemblage de deux systèmes d'ondes dont les vibrations s'exécuteraient dans l'un parallèlement au plan d'incidence avec des vitesses absolues proportionnelles à $\sin a$, et dans l'autre perpendiculairement à ce plan avec des vitesses absolues proportionnelles à $\cos a$. Les mêmes vitesses absolues dans les deux systèmes d'ondes réfléchis seront pour le premier :

$$v = -\sin a \frac{\operatorname{tang}(i-i')}{\operatorname{tang}(i+i')},$$

et pour le second,

$$v = -\cos a \frac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')}.$$

Or l'un et l'autre ont parcouru le même chemin et ont été réfléchis à la surface de séparation des deux milieux, si la réflexion est partielle et les formules réelles, comme nous le supposons ici; en sorte qu'il n'y aura point entre les deux systèmes d'ondes de différence de chemins parcourus, et que dans l'un et l'autre les mêmes périodes des oscillations ou les vitesses absolues correspondantes répondront au même point du rayon; elles seront donc constamment dans le même rapport et produiront toujours le long du rayon réfléchi des résultantes dirigées suivant le même plan; ainsi la lumière réfléchie sera aussi complétement polarisée que la lumière incidente, et le nouveau plan de polarisation sera perpendiculaire aux directions de ces résultantes : or la tangente de l'angle qu'elles font avec le plan d'incidence est égal au rapport des deux valeurs de v que nous venons de trouver, c'est-à-dire à

$$\frac{\sin a}{\cos a} \frac{\operatorname{tang}(i-i')\sin(i+i')}{\operatorname{tang}(i+i')\sin(i-i')},$$

ou

$$\operatorname{tang} a \frac{\cos(i+i')}{\cos(i-i')};$$

Ainsi la cotangente de l'angle du nouveau plan de polarisation avec le plan d'incidence sera égale à cette expression, ou la tangente à

$$\cot a \frac{\cos(i-i')}{\cos(i+i')}.$$

Telle est l'expression de la loi des déviations que la lumière éprouve dans son plan de polarisation lorsqu'elle est réfléchie à la surface extérieure des corps transparents. Dans la réflexion intérieure, la même loi doit avoir lieu pour les incidences correspondantes, c'est-à-dire celle des rayons réfractés qui auraient extérieurement l'incidence représentée par i; car, en raison de la généralité de la formule, si l'on représente toujours par i l'angle d'incidence des rayons extérieurs, il suffira de changer i en i' et i' en i dans l'expression ci-dessus pour avoir la tangente du nouvel azimut du plan de polarisation, lorsque la réflexion s'opère en dedans du corps transparent, ce qui donnera :

$$\cot a \frac{\cos(i'-i)}{\cos(i+i')},$$

ou

$$\cot a \frac{\cos(i-i')}{\cos(i+i')},$$

même expression que dans le cas précédent, en supposant, bien entendu, que a est toujours l'azimut du plan de polarisation du rayon immédiatement avant la réflexion.

10. Je n'ai pas encore vérifié la formule dans ce second cas, à cause de la nécessité de tailler les faces d'entrée et de sortie perpendiculairement aux rayons incidents et émergents pour les différentes obliquités dont on fait l'essai, si l'on veut que la déviation observée soit uniquement due à la réflexion intérieure. A la vérité on pourrait faire cette vérification d'une manière indirecte en employant une glace à faces parallèles et tenant compte des déviations résultant des deux réfractions que le faisceau éprouve de la part de la première surface. Ce procédé aurait l'avantage de permettre de varier sans frais, et autant qu'on le désirerait, l'obliquité des rayons incidents. Je n'ai point encore fait ces expériences, mais je ne doute pas que leurs résultats ne fussent conformes à ceux du calcul basé sur les formules que je viens de donner [a].

---

[a] M. Brewster a confirmé ultérieurement cette prévision. Voyez les Transactions philosophiques pour 1830.

On en déduit pour la tangente de l'angle que le plan de polarisation d'un rayon réfracté fait avec le plan d'incidence :

$$\frac{1}{2}\cot a\left(\frac{\sin 2i+\sin 2i'}{\sin(i+i')}\right).$$

11. Quand on fait tomber de la lumière ordinaire sur la surface d'un corps transparent, puisqu'elle peut toujours être considérée comme composée de quantités égales de mouvements vibratoires parallèles et perpendiculaires au plan d'incidence, si l'on veut avoir la proportion de lumière polarisée dans les rayons réfléchis, il suffira de calculer, pour chaque incidence, au moyen des formules

$$\frac{1}{2}\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2}\frac{\text{tang}^2(i-i')}{\text{tang}^2(i+i')}$$

les proportions dans lesquelles se réfléchissent la lumière polarisée parallèlement au plan d'incidence et la lumière polarisée perpendiculairement au même plan, et de diviser la différence de ces deux expressions par leur somme; le quotient sera la proportion de lumière polarisée contenue dans le faisceau réfléchi. Quant à la quantité de lumière polarisée par transmission, elle sera égale à l'autre, d'après la théorie que nous venons d'exposer, comme d'après les anciennes expériences de M. Arago.

12. En étudiant avec un prisme les modifications que la réflexion intérieure imprime à la lumière polarisée dans un azimut de 45° relativement au plan d'incidence, j'avais observé depuis longtemps que les rayons réfléchis ne conservaient leur polarisation primitive que jusqu'à la limite de la réflexion partielle, et que, lorsque la réflexion devenait complète, la lumière réfléchie se trouvait en partie dépolarisée. Cette dépolarisation devenait totale après deux réflexions semblables sous une incidence de 50° environ. J'en avais conclu, d'après les règles d'interférences des rayons polarisés, que la lumière réfléchie se trouvait alors composée de deux systèmes d'ondes égaux différant d'un quart d'ondulation et polarisés l'un parallèlement, l'autre perpendiculairement au plan d'incidence; ce qui revient à dire que les deux faisceaux polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence

dans lesquels on peut diviser le faisceau incident n'ont pas été réfléchis en quelque sorte à la même profondeur, ou, s'ils l'ont été l'un et l'autre à la surface même, y ont éprouvé des modifications différentes dans les périodes de leurs vibrations, et de telle manière qu'après une de ces réflexions le faisceau polarisé suivant le plan d'incidence se trouve en retard d'un huitième d'ondulation sur l'autre, ou en avance de $\frac{3}{8}$, et, après deux réflexions pareilles, en retard d'un quart ou en avance de $\frac{3}{4}$ [a].

Mais cette différence de marche ou de période de vibration varie avec l'inclinaison des rayons; et la loi de ses variations m'avait paru si difficile à découvrir que, depuis six ans que ces phénomènes de dépolarisation m'étaient connus, je n'avais pas même essayé d'en chercher la loi, et je n'espérais la trouver qu'après avoir résolu d'une manière complète le problème mathématique de la réflexion et de la réfraction. La solution que je viens d'en donner au commencement de ce Mémoire est sans doute bien incomplète, 1° en ce que je n'ai considéré que le cas où les deux milieux, ayant la même élasticité, différeraient seulement par leurs densités, tandis qu'il doit arriver le plus souvent que les deux milieux diffèrent en même temps d'élasticité; 2° en ce que j'ai appuyé mes calculs sur un principe que je n'ai point démontré, principe évident, à la vérité, lorsque les vibrations s'exécutent parallèlement à la surface réfringente, mais qui aurait besoin de démonstration dans le cas contraire où les rayons sont polarisés perpendiculairement au plan de réflexion, c'est-à-dire où leurs vibrations s'exécutent dans ce plan.

Néanmoins, comme il paraît résulter des faits observés jusqu'à présent que les proportions de lumière réfléchie et transmise à la surface de contact des deux milieux, ainsi que l'angle de la polarisation complète, ne dépendent que du rapport de réfraction des deux milieux, c'est-à-dire du rapport des vitesses de propagation de la lumière dans

---

[a] Voyez N° XVI.

chacun d'eux, quelle que soit d'ailleurs leur différence de nature et de densité pondérable[1], et par conséquent sans doute leur différence d'élasticité, il me paraît très-probable que, si l'on avait égard dans le calcul à cette dernière différence, on aurait le même résultat qu'en attribuant uniquement à une différence de densité les vitesses différentes avec lesquelles la lumière parcourt ces deux milieux, et qu'ainsi l'on retomberait encore sur les formules (1) et (2). Quant à l'hypothèse subsidiaire sur laquelle elles reposent, elle me paraît aussi d'une grande probabilité, à en juger par l'accord satisfaisant entre ces formules et toutes les observations exactes sur lesquelles j'ai pu les vérifier jusqu'à présent. Ayant donc tout lieu de croire qu'on doit les considérer comme rigoureuses (et d'autant plus qu'elles ne sont pas seulement vérifiées par des faits, mais encore établies sur des considérations théoriques déjà très-probables en elles-mêmes), j'ai cherché si ces mêmes formules qui m'avaient conduit d'une manière si simple à la loi des déviations que les rayons éprouvent dans leur plan de polarisation par l'effet de la réflexion extérieure, ne m'aideraient pas à deviner la loi des modifications d'une nature toute différente que la réflexion totale imprime à la lumière polarisée, et j'y suis effectivement parvenu au moyen des inductions que je vais exposer.

13. Les formules (1) et (2) conservent la forme réelle pour toutes les valeurs de i comprises entre 0 et 90°, tant que le second milieu est plus réfringent que le premier; mais quand il l'est moins, c'est-à-dire lorsque le coefficient n, par lequel il faut multiplier $\sin i$ pour avoir $\sin i'$, est plus grand que 1, avant d'atteindre 90°, on trouve une valeur de i pour laquelle la valeur correspondante de $\sin i'$ est égale à 1 et passé laquelle ce sinus est plus grand que l'unité; alors $\cos i'$ devient imaginaire et avec lui les formules (1) et (2) dans lesquelles il entre. Cependant, en vertu de la loi générale de continuité, si elles étaient une expression exacte des lois de la réflexion jusqu'à la limite dont nous

[1] J'appelle ainsi la partie de la densité du milieu qu'on peut peser, c'est-à-dire celle du corps : quant à l'éther contenu entre les particules de ce corps, on ne peut pas le peser, parce qu'il est incoercible.

X. venons de parler, elles doivent encore l'être après; mais l'embarras est de les interpréter et de deviner ce que l'analyse annonce dans ces expressions imaginaires. C'est néanmoins ce que nous allons tâcher de faire, sinon par des raisonnements rigoureux, au moins par les inductions les plus naturelles et les plus probables.

Pour fixer les idées, prenons d'abord la formule (1) :

$$v = -\frac{\sin i \cos i' - \sin i' \cos i}{\sin i \cos i' + \sin i' \cos i},$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$v = -\frac{\sin i \sqrt{1 - n^2 \sin^2 i} - n \sin i \cos i}{\sin i \sqrt{1 - n^2 \sin^2 i} + n \sin i \cos i},$$

ou multipliant haut et bas par le numérateur,

$$v = -\frac{\sin^2 i\,(1 - n^2 \sin^2 i) + n^2 \sin^2 i \cos^2 i - 2\,n \sin^2 i \cos i \sqrt{1 - n^2 \sin^2 i}}{\sin^2 i\,(1 - n^2 \sin^2 i) - n^2 \sin^2 i \cos^2 i},$$

ou

$$v = -\frac{1 - n^2 \sin^2 i + n^2 \cos^2 i - 2n \cos i \sqrt{1 - n^2 \sin^2 i}}{1 - n^2 \sin^2 i - n^2 \cos^2 i}.$$

Tant que $n^2 \sin^2 i$ est plus petit que 1, cette valeur de v est réelle; quand $1 = n^2 \sin^2 i$, elle devient

$$-\frac{n^2 \cos^2 i}{-n^2 \cos^2 i}, \quad \text{ou} \quad +1;$$

c'est-à-dire que la totalité de la lumière incidente est réfléchie; mais lorsque $n^2 \sin^2 i$ est plus grand que 1, le radical $\sqrt{1 - n^2 \sin^2 i}$, qui s'était évanoui dans le dernier cas, reparaît, et de réel qu'il était auparavant devient imaginaire; alors nous le mettrons sous la forme $\sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}\,\sqrt{-1}$, et la valeur de v sous celle-ci :

$$v = \frac{1 - n^2 \sin^2 i + n^2 \cos^2 i}{-1 + n^2 \sin^2 i + n^2 \cos^2 i} + \frac{-2n \cos i \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}\,\sqrt{-1}}{-1 + n^2 \sin^2 i + n^2 \cos^2 i}$$

ou

$$v = \frac{1 + n^2 - 2\,n^2 \sin^2 i}{n^2 - 1} - \frac{2\,n \sqrt{(1 - \sin^2 i)}\,\sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}\,\sqrt{-1}}{n^2 - 1} \quad \ldots\ldots (A).$$

14. On voit que cette valeur de v est la somme d'une quantité réelle et d'une quantité imaginaire. Quand $n^2 \sin^2 i = 1$, le terme imaginaire

s'évanouit et le terme réel devient égal à 1; mais lorsque $n^2 \sin^2 i$ est plus grand que 1, quoique la valeur de v renferme alors un terme imaginaire et que le terme réel devienne plus petit que 1, il est certain, d'après la théorie[1] comme d'après l'expérience, que la totalité de la lumière incidente est encore réfléchie; d'une autre part, rien n'est changé dans le milieu que parcourent les rayons réfléchis: c'est toujours le premier milieu; ainsi nous savons d'avance que le coefficient commun des vitesses absolues des molécules dans les ondes réfléchies doit être réel et égal à 1; que signifie donc le terme imaginaire qui entre dans ce coefficient v? Il signifie sans doute que les périodes de vibration des ondes réfléchies, qui, dans les bases du calcul, avaient été supposées coïncider *à la surface* pour les ondes incidentes et réfléchies, ne coïncident plus; en effet, si c'est la véritable interprétation de l'expression imaginaire, l'analyse, ne pouvant pas abandonner dans ses réponses la supposition fondamentale de cette coïncidence, nous donnera nécessairement, pour coefficient des vitesses absolues réfléchies, une quantité imaginaire; car si l'on représente par x le chemin parcouru à partir de la surface, et que $\sin(a+x)$ soit la vitesse absolue d'un point de l'onde réfléchie situé à la distance x, dans le cas où ses périodes de vibration coïncidaient à la surface avec celles de l'onde incidente, si ces périodes sont retardées ou avancées dans l'onde réfléchie d'une certaine quantité, la vitesse absolue du même point sera $\sin(a'+x)$: or, quel que soit le coefficient réel A par lequel on multiplie $\sin(a+x)$, on ne pourra jamais faire que $A\sin(a+x)$ soit égal à $\sin(a'+x)$ pour toutes les valeurs de x, c'est-à-dire qu'en continuant à compter les périodes de vibration comme on l'avait fait d'abord, il n'est aucun coefficient constant réel qui puisse servir à représenter les vitesses absolues dont les diverses molécules du milieu sont animées à chaque instant par l'effet

[1] A l'aide du principe des interférences, on démontre aisément (du moins pour un point éloigné de la surface réfringente d'une distance très-grande relativement à la longueur d'ondulation) que la lumière transmise est nulle dans ce cas, et par conséquent, d'après le principe de la conservation des forces vives, la lumière réfléchie doit être égale à la lumière incidente.

X. des ondes réfléchies. Cela posé, et suivant toujours la même idée, nous pouvons concevoir le système d'ondes réfléchies décomposé en deux autres différant d'un quart d'ondulation et dont l'un aurait toujours à la surface, entre ses vibrations et celle des ondes incidentes, la coïncidence de période que nous avions supposée primitivement dans notre calcul, ou, en d'autres termes, serait réfléchi à la surface même de séparation des deux milieux; alors le coefficient de ce système d'ondes sera réel et celui de l'autre imaginaire. Si la forme à laquelle nous avons amené la valeur de v met en évidence ces deux coefficients, il faut que le carré du premier terme

$$\frac{1 - n^2 \sin^2 i + n^2 \cos^2 i}{-1 + n^2}$$

plus le carré du second

$$\frac{-2n \cos i \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{-1 + n^2}$$

qui dans la valeur de v est affecté du facteur imaginaire $\sqrt{-1}$, donnent une somme égale à l'unité : or c'est effectivement ce qui a lieu. Nous pouvons donc, avec un espoir bien fondé de ne pas nous méprendre, déterminer la position du système d'ondes réfléchi d'après ces deux systèmes composants, dont l'un, partant de la surface même, a pour coefficient de ses vitesses absolues

$$\frac{1 + n^2 - 2n^2 \sin^2 i}{n^2 - 1},$$

et l'autre, qui diffère du premier d'un quart d'ondulation, a pour coefficient

$$\frac{-2n\sqrt{1 - \sin^2 i}\ \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{n^2 - 1}.$$

15. Après avoir déterminé de cette manière la position du système d'ondes résultant, le procédé le plus direct pour vérifier le résultat du calcul serait de comparer par interférence la différence de marche entre deux rayons voisins dont l'un aurait éprouvé la réflexion totale sous une inclinaison donnée, et dont l'autre, réfléchi sous la même inclinaison et par la même surface, ne l'aurait été que partiellement au

moyen du contact d'un liquide réfringent en son point d'incidence. Je n'ai pas encore eu le temps de faire cette expérience; et comme l'objet principal de mes recherches théoriques était de découvrir la loi des modifications imprimées à la lumière polarisée par la réflexion totale, modifications qui dépendent de la différence de position que cette réflexion établit entre les ondes polarisées suivant le plan d'incidence et celles qui sont polarisées perpendiculairement à ce plan, j'ai dû calculer d'abord cette différence et voir si elle s'accordait avec les faits que je connaissais, puis en vérifier l'expression générale par des expériences nouvelles.

16. Pour avoir les coefficients des deux systèmes d'ondes composants de la lumière réfléchie, lorsque les rayons incidents sont polarisés perpendiculairement au plan de réflexion, il faut appliquer à la formule (2) les transformations et les raisonnements que nous venons d'employer pour la formule (1); et d'abord nous chasserons les imaginaires du dénominateur en multipliant haut et bas par le numérateur, ce qui nous donnera :

$$v = -\frac{\sin^2 i \cos^2 i + \sin^2 i' \cos^2 i' - 2 \sin i \cos i \sin i' \cos i'}{\sin^2 i \cos^2 i - \sin^2 i' \cos^2 i'},$$

expression qu'on peut mettre sous la forme :

$$v = -\frac{\cos^2 i + n^2 (1 - n^2 \sin^2 i) - 2n \cos i \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}\sqrt{-1}}{\cos^2 i + n^2 (n^2 \sin^2 i - 1)}$$

ou

$$v = +\frac{(n^4+1)\sin^2 i - n^2 - 1}{(n^2-1)[(n^2+1)\sin^2 i - 1]} + \frac{2n\sqrt{(1-\sin^2 i)(n^2 \sin^2 i - 1)}\sqrt{-1}}{(n^2-1)[(n^2+1)\sin^2 i - 1]} \dots\dots (B).$$

Nous considérerons donc la lumière réfléchie comme composée de deux systèmes d'ondes séparés par un quart d'ondulation, dont l'un, parti de la surface, aura pour coefficient de ses vitesses absolues :

$$\frac{(n^4+1)\sin^2 i - n^2 - 1}{(n^2-1)[(n^2+1)\sin^2 i - 1]},$$

et l'autre

$$\frac{2n\sqrt{(1-\sin^2 i)(n^2 \sin^2 i - 1)}}{(n^2-1)[(n^2+1)\sin^2 i - 1]};$$

et l'on trouve en effet que la somme des carrés de ces deux coefficients est égale à 1.

Pour les simplifier, remplaçons la constante n^2 par c et la quantité variable $\sin^2 i$ par x, alors ils deviennent :

$$\frac{(c^2+1)x-c-1}{(c-1)[(c+1)x-1]}, \quad \text{et} \quad \frac{2\sqrt{c(1-x)(cx-1)}}{(c-1)[(c+1)x-1]}.$$

Par le même changement de lettres dans la formule (A), on a :

$$\frac{c+1-2cx}{c-1}, \quad \text{et} \quad \frac{-2\sqrt{c(1-x)(cx-1)}}{c-1},$$

pour les coefficients correspondants, dans le cas où la lumière incidente est polarisée suivant le plan d'incidence.

17. On sait que, pour déterminer la position de chacun des deux systèmes d'ondes résultants, quand ces deux systèmes composants sont comme ici séparés par un quart d'ondulation, le calcul d'interférence est absolument semblable au calcul qu'on fait en statique pour trouver la direction de la résultante de deux forces rectangulaires. Ainsi, la longueur d'ondulation étant représentée par une circonférence entière, si nous représentons par l'angle α la distance qui sépare les points homologues du système résultant et du système composant réfléchi à la surface, nous aurons, pour le cas où la lumière incidente est polarisée suivant le plan de réflexion,

$$\cos\alpha = \frac{c+1-2cx}{c-1}, \quad \text{et} \quad \sin\alpha = \frac{-2\sqrt{c(1-x)(cx-1)}}{c-1},$$

et représentant par l'angle β la distance du système résultant au système composant réfléchi à la surface, dans le cas où les rayons ont été polarisés perpendiculairement au plan d'incidence, nous aurons :

$$\cos\beta = \frac{(c^2+1)x-c-1}{(c-1)[(c+1)x-1]}, \quad \text{et} \quad \sin\beta = \frac{2\sqrt{c(1-x)(cx-1)}}{(c-1)[(c+1)x-1]}.$$

Pour avoir l'intervalle qui sépare les points correspondants des deux systèmes d'ondes résultants, c'est-à-dire leur différence de marche, il suffit de calculer $\alpha-\beta$, ce qu'on peut faire aisément au moyen de la formule

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta;$$

substituant à la place de $\cos\alpha$, $\sin\alpha$, $\cos\beta$, $\sin\beta$, leurs valeurs, on a :

$$\cos(\alpha-\beta)=\frac{(c+1-2cx)[(c^2+1)x-c-1]-4c(1-x)(cx-1)}{(c-1)^2[(c+1)x-1]},$$

ou, effectuant les multiplications du numérateur et ordonnant par rapport à x,

$$\cos(\alpha-\beta)=\frac{-2c(c-1)^2x^2+(c+1)(c-1)^2x-(c-1)^2}{(c-1)^2[(c+1)x+1]},$$

ou enfin, divisant haut et bas par $(c-1)^2$,

$$\cos(\alpha-\beta)=\frac{-2cx^2+(c+1)x-1}{(c+1)x-1}.$$

Pour employer cette formule, il faut se rappeler que x est le carré du sinus d'incidence intérieure, c le carré du rapport de réfraction, et que l'arc $\alpha-\beta$ divisé par la circonférence exprime la fraction d'ondulation dont le système d'ondes polarisé perpendiculairement au plan d'incidence est en avance ou en arrière du système d'ondes polarisé suivant ce plan, après la réflexion; car le signe de l'arc $\alpha-\beta$ ne peut pas être indiqué par son cosinus.

18. La formule (2), qui nous a donné le coefficient des vitesses absolues de l'onde réfléchie, quand les rayons incidents sont polarisés perpendiculairement au plan de réflexion, présente dans l'interprétation de son signe une petite difficulté qui pourrait, au premier abord, faire penser qu'elle ne s'accorde pas avec les observations sur la déviation du plan de polarisation dans la réflexion extérieure. Pour nous faire mieux entendre, prenons le cas où l'angle i est presque égal à 90°, c'est-à-dire où les rayons incidents sont presque parallèles à la surface: on sait qu'alors le plan de polarisation des rayons réfléchis est sur le prolongement des rayons incidents. Cependant la valeur

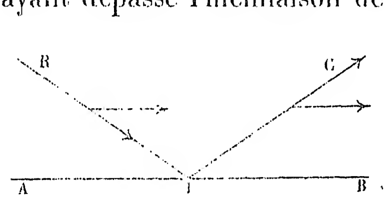
$$v=-\frac{\sin i\cos i-\sin i'\cos i'}{\sin i\cos i+\sin i'\cos i'}$$

devient alors $v=+1$, tandis que l'autre formule

$$v=-\frac{\sin i\cos i'-\sin i'\cos i}{\sin i\cos i'+\sin i'\cos i}$$

donne dans le même cas $v=-1$, ce qui semblerait indiquer, au pre-

mier abord, que le premier système d'ondes exécute ses vibrations au point d'incidence dans le même sens que le faisceau incident, et le second système d'ondes en sens contraire du faisceau incident qui l'a produit, d'où résulterait un mouvement composé perpendiculaire à celui de l'ensemble des deux faisceaux incidents. Mais il faut faire attention que cette interprétation du signe est vraie pour les rayons polarisés suivant le plan d'incidence, dont les vibrations sont toujours parallèles dans les ondes incidentes, transmises et réfléchies, quelle que soit l'inclinaison de ces rayons; tandis qu'on ne peut pas entendre de la même manière le signe + dans le second cas, où la direction des vibrations réfléchies fait en général un certain angle avec celle des vibrations incidentes. Quand les rayons sont perpendiculaires à la surface, ces deux directions coïncident; mais, à mesure que l'obliquité augmente, elles s'écartent l'une de l'autre et ne finissent par coïncider de nouveau à l'autre limite qu'après avoir décrit chacune 90° ou ensemble 180°, d'où l'on pourrait déjà conclure que le signe de la valeur de v doit être interprété d'une manière opposée. Et en effet, si l'on remonte à l'équation par laquelle nous avons exprimé que la composante horizontale de la vitesse absolue dans l'onde transmise était égale à la somme de celle de l'onde incidente et de celle de l'onde réfléchie prise avec son signe, on voit que le signe positif ou négatif de celle-ci indique qu'elle porte les molécules parallèlement à la surface, dans le même sens que l'onde incidente ou en sens contraire; or, considérons le cas où les rayons ayant dépassé l'inclinaison de la polarisation complète, la valeur de v



est devenue positive; soit IC l'onde incidente qui a produit l'onde réfléchie IR; il est évident, par la seule inspection de la figure, que dire que les composantes des deux vitesses absolues parallèles à la surface AB ont le même signe, agissent dans le même sens, c'est dire que, si la vitesse absolue qui agit suivant IC tend à éloigner la molécule I du milieu inférieur, la vitesse absolue de l'onde réfléchie agissant suivant RI tend à l'y faire entrer, et qu'en conséquence, à la

limite, lorsque les rayons étant parallèles à la surface les deux ondes lui seront perpendiculaires, leurs vitesses absolues agiront précisément en sens contraires. Ainsi, puisque, d'après nos calculs, la vitesse absolue a le même signe que sa composante horizontale, nous nous rappellerons qu'une valeur positive de v indique seulement la similitude de signe dans les composantes horizontales des ondes incidentes et réfléchies, ou, ce qui est plus simple pour le cas dont nous nous occupons, nous changerons le signe de v en convenant que les vitesses absolues dans les ondes incidentes et réfléchies porteront le même signe, quand elles pousseront les molécules de la surface du même côté, et des signes contraires, lorsque l'une les poussera en dedans du premier milieu et l'autre en dedans du second [(a)].

Cela posé, la valeur de v changeant de signe dans le cas où les rayons incidents sont polarisés perpendiculairement au plan de ré-

---

[(a)] Il résulte de ces considérations que l'expression exacte de la vitesse de vibration réfléchie est, pour la lumière polarisée dans le plan d'incidence,

$$-\frac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')},$$

et pour la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence,

$$\frac{\tang(i-i')}{\tang(i+i')}.$$

Si, le deuxième milieu étant plus réfringent que le premier, i est plus grand que i', l'expression $-\frac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')}$ est toujours négative, mais l'expression $\frac{\tang(i-i')}{\tang(i+i')}$ est positive, tant que $i+i'$ est plus petit que 90°. Il n'y a donc pas toujours perte d'une demi-longueur d'ondulation dans la réflexion de la lumière lorsque le deuxième milieu est plus réfringent que le premier, comme Fresnel, après Young, l'a supposé dans la théorie des anneaux colorés (voir les n[os] IV et X), et il peut y avoir perte d'une demi-longueur d'ondulation dans certains cas, lorsque le deuxième milieu est moins réfringent que le premier. Mais il y a toujours opposition de signe entre les vitesses réfléchies sous des incidences correspondantes aux deux surfaces d'une lame transparente environnée de toutes parts par le même milieu. Cette opposition de signe est en réalité tout ce qu'exige la théorie des anneaux colorés. [E. Verdet.]

X. flexion, $\sin\beta$ et $\cos\beta$ en changent aussi, et par conséquent la valeur de $\cos(\alpha-\beta)$, qui devient :

$$\cos(\alpha-\beta)=\frac{2cx^2-(c+1)x+1}{(c+1)x-1} \qquad \text{(C)}.$$

19. Vérifions d'abord cette formule sur les faits qui nous sont connus : nous savons d'abord qu'aux deux limites de la réflexion totale il n'y a plus aucune dépolarisation partielle du faisceau incident polarisé dans l'azimut de 45°; et en effet, pour la première, $n\sin i=1$, par conséquent $n^2\sin^2 i$, ou

$$cx=1,\quad \cos(\alpha-\beta)=\frac{2x-1-x+1}{1+x-1},\quad \text{ou}\quad \cos(\alpha-\beta)=1;$$

pour la seconde limite, quand les rayons sont parallèles à la surface,

$$x=1,\ \text{et}\ \cos(\alpha-\beta)=\frac{2c-c-1+1}{c+1-1}=1.$$

Ainsi, dans un cas comme dans l'autre, l'angle $\alpha-\beta$ est égal à zéro ou à un nombre entier de circonférences, et conséquemment il n'y a pas de différence de marche entre les deux systèmes d'ondes polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence qui composent le faisceau réfléchi; leur réunion doit donc reproduire une lumière complétement polarisée, comme la lumière incidente, et précisément dans l'azimut donné par l'expérience. Nous savons encore que sous l'incidence de 50°, la différence de marche entre les deux systèmes d'ondes réfléchis est égale à un huitième d'ondulation, ou du moins n'en diffère que très-peu; or, si l'on met dans la formule $\sin^2(50°)$ à la place de x, et à la place de c le carré de 1,51, qui est l'indice de réfraction de la glace de Saint-Gobain, on trouve :

$$\cos(\alpha-\beta)=\frac{0{,}6456}{0{,}9248},$$

ce qui donne pour $\alpha-\beta$ un arc de 45° 43′ $\frac{1}{2}$, quantité presque égale au huitième de la circonférence, puisqu'elle n'en diffère pas d'un soixantième.

20. J'avais reconnu aussi dans mes anciennes observations que la dépolarisation partielle produite par une seule réflexion dans le verre ne

dépasse guère ce terme, et qu'après être restée quelque temps au même point pendant qu'on augmente l'inclinaison des rayons incidents, elle diminue continuellement jusqu'à la seconde limite de réflexion totale, où elle devient tout à fait insensible. On peut, à l'aide de la formule (C), calculer ce maximum, qui répond au minimum de cos $(\alpha-\beta)$, en différentiant par rapport à x et égalant le coefficient différentiel à zéro, ce qui donne, après plusieurs réductions,

$$(c+1)x-2=0,$$

d'où l'on tire

$$x=\frac{2}{c+1},$$

et, substituant cette valeur de x dans la formule (C), on a

$$\cos(\alpha-\beta)=\frac{8c}{(c+1)^2}-1;$$

en substituant à la place de c sa valeur, on trouve $45^\circ\ 56'\ \frac{1}{2}$ pour le maximum de $\alpha-\beta$, ce qui excède bien peu, comme on voit, le huitième de la circonférence. En mettant aussi pour c sa valeur dans la formule x ou $\sin^2 i=\frac{2}{c+1}$, on trouve $i=51^\circ\ 20'\frac{1}{3}$; tel est l'angle d'incidence qui donne le maximum de dépolarisation partielle produite par une seule réflexion intérieure du verre de Saint-Gobain.

21. Après m'être assuré ainsi que la formule (C) représentait bien la marche générale du phénomène entre les deux limites de la réflexion complète, et donnait précisément à ces deux limites et dans l'incidence de 50° les résultats que j'avais observés depuis longtemps, j'ai fait quelques expériences nouvelles pour vérifier cette formule dans les incidences intermédiaires. Le degré de dépolarisation le plus facile à constater est celui de la dépolarisation complète, parce qu'il donne deux images d'égale intensité quand on analyse la lumière avec un rhomboïde de spath d'Islande, et deux images incolores quand on la fait passer dans un tube rempli d'essence de térébenthine; c'est pourquoi j'ai toujours fait en sorte d'arriver à la dépolarisation complète par la succession des réflexions totales, dans les expériences nouvelles que je vais rapporter.

X. D'après la valeur maximum que nous venons de trouver pour $\alpha-\beta$, et qui excède à peine d'un degré le huitième de la circonférence, il est clair que, pour avoir entre les deux faisceaux une différence de marche égale à un quart d'ondulation, il faut au moins deux réflexions totales dans l'intérieur du verre. J'ai voulu déduire de la formule (C) l'incidence exacte qui satisfaisait à cette condition, c'est-à-dire donnait rigoureusement un huitième d'ondulation de différence à chaque réflexion, et, pour que la formule pût servir à d'autres expériences où le nombre des réflexions serait plus considérable, j'ai résolu le problème d'une manière générale en représentant par a le cosinus de la partie quelconque de circonférence à laquelle on voulait que l'arc $\alpha-\beta$ fût égal, et, égalant la valeur de $\cos(\alpha-\beta)$ au cosinus donné a, j'ai eu l'équation :

$$\frac{2cx^2-(c+1)x+1}{(c+1)x-1}=a, \text{ ou } 2cx^2-(c+1)x+1=a(c+1)x-a,$$

ou enfin,

$$x^2-\frac{(c+1)(a+1)x}{2c}+\frac{a+1}{2c}=0;$$

d'ou l'on tire

$$x=\frac{(c+1)(1+a)\pm\sqrt{(1+a)[(c+1)^2(1+a)-8c]}}{4c}=\sin^2 i \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (\mathrm{D}).$$

On voit que x, ou $\sin^2 i$, a en général deux valeurs différentes, qui ne deviennent égales que dans le cas du maximum de la différence de marche $\alpha-\beta$, parce qu'alors a étant égal à

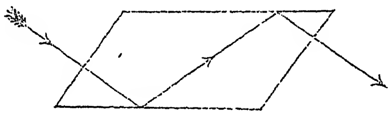
$$\frac{8c}{(c+1)^2}-1, \text{ ou } a+1 \text{ à } \frac{8c}{(c+1)^2}, \quad (c+1)^2(1+a)-8c=0,$$

et le radical s'évanouit.

Quand on fait a égal à $\cos 45°$ ou $\sqrt{\frac{1}{2}}$, on trouve pour les deux valeurs correspondantes de l'angle d'incidence, $i=48°\ 37'\frac{1}{2}$ et $i=54°\ 37'\frac{1}{3}$.

La première des valeurs étant plus voisine que l'autre de la première limite de la réflexion complète, qui est différente pour les diverses espèces de rayons, on sent aisément que, calculée d'après le rapport de réfraction des rayons jaunes, elle devra donner des résultats moins semblables pour les rayons de différente réfrangibilité; c'est donc la

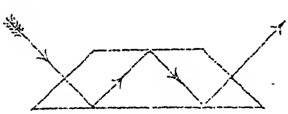
seconde valeur qu'il faut adopter de préférence, si l'on veut avoir plus d'uniformité dans les modifications imprimées aux diverses espèces de rayons colorés qui composent la lumière blanche. J'ai fait tailler un

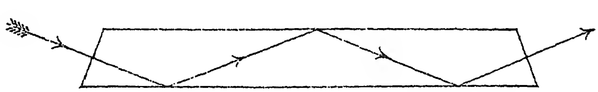


parallélipipède de verre de Saint-Gobain, dont les faces d'entrée et de sortie étaient inclinées de 54° 37′ sur les deux autres, de manière qu'elles fussent perpendiculaires au faisceau polarisé dans l'azimut de 45°, qui éprouvait successivement deux réflexions intérieures sur celles-ci, sous l'incidence calculée de 54° 37′. Alors, analysant les rayons émergents avec un rhomboïde de spath calcaire, j'ai trouvé les deux images sensiblement incolores et d'égale intensité, dans quelque azimut que je tournasse sa section principale.

22. Cette expérience, n'étant guère qu'une répétition de celles que j'avais faites anciennement, mais seulement plus exacte et éclairée par la théorie, ne pouvait en être considérée comme une vérification nouvelle; c'est pourquoi j'ai essayé de produire la même modification, ou d'obtenir une différence de marche d'un quart d'ondulation, d'abord par trois et ensuite par quatre réflexions totales.

Dans le premier cas, il faut que $\alpha-\beta$ soit égal à un tiers de quadrant, ou que a soit égal à cos 30° : cette valeur, substituée dans la formule (D), donne pour l'angle d'incidence i, qui satisfait à cette condition, 43° 10′ $\frac{2}{3}$ et 69° 12′ $\frac{1}{3}$. J'ai voulu vérifier par l'expérience ces deux valeurs de i, et pour cela j'ai fait tailler deux verres trapézoïdaux,





dont les faces d'entrée et de sortie étaient inclinées en sens contraires sur les deux faces réfléchissantes, dans l'un de 43° 11′ et dans l'autre de 69° 12′, de sorte qu'elles fussent perpendiculaires aux rayons incidents et émergents réfléchis dans le premier verre sous l'incidence de 43° 11′, et dans le second sous celle de 69° 12′.

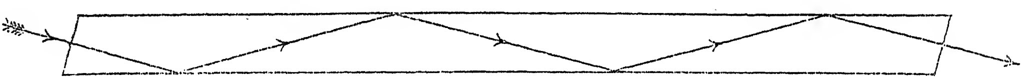
X. La première incidence s'approche trop de l'origine de la réflexion totale pour que la valeur de $\alpha-\beta$ ne varie pas sensiblement d'une espèce de rayon aux autres; aussi ai-je remarqué quelques traces de coloration dans les deux images en analysant le faisceau émergent avec un rhomboïde de spath calcaire; mais d'ailleurs il paraissait aussi complétement dépolarisé qu'on pouvait s'y attendre.

L'autre verre, taillé d'après l'incidence de $69° 12'$, m'a donné un faisceau modifié d'une manière beaucoup plus uniforme pour les diverses espèces de rayons, et qui, analysé par la double réfraction, donnait toujours deux images blanches et d'égale intensité dans quelque azimut qu'on tournât la section principale du cristal.

J'ai ensuite produit la même modification par quatre réflexions consécutives; il faut pour cela que $\alpha-\beta$ soit égal à un quart de quadrant, ou que $a=\cos 22° 30'$; ce qui donne pour i les deux valeurs suivantes :

$$i=42° 19' 50'' \text{ et } i=74° 41' 50''.$$

La première valeur de i était trop voisine de l'origine de la réflexion totale (que les rayons jaunes éprouvent à $41° 28' 20''$ d'incidence) pour que je ne fusse pas certain d'avance qu'elle me donnerait des images colorées; c'est pourquoi je n'ai employé que la seconde, en



faisant tailler un parallélipipède de verre dont les faces d'entrée et de sortie faisaient un angle de $74° 42'$ avec les deux surfaces réfléchissantes, et dont la longueur était calculée de façon que les rayons éprouvassent dans son intérieur les quatre réflexions totales, sous l'incidence calculée. J'ai obtenu de cette manière un faisceau parfaitement dépolarisé ou, en d'autres termes, qui avait reçu bien complétement la polarisation circulaire.

23. J'ai voulu vérifier encore mes formules par une expérience sur la réflexion totale au contact du verre et de l'eau. J'ai cherché d'abord la valeur maximum que cette réflexion pouvait donner pour $\alpha-\beta$, et j'ai

trouvé 14°, qui répond à l'incidence $i = 69° 34'$; par conséquent six réflexions pareilles ne suffiraient pas pour atteindre 90° et produire exactement la dépolarisation complète; il en faudrait au moins sept, et comme elles auraient lieu sous des incidences assez obliques, il faudrait une plaque de verre d'une assez grande longueur pour que l'on pût craindre que, quelque bien recuite qu'elle fût, elle ne produisît sur un aussi long trajet entre les deux faisceaux quelque différence de marche indépendante des réflexions complètes et provenant d'une double réfraction très-faible. C'est pourquoi j'ai préféré combiner seulement deux réflexions totales au contact du verre et de l'eau avec deux réflexions totales au contact du verre et de l'air qui devaient compléter la dépolarisation commencée par celles-là. J'ai trouvé que l'incidence qui donnerait $\alpha - \beta = 31°$ dans la réflexion intérieure du verre seul était $i = 68° 27'$, différant peu, comme on voit, de l'incidence $i = 69° 34'$, qui répond au maximum de $\alpha - \beta$ pour le contact du verre et de l'eau; or, comme une quantité varie peu autour de son maximum, en adoptant l'incidence de 68° 27′, je devais avoir encore bien près de 14° pour la réflexion au contact du verre et de l'eau; et en effet j'ai trouvé par le calcul $13° 53' \frac{2}{3}$, qui, ajouté à 31°, donne $44° 53' \frac{2}{3}$, dont le double est $89° 47' \frac{1}{3}$, qui diffèrent bien peu, comme on voit, d'un quart de circonférence. J'ai donc fait tailler un parallélipipède de verre, dont les faces d'entrée et de sortie étaient inclinées sur les deux autres de 68° 27′, et dont la longueur avait été déterminée de manière qu'après quatre réflexions intérieures sous l'incidence de 68° 27′, les rayons incidents qui entraient par le milieu de la face antérieure sortissent aussi par le milieu de la seconde, en sorte qu'il suffisait d'incliner le parallélipipède de verre jusqu'à ce que la face d'entrée vînt se peindre au milieu de la face de sortie pour être certain que les rayons qui arrivaient à l'œil avaient été réfléchis sous l'incidence calculée [1]. Lorsque le parallélipipède de verre n'était en contact qu'avec l'air, le faisceau émergent analysé par un rhomboïde de spath calcaire donnait deux

[1] J'avais réglé de la même manière la longueur des autres morceaux de verre employés dans les expériences précédentes.

XX. images d'intensités variables et généralement inégales, et l'on pouvait reconnaître que la lumière avait passé le point de la polarisation circulaire. Mais quand on appliquait une feuille de papier mouillé sur une des faces réfléchissantes, le faisceau émergent paraissait complétement dépolarisé ou polarisé circulairement, conformément au calcul. Enfin quand on mouillait les deux faces réfléchissantes, la lumière n'était dépolarisée qu'en partie, et l'on pouvait reconnaître, à la direction de son plan de polarisation partielle, qu'elle était encore en deçà et non pas au delà de la dépolarisation complète, comme dans le cas où aucune des deux faces n'avait été mouillée.

24. Je me suis borné jusqu'à présent à ces cinq expériences, qui, jointes à mes anciennes observations sur les mêmes phénomènes, me paraissent établir suffisamment l'exactitude de la formule (C). Je ne doute pas qu'elle ne fournisse aussi une représentation fidèle des phénomènes de coloration très-sensible qu'on observe surtout dans le voisinage de la limite commune des réflexions totale et partielle, en supposant toujours qu'on emploie de la lumière polarisée dans un azimut de 45° relativement au plan de réflexion, et qu'on analyse le faisceau émergent avec un rhomboïde de spath calcaire [1]. Pour vérifier la formule dans ce cas, il faudrait d'abord calculer, d'après les différents degrés de réfrangibilité des diverses espèces de rayons colorés, les différentes valeurs de $\alpha - \beta$ qui correspondraient à l'incidence donnée : ayant déterminé ainsi la différence de marche entre les deux systèmes d'ondes émergents polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence, pour les sept principales espèces de rayons colorés, on calculerait aisément, au moyen des formules d'interférence, l'intensité que chaque espèce devrait avoir dans l'image ordinaire et l'image extraordinaire pour un azimut quelconque de la section principale du rhomboïde, et substituant les intensités trouvées dans la formule empirique

[1] M. Brewster est le premier qui ait remarqué ces phénomènes; mais, d'après la manière dont il les décrit et les lois qu'il leur suppose, il paraît qu'il a confondu avec ces effets de la réflexion totale des phénomènes ordinaires de polarisation résultant de quelque trempe accidentelle des prismes qu'il aura employés.

de Newton qui donne la couleur résultant d'un mélange de rayons, on trouverait les teintes que doivent offrir les deux images, et l'on verrait si elles s'accordent avec l'observation.

Je me propose de faire ces expériences et ces calculs lorsque j'aurai plus de loisir; mais je crains que l'époque où il me sera possible de les entreprendre et de compléter la vérification directe des formules (1) et (2) ne soit encore un peu éloignée.

25. Malgré tout ce que mes recherches sur la réflexion laissent encore à désirer, tant sous le rapport théorique que sous celui des vérifications expérimentales, il me semble qu'elles établissent déjà avec un haut degré de probabilité l'exactitude des formules que j'ai données dans ce Mémoire, vu le nombre de faits exacts par lesquels elles sont déjà confirmées et la variété des phénomènes qu'elles embrassent. Car les formules (1) et (2), par exemple, qui s'accordent avec les phénomènes connus de la réflexion de la lumière polarisée, et se trouvent vérifiées par deux observations très-précises de M. Arago sur l'intensité de la lumière réfléchie sous des incidences obliques, représentent encore très-bien les déviations que j'avais observées dans le plan de polarisation de la lumière réfléchie à la surface extérieure du verre et de l'eau, et cela par une déduction qui est une conséquence immédiate et forcée des idées théoriques qui m'ont servi à découvrir ces formules. Quant à la formule (C), que j'en ai tirée aussi et qui représente la loi des modifications imprimées par la réflexion totale, je dois convenir qu'elle n'en découle pas d'une manière aussi nécessaire; mais elle m'en paraît l'interprétation la plus naturelle, quand la valeur de v devient imaginaire, et cette interprétation, qui se vérifie sur les formules mêmes, se trouve d'ailleurs confirmée par les cinq expériences que je viens de rapporter et par mes observations antérieures [a].

---

[a] On sait que les expériences de M. Jamin ont mis hors de doute l'exactitude de la formule (C), et qu'elles ont montré au contraire que les formules (1) et (2) ne suffisent pas à la représentation des phénomènes qui ont lieu au voisinage de l'angle de polarisation. (Voyez *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXIX, XXX et XXXI.) [E. Verdet.]

Pour résoudre le problème rigoureusement, au lieu de chercher à deviner ce que l'analyse indique dans des formules qui deviennent imaginaires, il aurait fallu recommencer le calcul pour le cas de la réflexion complète, en y exprimant la condition que le mouvement vibratoire ne peut pas se propager dans le second milieu, ou que du moins s'il y pénètre, comme certaines expériences paraissent l'indiquer, il ne s'étend qu'à une petite distance de la surface de contact des deux milieux. Je me propose de reprendre par la suite le problème dans son entier, et de le traiter d'une manière plus rigoureuse et plus générale, en supposant que les deux milieux diffèrent non-seulement en densité, mais encore en élasticité. Dans ces nouvelles recherches théoriques, les résultats que j'ai obtenus déjà me seront très-utiles, car c'est un grand point de connaître d'avance les théorèmes auxquels on doit arriver et de n'avoir plus qu'à les démontrer.

26. Je me proposais d'exposer à la fin de ce Mémoire des calculs d'interférences qui présentent sous une forme très-simple le genre des vibrations imprimées aux rayons polarisés par la réflexion complète; mais, n'en ayant pas le temps et ces calculs étant d'ailleurs sans difficulté, je me contenterai d'en énoncer les résultats principaux.

Lorsque le faisceau incident est polarisé dans un azimut de 45° relativement au plan de réflexion, les deux systèmes d'ondes polarisés parallèlement et perpendiculairement à ce plan dont la lumière réfléchie est composée sont d'égale intensité; si par deux ou un plus grand nombre de réflexions totales on a établi entre eux une différence de marche égale à un quart d'ondulation, ou à un nombre entier et impair de quarts d'ondulation, les molécules décriront des petits cercles autour de leurs positions d'équilibre et avec une vitesse uniforme : si la différence de marche est un nombre pair de quarts d'ondulation, elles décriront des lignes droites; enfin, si cette différence n'est pas un nombre entier de quarts d'ondulation, les courbes décrites seront des ellipses. Ce seront encore des ellipses, la différence de marche étant un nombre entier et impair de quarts d'ondulation, si les deux systèmes d'ondes n'ont pas la même intensité, comme cela aurait lieu dans le

cas où la lumière incidente n'aurait pas été polarisée à 45° du plan de réflexion, ou si deux systèmes d'ondes polarisés venant à interférer dans des circonstances quelconques, leurs plans de polarisation n'étaient pas rectangulaires. N° X

FIN DU PREMIER VOLUME.

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS CE VOLUME[1].

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

PREMIÈRE SECTION.

DIFFRACTION ET INTERFÉRENCES.

[1] Les écrits d'auteurs étrangers sont distingués par un astérisque *.

DEUXIÈME SECTION.

CONSTITUTION ET PROPRIÉTÉS

DE LA LUMIÈRE POLARISÉE.

CHANGEMENTS ET ADDITIONS.

Page x, ligne 26, *au lieu de :* Fourrier, *lisez :* Fourier.

Page xxiii, ligne 28, *au lieu de :* inspirent, *lisez :* inspireront.

Page xxiv, note, ligne 5, *au lieu de :* Optics, *lisez :* Opticks.

Page 49, note, ligne 11, *au lieu de :* dispositions, *lisez :* positions.

Page 81, note, ligne 3, *au lieu de :* Optics, *lisez :* Opticks.

Page 94, ligne 3, *au lieu de :* des unes..... des autres, *lisez :* de l'une..... de l'au

Page 316, lignes 27-28, *au lieu de :* quadrans, *lisez :* quadrant.

Page 318 (numéro de page), *au lieu de :* 138, *lisez :* 318.

Page 400 (numéros des paragraphes) manque le chiffre 19.

Page 409, ligne 8, *au lieu de :* § 30, *lisez :* § 34.

Page 411, note, ligne 6, *au lieu de :* N° XXI, *lisez :* N° XXII (§ 10 et suiv.).

Page 509, note, ligne 4, *au lieu de :* 16 octobre, *lisez :* 14 octobre.

Page 689, ligne 1, *au lieu de :* N° XXVI, *lisez :* N° XXIV.